गणित

(अध्याय - 11) (परिमाप और क्षेत्रफल)
(कक्षा - VII)

प्रश्नावली 11.1

प्रश्न 1:
एक आयताकार भूखंड की लंबाई और चौड़ाई क्रमशः 500 m तथा 300 m हैं। ज्ञात कीजिए:
(i) भूखंड का क्षेत्रफल
(ii) भूखंड का मूल्य, यदि 1 m^2 का मूल्य ₹10,000 है।

उत्तर 1:
दिया है: आयताकार भूखंड की लंबाई = 500 m और
आयताकार भूखंड की चौड़ाई = 300 m

(i) आयताकार भूखंड का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई
= 500 x 300
= 1,50,000 m^2

(ii) 1 m^2 भूखंड का मूल्य = ₹10,000
इसलिए, 1,50,000 m^2 भूखंड का मूल्य = 10,000 x 1,50,000
= ₹1,50,00,00,000

प्रश्न 2:
एक वर्गाकार पार्क का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका परिमाप 320 m है।

उत्तर 2:
दिया है: वर्गाकार पार्क का परिमाप = 320 m

$\Rightarrow$ 4 x भुजा = 320

$\Rightarrow$ भुजा = $\frac{320}{4}$ = 80 m

अब, वर्गाकार पार्क का क्षेत्रफल = भुजा x भुजा = 80 x 80 = 6400 m^2
अतः, वर्गाकार पार्क का क्षेत्रफल 6400 m^2 है।

प्रश्न 3:
एक आयताकार भूखंड की चौड़ाई ज्ञात कीजिए यदि इसका क्षेत्रफल 440 m^2 और लंबाई 22 m हो। इसका परिमाप भी ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:
आयताकार भूखंड का क्षेत्रफल = 440 m^2

$\Rightarrow$ लंबाई x चौड़ाई = 440 m^2

$\Rightarrow$ 22 x चौड़ाई = 440

$\Rightarrow$ चौड़ाई = $\frac{440}{22}$ = 20 m

इसलिए, आयताकार भूखंड का परिमाप = 2 (लंबाई + चौड़ाई)
= 2 (22 + 20)
= 2 x 42 = 84 m

अतः, आयताकार भूखंड का परिमाप 84 m है।

प्रश्न 4:

एक आयताकार शीट का परिमाप 100 cm है। यदि लंबाई 35 cm हो तो इसकी चौड़ाई ज्ञात कीजिए। क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

उत्तर 4:

आयताकार शीट का परिमाप = 100 cm

⇒ 2 (लंबाई + चौड़ाई) = 100 cm

⇒ 2 (35 + चौड़ाई) = 100

⇒ 35 + चौड़ाई = $\frac{100}{2}$

⇒ 35 + चौड़ाई = 50

⇒ चौड़ाई = 50 – 35

⇒ चौड़ाई = 15 cm

इसलिए, आयताकार शीट का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई

= 35 x 15 = 525 cm^2

अतः, आयताकार शीट की चौड़ाई तथा क्षेत्रफल क्रमशः 15 cm और 525 cm^2 हैं।

प्रश्न 5:

एक वर्गाकार पार्क का क्षेत्रफल एक आयताकार पार्क के बराबर है। यदि वर्गाकार पार्क की एक भुजा 60 m हो और आयताकार पार्क की लंबाई 90 cm हो तो आयताकार पार्क की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

दिया है: वर्गाकार पार्क की भुजा = 60 m

आयताकार पार्क की लंबाई = 90 m

प्रश्न के अनुसार,
वर्गाकार पार्क का क्षेत्रफल = आयताकार पार्क का क्षेत्रफल

⇒ भुजा x भुजा = लंबाई x चौड़ाई

⇒ 60 x 60 = 90 x चौड़ाई

⇒ चौड़ाई = $\frac{60 \times 60}{90}$ = 40 m

अतः, आयताकार पार्क की चौड़ाई 40 m है।

प्रश्न 6:

एक तार आयताकार के आकार का है। इसकी लंबाई 40 cm और चौड़ाई 22 cm है। यदि उसी तार को दुबारा मोड़कर एक वर्ग बनाया जाता है तो प्रत्येक भुजा की माप क्या होगी? यह भी ज्ञात कीजिए कि किस आकार का क्षेत्रफल अधिक होगा?

उत्तर 6:

प्रश्न के अनुसार,

वर्ग का परिमाप = आयत का परिमाप

⇒ 4 x भुजा = 2 (लंबाई + चौड़ाई)

⇒ 4 x भुजा = 2 (40 + 22)

⇒ 4 x भुजा = 2 x 62

⇒ भुजा = $\frac{2 \times 62}{4}$ = 31 cm

अतः, वर्गाकार तार की भुजा 31 cm है।

अब, आयताकार आकार तार का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई = 40 x 22 = 880 cm^2
और वर्गाकार आकार तार का क्षेत्रफल = भुजा x भुजा = 31 x 31 = 961 cm^2
अतः, वर्गाकार आकार का क्षेत्रफल, आयताकार आकार के क्षेत्रफल से अधिक है।

प्रश्न 7:

एक आयत का परिमाप 130 cm है। यदि आयत की चौड़ाई 30 cm हो तो आयत की लंबाई ज्ञात कीजिए। आयत का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

आयत का परिमाप = 130 cm

⇒ 2 (लंबाई + चौड़ाई) = 130 cm

⇒ 2 (लंबाई + 30) = 130

⇒ लंबाई + 30 = $\frac{130}{2}$

⇒ लंबाई + 30 = 65

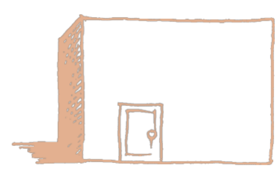
⇒ लंबाई = 65 – 30 = 35 cm

इसलिए, आयत का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई = 35 x 30 = 1050 cm^2

अतः, आयत का क्षेत्रफल 1050 cm^2 है।

प्रश्न 8:

2 m लंबाई और 1 m चौड़ाई वाले दरवाजे को एक दीवार में लगाया जाता है। दीवार की लंबाई 4.5 m तथा चौड़ाई 3.6 m है (देखिए आकृति)। ₹20 प्रति m^2 की दर से दीवार पर सफेदी (white wash) कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।



उत्तर 8:

आयताकार दरवाजे का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई = 2 m x 1 m = 2 m^2

