10 प्रायोगिक ज्यामिति

सोचिए चर्चा कीजिए और लिखिए

पृष्ठ 211

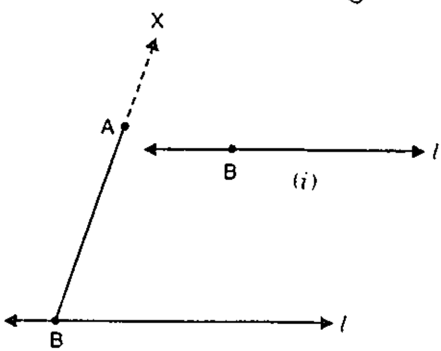
प्रश्न 1. *उपरोक्त रचना में, क्या आप A से होकर जाती हुई अन्य रेखा खींच सकते हैं जो l के समान्तर हो।*

उत्तर–नही, कोई दूसरी रेखा जो A से होकर जाती हो तथा l के समान्तर हो, नहीं खींच सकते क्योंकि A और H से होकर जाने वाली केवल एक ही रेखा खींच सकते हैं।

प्रश्न 2. *क्या आप इस रचना में इस प्रकार का परिवर्तन कर सकते हैं कि एकान्तर कोण के स्थान पर संगत कोण बने।*

उत्तर–

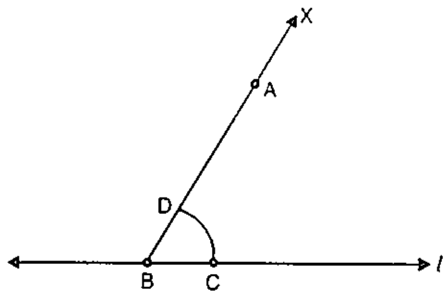
पद (1) एक रेखा l खींजिए और l के बाहर एक बिन्दु *'A'* लीजिए।



(ii)

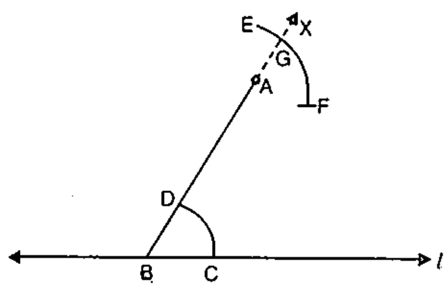
पद (2) l पर दूसरा बिंदु B लीजिए और B, A को मिलाइए। इसे X तक बढ़ाइए।

पद (3) B को केन्द्र मानकर उचित त्रिज्या लेकर एक चाप खींचिए जो l को C पर और BA को D पर काटे।



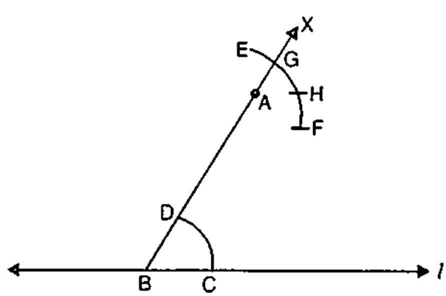
(*iii*)

पद (4) A को केन्द्र मानकर उसी त्रिज्या के बराबर चाप EF खींचिए जो AX को G पर काटता है।



(*iv*)

पद (5) कपास को C पर रखकर पेंन्सिल टिप को D पर व्यवस्थित कीजिए और G से एक चाप लगाइए जो चाप EF को H पर काटे।.

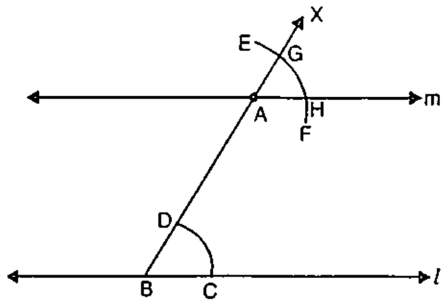


(*v*)

पद (6) अब AH को मिलाइए तथा रेखा m खींचिए।

नोट कीजिए– $\angle ABC$ और $\angle GAH$ संगत कोण हैं।

$\therefore m \parallel l.$

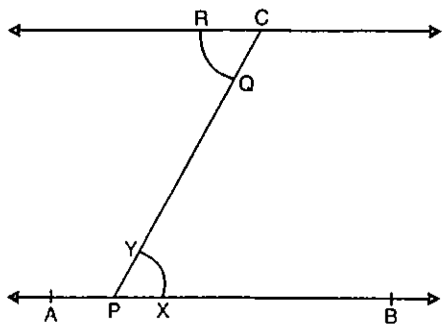


(vi)

प्रश्नावली 10.1

पृष्ठ 212

प्रश्न 1. एक रेखा (मान लीजिए AB) खींचिए और उसके बाहर स्थित कोई बिन्दु C लीजिए। केवल पैमाना (रूलर) और परकार का प्रयोग करते हुए, C से होकर AB के समान्तर एक रेखा खींचिए।



