



نظریہ تحرک (KINETIC THEORY)

13.1 تعارف (INTRODUCTION)

بوائل نے 1661 میں وہ قانون دریافت کیا، جو ان کے اعزاز میں بوائل کا قانون کہلاتا ہے۔ بوائل، نیوٹن اور بہت سے دوسرے سائنس دانوں نے گیسوں کے برتاؤ کی وضاحت یہ مانتے ہوئے کرنے کی کوشش کی کہ گیسیں بہت چھوٹے ایٹمی ذراتوں سے بنی ہوئی ہیں۔ اصل ایٹمی نظریہ 150 برس کے بھی بعد قائم ہوا۔ نظریہ تحرک گیسوں کے برتاؤ کی وضاحت اس تصور کی بنیاد پر کرتا ہے کہ گیسیں تیز رفتار سے حرکت کرتے ہوئے ایٹموں یا مالیکولوں پر مشتمل ہیں۔ یہ اس لیے ممکن ہے، کیونکہ بین ایٹمی قوتیں، جو مختصر سعت قوتیں ہیں، ٹھوس اور رقیق اشیا کے لیے تو اہمیت رکھتی ہیں، لیکن گیسوں کے لیے نظر انداز کی جاسکتی ہیں۔ نظریہ تحرک کو انیسویں صدی میں میکسویل، بولٹزمن اور دوسرے سائنس دانوں کے ذریعے پختگی حاصل ہوئی۔ اسے نمایاں کامیابی حاصل ہوئی۔ یہ ایک گیس کے دباؤ اور درجہ حرارت کی مالیکولیائی توضیح کرتا ہے اور گیس کے قوانین اور ایواگیڈرو کے مفروضہ سے ہم آہنگ ہے۔ یہ بہت سی گیسوں کی نوعی حرارت کی گنجائشوں کی درست وضاحت کرتا ہے، یہ گیسوں کی قابل پیمائش خاصیتوں، جیسے لزوجت، ایصال، نفوذ اور مالیکولیائی پیرامیٹروں میں رشتہ دیتا ہے، جس کے ذریعے مالیکولیائی ناپوں اور کمیتوں کا تخمینہ لگایا جاسکتا ہے۔ یہ باب نظریہ تحرک کا ایک تعارف پیش کرتا ہے۔

13.2 مادہ کی مالیکولیائی طبع

(MOLECULAR NATURE OF MATTER)

رچرڈ فائن مین (Richard Feynman) (بیسویں صدی کے ایک عظیم سائنسدان) کے خیال کے مطابق، یہ دریافت کہ کیا ”مادہ ایٹموں سے بنا ہے“ بہت اہمیت کی حامل ہے۔ اگر ہم ہوش سے کام نہیں لیتے تو انسانیت فنا ہو سکتی تھی (نیوکلیائی تباہی کی وجہ سے) یا ناپید ہو سکتی تھی (ماحولیاتی حادثات کی وجہ سے)۔ اگر

13.1 تعارف

13.2 مادہ کی مالیکولیائی طبع

13.3 گیسوں کا برتاؤ

13.4 ایک کامل گیس کا نظریہ تحرک

13.5 توانائی کی تقسیم کا قانون

13.6 نوعی حرارت کی گنجائش

13.7 وسط آزاد فاصلہ

خلاصہ

قابل غور نکات

مشق

اضافی مشق

قدیم ہندوستان اور یونان میں ایٹمی مفروضہ

حالانکہ جدید سائنس میں ایٹمی نظریہ شامل کرنے کا سہرا جون ڈالٹن کے سر باندھا جاتا ہے، قدیم ہندوستان اور یونان کے عالموں نے اس سے کہیں پہلے ایٹموں اور مالیکیولوں کی موجودگی کا اندازہ کر لیا تھا۔ کناڈا (Kanada) کے ذریعے (600 ق۔ م۔) ہندوستان میں قائم کیے گئے ویسے شکھا (Vaise shika) مسلک میں ایٹمی تصور کو قابل لحاظ تفصیل کے ساتھ پیش کیا گیا۔ ایٹموں کو ہمیشہ قائم رہنے والا، ناقابل تقسیم لانتناہی خفیف اور مادے کا اختتامی جز تصور کیا گیا۔ یہ توضیح پیش کی گئی کہ اگر مادے کو مستقل تقسیم در تقسیم کرتے جانا ممکن ہو تو ایک سرسوں کے بیج اور پہاڑ میں کوئی فرق نہیں رہے گا۔ پرانا نو (خفیف ترین زرے کے لیے سنسکرت کا لفظ) کی چار قسمیں فرض کی گئیں: بھومی (زمین) اپ (پانی) تیاس (آگ) اور او (ہوا)، ان کی مخصوص کمیتیں اور دوسرے اوصاف بھی تجویز کیے گئے۔ آکاش (فضا) کو مانا گیا کہ اس کی کوئی ایٹمی ساخت نہیں ہے اور یہ لگاتار اور غیر عامل (Inert) ہے۔ ایٹم ل کر مختلف مالیکیول بناتے ہیں (مثلاً، دو ایٹم ل کر دوا ایٹمی مالیکیول، دو یا نوکا، بناتے ہیں، تین ایٹم سہ ایٹمی مالیکیول، تزیہ نوکا، تشکیل دیتے ہیں، جن کی خاصیتیں، ان کے اجزائے ترکیبی ایٹموں کی طبع اور آپسی نسبت کے تابع ہیں۔ ایٹم کے ناپ کا تخمینہ بھی لگایا گیا، شاید اندازے سے با دوسرے طریقوں سے جن کے بارے میں ہم نہیں جانتے۔ یہ تخمینے ایک دوسرے سے مختلف ہیں۔ لنت و ستارا بدھ کی سوانح عمری جو دوسری صدی (ق۔ م۔) میں لکھی گئی، میں دیا گیا تخمینہ، ایٹمی سائز کے جدید تخمینہ کے کافی نزدیک ہے، 10^{-10} m کے درجے کا ہے۔

قدیم یونان میں، ڈیموکریٹس (چوتھی صدی ق۔ م۔) اپنے ایٹمی مفروضہ کے لیے سب سے زیادہ مشہور ہیں۔ یونانی زبان میں لفظ ایٹم کا مطلب ہے ناقابل تقسیم۔ ان کے مطابق ایک دوسرے سے طبعی اعتبار سے مختلف ہوتے ہیں، جیسے شکل میں، سائز میں اور دوسری خاصیتوں میں اور اسی لیے مختلف ایٹموں سے مل کر بنی ہوئی مادی اشیاء کی خاصیتیں مختلف ہوتی ہیں۔ پانی کے ایٹموں کو ہموار اور گول اور ایک دوسرے کے ساتھ پھنس جانے والا مانا گیا اور یہ سمجھا گیا کہ اسی وجہ سے رقیق یا پانی سہولت کے ساتھ بہتے ہیں۔ مٹی کے ایٹموں کو کھردرا، کٹا پھٹا مانا گیا اور یہ سمجھا گیا کہ وہ ایک دوسرے کے ساتھ پھنسے ہوئے ہوتے ہیں اور سخت اشیاء بناتے ہیں۔ آگ کے ایٹموں کو کانٹے دار مانا گیا اور سمجھا گیا کہ آگ سے زخم ہو جاتے ہیں۔ یہ مسخو رکن تصورات اپنے انوکھے پن کے باوجود زیادہ ترقی نہیں کر سکے۔ شاید اس لیے کہ یہ اندازے اور قیاس تھے اور مقداری تجربات۔ جدید سائنس کا امتیاز۔ کے ذریعے ان کی جانچ اور ترمیم نہیں ہوئی تھی۔

قانون (مستقل تناسب کا قانون) (Law of constant proportion) کا بیان ہے کہ کسی بھی دیے ہوئے مرکب (Compound) میں اس کے اجزائے ترکیبی (Constituents) کا کیمیت کے لحاظ سے معین تناسب ہوتا ہے۔ دوسرے قانون، (ضعفی تناسبوں کا کلیہ Law of multiple proportions) کا بیان ہے کہ جب دو عناصر، ایک سے زیادہ مرکب بناتے ہیں ایک عنصر کی ایک معین کیمیت کے لیے، دوسرے عنصر کی کمیتیں چھوٹے صحیح اعداد (integers) کی نسبت میں ہوتی ہیں۔

ان قوانین کی وضاحت کرنے کے لیے، ڈالٹن نے 200 سال پہلے، تجویز کیا کہ ایک عنصر (Element) کے سب سے چھوٹے اجزائے ترکیبی ایٹم ہیں۔ ایک ہی عنصر کے ایٹم متماثل (Identical) ہوتے ہیں، لیکن دوسرے عنصر کے ایٹموں سے مختلف ہوتے ہیں۔ ہر عنصر کے ایٹموں کی ایک چھوٹی تعداد متحد ہو کر ایک مرکب کا مالیکیول بناتی ہے۔ انیسویں صدی کے