दरवाजे सहित, दीवार का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई = 4.5 m x 3.6 m = 16.2 m^2

दरवाजे रहित, दीवार का क्षेत्रफल

= दरवाजे सहित, दीवार का क्षेत्रफल – दरवाजे का क्षेत्रफल

= 16.2 – 2 = 14.2 m^2

1 m^2 दीवार पर सफेदी कराने का व्यय = ₹20

इसलिए, 14.2 m^2 दीवार पर सफेदी कराने का व्यय = 20 x 14.2
= ₹284

अतः, ₹20 प्रति m^2 की दर से दीवार पर सफेदी कराने का व्यय ₹284 है।

गणित

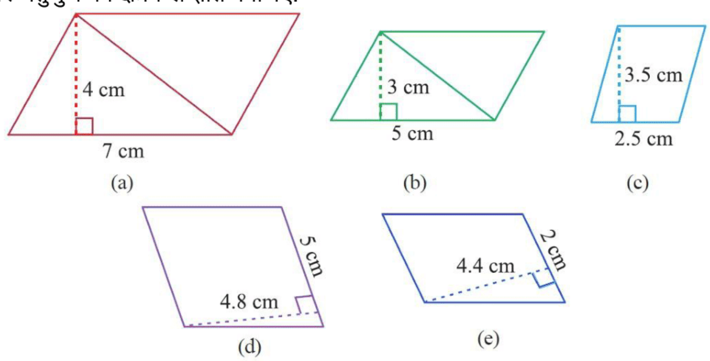
(अध्याय – 11) (परिमाप और क्षेत्रफल)

(कक्षा – VII)

प्रश्नावली 11.2

प्रश्न 1:

निम्न में प्रत्येक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:



उत्तर 1:

हम जानते हैं कि समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार x ऊँचाई

(a) यहाँ, आधार = 7 cm और ऊँचाई = 4 cm

$\therefore$ समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = 7 x 4 = 28 cm^2

(b) यहाँ, आधार = 5 cm और ऊँचाई = 3 cm

$\therefore$ समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = 5 x 3 = 15 cm^2

(c) यहाँ, आधार = 2.5 cm और ऊँचाई = 3.5 cm

$\therefore$ समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = 2.5 x 3.5 = 8.75 cm^2

(d) यहाँ, आधार = 5 cm और ऊँचाई = 4.8 cm

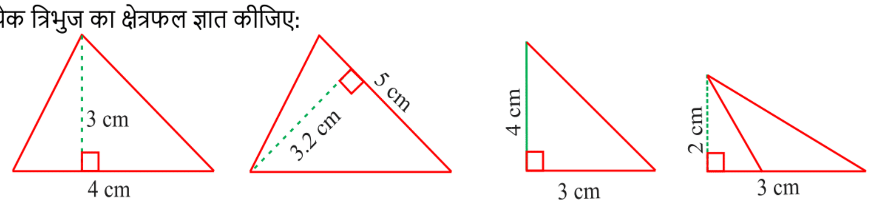
$\therefore$ समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = 5 x 4.8 = 24 cm^2

(e) यहाँ, आधार = 2 cm और ऊँचाई = 4.4 cm

$\therefore$ समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = 2 x 4.4 = 8.8 cm^2

प्रश्न 2:

निम्न में प्रत्येक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:



(a) (b) (c) (d)

उत्तर 2:

हम जानते हैं कि त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ x आधार x ऊँचाई

(a) यहाँ, आधार = 4 cm और ऊँचाई = 3 cm

$\therefore$ त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ x 4 x 3 = 6 cm^2

(b) यहाँ, आधार = 5 cm और ऊँचाई = 3.2 cm

$\therefore$ त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ x 5 x 3.2 = 8 cm^2

(c) यहाँ, आधार = 3 cm और ऊँचाई = 4 cm

$\therefore$ त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ x 3 x 4 = 6 cm^2

(d) यहाँ, आधार = 3 cm और ऊँचाई = 2 cm

$\therefore$ त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ x 3 x 2 = 3 cm^2

प्रश्न 3:

रिक्त स्थानों का मान ज्ञात कीजिए:

क्र. सं.	आधार	ऊँचाई	समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल
a.	20 cm		246 cm^2
b.		15 cm	154.5 cm^2
c.		84 cm	48.72 cm^2
d.	15.6 cm		16.38 cm^2

उत्तर 3:

हम जानते हैं कि समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार x ऊँचाई

(a) यहाँ, आधार = 20 cm और क्षेत्रफल = 246 cm^2

$\therefore$ समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार x ऊँचाई

$\Rightarrow$ 246 = 20 x ऊँचाई

$\Rightarrow$ ऊँचाई = $\frac{246}{20}$ = 12.3 cm

(b) यहाँ, ऊँचाई = 15 cm और क्षेत्रफल = 154.5 cm^2

$\therefore$ समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार x ऊँचाई

$\Rightarrow$ 154.5 = आधार x 15

$\Rightarrow$ आधार = $\frac{154.5}{15}$ = 10.3 cm

(c) यहाँ, ऊँचाई = 8.4 cm और क्षेत्रफल = 48.72 cm^2

$\therefore$ समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार x ऊँचाई

$\Rightarrow$ 48.72 = आधार x 8.4

$\Rightarrow$ आधार = $\frac{48.72}{8.4}$ = 5.8 cm

(d) यहाँ, आधार = 15.6 cm और क्षेत्रफल = 16.38 cm^2

$\therefore$ समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार x ऊँचाई

$\Rightarrow$ 16.38 = 15.6 x ऊँचाई

$\Rightarrow$ ऊँचाई = $\frac{16.38}{15.6}$ = 1.05 cm

रिक्त स्थानों के मान निम्नलिखित हैं:

क्र.सं.	आधार	ऊँचाई	समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल
a.	20 cm	**12.3 cm**	246 cm^2
b.	**10.3 cm**	15 cm	154.5 cm^2
c.	**5.8 cm**	84 cm	48.72 cm^2
d.	15.6 cm	**1.05**	16.38 cm^2

प्रश्न 4:

रिक्त स्थानों का मान ज्ञात कीजिए:

आधार	ऊँचाई	त्रिभुज का क्षेत्रफल
15 cm	-----	87 cm^2
-----	31.4 mm	1256 mm^2
22 cm	-----	170.5 cm^2