उत्तर– रचना के पद–

1. रेखा AB पर कोई बिन्दु P लीजिए।

2. AB के बाहर कोई बिन्दु C लीजिए और CP को मिलाइए।

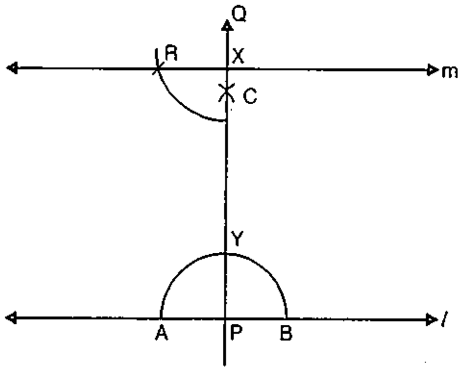
3. P को केन्द्र मानकर एक चाप खींचिए जो AB और PC को क्रमशः X और Y पर काटते हैं।

4. C को केन्द्र तथा तीसरे चरण की त्रिज्या के बराबर PC के विपरीत दिशा में एक चाप खींचिए जो PC को Q पर काटता है।

5. केन्द्र Q से XY के वरावर त्रिज्या से एक चाप खींचिए जो चरण 4 में R पर काटता है।

6. CR को मिलाइए और इसको दोनों दिशाओं में वढ़ाइए। अभीष्ट रेखा प्राप्त होगी।

प्रश्न 2. एक रेखा l खींचिए और l पर स्थित किसी भी विन्दु पर l पर लंव खींचिए। इस लंव रेखा पर एक विन्दु X लीजिए जो l से 4 सेमी की दूरी पर हो X से होकर l के समान्तर एक रेखा m खींचिए।



उत्तर–रचना के पद–

1. एक रेखा l खींचिए और उस कोई विंदु P लीजिए।

2. P कोक केन्द्र मानकर किसी भी त्रिज्या का एक चाप खींचिए जो l को A तथा B पर काटते हैं।

3. A को केन्द्र मानकर PA से वड़ी त्रिज्या लेकर एक चाप खींचिए।

4. B को केन्द्र मानकर उसी चाप के वरावर दूसरा चाप लगाया जो C पर काटता है।

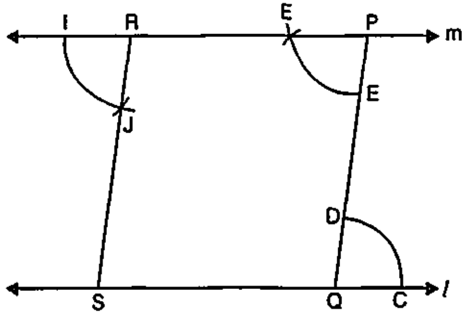
5. PC को मिलाइए। इसे Q तक वढ़ाइए। तव $PQ \perp l$।

6. P को केन्द्र मानकर 4 सेमी. मी त्रिज्या लेकर एक चाप खींचिए जो PQ को X पर काटता है। PX ऐसा है, $PX = 4$ सेमी.

7. X पर $\angle RXP = \angle BPX$ बनाइए।

8. XR को मिलाइए। m अभीष्ट रेखा प्राप्त होगी।

प्रश्न 3. मान लीजिए l एक रेखा है और P एक विन्दु है जो l पर स्थित नहीं है। P से होकर l के समान्तर एक रेखा m खींचिए। अव P को l के किसी विन्दु Q से जोड़िए। m पर कोई अन्य विन्दु R चुनिए। R से होकर, PQ के समान्तर एक रेखा खीचिए। मान लीजिए यह रेखा, रेखा l से S पर मिलती है। समान्तर रेखाओं के इन दोनों युग्मों से क्या आकृति वनती है?



उत्तर– रचना के पद–

1. एक रेखा l लीजिए तथा इसके वाहर एक विन्दु P लीजिए।

2. रेखा l पर कोई विन्दु Q लीजिए।

3. PQ को मिलाइए।

4. Q को केन्द्र मानकर एक चाप खींचिए जो l को क्रमशः C और PQ को D पर काटते हैं।

5. P को केन्द्र मानकर चरण (4) की त्रिज्या से एक चाप खींचिए जो PQ को विपरीत दिशा में E पर काटता है।

6. E को केन्द्र मानकर CD की त्रिज्या के बरावर एक चाप खींचिए जो चरण 5 के चाप को F पर काटता है।

7. PF को मिलाकर दोनों दिशाओं में वढ़ाइए अभीष्ट रेखा m प्राप्त होगी।

8. M पर कोई विन्दु R लीजिए।

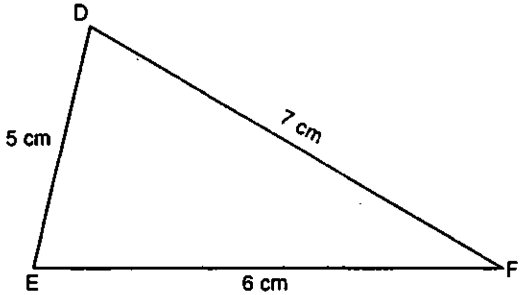
9. R से होकर जाते हुए $RS \parallel PQ$ रेखा खींचिए।