ایسا ہونا اور تمام سائنسی معلومات ضائع ہو جاتیں تو فائن مین چاہیں گے کہ کائنات میں جہاں جو بھی مخلوق ہو اس نئی نسل تک ایٹمی مفروضہ ضرور پہنچ جائے۔ ایٹمی مفروضہ: تمام چیزیں ایٹموں سے بنی ہوتی ہیں۔ چھوٹے ذرات جو دوامی حرکت میں ارگرد گھومتے ہیں، جب ایک دوسرے سے ذرا فاصلہ پر ہوتے ہیں تو ایک دوسرے کو کوشش کرتے ہیں، لیکن ایک دوسرے کے بہت نزدیک لائے جائیں تو دفع کرتے ہیں۔

یہ قیاس کہ ہو سکتا ہے کہ مادہ لگاتار نہ ہو، کئی مقامات پر اور تہذیبوں میں پایا جاتا رہا ہے۔ ہندوستان میں کناڈا (Kanada) اور یونان میں ڈیموکریٹس نے تجویز کیا تھا کہ مادہ، ناقابل تقسیم ذرات پر مشتمل ہو سکتا ہے۔ سائنسی ایٹمی نظریہ پیش کرنے کا اعزاز عام طور سے جون ڈالٹن کو دیا جاتا ہے۔ انہوں نے مستقل تناسب اور ضعفی تناسبوں کے قوانین، جن کی پابندی عناصر، آپس میں مل کر مرکب بناتے ہوئے کرتے ہیں، کی وضاحت کرنے کے لیے ایٹمی نظریہ پیش کیا۔ پہلے

ہیں۔ گیس کی ظاہری سکونی حالت گمراہ کن ہے۔ گیس سرکریوں سے بھرپور ہوتی ہے اور اس کا توازن حرکی ہے۔ اس حرکی توازن (Dynamic Equilibrium) میں مالیکول ایک دوسرے کے ساتھ تصادم کرتے ہیں، اور تصادم کے دوران ان کی رفتاریں تبدیل ہو جاتی ہیں۔ صرف اوسط خاصیتیں ہی مستقلہ ہوتی ہیں۔

ایٹمی نظریہ ہماری جستجو کی منزل نہیں ہے بلکہ شروعات ہے۔ ہم اب جانتے ہیں کہ ایٹم ناقابل تقسیم یا بنیادی نہیں ہیں۔ یہ ایک نیوکلئیس اور الیکٹران پر مشتمل ہوتے ہیں۔ نیوکلئیس خود پروٹانوں اور نیوٹرانوں سے مل کر بنا ہے۔ پروٹان اور نیوٹران بھی کووارک (quark) کے بنے ہوئے ہیں۔ ہوسکتا ہے کہ کووارک بھی کہانی کا خاتمہ نہ ہوں۔ ہوسکتا ہے ڈور (String) جیسی بنیادی اشیاء ہوں۔ فطرت ہمیں ہمیشہ متحیر کرتی رہتی ہے لیکن حقیقت کی جستجو اکثر قابل لطف اور دریافتیں حسین ہوتی ہیں۔ اس باب میں ہم اپنے آپ کو گیسوں کا برتاؤ سمجھنے تک محدود رکھیں گے (اور تھوڑا سا ٹھوس اشیا کا بھی)۔ گیسوں کو حرکت کرتے ہوئے مالیکولوں کا مجموعہ سمجھا جاسکتا ہے، جو لگا تار حرکت میں ہے۔

13.3 گیسوں کا برتاؤ

(BEHAVIOUR OF GASES)

گیسوں کی خاصیتوں کو سمجھنا، ٹھوس اور رقیق اشیا کی خاصیتوں کے سمجھنے کے مقابلے میں آسان ہے۔ اس کی اصل وجہ یہ ہے کہ گیسوں میں مالیکول ایک دوسرے سے دور ہوتے ہیں اور ان کے آپسی باہم عمل قابل نظر انداز ہیں، سوائے اس کے کہ جب دو مالیکول تصادم کرتے ہیں۔ گیسوں کم دباؤ اور زیادہ درجہ حرارت، اس سے کہیں زیادہ جس پر وہ رقیق میں (یا ٹھوس میں) تبدیل ہوتی ہیں پر، اپنے دباؤ، درجہ حرارت اور حجم کے مابین ایک سادہ رشتے کو تقریبی طور پر مطمئن کرتی ہیں، (دیکھیے باب 11)، یہ رشتہ ہے۔

$$PV = KT \quad (13.1) \quad (\text{گیس کے دئے ہوئے نمونے کے لیے})$$

جہاں T، گیل ون (یا مطلق) پیمانے پر گیس کا درجہ حرارت ہے، K دیے ہوئے نمونے کے لیے ایک مستقلہ ہے، لیکن گیس کے حجم کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ اب اگر ہم ایٹموں اور مالیکولوں کے تصور کی مدد لیں، تو K مناسب

اوائل میں پیش کیے گئے، گے لیوسک (Gay Lussac) کے قانون کا بیان ہے: جب گیسوں کی کیمیائی طور پر متحد ہو کر دوسری گیس تشکیل دیتی ہیں تو ان کے حجم چھوٹے صحیح اعداد کی نسبت میں ہوتے ہیں۔ ایوگیڈرو (Avogadro) کا قانون (یا مفروضہ) کہتا ہے: تمام گیسوں کے مساوی حجم میں، یکساں درجہ حرارت اور دباؤ پر، مالیکولوں کی تعداد یکساں ہوتی ہے۔ ایوگیڈرو کا قانون اور ڈالٹن ایٹمی نظریہ مل کر گے لیوسک کے قانون کی وضاحت کر دیتے ہیں۔ کیونکہ عناصر اکثر مالیکولوں کی شکل میں ہوتے ہیں۔ ڈالٹن کے ایٹمی نظریہ کو مادے کا مالیکولیائی نظریہ بھی کہا جاتا ہے۔ گوکہ انیسویں صدی کے آخر تک بھی کئی مشہور سائنسدان ایٹمی نظریے میں یقین نہیں رکھتے تھے۔

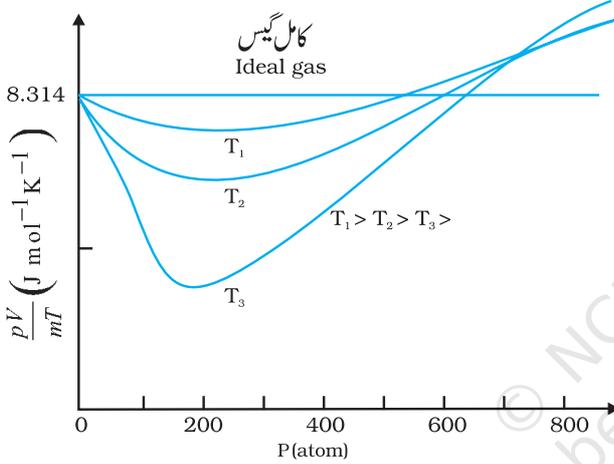
موجودہ دور میں بہت سے مشاہدات کے ذریعے ہم اب جانتے ہیں کہ مالیکول (ایک یا زیادہ ایٹموں سے بنے ہوئے) مادہ تشکیل کرتے ہیں۔ الیکٹران خوردبین اور معائنہ سرنگائی خوردبین (Scanning tunneling microscope) کے ذریعے اب ہم مالیکول کو دیکھ بھی سکتے ہیں۔ ایک ایٹم کا سائز اینگسٹرم (Angstrom) (10^{-10} m) کے قریب ہوتا ہے۔ ٹھوس اشیا میں، ایٹم جو بہت مضبوطی سے بندھے ہوتے ہیں، ان ایٹموں کا درمیانی فاصلہ چند اینگسٹرم (2 Å) ہوتا ہے۔ رقیق اشیا میں بھی ایٹموں کے درمیان فاصلہ تقریباً اتنا ہی ہوتا ہے۔ گیسوں میں بین ایٹمی فاصلے (Interatomic distances) (ایٹم کے درمیان کی دہائیوں میں ہوتے ہیں۔ وہ اوسط فاصلہ جو ایک مالیکول بغیر تصادم (ٹکر) کیے طے کر سکتا ہے: وسط آزاد فیصلہ (Mean free path) کہلاتا ہے۔ گیسوں میں وسط آزاد فاصلے، اینگسٹرم کے ہزار کے درجے کے ہوتے ہیں۔ ایٹم گیسوں میں مقابلتاً بہت آزاد ہوتے ہیں اور بنا تصادم کیے لمبے فاصلے طے کر سکتے ہیں۔ اگر گیسیں برتن میں بند نہ ہوں تو وہ فضا میں پھیل جاتی ہیں۔ ٹھوس اور رقیق اشیا میں ایٹموں کی نزدیکی، بین ایٹمی قوتوں کو اہم بنا دیتی ہے۔ یہ قوت لمبی سعت (Long range) پرکشش اور مختصر سعت (Short range) پر دفاع کرتی ہے۔ ایٹم جب تک ایک دوسرے سے کچھ اینگسٹرم کے فاصلے پر ہوتے ہیں، ایک دوسرے کو کشش کرتے ہیں، لیکن اس سے نزدیک آنے پر ایک دوسرے کا دفاع کرتے