उत्तर 4:

हम जानते हैं कि त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ x आधार x ऊँचाई

पहली पंक्ति में, आधार = 15 cm और क्षेत्रफल = 87 cm^2

$\therefore$ 87 = $\frac{1}{2}$ x 15 x ऊँचाई

$\Rightarrow$ ऊँचाई = $\frac{87 \times 2}{15}$ 11.6 cm

दूसरी पंक्ति में, ऊँचाई = 31.4 mm और क्षेत्रफल = 1256 mm^2

$\therefore$ 1256 = $\frac{1}{2}$ x आधार x 31.4

$\Rightarrow$ आधार = $\frac{1256 \times 2}{31.4}$ 80 mm

तीसरी पंक्ति में, आधार = 22 cm और क्षेत्रफल = 170.5 cm^2

$\therefore$ 170.5 = $\frac{1}{2}$ x 22 x ऊँचाई

$\Rightarrow$ ऊँचाई = $\frac{170.5 \times 2}{22}$ 15.5 cm

रिक्त स्थानों का मान निम्नलिखित है:

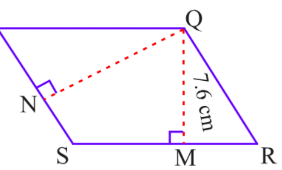
आधार	ऊँचाई	त्रिभुज का क्षेत्रफल
15 cm	**11.6 cm**	87 cm^2
80 mm	31.4 mm	1256 mm^2
22 cm	**15.5 cm**	170.5 cm^2

प्रश्न 5:

PQRS एक समांतर चतुर्भुज है (देखिए आकृति). QM शीर्ष Q से SR तक की ऊँचाई तथा QN शीर्ष Q से PS तक की ऊँचाई है। यदि SR = 12 cm और QM = 7.6 cm तो ज्ञात कीजिए:

(a) समांतर चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल

(b) QN, यदि PS = 8 cm



उत्तर 5:

दिया है: SR = 12 cm, QM= 7.6 cm, PS = 8 cm.

(a) समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार x ऊँचाई

= 12 x 7.6 = 91.2 cm^2

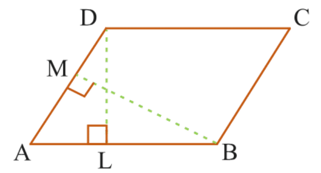
(b) समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार x ऊँचाई

$\Rightarrow$ 91.2 = 8 x QN

$\Rightarrow$ QN = $\frac{91.2}{8}$ = 11.4 cm

प्रश्न 6:

DL और BM समांतर चतुर्भुज ABCD की क्रमशः भुजाएँ AB और AD पर लंब हैं (देखिए आकृति)। यदि समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल 1470 cm^2 है, AB = 35 cm और AD = 49 cm है, तो BM तथा DL की लंबाई ज्ञात कीजिए।



उत्तर 6:

दिया है: समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = 1470 cm^2

आधार (AB) = 35 cm तथा आधार (AD) = 49 cm

क्योंकि समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार x ऊँचाई

$\Rightarrow$ 1470 = 35 x DL

$\Rightarrow$ $DL = \frac{1470}{35}$ $\Rightarrow$ DL = 42 cm

अब, समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार x ऊँचाई

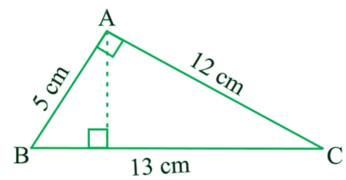
$\Rightarrow$ 1470 = 49 x BM

$\Rightarrow$ $BM = \frac{1470}{49}$ $\Rightarrow$ BM = 30 cm

अतः, DL और BM की लंबाई क्रमशः 42 cm और 30 है।

प्रश्न 7:

त्रिभुज ABC, A पर समकोण है (देखिए आकृति), और AD भुजा BC पर लंब है। यदि AB = 5 cm, BC = 13 cm और AC = 12 cm है, तो ΔABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। AD की लंबाई भी ज्ञात कीजिए।



उत्तर 7:

समकोण त्रिभुज BAC में, AB = 5 cm और AC = 12 cm

त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ x आधार x ऊँचाई = $\frac{1}{2}$ x AB x AC

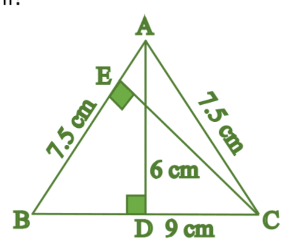
$= \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30\ cm^2$

अब, ΔABC में, त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ x BC x AD

$\Rightarrow$ $30 = \frac{1}{2} \times 13 \times AD$ $\Rightarrow$ $AD = \frac{30\times2}{13} = \frac{60}{13}$ cm

प्रश्न 8:

ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें AB = AC = 7.5 cm और BC = 9 cm है (देखिए आकृति)। A से BC तक की ऊँचाई AD, 6 cm है। ΔABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। C से AB तक की ऊँचाई, अर्थात CE क्या होगी?



उत्तर 8:

ΔABC में, AD = 6 cm और BC = 9 cm

त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ x आधार x ऊँचाई = $\frac{1}{2}$ x BC x AD

$= \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27\ cm^2$

तथा, त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ x आधार x ऊँचाई = $\frac{1}{2}$ x AB x CE

$\Rightarrow 27 = \frac{1}{2} \times 7.5 \times CE$ $\Rightarrow CE = \frac{27\times2}{7.5}$ $\Rightarrow$ CE = 7.2 cm

अतः, C से AB तक की ऊँचाई अर्थात CE की लंबाई 7.2 cm है।

गणित

(अध्याय - 11) (परिमाप और क्षेत्रफल)
(कक्षा - VII)

प्रश्नावली 11.3

प्रश्न 1:
निम्न त्रिज्याओं वाले वृतों की परिधि ज्ञात कीजिए: $\left(\pi = \frac{22}{7}\right.$ लीजिए$\left.\right)$

(a) 14 cm (b) 28 mm (c) 21 cm

उत्तर 1:

(a) वृत की परिधि = $2\pi r = 2\times\frac{22}{7}\times 14 = 88$ cm

(b) वृत की परिधि = $2\pi r = 2\times\frac{22}{7}\times 28 = 176$ mm

(c) वृत की परिधि = $2\pi r = 2\times\frac{22}{7}\times 21 = 132$ cm

प्रश्न 2:
निम्न वृत्तों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। दिया गया है: $\left(\pi = \frac{22}{7}\right.$ लीजिए$\left.\right)$