आकृति इन रेखाओं से वनी चुतर्भुज $RPQS$ होगी।

इन्हें कीजिए

पृष्ठ 214

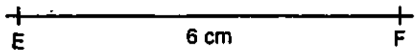
प्रश्न अव एक अन्य त्रिभुज DEF की रचना करें, जिसमें $DE = 5$ सेमी, $EF = 6$ सेमी, और $DEF = 7$ सेमी है। ΔDEF को काटकर उसे ΔABC पर रखिए।



उत्तर– पहले हम दी गई माप के अनुसार रफ आकृति खींचेगें।

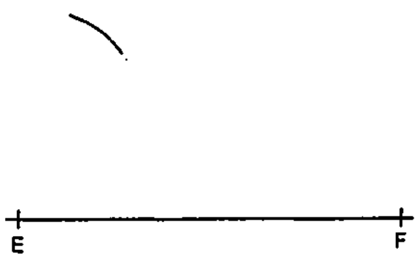
रचना के पद–

पद (1) 6 सेमी का एक रेखाखण्ड EF खींचेगें।



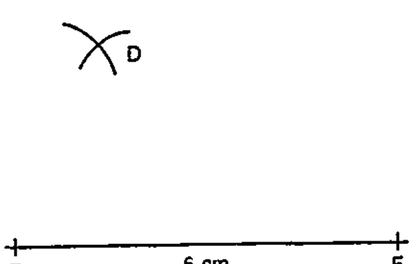
(*i*)

पद (2) E को केन्द्र मानकर 5 सेमी का चाप खींचेगें।



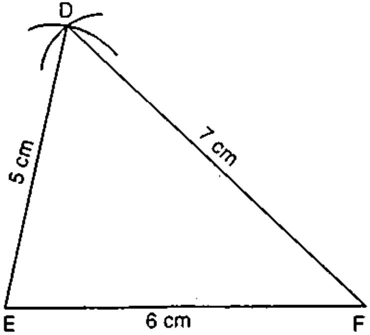
(*ii*)

पद (3) F को केन्द्र मानकर 7 सेमी का चाप खींचेगें जो पद (2) के चाप को D पर काटता है।



(*iii*)

पद (4) DE और DF को मिलाइए जिससे अभीष्ट ΔDEF प्राप्त होगा।



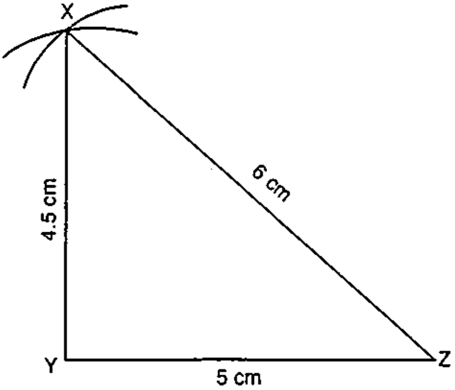
(*iv*)

हम देखते हैं कि ΔDEF, ΔABC के बिल्कुल समान हैं। यदि त्रिभुज की तीनों भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की तीनों संगत भुजा के बराबर हैं अतः ये त्रिभुज सर्वांगसम होंगे। यह SSS सर्वांगसम नियम है।

प्रश्नावली 10.2

पृष्ठ 215

प्रश्न 1. ΔXYZ की रचना कीजिए, जिसमें $XY = 4.5$ सेमी, $YZ = 5$ सेमी. और $ZX = 6$ सेमी है।



उत्तर–रचना के पद

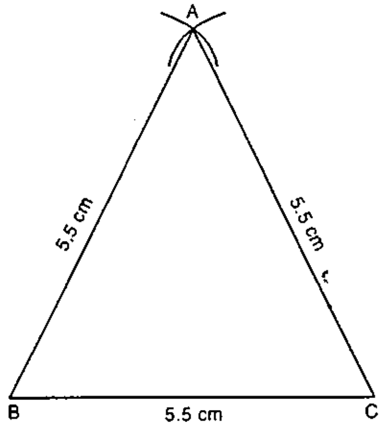
1. एक रेखाखण्ड $YZ = 5$ सेमी. खींचिए।

2. Y को केन्द्र मानकर 4.5 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचिए।

3. Z को केन्द्र मानकर 6 संमी त्रिज्या का दूसरा चाप कीजिए। जो पहले वाले चाप को X पर काटता है।

4. XY और XZ को मिलाइए तो अभीष्ट त्रिभुज प्राप्त होगा।

प्रश्न 2. 5.5 सेमी भुजा वाले एक समबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए।



उत्तर–रचना के पद–

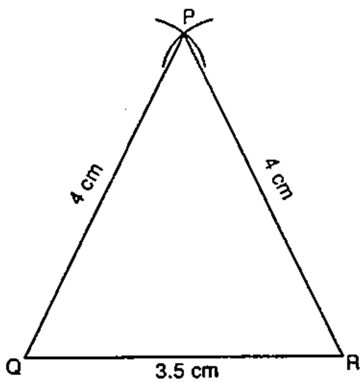
1. $BC = 5.5$ सेमी का एक रेखाखण्ड खींचिए।.