جہاں μ مولوں (moles) کی تعداد ہے اور $R = N_A k_B$ ایک عالمی مستقلہ ہے۔ درجہ حرارت 'T'، مطلق درجہ حرارت ہے۔ مطلق درجہ حرارت کے لیے کیلون پیمانہ منتخب کرنے پر،

$$R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad \text{یہاں}$$

$$\mu = \frac{M}{M_0} = \frac{N}{N_A} \quad (13.4)$$

جہاں M گیس کی کمیت ہے اور N مالیکیوں کی تعداد ہے، M_0 مولی کمیت ہے، اور N_A ایووگیڈرو عدد ہے۔ مساوات (13.4) استعمال کرنے پر (13.3) لکھی جاسکتی ہے:



شکل 13.1: حقیقی گیسوں، کم دباؤ اور زیادہ درجہ حرارت پر کامل گیس برتاؤ کے نزدیک پہنچتی ہیں۔

ہے، نمونے میں مالیکیوں کی تعداد (فرض کیا) N کے ہم لکھ سکتے ہیں: $K = Nk$ ، مشاہدات سے معلوم ہوا کہ تمام گیسوں کے لیے یکساں ہے۔ یہ بولٹز مین مستقلہ کہلاتا ہے اور k_B سے ظاہر کیا جاتا ہے:

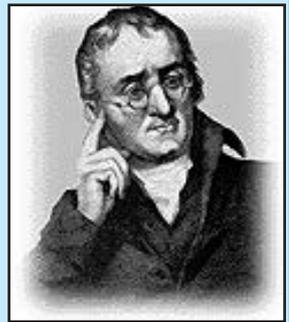
$$\frac{P_1 V_1}{N_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{N_2 T_2} = \text{مستقلہ} = k_B \quad (13.2)$$

اگر V, P, T اور N بھی تمام گیسوں کے لیے یکساں ہوگا۔ یہ ایووگیڈرو کا مفروضہ ہے کہ مالیکیوں کی تعداد فی اکائی حجم، معین دباؤ اور درجہ حرارت پر، تمام گیسوں کے لیے یکساں ہے۔ کسی بھی گیس کے 22.4 لیٹر میں مالیکیوں کی یہ تعداد 6.02×10^{23} ہے۔ اسے ایووگیڈرو عدد کہتے ہیں اور N_A سے ظاہر کرتے ہیں۔ کسی بھی گیس کے 22.4 لیٹر کی کمیت، S.T.P. (معیاری درجہ حرارت 273K اور دباؤ 1atm) پر گرام میں دیے ہوئے اس کے مالیکیوں کی وزن کے مساوی ہوتی ہے ایک شے کی یہ مقدار 1 مول کہلاتی ہے (زیادہ درست تعریف کے لیے باب 2 دیکھیے)۔ ایووگیڈرو نے کیمیائی تعاملات سے گیسوں کے مساوی حجموں میں ایک معین دباؤ اور درجہ حرارت پر، تعداد کی مساوات کا اندازہ لگایا تھا۔ نظریہ تحرک اس مفروضہ کو بھی ثابت کرتا ہے۔

$$PV = \mu RT \quad (13.3)$$

جون ڈالٹن (John Dalton) (1766-1844)

یہ ایک انگریز کیمیادان تھے۔ جب مختلف قسم کے ایٹم متحد ہوتے ہیں، تو وہ کچھ سادہ توانین کی پابندی کرتے ہیں۔ ڈالٹن کا ایٹمی نظریہ ان توانین کی سادہ انداز میں وضاحت کرتا ہے۔ انہوں نے رنگ کوری (Colour blindness) کا بھی ایک نظریہ پیش کیا۔

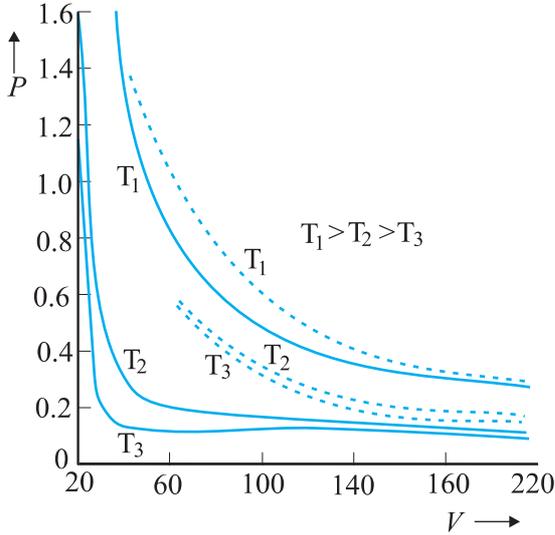


امی ڈیو ایووگیڈرو (Amedeo Avogadro) (1776-1856)

انہوں نے ایک شاندار اندازہ لگایا کہ گیسوں کے مساوی حجموں میں، یکساں درجہ حرارت اور دباؤ پر، مالیکیوں کی تعداد مساوی ہوتی ہے۔ اس کی مدد سے مختلف گیسوں کے اتحاد کو سمجھنا بہت آسان ہو گیا۔ اب یہ ایووگیڈرو کا قانون (یا مفروضہ) کہلاتا ہے۔ انہوں نے یہ بھی تجویز کیا کہ ہائیڈروجن، آکسیجن اور نائٹروجن جیسی گیسوں کے سب سے چھوٹے اجزائے ترکیبی ایٹم نہیں بلکہ دو ایٹمی مالیکیول ہیں۔



$V \propto T$ یعنی کہ متعین دباؤ کے لیے، ایک گیس کا حجم اس کے مطلق درجہ حرارت T کے راست متناسب ہے۔ (چارلس کا قانون) دیکھیے شکل (13.3)۔



شکل 13.2: بھاپ کے لئے، درجہ حرارت کی تین مختلف قدروں پر، تجربہ سے حاصل ہونے والے P - V منحنی (ٹھوس خطوط) کا بوائل کے قانون سے (نقطہ دارخطوط) مقابلہ [22atm, p] کی اکائی میں اور V اور 0.09 لیٹر کی اکائی میں]

آخر میں، باہم عمل نہ کرنے والی، کامل گیسوں کا آمیزہ تصور کیجیے: گیس 1 کے μ_1 مول، گیس 2 کے μ_2 مول، وغیرہ۔ حجم V کے ایک برتن میں درجہ حرارت T اور دباؤ P پر، یہ پتہ چلتا ہے کہ آمیزہ کی حالت کی مساوات ہے:

$$PV = (\mu_1 + \mu_2 + \dots) RT \quad (13.7)$$

$$یعنی P = \mu_1 \frac{RT}{V} + \mu_2 \frac{RT}{V} + \dots \quad (13.8)$$

$$= P_1 + P_2 + \dots \quad (13.9)$$

واضح ہے کہ، $P_1 = \mu_1 R T/V$ وہ دباؤ ہے جو گیس 1، حجم اور درجہ حرارت کی یکساں شرائط کے ساتھ لگائے گی اگر کوئی دوسری گیس موجود نہ ہو۔ یہ گیس کا جزوی دباؤ (Partial Pressures) کہلاتا ہے۔ اس لیے، کامل گیسوں کے ایک آمیزہ کا کل دباؤ، جزوی دباؤ کی قدروں کا حاصل جمع ہے۔ یہ ڈالٹن کا جزوی قدروں کا قانون ہے۔

$$PV = k_B nT$$

$$یا P = k_B nT$$

جہاں n عددی کثافت (number density) ہے یعنی کہ، مالیکول کی تعداد فی اکائی حجم۔ k_B بولٹز مین کا مستقلہ ہے۔ SI اکائیوں میں اس کی قدر $1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ ہے۔ مساوات (13.3) کی ایک اور کارآمد شکل ہے:

$$P = \frac{\rho RT}{M_0} \quad (13.5)$$

جہاں ρ گیس کی کثافت ہے۔

ایک ایسی گیس جو مساوات (13.3) کو بالکل درست طور پر، درجہ حرارت اور دباؤ کی تمام قدروں کے لیے، مطمئن کرتی ہے، اس کی تعریف بہ طور مثالی گیس (ideal gas) یا کامل گیس (Perfect gas) کی جاتی ہے۔ ایک کامل گیس، ایک گیس کا سادہ نظریاتی ماڈل ہے۔ کوئی حقیقی گیس بھی مکمل طور پر کامل نہیں ہوتی۔ شکل (13.1) میں، درجہ حرارت کی تین مختلف قدروں پر ایک حقیقی گیس کا کامل گیس برتاؤ سے انحراف دکھایا گیا ہے۔ نوٹ کریں کہ تمام منحنی، کم دباؤ اور زیادہ درجہ حرارت پر کامل گیس برتاؤ کے نزدیک ہو جاتے ہیں۔

کم دباؤ یا زیادہ درجہ حرارت پر مالیکول ایک دوسرے سے بہت دور ہوتے ہیں اور مالیکولیائی باہم عمل (Molecular Interactions) قابل نظر انداز ہوتے ہیں۔ باہم عمل کے بغیر، گیس ایک کامل گیس کی طرح برتاؤ کرتی ہے۔