(a) त्रिज्या = 14 mm (b) व्यास = 49 m (c) त्रिज्या = 5 cm

उत्तर 2:

(a) वृत का क्षेत्रफल = $\pi r^2 = \frac{22}{7}\times 14\times 14 = 22 \times 2 \times 14 = 616$ mm^2

(b) व्यास = 49 m

$\therefore$ त्रिज्या = $\frac{49}{2} = 24.5$ m

$\therefore$ वृत का क्षेत्रफल = $\pi r^2 = \frac{22}{7}\times 24.5\times 24.5 = 22 \times 3.5 \times 24.5 = 1886.5$ m^2

(c) वृत का क्षेत्रफल = $\pi r^2 = \frac{22}{7}\times 5\times 5 = \frac{550}{7}$ cm^2

प्रश्न 3:
यदि एक वृत्ताकार शीट की परिधि 154 m हो तो इसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिए। शीट का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए। $\left(\pi = \frac{22}{7}\right.$ लीजिए$\left.\right)$

उत्तर 3:

वृत्ताकार शीट की परिधि = 154 m

$\Rightarrow \quad 2\pi r = 154$ m

$\Rightarrow \quad r = \frac{154}{2\pi}$

$\Rightarrow \quad r = \frac{154\times 7}{2\times 22} = 24.5$ m

इसलिए, वृत्ताकार शीट का क्षेत्रफल = $\pi r^2 = \frac{22}{7}\times 24.5\times 24.5 = 22 \times 3.5 \times 24.5 = 1886.5$ m^2

अतः, वृत्ताकार शीट की त्रिज्या तथा क्षेत्रफल क्रमशः 24.5 m और 1886.5 m^2 है।

प्रश्न 4:

21 m व्यास वाले एक वृत्ताकार बगीचे के चारों ओर माली बाड़ लगाना चाहता है। ख़रीदे जाने वाले आवश्यक रस्से की लम्बाई ज्ञात कीजिए, यदि वह 2 पूरे चक्कर की बाड़ बनाना चाहता है। ₹4 प्रति मीटर की दर से रस्से पर व्यय ज्ञात कीजिए। $\left(\pi = \frac{22}{7}\right.$ लीजिए$\left.\right)$

उत्तर 4:

वृत्ताकार बगीचे का व्यास = 21 m

$\therefore$ वृत्ताकार बगीचे की त्रिज्या = $\frac{21}{2}$ m

इसलिए, वृत्ताकार बगीचे की परिधि = $2\pi r$ = $2\times\frac{22}{7}\times\frac{21}{2}$ = 22 x 3 = 66 m

2 पूरे चक्कर की बाड़ बनाने के लिए आवश्यक रस्से की लंबाई = 2 x $2\pi r$ = 2 x 66 = 132 m

दिया है: 1 मीटर रस्से पर व्यय = ₹ 4

इसलिए, 132 मीटर रस्से पर व्यय = 4 x 132 = ₹ 528

प्रश्न 5:

4 cm त्रिज्या वाली एक वृत्ताकार शीट में से 3 cm त्रिज्या वाली एक वृत्त को निकल दिया जाता है। शीट के शेष भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।($\pi = 3.14$ लीजिए)

उत्तर 5:

वृत्ताकार शीट की त्रिज्या (R) = 4 cm और

निकाले गए वृत्त की त्रिज्या (r) = 3 cm

शीट के शेष भाग का क्षेत्रफल = वृत्ताकार शीट का क्षेत्रफल – निकाले गए वृत्त का क्षेत्रफल

$= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi\left(R^2 - r^2\right)$

$= \pi\left(4^2 - 3^2\right) = \pi(16-9)$

= 3.14 x 7 = 21.98 cm^2

अतः, शीट के शेष भाग का क्षेत्रफल 21.98 cm^2 है।

प्रश्न 6:

साइमा 1.5 m व्यास वाले एक वृत्ताकार टेबल कवर के चारों ओर किनारी लगाना चाहती है। आवश्यक किनारी की लंबाई ज्ञात कीजिए और ₹15 प्रति मीटर की दर से किनारी लगाने का व्यय ज्ञात कीजिए।($\pi = 3.14$ लीजिए)

उत्तर 6:

वृत्ताकार टेबल कवर का व्यास = 1.5 m

$\therefore$ वृत्ताकार टेबल कवर की त्रिज्या = $\frac{1.5}{2}$ m

वृत्ताकार टेबल की परिधि = $2\pi r$

$= 2\times3.14\times\frac{1.5}{2}$

= 4.71 m

इसलिए, आवश्यक किनारी की लंबाई = 4.71 m.

दिया है: 1 मीटर किनारी लगाने का व्यय = ₹ 15

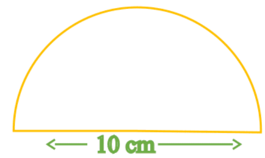
इसलिए, 4.71 मीटर किनारी लगाने का व्यय = 15 x 4.71 = ₹ 70.65

अतः, 4.71 मीटर किनारी लगाने का व्यय ₹ 70.65 है।

प्रश्न 7:

दी गई आकृति, व्यास के साथ एक अर्धवृत्त है। उसका परिमाप ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:



व्यास = 10 cm $\quad \therefore$ त्रिज्या = $\frac{10}{2}$ = 5 cm

प्रश्न के अनुसार,

आकृति का परिमाप = अर्धवृत्त की परिधि + व्यास

$= \pi r + D$

$= \frac{22}{7} \times 5 + 10 = \frac{110}{7} + 10$

$= \frac{110+70}{7} = \frac{180}{7}$ = 25.71 cm

अतः, आकृति का परिमाप 25.71 cm है।

प्रश्न 8:

₹15 प्रति वर्ग मीटर की दर से, 1.6 m व्यास वाले एक वृत्ताकार टेबल के ऊपरी सतह पर पॉलिश कराने का व्यय ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए)

उत्तर 8:

वृत्ताकार टेबल के ऊपरी सतह का व्यास = 1.6 m

$\therefore$ वृत्ताकार टेबल के ऊपरी सतह की त्रिज्या = $\frac{1.6}{2}$ = 0.8 m

वृत्ताकार टेबल के ऊपरी सतह का क्षेत्रफल = πr^2 = 3.14 x 0.8 x 0.8 = 2.0096 m^2

दिया है: 1 m^2 पॉलिश करने का व्यय = ₹15

इसलिए, 2.0096 m^2 पॉलिश करने का व्यय = 15 x 2.0096 = ₹ 30.14 (लगभग)