2. B को केन्द्र मानकर 5.5 सेमी का एक चाप खींचिए।

3. C को केन्द्र मानकर 5.5 सेमी का दूसरा चाप खींचिए जो पहले चाप को A पर काटता है।

4. AB और AC को मिलाया। अभीष्ट त्रिभुज प्राप्त होगा।

प्रश्न 3. ΔPQR की रचना कीजिए, जिसमें $PQ = 4$ सेमी, $QR = 3.5$ सेमी और $PR = 4$ सेमी है। यह किस प्रकार का त्रिभुज है?



उत्तर–रचना के पद–

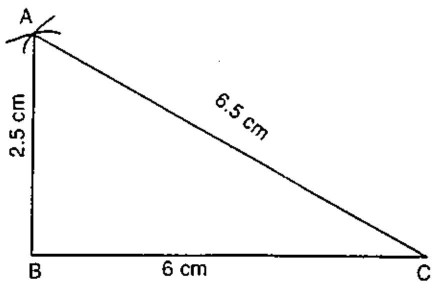
1. एक रेखाखण्ड $QR = 3.5$ सेमी खींचिए।

2. Q को केन्द्र मानकर 4 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचिए।

3. R को केन्द्र मानकर 4 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचिए। जो पहले वाले चाप को P पर काटता है।

4. PQ और PR को मिलाइए इससे अभीष्ट त्रिभुज प्राप्त होगा। ΔPQR समद्विवाहु त्रिभुज हैं।

प्रश्न 4. ΔABC की रचना कीजिए, ताकि $AB = 2.5$ सेमी, $BC = 6$ सेमी और $AC = 6.5$ सेमी हो। $\angle B$ को मापिए।



उत्तर–रचना के पद

1. एक रेखाखण्ड $BC = 6$ सेमी खींचिए।

2. B को केन्द्र मानकर 2.5 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचिए।

3. C को केन्द्र मानकर 6.5 सेमी त्रिज्या का दूसरा चाप खींचिए जो पहले चाप को A पर काटता है।

4. AB और AC को मिलाइए। यही अभीष्ट त्रिभुज बनेगा। मापने पर हम पाते हैं कि $\angle B = 90°$

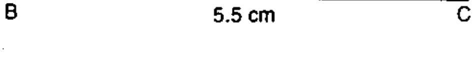
इन्हें कीजिए

पृष्ठ 216

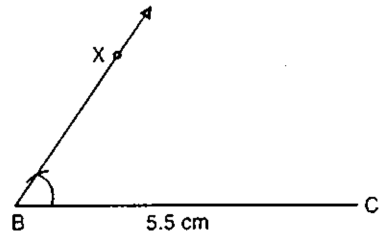
प्रश्न 1. अब एक त्रिभुज ABC की रचना करें ताकि $AB = 3$ सेमी, $BC = 5.5$ सेमी. और $\angle ABC = 60°$ हो। इस त्रिभुज को काटकर ΔPQR पर रखिए। हम क्या देखते हैं?

उत्तर–रचना के पद–

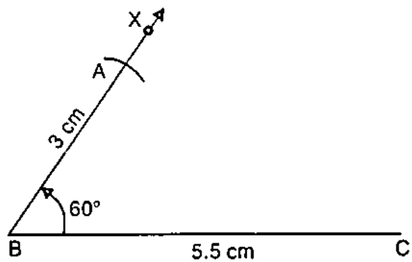
पद (1) एक रेखा $BC = 5$ सेमी. खींचिए।



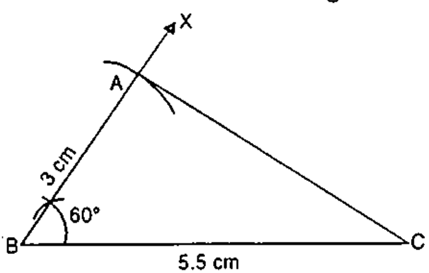
पद (2) B पर BC के साथ $60°$ का कोण बनाते हुए BX खींचिए।



पद (3) Q को केन्द्र मानकर 3 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचिए जो BX को A पर काटता है।