اگر ہم مساوات (13.3) میں μ اور T کو معین کر دیں، تو ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$PV = \text{مستقلہ} \quad (13.6)$$

یعنی کہ، درجہ حرارت کو مستقلہ رکھتے ہوئے، ایک گیس کی دی ہوئی کثافت کا دباؤ اس کے حجم کے مقلوب متناسب ہے۔ یہی مشہور ”بوائل کا قانون“ ہے۔ شکل (13.2) میں تجربہ کے ذریعے حاصل ہونے والے P - V منحنی اور بوائل کے قانون کے ذریعے پیشین گوئی کیے گئے نظری منحنی کا مقابلہ دکھایا گیا ہے۔ ایک بار پھر آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اونچے درجہ حرارت اور کم دباؤ پر اچھی ہم آہنگی (agreement) ہے۔ اس کے بعد، اب اگر آپ p متعین کر دیں تو مساوات (13.1) ظاہر کرتی ہے کہ:

◀ مثال 13.2: مثال 13.1 میں دیے ہوئے آنکڑوں کو استعمال کر کے، پانی کے ایک مالکیول کے حجم کا تخمینہ لگائیے۔

جواب: رقیق (یا ٹھوس) ہیئت میں پانی کے مالکیول بہت نزدیک ہوتے ہیں۔ اس لیے، پانی کے مالکیول کی کثافت پانی کی جسامت کی کثافت کے تقریباً برابر ہوگی، یعنی کہ: 1000 kg m^{-3} پانی کے ایک واحد مالکیول کے حجم کا تخمینہ لگانے کے لیے، ہمیں پانی کے ایک واحد مالکیول کی کمیت معلوم ہونی چاہیے۔ ہم جانتے ہیں کہ پانی کے ایک مول کی کمیت تقریباً برابر ہے:

$$(2+16)=18\text{g}=0.018\text{kg}.$$

کیونکہ 1 مول میں تقریباً 6×10^{23} مالکیول ہوتے ہیں (ایووگیڈرو عدد)، پانی کے ایک مالکیول کی کمیت ہے: $3 \times 10^{-26} \text{ kg}$ ، اس لیے پانی کے ایک مالکیول کا

ایک موٹا تخمینہ مندرجہ ذیل ہے:
پانی کے ایک مالکیول کا حجم

$$= (3 \times 10^{-26} \text{ kg}) / (1000 \text{ kg m}^{-3})$$

$$= 3 \times 10^{-29} \text{ m}^3$$

$$= (4/3) \pi (\text{نصف قطر})^3$$

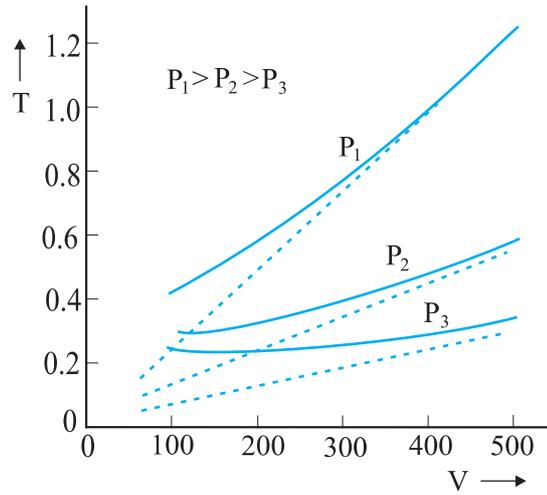
اس لیے

▶ $2 \times 10^{-10} \text{ m} = 2 \text{ \AA}$ نصف قطر

◀ مثال 13.3: پانی میں ایٹموں کے درمیان اوسط فاصلہ (بین ایٹمی فاصلہ) کیا ہے؟ مثال (13.1) اور (13.2) میں دیے آنکڑے استعمال کیجیے۔

جواب: پانی کی ایک دی ہوئی کمیت کا اجزات حالت میں حجم، اسی کمیت کے رقیق حالت میں حجم کا 1.67×10^3 گنا ہے۔ (مثال 13.1)۔ یہی اضافہ ہر مالکیول (پانی کے) کو دستیاب حجم میں بھی ہے۔ جب حجم میں 10^3 گنا اضافہ ہوتا ہے، تو نصف قطر میں $V^{1/3}$ یا 10 گنا اضافہ ہوگا۔ یعنی کہ:

▶ $10 \times 2 \text{ \AA} = 20 \text{ \AA}$ ، اس طرح اوسط فاصلہ ہے: $2 \times 20 = 40 \text{ \AA}$



شکل 13.3: CO_2 کے لیے دباؤ کی تین مختلف قدروں پر، تجربہ سے حاصل ہوئے T - V منحنی (ٹھوس خطوط) کا چارلس کے قانون سے مقابلہ (نقطہ دار خطوط)۔ 300 K کی اور 0.13 لیٹر کی اکائیوں میں)

ہم اب کچھ ایسی مثالیں لیتے ہیں جو ہمیں مالکیولوں کے ذریعے گھیرے گئے حجم اور ایک واحد مالکیول کے حجم کے بارے میں معلومات فراہم کریں گی۔

◀ مثال 13.1: پانی کی کثافت 1000 kg m^{-3} ہے۔ 100°C اور 1 atm دباؤ پر پانی کے اجزات کی کثافت 0.6 kg m^{-3} ہے۔ ایک مالکیول کا حجم اور مالکیول کی کل تعداد کا حاصل ضرب مالکیول کا حجم کہلاتا ہے۔ اوپر دی ہوئی درجہ حرارت اور دباؤ کی شرائط کے ساتھ، مالکیول لائی حجم کی پانی کے اجزات کے ذریعے گھیرے گئے حجم سے نسبت (یا کسر) معلوم کیجیے۔

جواب: پانی کے مالکیول کی، ایک دی ہوئی کمیت کے لئے، اگر حجم زیادہ ہوگا تو کثافت کم ہوگی۔ اس لیے اجزات کا حجم $1000/0.06 = 1/6 \times 10^4$ گنا زیادہ ہے۔ اگر پانی کی پوری جسامت (Bulk) اور پانی کے مالکیول کی کثافتیں یکساں ہوں تو مالکیول لائی حجم کی، رقیق حالت میں کل حجم سے کسر 1 ہوگی۔ کیونکہ اجزاتی حالت میں حجم بڑھ گیا ہے، اس لیے کسر 1 یکساں مقدار سے کم ہوگا، یعنی 6×10^{-4} ۔

ہوئی کمیت، مالکیولوں کی ایک بہت بڑی تعداد کا مجموعہ ہے (جو ایوا گیڈرو کے عدد کے درجہ کی تعداد ہے)، جو لگاتار، بے ترتیب، حرکت کر رہے ہیں۔ عام درجہ حرارت اور دباؤ پر، مالکیول کے درمیان اوسط فاصلہ، ان کے مخصوص سائز (2\AA) کے مقابلے میں 10 گنا یا اس سے زیادہ ہوتا ہے۔ اس لیے مالکیولوں کے درمیان باہم عمل نظر انداز کیا جاسکتا ہے اور ہم فرض کر سکتے ہیں کہ وہ نیوٹن کے پہلے قانون کے مطابق مستقیم خطوط میں آزادانہ حرکت کرتے ہیں۔ لیکن، کبھی کبھی وہ ایک دوسرے کے نزدیک آجاتے ہیں۔ ان پر بین مالکیولیائی قوتیں لگتی ہیں اور ان کی رفتاریں تبدیل ہوتی ہیں۔ یہ باہم عمل تصادم (ٹکڑ تصادم) (Collision) کہلاتے ہیں۔ مالکیول ایک دوسرے سے یا برتن کی دیواروں سے متواتر ٹکراتے رہتے ہیں۔ اور اپنی رفتاریں تبدیل کرتے رہتے ہیں۔ ان تصادموں کو لچکدار تصادم (Elastic Collision) مانا جاتا ہے۔ ہم نظریہ حرک پر مبنی، ایک گیس کے دباؤ کے لیے ریاضیاتی عبارت مشتق کر سکتے ہیں۔

ہم اس تصور سے شروع کرتے ہیں کہ گیس کے مالکیول ایک متواتر، بے ترتیب حرکت کرتے ہوئے، ایک دوسرے سے اور برتن کی دیواروں سے ٹکرا رہے ہیں۔ مالکیول کے تمام تصادم، آپس میں ہونے والے اور برتن کی دیواروں کے ساتھ ہونے والے، لچکدار تصادم ہیں۔ اس کا مطلب ہے کہ کل حرکی توانائی (Total Kinetic Energy) کی بقا ہوتی ہے۔ اور ہمیشہ کی طرح کل معیار حرکت (moment) کی بقا ہوگی۔

13.4.1 ایک کامل گیس کا دباؤ

(Pressure of an ideal gas)