अतः, वृत्ताकार टेबल के ऊपरी सतह पर पॉलिश कराने का व्यय लगभग ₹30.14 है।

प्रश्न 9:

शाझली 44 cm लंबाई वाली एक तार लेती है और उसे एक वृत्त के आकार में मोड़ देती है। उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। इसका क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए। यदि इसी तार को दुबारा एक वर्ग के आकार में मोड़ा जाता है, तो इसकी प्रत्येक भुजा की लंबाई क्या होगी? $\left(\pi = \frac{22}{7}\right.$ लीजिए$\left.\right)$

उत्तर 9:

तार की कुल लंबाई = 44 cm

$\therefore$ वृत की परिधि = $2\pi r$ = 44 cm

$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$

$\Rightarrow r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22}$ = 7 cm

इसलिए, वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7$ = 154 cm^2

जब तार को दुबारा एक वर्ग के आकार में मोड़ा जाता है, तो वर्ग का परिमाप = 44 cm

$\Rightarrow$ 4 x भुजा = 44

$\Rightarrow$ भुजा = $\frac{44}{4}$ = 11 cm

इसलिए, वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा x भुजा = 11 x 11 = 121 cm^2

प्रश्न 10:

14 cm त्रिज्या वाली एक वृत्ताकार गत्ते की शीट में से, 3.5 cm त्रिज्या वाले दो वृत्तों को और 3 cm लंबाई तथा 1 cm चौड़ाई वाले एक आयत को निकाल दिया जाता है (जैसाकि आकृति में दिखाया गया है)। शीट के शेष भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। $\left(\pi = \frac{22}{7}\right.$ लीजिए$\left.\right)$

उत्तर 10:

वृत्ताकार गत्ते की शीट की त्रिज्या (R) = 14 cm और छोटे वृत्त की त्रिज्या (r) = 3.5 cm

आयत की लंबाई (l) = 3 cm और आयत की चौड़ाई (b) = 1 cm

प्रश्न के अनुसार,

शीट के शेष भाग का क्षेत्रफल = वृत्ताकार भाग का क्षेत्रफल – (दो छोटे वृत्तों का क्षेत्रफल + आयत का क्षेत्रफल)

$$= \pi R^2 - \left[2\left(\pi r^2\right) + \left(l \times b\right)\right]$$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 - \left[\left(2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5\right) - \left(3 \times 1\right)\right]$$

= 22 x 14 x 2 – [44 x 0.5 x 3.5 + 3] = 616 – 80 = 536 cm^2

अतः, शीट के शेष भाग का क्षेत्रफल 536 cm^2 है।

प्रश्न 11:

6 cm भुजा वाले एक वर्गाकार एल्युमिनियम शीट के टुकड़े में से 2 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त को काट दिया जाता है। शीट के शेष भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए)

उत्तर 11:

वृत की त्रिज्या = 2 cm और वर्गाकार एल्युमिनियम शीट की भुजा = 6 cm

प्रश्न के अनुसार,

शीट के शेष भाग का क्षेत्रफल = एल्युमिनियम शीट का क्षेत्रफल – काटे गए वृत्त का क्षेत्रफल = भुजा x भुजा - πr^2

$$= 6 \times 6 - \frac{22}{7} \times 2 \times 2 = 36 - 12.56 = 23.44 \text{ cm}^2$$

अतः, शीट के शेष भाग का क्षेत्रफल 23.44 cm^2 है।

प्रश्न 12:

एक वृत्त की परिधि 31.4 cm है। वृत्त की त्रिज्या और क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए)

उत्तर 12:

वृत की परिधि = 31.4 cm

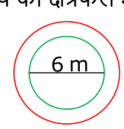
$\Rightarrow 2\pi r = 31.4$ $\Rightarrow 2 \times 3.14 \times r = 31.4$ $\Rightarrow r = \frac{31.4}{2 \times 3.14} = 5$ cm

इसलिए, वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2 = 3.14 x 5 x 5 = 78.5 cm^2

अतः, वृत्त की त्रिज्या तथा क्षेत्रफल क्रमशः 5 cm और 78.5 cm^2 है।

प्रश्न 13:

एक वृत्ताकार फूलों की क्यारी के चारों ओर 4 m चौड़ा पथ है तथा फूलों की क्यारी का व्यास 66 m है। इस पथ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।($\pi = 3.14$ लीजिए)



उत्तर 13:

फूलों की क्यारी का व्यास = 66 m

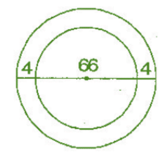
$\therefore$ वृत्ताकार फूलों की क्यारी की त्रिज्या $(r) = \frac{66}{2}$ = 33 m

∴ 4 m चौड़े पथ के साथ क्यारी की त्रिज्या (R) = 33 + 4 = 37 m
प्रश्नानुसार, पथ का क्षेत्रफल = बड़े वृत्त का क्षेत्रफल – छोटे वृत्त का क्षेत्रफल

$= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi\left(R^2 - r^2\right) = \pi\left[(37)^2 - (33)^2\right]$

$= 3.14\ [(37 + 33)(37 - 33)]$ $\qquad \left[\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)\right]$

$= 3.14 \times 70 \times 4 = 879.20\ m^2$

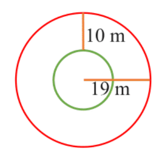


अतः, पथ का क्षेत्रफल 879.20 m^2 है।

प्रश्न 14:
एक वृत्ताकार फूलों के बगीचे का क्षेत्रफल 314 m^2 है। बगीचे के केंद्र में एक घूमने वाला फव्वारा (sprinkler) लगाया जाता है, जो अपने चारों ओर 12 m त्रिज्या के क्षेत्रफल में पानी का छिड़काव करता है। क्या फव्वारा पूरे बगीचे में पानी का छिड़काव कर सकेगा? ($\pi = 3.14$ लीजिए)