पद (4) AC को मिलाइए। ΔABC ही अभीष्ट त्रिभुज होगी।

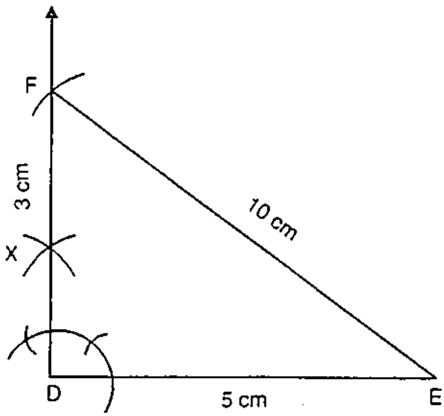


हम देखते हैं कि ΔABC, ΔPQR के समरूप है। यदि एक त्रिभुज की दो भुजाएँ और एक कोण दूसरे त्रिभुज की संगत भुजा और संगत कोण के बरावर हैं तो त्रिभुज सर्वांगसम होंगे। यह SAS सर्वांगसम का नियम है।

प्रश्नावली 10.3

पृष्ठ 217

प्रश्न 1. Δ *DEF* की रचना कीजिए, ताकि $DE = 5$ सेमी, $DF = 3$ सेमी. और $m \angle EDF = 90°$ ।



उत्तर–रचना के पद–

1. $DE = 5$ सेमी की रेखा खींचिए।

2. $\angle EDX = 90°$ का कोण खींचिए।

3. D को केन्द्र मानकर 3 सेमी. की त्रिज्या का एक चाप खींचिए जो DX को F पर काटता है।

4. EF को मिलाइए जिससे अभीप्ट त्रिभुज DEF प्राप्त होता है।

प्रश्न 2. एक समद्विवाहु त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी प्रत्येक समान भुजा की लम्बाई 6.5 सेमी हो और उनके बीच का कोण 110° का हो।

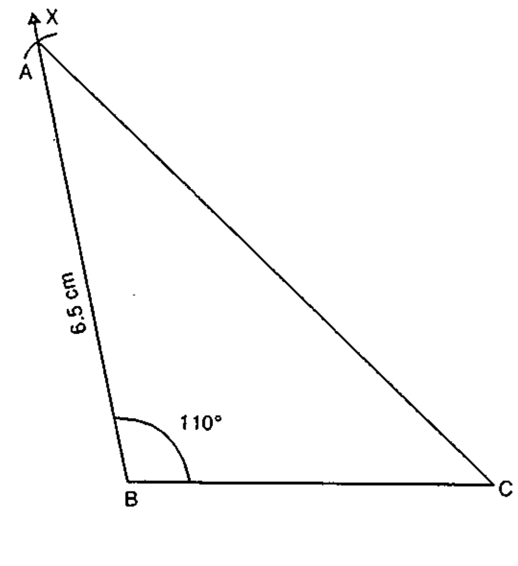
उत्तर–रचना के पद–

1. एक रेखाखण्ड $BC = 6.5$ सेमी का खींचिए।

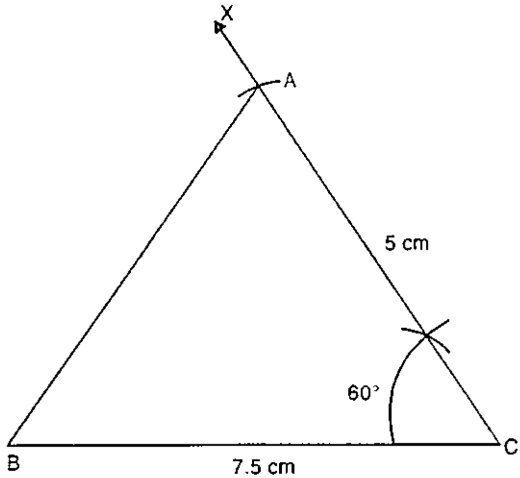
2. एक कोण $\angle CBX = 110°$ का वनाइए।

3. B को केन्द्र मानकर 6.5 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचिए जो BX को A पर काटता है।

4. AC को मिलाइए तो ΔABC अभीप्ट त्रिभुज होगा।



प्रश्न 3. $BC = 7.5$ सेमी और $AC = 5$ सेमी तथा $m\angle C = 60°$ ΔABC की रचना कीजिए



उत्तर–रचना के पद–

1. एक रेखाखण्ड $BC = 7.5$ सेमी खींचिए।
2. $\angle BCX = 60°$ खींचिए।
3. C को केन्द्र मानकर 5 सेमी. का एक चाप खींचिए जो CX को A पर काटता है।
4. अभीष्ट ΔABC को प्राप्त करने के लिए AB को मिलाइए।

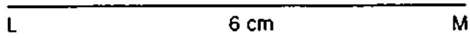
इन्हें कीजिए

पृष्ठ 218

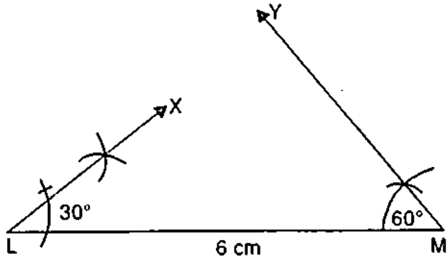
प्रश्न 1. ***अब एक अन्य ΔLMN खींचिए, जिसमें $m \angle NLM = 30°$, $LM =$ 6 सेमी और $m \angle NML = 100°$ हो। इस ΔLMN को काटकर ΔXYZ पर रखिए।***