ایک گیس لیجیے، جو ضلع 1 کے ایک مکعب میں رکھی ہے۔ محوروں کو مکعب کے ضلعوں کی متوازی لیجیے (جیسا شکل 13.4 میں دکھایا گیا ہے)۔ ایک مالکیول، جس کی رفتار، (v_x, v_y, v_z) ہے، مستوی کے متوازی، مستوی دیوار سے جس کا رقبہ $A (= l^2)$ ہے، ٹکراتا ہے۔ کیونکہ تصادم لچکدار ہے، مالکیول اسی مقدار کی رفتار سے مخالف سمت میں واپس لوٹے گا، یعنی کہ، مالکیول کی رفتار کے z اور y جز تبدیل نہیں ہوں گے لیکن x -جز کی علامت الٹ جائے

مثال 13.4: ایک برتن میں دو غیر تعامل پذیر گیسیں ہیں: نیون (یک ایٹمی) اور آکسیجن (دو ایٹمی)۔ ان کے جزوی دباؤ کی نسبت ہے: (3:2)۔ تخمینہ لگائیے: برتن میں نیون (Neon) اور آکسیجن کی (a) مالکیولوں کی تعداد کی نسبت کا (b) کمیت کثافت کی نسبت کا۔ $20.2u =$ نیون کی ایٹمی کمیت $32.0u =$ آکسیجن کی مالکیولیائی کمیت

جواب: گیسوں کے آمیزہ میں ایک گیس کا جزوی دباؤ وہ دباؤ ہے جو گیس کا اسی حجم اور درجہ حرارت پر ہوتا، اگر برتن میں کوئی دوسری گیس نہیں ہوتی۔ (غیر تعامل پذیر گیسوں کے آمیزے کا دباؤ، اس کے اجزائے ترکیبی گیسوں کے جزوی دباؤ کی قدروں کا حاصل جمع ہوتا ہے)۔ کیونکہ V اور T دونوں گیسوں کے لیے مشترک ہے، ہمارے پاس ہے $P_1V = \mu_1RT$ اور $P_2V = \mu_2RT$ یہاں 1 اور 2 حسب ترتیب، نیون اور آکسیجن کے لیے استعمال ہوئے ہیں۔

کیونکہ دیا ہوا ہے: $(P_1/P_2) = (3/2)$ ، اس لیے $(\mu_1/\mu_2) = 3/2$

(i) تعریف کے مطابق: $\mu_1 = (N_1/N_A)$ اور $\mu_2 = (N_2/N_A)$

جہاں N_1 اور N_2 ، 1 اور 2 کے مالکیول کی تعداد ہے اور N_A

ایوگیڈرو کا عدد ہے۔ اس لیے: $(N_1/N_2) = (\mu_1/\mu_2) = 3/2$

(ii) ہم اس طرح سے بھی لکھ سکتے ہیں: $\mu_1 = (m_1/M_1)$ اور

$\mu_2 = (m_2/M_2)$ ، جہاں، m_1 اور m_2 ، 1 اور 2 کی کمیتیں

ہیں اور M_1 اور M_2 ان کی مالکیولیائی کمیتیں ہیں۔ (m_1 اور M_1

دونوں کو اور m_2 اور M_2 یکساں اکائیوں میں ظاہر کرنا چاہیے)۔

اگر ρ_1 اور ρ_2 ، حسب ترتیب، 1 اور 2 کی کمیت کثافتیں ہیں، تو

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1/V}{m_2/V} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \times \left(\frac{M_1}{M_2} \right)$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{20.2}{32.0} = 0.947$$

13.4 ایک کامل گیس کا نظریہ حرک

(KINETIC THEORY OF AN IDEAL GAS)

گیسوں کا نظریہ حرک مادے کی مالکیولیائی تصویر پر مبنی ہے۔ گیس کی ایک دی

$$P = Q / (A\Delta t) = nmv_x^2 \quad (13.11)$$

اصلیت میں ایک گیس میں تمام مالکیولوں کی رفتار یکساں نہیں ہوتی۔ بلکہ رفتاروں کی ایک تقسیم پائی جاتی ہے۔ اس لیے اوپر دی ہوئی مساوات، ان مالکیولوں کے گروپ کے لیے درست ہے، جو x سمت میں v_x چال سے حرکت کر رہے ہیں اور n مالکیول کے اس گروپ کی عددی کثافت ہے۔ کل دباؤ تمام گروپوں کے حصے پر جمع کرنے سے حاصل ہوگا۔

$$P = nm \overline{v_x^2} \quad (13.12)$$

جہاں $\overline{v_x^2}$ ، $\overline{v_y^2}$ کا اوسط ہے۔ اب گیس کیونکہ ہم سموت (Isotropic) ہے یعنی برتن میں گیسوں کے مالکیولوں کی رفتار کی کوئی ترجیحی سمت نہیں ہے، اس لیے تشاکل (Symmetry) سے

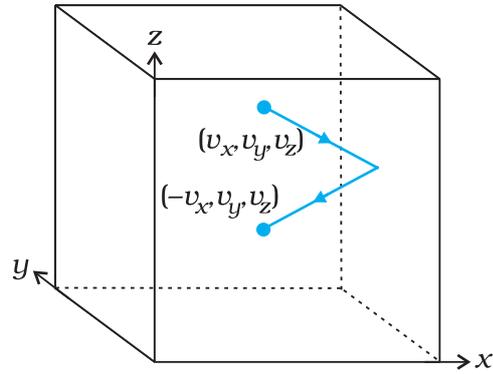
$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

$$\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = (1/3) \overline{v^2} \quad (13.13)$$

جہاں v چال ہے، اور $\overline{v^2}$ مربع کی گئی رفتار کے اوسط کی نشاندہی کرتا ہے۔ اس لیے

$$P = (1/3) n m \overline{v^2} \quad (13.14)$$

اس اخذ کیے گئے رشتے پر کچھ رہنمائی: سب سے پہلے، حالانکہ ہم نے مکعب برتن منتخب کیا تھا، برتن کی شکل سے دراصل کوئی اثر نہیں پڑتا۔ کسی بھی شکل کی برتن کے لیے، ہم ہمیشہ ایک مختصر لا متناہی خفیف (مستوی) رقبہ منتخب کر سکتے ہیں اور مندرجہ بالا اقدام پر عمل کر سکتے ہیں۔ نوٹ کریں کہ A اور Δt دونوں آخری نتیجے میں کہیں نہیں ہیں۔ باب 10 میں دیے گئے پاسکل کے قانون کے مطابق، ایک گیس جو حالت توازن میں ہے، اس کے کسی ایک حصے میں دباؤ اتنا ہی ہوگا، جتنا کسی دوسرے حصے میں۔ دوسری بات یہ کہ ہم نے یہ نتیجہ اخذ کرنے میں مالکیول کے کسی بھی آپسی تصادم کو نظر انداز کر دیا ہے۔ حالانکہ اس مفروضہ کو حق بجانب ٹھہرانا درست طور پر مشکل ہے۔ ہم کیفیتاً طور پر سمجھ سکتے ہیں کہ اس مفروضہ سے ہم غلط نتیجے پر نہیں پہنچیں گے۔ وقت



شکل 13.4: گیس کے ایک مالکیول کا برتن کی دیوار سے لچکدار تصادم

گی۔ یعنی کہ تصادم کے بعد، مالکیول کی رفتار $(-v_x, v_y, v_z)$ ہوگی۔ مالکیول کے معیار حرکت میں تبدیلی ہے: $-mv_x - (mv_x) = -2mv_x$ معیار حرکت کی بقا کے قانون کے ذریعے، تصادم میں دیوار کو دیا گیا معیار حرکت: $= 2mv_x$

دیوار پر لگائی گئی قوت (اور دباؤ) کی تحسب کرنے کے لیے ہمیں دیوار کو دیے گئے معیار حرکت فی اکائی وقت کی تحسب کرنی ہوگی۔ ایک چھوٹے وقفہ وقت Δt میں، ایک مالکیول، جس کی رفتار کا x -جز v_x ہے، دیوار سے جب ہی ٹکرائے گا، جب اس کی دیوار سے دوری $v_x \Delta t$ فاصلے کے اندر ہو۔ یعنی کہ صرف وہ تمام مالکیول ہی جو $A v_x \Delta t$ حجم کے اندر ہیں، دیوار سے تصادم کر سکتے ہیں۔ لیکن اوسطاً، ان میں سے آدھے مالکیول دیوار کی طرف حرکت کر رہے ہیں اور آدھے دیوار سے دور جا رہے ہیں۔ اس لیے مالکیولوں کی تعداد جو رفتار (v_x, v_y, v_z) سے حرکت کرتے ہوئے، دیوار سے وقفہ Δt میں ٹکراتی ہے: $1/2 A v_x \Delta t n$ ، جہاں n ، مالکیولوں کی تعداد فی اکائی حجم ہے۔ وقفہ وقت Δt میں ان مالکیولوں کے ذریعے دیوار کو منتقل کیا گیا کل معیار حرکت ہے:

$$Q = (2mv_x) (1/2 n A v_x \Delta t) \quad (13.10)$$

دیوار پر لگ رہی قوت، معیار حرکت کی منتقلی کی شرح $Q / \Delta t$ ہے اور دباؤ، قوت فی اکائی رقبہ:

کیا جاسکتا ہے)، مندرجہ بالا تحسیب پر اثر انداز نہیں ہوں گے۔

13.4.2 درجہ حرارت کی تحرکی توضیح:

(Kinetic interpretation of temperature)

مساوات (13.14) کو ایسے لکھا جاسکتا ہے:

$$PV = (1/3) nV m \overline{v^2} \quad (13.15a)$$

$$PV = (2/3) N \times \frac{1}{2} m v^2 \quad (13.15b)$$

جہاں $N (= nV)$ ، گیس کے نمونے میں مالیکولوں کی تعداد ہے۔

قوسین (بریکٹ) [] میں دی ہوئی مقدار گیس کے مالیکولوں کی اوسط انتقالی

حرکی توانائی (Average Translational Kinetic Energy)

Δt میں دیوار سے ٹکرانے والے مالیکولوں کی تعداد $\frac{1}{2} n A v_x \Delta t$

معلوم کی گئی تھی۔ اب تصادم بے ترتیب ہیں اور گیس ایک قائم حالت میں

ہے۔ اس لیے اگر رفتار (v_x, v_y, v_z) کا ایک مالیکول، کسی دوسرے

مالیکول سے ٹکرا کر مختلف رفتار اختیار کر لیتا ہے۔ تو ہمیشہ ایک ایسا مالیکول بھی

ہوگا، جو مختلف آغازی رفتار سے حرکت کر رہا ہے اور تصادم کے بعد رفتار

(v_x, v_y, v_z) اختیار کر لیتا ہے۔ اگر ایسا نہیں ہوتا تو رفتاروں کی تقسیم، قائم

نہیں رہے گی۔ اور پھر ہم بہر حال $\overline{v_x^2}$ معلوم کر رہے ہیں۔ اس لیے مجموعی

طور پر مالیکولوں کے آپسی تصادم (اگر وہ بہت جلدی جلدی نہیں ہو رہے اور

تصادم میں لگنے والا وقت، دو تصادم کے درمیان وقت کے مقابلے میں نظر انداز

گیسوں کے نظریہ حرک کے بانیان

جیمس کلیرک میکسویل (James Clerk Maxwell) (1831-1879)

ایڈنبرگ، اسکاٹ لینڈ میں پیدا ہوئے۔ انیسویں صدی کے عظیم ترین طبیعیات دانوں میں آپ کا شمار ہوتا ہے۔

انہوں نے ایک گیس میں مالیکولوں کی حرارتی رفتار کی تقسیم اخذ کی اور ان چند پہلے سائنس دانوں میں تھے

جنہوں نے قابل پیمائش مقداروں، لزوجت وغیرہ سے مالکیولیائی پیرامیٹروں کی قابل بھروسہ قدریں حاصل

کیں۔ میکسویل کا سب سے بڑا کارنامہ برق اور مقناطیسیت کے قانونوں کو (جنہیں کولمب، اورسٹڈ، ایمپیر

اور فیراڈے نے دریافت کیا تھا) مساوات کے ایک ہم آہنگ سیٹ میں متحد کرنا تھا جو اب میکسویل کی

مساواتیں کہلاتی ہیں۔ ان مساواتوں کے ذریعے وہ

اس اہم ترین نتیجے پر پہنچے کہ روشنی ایک برق مقناطیسی

لہر ہے۔ دلچسپ بات یہ ہے کہ میکسویل اس خیال سے کبھی بھی متفق نہیں تھے کہ برق اپنی طبع کے اعتبار سے

ذراتی ہے۔ (جس کی فیراڈے کے برق پاشیدگی کے قوانین پر زور دیتا ہے کرتے تھے۔)

لڈوگ بولٹزمن (Ludwig Boltzmann) (1844-1906)

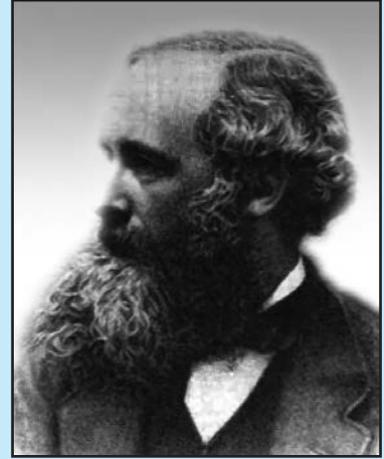
ویانا، آسٹریا میں پیدا ہوئے۔ آپ نے گیسوں کے نظریہ حرک پر انفرادی طور سے، میکسویل کے ساتھ نہیں، کام

کیا۔ اٹمیٹ (Atomism)، نظریہ حرک کی اساس، کے زبردست حامی تھے۔ آپ نے حرکیات کے

دوسرے قانون کی شماراتی توضیح کی اور ناکارگی کا تصور پیش کیا۔ انہیں کلاسیکی شماراتی میکانیات

(classical statistical mechanics) کے بانیان میں شمار کیا جاتا ہے۔ نظریہ حرک میں توانائی

اور درجہ حرارت میں رشتہ قائم کرنے والا تناسبیت کا مستقل، آپ کے اعزاز میں، بولٹزمن مستقل کہلاتا ہے۔



$$\frac{1}{2}m_1\overline{v_1^2} = \frac{1}{2}m_2\overline{v_2^2} = (3/2)k_B T$$

اس طرح

$$P = (n_1 + n_2 + \dots) k_B T \quad (13.21)$$

جو جزوی دباؤ کی قدروں کا ڈالٹن کا قانون ہے۔

مساوات (13.19) سے ہم ایک گیس میں مالکیول کی مخصوص رفتار کا اندازہ لگا سکتے ہیں۔ درجہ حرارت، $T=300\text{K}$ ، پرنٹر و جن گیس میں ایک مالکیول کی اوسط مربع چال:

$$m = \frac{M_{N_2}}{N_A} = \frac{28}{6.02 \times 10^{26}} = 4.65 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

$$\overline{v^2} = 3 k_B T / m = (516)^2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$\overline{v^2}$ کا مربع جذر (Square root)، جذر اوسط مربع

v_{rms} (Root mean square (rms)) چال کہلاتی ہے اور اسے

سے ظاہر کرتے ہیں۔ ہم $\overline{v^2}$ کو $\langle v^2 \rangle$ کی شکل میں بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$v_{\text{rms}} = 516 \text{ m s}^{-1}$$

یہ چال ہوا میں آواز کی چال کے درجہ کی ہے۔ مساوات (13.19) سے

یہ اخذ کیا جاسکتا ہے کہ یکساں درجہ حرارت پر، مقابلتاً ہلکے مالکیول کی rms

چال مقابلتاً زیادہ ہوتی ہے۔

مثال 13.5: ایک فلاسک (صراحی) میں آرگون (Argon) اور کلورین گیس کے لحاظ سے، 1:2 کی نسبت میں ہیں۔ آمیزہ کا درجہ حرارت 27°C ہے۔ (i) اوسط حرکی توانائی فی مالکیول کی نسبت (ii) دونوں گیسوں کے مالکیولوں کی v_{rms} کی نسبت، معلوم کیجیے۔ 39.9u = آرگون کی ایٹمی کمیت، 70.9u = کلورین کی مالکیولیائی کمیت

جواب: یاد رکھنے لائق اہم نکتہ یہ ہے کہ کسی بھی (کامل) گیس (چاہے وہ

آرگون کی طرح ایک ایٹمی ہو یا کلورین کی طرح دو ایٹمی) کی اوسط حرکی

توانائی (فی مالکیول) ہمیشہ $(3/2)k_B T$ کے مساوی ہوتی ہے۔ یہ

صرف درجہ حرارت کے تابع ہے اور گیس کی طبع کے تابع نہیں ہے۔

ہے۔ کیونکہ ایک کامل گیس کی اندرونی توانائی پورے طور پر حرکی* ہوتی ہے۔

$$E = N \times (1/2) m \overline{v^2} \quad (13.16)$$

اب مساوات (13.15) سے حاصل ہوتا ہے:

$$PV = (2/3)E \quad (13.17)$$

اب ہم درجہ حرارت کی حرکی وضاحت کرنے کے لیے تیار ہیں۔

مساوات (13.17) کو کامل گیس مساوات (13.3) سے ملانے پر، ہمیں

حاصل ہوتا ہے۔

$$E = (3/2) k_B N T \quad (13.18)$$

یا

$$E/N = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = (3/2) k_B T \quad (13.19)$$

یعنی کہ، ایک مالکیول کی اوسط حرکی توانائی، گیس کے مطلق درجہ حرارت

کے متناسب ہے، یہ دباؤ حجم اور کامل گیس کی طبع کے غیر تابع ہے۔ یہ ایک

بنیادی نتیجہ ہے جو درجہ حرارت، گیس کے ایک کلاں بنی قابل پیمائش

پیرامیٹر، (جو حرکیاتی متغیر کہلاتا ہے) اور ایک مالکیولیائی مقدار، مالکیول

کی اوسط حرکی توانائی، کے درمیان رشتہ دیتا ہے۔ یہ دونوں علاقے، بولٹز مین

مستقلہ کے ذریعے جڑے ہوئے ہیں۔ ہم نے تذکرہ کیا تھا کہ مساوات

(13.18) بتاتی ہے کہ ایک کامل گیس کی اندرونی توانائی صرف درجہ حرارت

کے تابع ہے اور دباؤ اور حجم کے تابع نہیں ہے۔ درجہ حرارت کی اس توضیح کے

ساتھ، ایک کامل گیس کا نظریہ تحرک، کامل گیس مساوات اور اس پر مبنی مختلف

گیس قوانین کے ساتھ پوری طرح ہم آہنگ ہے۔

غیر متعامل کامل گیسوں کے آمیزہ کے کل دباؤ میں آمیزہ میں شامل ہر

گیس کا حصہ ہوتا ہے۔ مساوات (13.14) ہو جاتی ہے:

$$P = (1/3) [n_1 m_1 \overline{v_1^2} + n_2 m_2 \overline{v_2^2} + \dots] \quad (13.20)$$