उत्तर 14:
फव्वारे द्वारा छिड़काव किए गए भाग का क्षेत्रफल = πr^2 = 3.14 x 12 x 12 = 3.14 x 144 = 452.16 m^2
वृत्ताकार फूलों के बगीचे का क्षेत्रफल = 314 m^2
यहाँ, वृत्ताकार फूलों के बगीचे का क्षेत्रफल, फव्वारे द्वारा छिड़काव किए गए क्षेत्रफल से कम है।
अतः, फव्वारा पूरे बगीचे में पानी का छिड़काव कर सकेगा।

प्रश्न 15:
आकृति में, अंतः और बाह्य वृत्तों की परिधि ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए)

उत्तर 15:


बाह्य वृत की त्रिज्या (r) = 19 m
∴ बाह्य वृत्त की परिधि = $2\pi r$ = 2 x 3.14 x 19 = 119.32 m
अब, अंतः वृत की त्रिज्या (r') = 19 – 10 = 9 m
∴ अंतः वृत्त की परिधि = $2\pi r'$ = 2 x 3.14 x 9 = 56.52 m
अतः, अंतः वृत्त तथा बाह्य वृत्त की परिधि क्रमशः 56.52 m और 119.32 m हैं।

प्रश्न 16:
28 cm त्रिज्या वाले एक पहिए को 352 m दूरी तय करने के लिए कितनी बार घुमाना पड़ेगा? $\left(\pi = \frac{22}{7}\right.$ लीजिए$\left.\right)$

उत्तर 16:
माना, पहिए को n बार घुमाना पड़ेगा। पहिए की त्रिज्या = 28 cm और कुल दूरी = 352 m = 35200 cm
∴ पहिए द्वारा तय की गई दूरी = n x पहिए की परिधि

$\Rightarrow 35200 = n \times 2\pi r \qquad \Rightarrow 35200 = n \times 2 \times \frac{22}{7} \times 28 \qquad \Rightarrow n = \frac{35200 \times 7}{2 \times 22 \times 28} \qquad \Rightarrow n = 200$ चक्कर

अतः, पहिए को 352 m दूरी तय करने के लिए 200 बार घुमाना पड़ेगा।

प्रश्न 17:
एक वृत्ताकार घड़ी की मिनट की सुई की लंबाई 15 cm है। मिनट की सुई की नोक 1 घंटे में कितनी दूरी तय करती है? ($\pi = 3.14$ लीजिए)

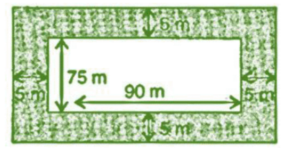
उत्तर 17:
1 घंटे में, मिनट की सुई की नोक, एक सम्पूर्ण वृत्त बनती है। इस वृत की त्रिज्या (r) = 15 cm
वृत्ताकार घड़ी की परिधि = $2\pi r$ = 2 x 3.14 x 15 = 94.2 cm
अतः, मिनट की सुई की नोक 1 घंटे में 94.2 cm दूरी तय करती है।

गणित

(अध्याय – 11) (परिमाप और क्षेत्रफल)
(कक्षा – VII)
प्रश्नावली 11.4

प्रश्न 1:
एक बगीचा 90 m लंबा और 75 m चौड़ा है। इसके बाहर, चारों ओर एक 5 m चौड़ा पथ बनाना है। पथ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। बगीचे का क्षेत्रफल हेक्टेयर में भी ज्ञात कीजिए।

उत्तर 1:
बगीचे की लंबाई = 90 m बगीचे की चौड़ाई = 75 m
पथ सहित बगीचे की लंबाई = 90 + 5 + 5 = 100 m
पथ सहित बगीचे की चौड़ाई = 75 + 5 + 5 = 85 m

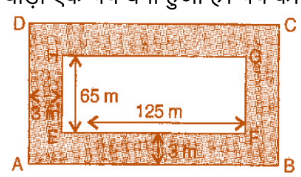


पथ सहित बगीचे का क्षेत्रफल
= लंबाई x चौड़ाई = 100 x 85 = 8,500 m^2
केवल बगीचे का क्षेत्रफल
= लंबाई x चौड़ाई = 90 x 75 = 6,750 m^2
इसलिए, पथ का क्षेत्रफल = पथ सहित बगीचे का क्षेत्रफल – केवल बगीचे का क्षेत्रफल
= 8,500 – 6,750 = 1,750 m^2

क्योंकि, $1\ m^2 = \frac{1}{10000}$ हेक्टेयर

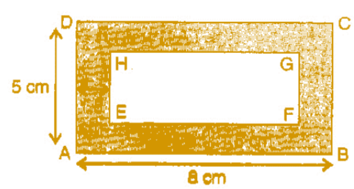
इसलिए, $6,750\ m^2 = \frac{6750}{10000} = 0.675$ हेक्टेयर

प्रश्न 2:
125 m लंबाई और 65 m चौड़ाई वाले एक आयताकार पार्क के चारों ओर बाहर एक 3 m चौड़ा एक पथ बना हुआ है। पथ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



उत्तर 2:
आयताकार पार्क की लंबाई = 125 m,
आयताकार पार्क की चौड़ाई = 65 m और पथ की चौड़ाई = 3 m
पथ सहित पार्क की लंबाई = 125 + 3 + 3 = 131 m
पथ सहित पार्क की चौड़ाई = 65 + 3 + 3 = 71 m
∴ पथ का क्षेत्रफल = पथ सहित पार्क का क्षेत्रफल – केवल पार्क का क्षेत्रफल
= (AB x AD) – (EF x EH) = (131 x 71) – (125 x 65) = 9301 – 8125 = 1,176 m^2
अतः, पथ का क्षेत्रफल 1,176 m^2 है।

प्रश्न 3:
8 cm लंबे और 5 cm चौड़े एक गत्ते पर एक चित्र की पेंटिंग इस प्रकार बनाई गई है कि इसकी प्रत्येक भुजाओं के अनुदिश 1.5 cm चौड़ा हाशिया छोड़ा गया है। हाशिये का कुल क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



उत्तर 3:
पेंटिंग की लंबाई = 8 cm और पेंटिंग की चौड़ाई = 5 cm
इसकी प्रत्येक भुजाओं के अनुदिश 1.5 cm चौड़ा हाशिया छोड़ा गया है।
पेंटिग की लंबाई में कमी = 8 – (1.5 + 1.5) = 8 – 3 = 5 cm
और पेंटिग की चौड़ाई में कमी = 5 – (1.5 + 1.5) = 5 – 3 = 2 cm
∴ हाशिये का कुल क्षेत्रफल = गत्ते (ABCD) का क्षेत्रफल – गत्ते (EFGH) का क्षेत्रफल
= (AB x AD) – (EF x EH) = (8 x 5) – (5 x 2) = 40 – 10 = 30 cm^2
अतः, हाशिये का कुल क्षेत्रफल 30 cm^2 है।