उत्तर–रचना के पद–

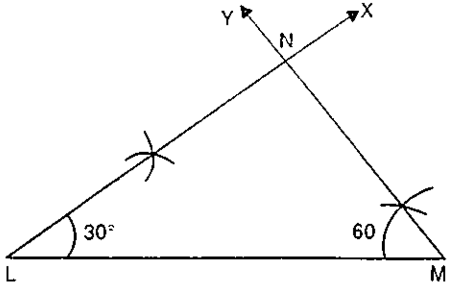
1. एक रेखाखण्ड $LM = 6$ सेमी खींचिए।



2. L पर $\angle XLM = 30°$ का कोई बनाइए और m पर $\angle YML = 60°$ का बनाइए।



3. अव LX और MY आपस में N पर काटते हैं। ΔLMN अभीष्ट त्रिभुज होगा।



हम देखते हैं $\Delta LMN, \Delta XYZ$ के संपाती है। यदि दो कोण और वीच की एक भुजा दूसरी त्रिभुज के दो कोण और एक भुजा के वरावर हो, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होंगे यहाँ ASA सर्वांगसम का नियम है।

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए

पृष्ठ 218

प्रश्न *ΔABC में, यदि $AC = 7$ सेमी, $m \angle A = 60°$ और $m \angle B = 50°$ है, तो क्या आप त्रिभुज की रचना कर सकते हैं?*

उत्तर– यहाँ पर हमें भुजा AC, $\angle A$ तथा $\angle B$ दिया हुआ है, लेकिन त्रिभुज वनाने के लिए $\angle C$ की आवश्यकता है।

त्रिभुज के कोणों के योग के गुण से–

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$$
$$60° + 50° + \angle C = 180°$$
$$\angle C = 180° - 110°$$
$$\angle C = 70°$$

इस प्रकार, हमें $AC = 7$ सेमी. $\angle A = 60°$

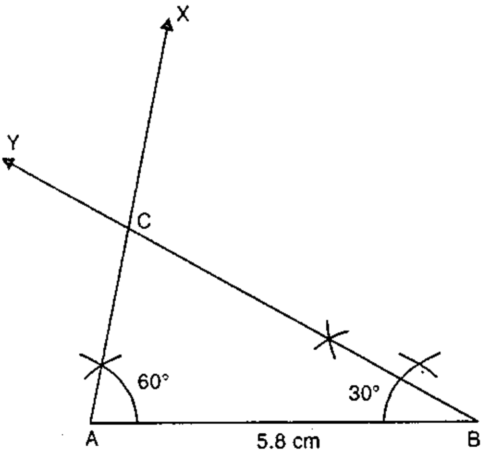
$$\angle C = 70°$$

अतः हम ΔABC की रचना कर सकते हैं।

प्रश्नावली 10.4

पृष्ठ 218

प्रश्न 1. ΔABC की रचना कीजिए, जब $m \angle A = 60°$, $m \angle B = 30°$ और $AB = 5.8$ सेमी दिया है।



उत्तर–रचना के पद–

1. एक रेखाखण्ड $AB = 5.8$ सेमी खींचिए।

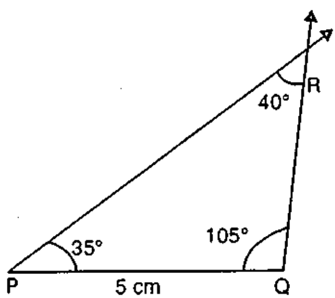
2. $\angle BAX = 60°$ खींचिए।

3. AB की दिशा में $\angle ABY$ खींचिए कि $\angle ABY = 30°$

4. माना AX और BY C पर काटते हैं।

इस प्रकार, ΔABC अभीष्ट त्रिभुज हैं।

प्रश्न 2. ΔPQR की रचना कीजिए, यदि $PQ = 5$ सेमी. $m\angle PQR = 105°$ और $m\angle QRP = 40°$ दिया है।



उत्तर–कोणों के योग के गुण से–

$$\angle P + \angle Q + \angle R = 180°$$
$$\angle P + 105° + 40° = 180°$$
$$\angle P = 180° - 145°$$
$$\angle P = 35°$$

रचना के पद–

1. $PQ = 5$ सेमी खींचिए।

2. $\angle Q = 105°$ और $\angle P = 35°$ खींचिए।

3. माना, उनकी नई भुजाएं R पर मिलती है।

अव ΔPQR अभीप्ट त्रिभुज है।

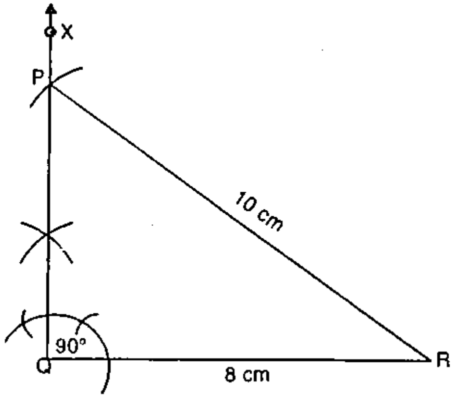
प्रश्न 3. जांच कीजिए कि आप ΔDEF की रचना कर सकते हैं या नहीं, यदि $EF =$ 7.2 सेमी. $m \angle E = 110°$ और $m \angle F = 80°$ है। अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