حالت توازن میں، مختلف گیسوں کے مالکیولوں کی اوسط حرکی توانائی،

مساوی ہوگی، یعنی کہ

*E، اندرونی توانائی U کے انتقالی حصہ کی نشاندہی کرتا ہے، جس میں دوسرے آزادی کے درجات کی وجہ سے توانائیاں بھی شامل ہو سکتی ہیں۔

لیے، ایک مالکیول آرگون کا صرف ایک ایٹم ہے) دونوں طرف مربع جذر لیتے ہوئے

$$\frac{(v_{rms})_{Ar}}{(v_{rms})_{Cl}} = 1.33$$

آپ نوٹ کریں کہ کمیت کے حساب سے آمیزہ میں اجزائے ترکیبی کی نسبت مندرجہ بالا تحسیبوں کے لیے بے معنی ہے۔ آمیزے میں آرگون اور کلورین کی کمیت کے مطابق کوئی دوسری نسبت بھی ہو، جب بھی (i) اور (ii) مندرجہ بالا جواب ہی ہوں گے بشرط یہ کہ درجہ حرارت مستقل ہے۔

(i) کیونکہ فلاسک میں آرگون اور کلورین دونوں یکساں درجہ حرارت پر ہیں، اس لیے دونوں گیسوں کی اوسط حرکی توانائی (فی مالکیول) کی نسبت، 1:1 ہے۔

$$\frac{1}{2}mv_{rms}^2 = (3/2)k_B T \quad (ii)$$

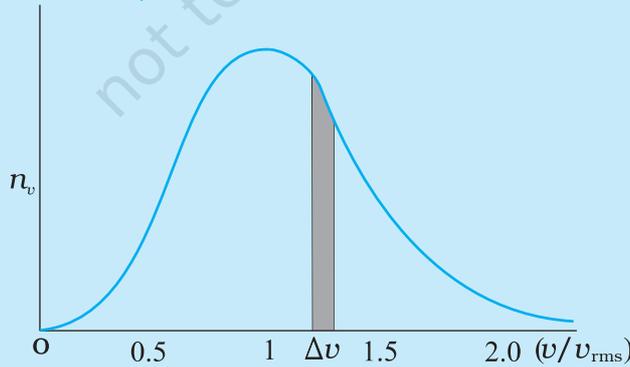
جہاں m گیس کے ایک مالکیول کی کمیت ہے۔

$$\frac{(v_{rms})_{Ar}^2}{(v_{rms})_{Cl}^2} = \frac{(m)_{Cl}}{(m)_{Ar}} = \frac{(M)_{Cl}}{(M)_{Ar}} = \frac{70.9}{39.9} = 1.77$$

جہاں M گیس کی مالکیولیائی کمیت کی نشاندہی کرتا ہے۔ (آرگون کے

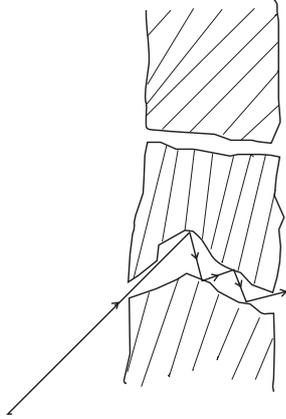
میکسویل تقسیم تفاعل

گیس کی ایک دی ہوئی کمیت میں، تمام مالکیولوں کی رفتاریں یکساں نہیں ہوتیں، بھلے ہی گیس کی پوری جسامت (Bulk) کے پیرامیٹر، جیسے دباؤ، حجم اور درجہ حرارت معین ہوں۔ تصادم مالکیول کی حرکت کی سمت اور چال تبدیل کر دیتے ہیں۔ پھر بھی، ایک توازن کی حالت میں، چالوں کی تقسیم (Distribution of Speeds) مستقل پائیدار ہوتی ہے۔ اگر ایشیا کی بڑی تعداد والے نظام ہوں تو انہیں برتنے کے لیے تقسیم (Distribution) بہت اہم اور کارآمد ہوتی ہے۔ مثال کے لیے ایک شہر کے مختلف اشخاص کی عمریں دیکھیے۔ ہر فرد کی عمر کو الگ الگ دیکھنا قابل عمل نہیں ہے۔ ہم اشخاص کو گروپ میں بانٹ سکتے ہیں: 20 سال تک کی عمر کے بچے، بالغ جن کی عمریں 20 سے 60 سال کے درمیان ہیں، اور ضعیف، جن کی عمر 70 سال سے زیادہ ہے۔ اگر ہمیں زیادہ تفصیلی معلومات درکار ہوں تو ہم مقابلتا چھوٹے وقفے (عمر کے گروپوں کے) 0-1، 1-2، ...، 99-100 منتخب کر سکتے ہیں۔ جب وقفے کا سائز چھوٹا ہوتا جاتا ہے، مثلاً نصف برس تو اس وقفے میں شامل اشخاص کی تعداد بھی کم ہو جاتی ہے، جو موٹے طور پر اس صورت میں، ایک سال کے وقفے میں اشخاص کی تعداد کی نصف ہوگی۔ اس لیے وقفے عمر x اور $x+dx$ کے درمیان اشخاص کی تعداد $dN(x)$ کے متناسب ہے 'یا' $dN(x) = n_x dx$ ۔ ہم نے n_x کو x اور $x+dx$ کے درمیان وقفہ ظاہر کرنے کے لیے استعمال کیا ہے۔



مالکیولیائی چالوں کی میکسویل تقسیم

اسی طور پر، مالکیولیائی چال تقسیم، چالوں v اور $v+dv$ کے درمیان مالکیولوں کی تعداد $dN(v)$ بتاتی ہے: $dN(v) = 4pNa^3 e^{-bv^2} v dv = n_v dv v^2 dv = n_v dv$ رفتاروں v اور $v+dv$ کے درمیان مالکیولوں کی کسر، دکھائی گئی پٹی، (Strip) کے رقبے کے مساوی ہے۔ v^2 جیسی کسی بھی مقدار کے اوسط کی تعریف تکلمہ (Integral) کے ذریعے کی جاتی ہے: $\langle v^2 \rangle = (1/N) \int v^2 dN(v) = (3k_B T/m)$ جو زیادہ بنیادی اصولوں سے اخذ کیے گئے نتیجے سے ہم آہنگ ہے۔



شکل 13.5: ایک سوراخ دار دیوار سے گذرتے ہوئے مالیکیول

◀ مثال 13.7: (a) جب ایک مالیکیول (یا ایک چکدر گیند) ایک دیوار (بھاری کمیت کی) سے ٹکراتا ہے، تو وہ اسی چال سے مخالف سمت میں لوٹتا ہے۔ جب ایک گیند ایک زور سے سیدھے پکڑے ہوئے بلے (بھاری کمیت کے) سے ٹکراتی ہے، تب بھی یہی ہوتا ہے۔ لیکن جب بلا، گیند کی طرف حرکت کرتا ہے اور گیند اور بلا آپس میں ٹکراتے ہیں، تو گیند ٹکرانے کے بعد مختلف چال سے لوٹی ہے۔ گیند کی چال پہلے سے زیادہ ہوتی ہے یا کم؟ (باب 6 کو دہرائیں تو چک دار تصادم کے بارے میں آپ کی یادداشت تازہ ہو جائے گی)

(b) جب ایک پسٹن کو اندر ڈھکیل کر ایک استوانے میں بھری گیس کو دبایا جاتا ہے تو اس کا درجہ حرارت بڑھ جاتا ہے۔ اوپر دیے ہوئے (a) کو استعمال کر کے نظریہ تحرک کی بنیاد پر اس کی توضیح سوچیے۔

(c) جب ایک دبی ہوئی گیس ایک پسٹن کو باہر ڈھکیلتی ہے اور پھیلتی ہے تو کیا ہوتا ہے؟ آپ کیا دیکھیں گے؟

(d) سچن تندو لکر کھیلتے ہوئے بھاری بلے کا استعمال کرتے ہیں۔ کیا اس سے انہیں کسی طرح کی کوئی مدد ملتی ہے؟

جواب: (a) فرض کیجیے بلے کے پیچھے لگے ہوئے اسٹمپ کی مناسبت سے گیند کی رفتار u ہے۔ اگر اسی اسٹمپ کی مناسبت سے بلا، گیند کی طرف چال v سے حرکت کر رہا ہے، تو بلے کی مناسبت سے گیند کی چال $(u+v)$ ہے۔ (بلے کی طرف)۔ جب گیند واپس لوٹی ہے (بھاری بلے سے ٹکرانے کے بعد)،