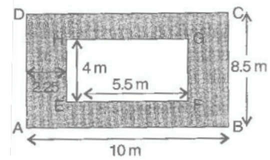
प्रश्न 4:

5.5 m लंबे और 4 m चौड़े कमरे के चारों ओर बाहर 2.25 m चौड़ा एक बरामदा बनाया गया है। ज्ञात कीजिए:

(i) बरामदे का क्षेत्रफल

(ii) ₹200 प्रति m^2 की दर से बरामदे के फर्श पर सीमेंट कराने का व्यय।

उत्तर 4:



(i) कमरे की लंबाई = 5.5 m और कमरे की चौड़ाई = 4 m

बरामदे सहित कमरे की लंबाई = 5.5 + 2.25 + 2.25 = 10 m

बरामदे सहित कमरे की चौड़ाई = 4 + 2.25 + 2.25 = 8.5 m

बरामदे का क्षेत्रफल

= बरामदे सहित कमरे का क्षेत्रफल – कमरे का क्षेत्रफल

= ABCD का क्षेत्रफल – EFGH का क्षेत्रफल = (AB x AD) – (EF x EH)

= (10 x 8.5) – (5.5 x 4) = 85 – 22 = 63 m^2

(ii) 1 m^2 बरामदे के फर्श पर सीमेंट कराने का व्यय = ₹ 200

इसलिए, 63 m^2 बरामदे के फर्श पर सीमेंट कराने का व्यय = 200 x 63 = ₹12,600

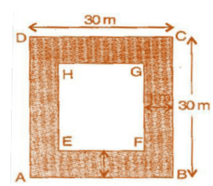
प्रश्न 5:

30 m भुजा वाले एक वर्गाकार बगीचे की परिसीमा से लगा भीतर की ओर 1 m चौड़ा पथ बना हुआ है। ज्ञात कीजिए:

(i) पथ का क्षेत्रफल

(ii) ₹40 प्रति m^2 की दर से बगीचे के शेष भाग पर घास लगवाने का व्यय।

उत्तर 5:



(i) वर्गाकार बगीचे की भुजा = 30 m और

परिसीमा से लगे पथ की चौड़ाई = 1 m

बिना पथ के, वर्गाकार बगीचे की भुजा = 30 – (1 + 1) = 30 – 2 = 28 m

इसलिए, पथ का क्षेत्रफल = ABCD का क्षेत्रफल – EFGH का क्षेत्रफल

= (AB x AD) – (EF x EH)

= (30 x 30) – (28 x 28) = 900 – 784 = 116 m^2

(ii) बगीचे के शेष भाग का क्षेत्रफल = 28 x 28 = 784 m^2

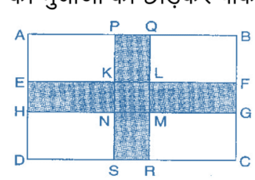
1 m^2 पर घास लगवाने का व्यय= ₹ 40

इसलिए, 784 m^2 पर घास लगवाने का व्यय= ₹40 x 784 = ₹ 31,360

प्रश्न 6:

700 m लंबे और 300 m चौड़े एक आयताकार पार्क के मध्य से होकर जाते 10 m चौड़े दो पथ बने हुए हैं जो एक-दूसरे पर परस्पर लंब और चौपड़ के आकार के हैं। इनमें से प्रत्येक पथ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए तथा पार्क की भुजाओं को छोड़कर पार्क के शेष भाग का भी क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। अपने उत्तर को हेक्टेयर में दीजिए।

उत्तर 6:



यहाँ, PQ = 10 m और PS = 300 m, EH = 10 m और EF = 700 m

तथा KL = 10 m और KN = 10 m

दोनों पथों का क्षेत्रफल = PQRS का क्षेत्रफल + EFGH का क्षेत्रफल –KLMN का क्षेत्रफल

[∵ KLMN को दो बार लिया गया है, इसलिए एक बार घटाया गया है]

= PS x PQ + EF x EH – KL x KN

= (300 x 10) + (700 x 10) – (10 x 10)

= 3000 + 7000 – 100 = 9,900 m^2

हम जानते हैं कि, $1\ m^2 = \frac{1}{10000}$ हेक्टेयर

$\therefore$ $9{,}900\ m^2 = \frac{9900}{10000} = 0.99$ हेक्टेयर

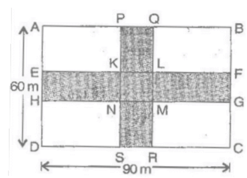
पार्क के शेष भाग का भी क्षेत्रफल = पार्क का क्षेत्रफल – पथों का क्षेत्रफल
= (AB x AD) – 9,900
= (700 x 300) – 9,900
= 2,10,000 – 9,900
= 2,00,100 m^2
= $\frac{200100}{10000}$ हेक्टेयर = 20.01 हेक्टेयर

प्रश्न 7:

90 m लंबाई और 60 m चौड़ाई वाले एक आयताकार मैदान में दो पथ बनाए गए हैं, जो भुजाओं के समांतर हैं, एक-दूसरे को लंबवत काटते हैं और मैदान के मध्य से हो कर निकलते हैं। यदि प्रत्येक पथ की चौड़ाई 3 m हो, तो ज्ञात कीजिए:

(i) पथों द्वारा आच्छादित क्षेत्रफल

(ii) ₹110 प्रति m^2 की दर से पथ बनाने का व्यय।



उत्तर 7:

(i) यहाँ, PQ = 3 m और PS = 60 m, EH = 3 m तथा
EF = 90 m, KL = 3 m और KN = 3 m
पथों का क्षेत्रफल = PQRS का क्षेत्रफल + EFGH का क्षेत्रफल – KLMN का क्षेत्रफल
[$\because$ KLMN को दो बार लिया गया है, इसलिए एक बार घटाया गया है]
= PS x PQ + EF x EH – KL x KN
= (60 x 3) + (90 x 3) – (3 x 3) = 180 + 270 – 9 = 441 m^2