उत्तर–$m \angle E + m \angle F = 110° + 80° = 190°$। इसलिए ΔDEF नहीं खींचा जा सकता है क्योंकि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग $180°$ होता है।

प्रश्नावली 10.5

पृष्ठ 218

प्रश्न 1. समकोण ΔPQR की रचना कीजिए, जहाँ $m\angle Q = 90°$, $QR = 8$ सेमी. और $PR = 10$ सेमी है।



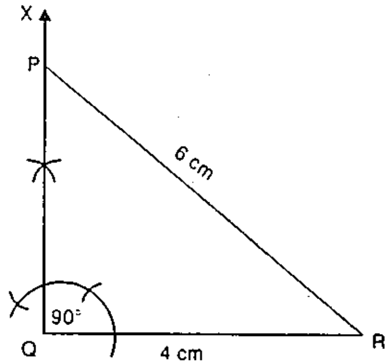
उत्तर– 1. $QR = 8$ सेमी. का एक रेखाखण्ड खींचा।

2. $\angle XQR = 90°$ खींचिए।

3. R को केन्द्र मानकर 10 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचिए जो किरण QX को P पर काटता है।

4. अभीष्ट ΔPQR को प्राप्त करने के लिए RP को मिलाइए।

प्रश्न 2. एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसका कर्ण 6 सेमी लम्बा है और एक पाद 4 सेमी लम्बा है।



उत्तर–रचना के पद–

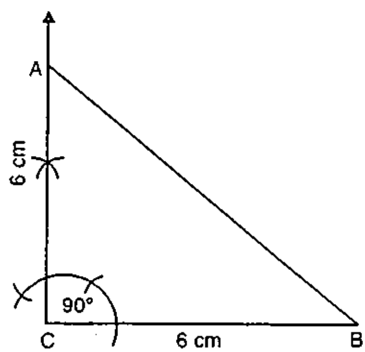
1. $QR = 4$ सेमी. का एक रेखाखण्ड खींचिए।

2. $\angle XQR = 90°$ खींचिए।

3. R को केन्द्र मानकर कर्ण के बराबर 6 सेमी त्रिज्या से एक चाप खींचिए जो किरण QX को P पर काटता है।

4. अभीष्ट $\Delta\, PQR$ को प्राप्त करने लिए RP को मिलाइए।

प्रश्न 3. एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जहाँ $m\,\angle ACB = 90°$ हैं और $AC = 6$ सेमी. है।



उत्तर–रचना के पद–

1. $CB = 6$ सेमी का एक रेखाखण्ड खींचा

2. $\angle BCX = 90°$ खींचिए।

3. C को केन्द्र मानकर 6 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचिए जो किरण CX को A पर काटता है।

4. अभीष्ट ABC को प्राप्त करने के लिए BA को मिलाइए।

विविध प्रश्न

पृष्ठ 220

प्रश्न नीचे कुछ त्रिभुजों की भुजाओं और कोणों के माप दिए गए हैं। इनमें से उनकी पहचान कीजिए, जिनकी रचना नहीं की जा सकती तथा यह भी बताइए कि आप इनकी रचना क्यों नहीं कर सकते। शेष त्रिभुजों की रचना कीजिए।

त्रिभुज	दिए हुए माप		
1. ΔABC	$m\angle A = 85°$;	$m\angle B = 115°$,	$AB = 5$ सेमी.
2. ΔPQR	$m\angle Q = 30°$;	$m\angle R = 60°$;	$QR = 4.7$ सेमी.
3. ΔABC	$m\angle A = 70°$;	$m\angle B = 50°$;	$AC = 3$ सेमी.
4. ΔLMN	$m\angle L = 60°$;	$m\angle N = 120°$;	$LM = 5$ सेमी.
5. ΔABC	$BC = 2$ सेमी;	$AB = 4$ सेमी;	$AC = 2$ सेमी.
6. ΔPQR	$PQ = 3.5$ सेमी;	$QR = 4$ सेमी;	$PR = 3.5$ सेमी.
7. ΔXYZ	$XY = 3$ सेमी;	$YZ = 4$ सेमी;	$XZ = 5$ सेमी.
8. ΔDEF	$DE = 4.5$ सेमी;	$EF = 5.5$ सेमी;	$DF = 4$ सेमी.

उत्तर– 1. $m\angle A + m\angle B = 85° + 115° = 200° > 180°$

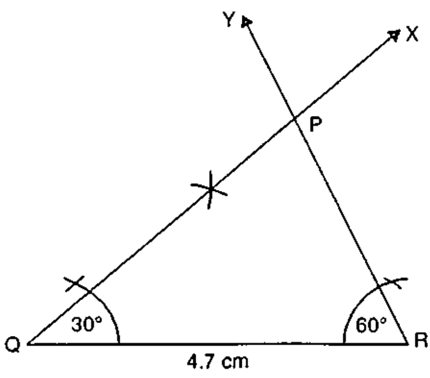
क्योंकि त्रिभुज के तीनों कोणों का योगफल 180° से अधिक नही हो सकता है

अतः ΔABC की रचना नहीं हो सकती।

2. ΔPQR बन सकता है–

रचना के पद–

1. $QR = 4.7$ का एक रेखाखण्ड खींचिए।
2. $\angle XQR = 30°$ खींचिए।
3. $\angle YRQ, Y$ के साथ एक ही दिशा में खींचिए और $\angle YRQ = 60°$



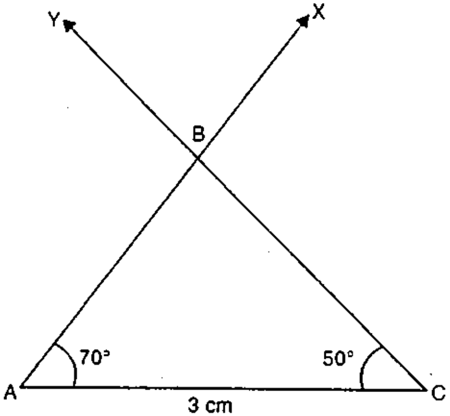
माना, QX और RY आपस में P पर काटते हैं।

तब ΔPQR अभीष्ट त्रिभुज होगा।

3. $m \angle A, m \angle B$ और भुजा AC दिया है। त्रिभुज ΔABC खींचने के लिए $\angle C$ की आवश्यकता है।

$\angle C$ को ज्ञात करना है।

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$$
$$70° + 50° + \angle C = 180°$$
$$\angle C = 180° - 120°$$
$$\angle C = 60°$$



रचना के पद–

1. $AC = 3$ सेमी का एक रेखाखण्ड खींचिए।

2. $\angle XAC = 70°$ खींचिए।

3. $\angle YCA$, Y के साथ एक ही दिशा में खींचिए और $\angle YCA = 50°$ हो।

माना, AX और CY, B पर काटते हैं।

तब ΔABC अभीष्ट त्रिभुज होगा।

4. $m \angle L + m \angle N = 60° + 120° = 180°$

अतः ΔLMN नहीं बन सकता क्योंकि त्रिभुज के तीनों कोणों का योगफल 180° होता है।

5. $BC + AC = 2$ सेमी $+ 2$ सेमी $= 4$ सेमी $= AB$

ΔABC नहीं बन सकता है। क्योंकि त्रिभुज की किसी दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

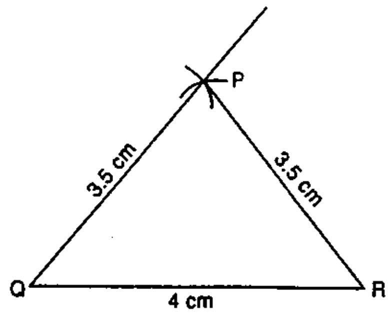
6. रचना के पद–

1. $QR = 4$ सेमी का एक रेखाखण्ड खींचा।

2. बिन्दु Q से एक दिशा में 3.5 सेमी त्रिज्या का एक चाप लगाया।

3. बिन्दु R से 3.5 सेमी त्रिज्या का एक चाप उसी तरफ लगाया जो P पर काटता है।

4. इस प्रकार एक समद्विबाहु त्रिभुज PQR अभीष्ट त्रिभुज है।



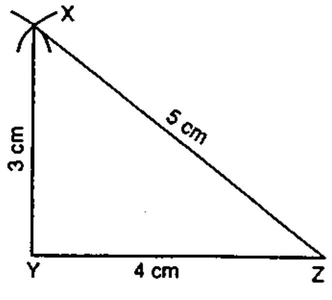
7. रचना के पद–

1. $YZ = 4$ सेमी का एक रेखाखण्ड खींचिए।

2. बिन्दु Y से 3 सेमी त्रिज्या लेकर एक चाप लगाइए।

3. बिन्दु Z से उसी तरफ 5 सेमी. त्रिज्या का एक चाप लगाइए जो पहले चाप को X पर काटता है।.

4. XY और YZ को मिलाने पर अभीष्ट ΔXYZ प्राप्त होगा।



8. रचना के पद–

1. $EF = 5.5$ सेमी. का एक रेखाखण्ड खींचा

2. बिन्दु E से एक तरफ 4.5 सेमी की त्रिज्या लेकर एक चाप लगाया।

3. उसी तरफ बिन्दु F से 4 सेमी की त्रिज्या का चाप लगाया।

4. DE तथा DF को मिलाने पर अभीष्ट त्रिभुज प्राप्त होगा।