(ii) 1 m^2 पथ बनाने का व्यय = ₹110
इसलिए, 441 m^2 पथ बनाने का व्यय = ₹110 x 441 = ₹48,510
अतः, पथ को बनाने का कुल व्यय ₹48,510 है।

प्रश्न 8:

प्रज्ञा 4 cm त्रिज्या वाले एक वृत्ताकार पाइप के चारों ओर एक रस्सी लपेटती है (जैसा दिखाया गया है) और रस्सी की आवश्यक लंबाई को काट लेती है। इसके बाद वह उसे 4 cm भुजा वाले एक वर्गाकार बॉक्स के चारों ओर लपेटती है (दिखाया गया है)। क्या उसके पास कुछ और रस्सी बचेगी? ($\pi = 3.14$ लीजिए)

उत्तर 8:

वृत्ताकार पाइप की त्रिज्या = 4 cm
पाइप के चारों ओर लपेटी गई रस्सी = $2\pi r$
= 2 x 3.14 x 4 = 25.12 cm
इसलिए, वर्गाकार बॉक्स के चारों ओर लपेटी गई रस्सी = 4 x भुजा
= 4 x 4 = 16 cm
बची हुई रस्सी = पाइप के चारों ओर लपेटी गई रस्सी – वर्गाकार बॉक्स के चारों ओर लपेटी गई रस्सी
= 25.12 – 16 = 9.12 cm
अतः, उसके पास रस्सी बचेगी 9.12 cm रस्सी बचेगी।

प्रश्न 9:

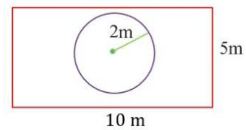
संलग्न आकृति, एक आयताकार पार्क के मध्य में एक वृत्ताकार फूलों की क्यारी को दर्शाती है। ज्ञात कीजिए:

(i) पूरे पार्क का क्षेत्रफल

(ii) फूलों की क्यारी का क्षेत्रफल

(iii) फूलों की क्यारी को छोड़कर, पार्क के शेष भाग का क्षेत्रफल

(iv) क्यारी की परिधि।



उत्तर 9:

आयताकार पार्क की लंबाई = 10 m,

आयताकार पार्क की चौड़ाई = 5 m

वृत्ताकार फूलों की क्यारी की त्रिज्या = 2 m

(i) आयताकार पार्क का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई

= 10 x 5 = 50 m^2

(ii) फूलों की क्यारी का क्षेत्रफल = πr^2

= 3.14 x 2 x 2 = 12.56 m^2

(iii) फूलों की क्यारी को छोड़कर, पार्क के शेष भाग का क्षेत्रफल

= आयताकार पार्क का क्षेत्रफल – वृत्ताकार फूलों की क्यारी का क्षेत्रफल

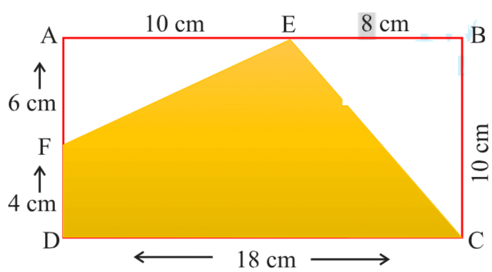
= 50 – 12.56

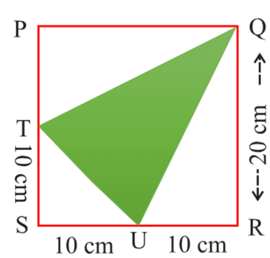
= 37.44 m^2

(iv) वृत्ताकार फूलों की क्यारी की परिधि = $2\pi r$ = 2 x 3.14 x 2 = 12.56 m

प्रश्न 10:

दी गई आकृति में, छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:





उत्तर 10:

(i) यहाँ, AB = 18 cm, BC = 10 cm, AF = 6 cm, AE = 10 cm और BE = 8 cm

छायांकित भाग का क्षेत्रफल

= आयत ABCD का क्षेत्रफल – (ΔFAE का क्षेत्रफल + ΔEBC का क्षेत्रफल)

= (AB x BC) – ($\frac{1}{2}$ x AE x AF + $\frac{1}{2}$ x BE x BC)

= (18 x 10) – ($\frac{1}{2}$ x 10 x 6 + $\frac{1}{2}$ x 8 x 10)

= 180 – (30 + 40)

= 180 – 70 = 110 cm^2

(ii) यहाँ, SR = SU + UR = 10 + 10 = 20 cm, QR = 20 cm

PQ = SR = 20 cm, PT = PS – TS = 20 – 10 cm

TS = 10 cm, SU = 10 cm, QR = 20 cm और UR = 10 cm

छायांकित भाग का क्षेत्रफल

= वर्ग PQRS का क्षेत्रफल – Δ QPT का क्षेत्रफल – Δ TSU का क्षेत्रफल – Δ UQR का क्षेत्रफल

$= (SR \times QR) - \frac{1}{2} \times PQ \times PT - \frac{1}{2} \times ST \times SU - \frac{1}{2}$

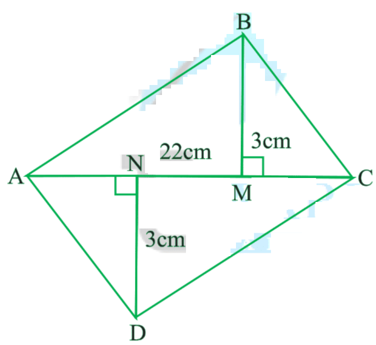
$= 20 \times 20 - \frac{1}{2} \times 20 \times 10 - \frac{1}{2} \times 10 \times 10 - \frac{1}{2} \times 20 \times 10$

$= 400 - 100 - 50 - 100$

$= 150\ cm^2$

प्रश्न 11:

चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। यहाँ AC = 22 cm, BM = 3 cm, DN = 3 cm और BM $\perp$ AC, DN $\perp$ AC है।



उत्तर 11:

यहाँ, AC = 22 cm, BM = 3 cm, DN = 3 cm

चतुर्भुज ABCDF का क्षेत्रफल = Δ ABC का क्षेत्रफल + Δ ADC का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times AC \times BM + \frac{1}{2} \times AC \times DN$

$= \frac{1}{2} \times 22 \times 3 + \frac{1}{2} \times 22 \times 3$

$= 3 \times 11 + 3 \times 11$

$= 33 + 33$

$= 66\ cm^2$

अतः, चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 66 cm^2 है।