◀ مثال 13.6: یورینیم کے دو ہم جا (isotopes) ہیں، جن کی کمیتیں ^{235}U اور ^{238}U ہیں۔ اگر دونوں یورینیم ہیکسا فلوراڈ گیس میں پائے جاتے ہیں، تو کس کی اوسط رفتار مقابلاً زیادہ ہوگی؟ اگر فلورین کی اسٹمپ کمیت $19u$ ہے، تو کسی بھی درجہ حرارت پر رفتاروں میں فی صد فرق کا تخمینہ لگائیے۔

جواب: متعین درجہ حرارت پر، مستقلہ $\langle v^2 \rangle = 1/2 m < v^2 \rangle$ اوسط توانائی، مالیکیول کی کمیت اگر کم ہوگی، اس کی چال زیادہ ہوگی، چالوں کی نسبت، مالیکیولوں کی کمیتوں کی نسبت کے مربع جذر کے تناسب ہوگی۔ کمیتیں کیوں کہ ^{349}u اور ^{352}u ہیں، اس لیے

$$v_{349}/v_{352} = (352/349)^{1/2} = 1.0044$$

اس لیے

$$\frac{\Delta V}{V} = 0.44\% \text{ فرق}$$

[^{235}U وہ ہم جا ہے، جو نیوکلیائی انشقاق کے لیے درکار ہوتا ہے۔ اسے زیادہ وافر مقدار میں پائے جانے والے ہم جا ^{238}U سے علیحدہ کرنے کے لیے مندرجہ ذیل طریقہ استعمال کیا جاتا ہے جو نیوکلیائی افزودگی (Nuclear Enrichment) کہلاتا ہے۔]

آميزہ کو ایک سوراخ دار استوانے سے گھیر لیا جاتا ہے۔ اس سوراخ دار استوانے کا موٹا ہونا ضروری ہے تاکہ مالیکیول لمبے سوراخ کی دیواروں سے ٹکراتے ہوئے انفرادی طور پر سوراخ سے ادھر ادھر بکھریں۔ مقابلاً تیز رفتار والے مالیکیول، کم رفتار مالیکیول کے مقابلے میں سوراخوں سے باہر کی سمت میں زیادہ رسیں گے۔ اس طرح سوراخ دار استوانے کے باہر مقابلاً ہلکے مالیکیولوں کی تعداد زیادہ ہوگی۔ (افزودگی)۔ (شکل 13.5) یہ طریقہ بہت استعداد (Efficiency) والا نہیں ہے اور قابل لحاظ افزودگی کے لیے اسے

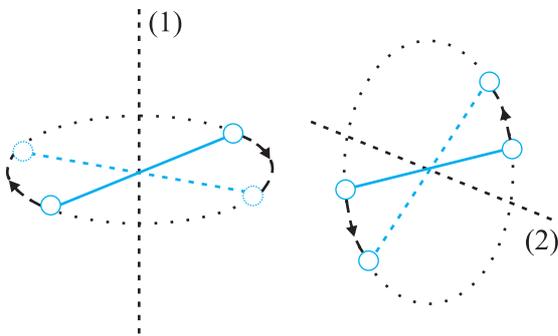
بار بار دہرائنا پڑتا ہے۔]

جب گیسوں کا نفوذ (Diffusion) ہوتا ہے تو نفوذ کی شرح، ان کی کمیتوں کے مربع جذر کے تناسب ہوتی ہے (دیکھیے مشق 13.12)۔ کیا آپ اوپر دیے ہوئے جواب سے اس کی وضاحت کا اندازہ لگا سکتے ہیں۔ ▶

آزادی کا درجہ 1 ہے، ایک مستوی میں حرکت کرنے کے لیے 2 اور فضا میں حرکت کرنے کے لیے 3۔ ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ تک پورے جسم کی حرکت، منتقلی (Translation) کہلاتی ہے۔ اس لیے ایک مالیکیول جو فضا میں حرکت کرنے کے لیے آزاد ہے اس کے تین انتقالی آزادی کے درجے ہوتے ہیں۔ ہر انتقالی آزادی کا درجہ ایک ایسا رکن دیتا ہے جس میں حرکت کے کسی متغیرہ کا مربع شامل ہوتا ہے، مثلاً $\frac{1}{2}mv_x^2$ اور v_y اور v_z میں یکساں ارکان۔ مساوات (13.24) میں ہم نے دیکھا، کہ حرارتی توازن میں، ایسے ہر رکن کا اوسط $\frac{1}{2}k_B T$ ہے۔

ایک ایک ایٹم گیس، جیسے آرگون، کے مالیکیولوں کی صرف انتقالی آزادی کے درجات ہوتے ہیں۔ لیکن ایک دو ایٹمی گیس، جیسے O_2 یا N_2 کے بارے میں کیا کہا جاسکتا ہے؟ O_2 کے ایک مالیکیول کے 3 انتقالی آزادی کے درجات ہوتے ہیں۔ لیکن اس کے علاوہ، وہ اپنے کمیت کے مرکز کے گرد گردش بھی کر سکتا ہے۔ شکل 13.6 میں دو، ایک دوسرے کے غیر تابع، گردش کے محور 1 اور 2 دکھائے گئے ہیں، جو دونوں ایٹموں (آکسیجن کے) کو جوڑنے والے محور پر عمود ہیں، جن کے گرد آکسیجن مالیکیول گردش* کر سکتا ہے۔ اس طرح مالیکیول کے دو گردش آزادی کے درجات ہیں، جن میں سے ہر ایک کل توانائی، جو انتقالی توانائی ϵ_t اور گردش توانائی ϵ_r پر مشتمل ہے، میں ایک رکن کا حصہ دیتا ہے۔

$$\epsilon_t + \epsilon_r = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2 + \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 \quad (13.25)$$



شکل 13.6: ایک دو ایٹمی مالیکیول کے دو غیر تابع، گردش محور

*ایٹموں کو ملانے والے خط کے گرد گردش کے جمود کا معیار اثر بہت چھوٹا ہوتا ہے اور کوانٹم میکانیکی وجوہات کی بنا پر فعال کردار ادا نہیں کرتا۔ حصہ 13.6 کا آخر دیکھیے۔

اس کی چال، بل کی مناسبت سے، بل سے دور ہٹتے ہوئے $u+v$ ہے۔ اس لیے اسٹمپ کو مناسبت سے، واپس لوٹتی ہوئی گیند کی چال ہے $V+(V+u)=2V+u$ ۔ اس لیے بل سے ٹکرانے کے بعد اس کی چال تیز ہو جاتی ہے۔ ایک مالیکیول کے لیے اس کا مطلب ہوگا، درجہ حرارت میں اضافہ۔ آپ (a)، (b)، (c) اور (d) کے جواب، (a) کے جواب کی مدد سے خود دے سکتے ہیں۔

اشارہ: یہ مطابقت نوٹ کیجیے: پستون ← بلہ، استوانہ ← اسٹمپ، مالیکیول ← گیند

13.5 توانائی کی تقسیم کا قانون

(LAW OF EQUIPARTITION OF ENERGY)

ایک واحد مالیکیول کی حرکی توانائی:

$$\epsilon_t = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2 \quad (13.22)$$

ایک گیس کے لیے، جو درجہ حرارت T پر حرارتی توازن میں ہے، توانائی کی اوسط قدر، جو $\langle \epsilon_t \rangle$ سے ظاہر کی جاتی ہے،

$$\langle \epsilon_t \rangle = \left\langle \frac{1}{2}mv_x^2 \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2}mv_y^2 \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2}mv_z^2 \right\rangle = \frac{3}{2}k_B T \quad (13.23)$$

کیونکہ کوئی ترجیحی سمت نہیں ہے، مساوات (13.23) سے اخذ کیا جاسکتا ہے کہ

$$\left\langle \frac{1}{2}mv_x^2 \right\rangle = \frac{1}{2}k_B T \quad \left\langle \frac{1}{2}mv_y^2 \right\rangle = \frac{1}{2}k_B T$$

$$\left\langle \frac{1}{2}mv_z^2 \right\rangle = \frac{1}{2}k_B T \quad (13.24)$$

ایک مالیکیول جو فضا (Space) میں حرکت کرنے کے لیے آزاد ہو، اس کے مقام کو متعین کرنے کے لیے 3 مختص (Coordinates) چاہیے ہوتے ہیں۔ اگر اسے ایک مستوی میں حرکت کرنے کے لیے پابند کر دیا جائے تو 2 اور اگر ایک خط پر حرکت کرنے کے لیے پابند کر دیا جائے تو اس کے مقام کو متعین کرنے کے لیے صرف 1 مختص چاہیے ہوتا ہے۔ اس بات کو دوسری طرح سے بھی کہا جاسکتا ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ ایک خط پر حرکت کرنے کے لیے اس کی

وضع: انتقالی، گردشی اور ارتعاشی، کے لیے ہوتا ہے۔ یعنی کہ توازن میں ہل توانائی، ہر ممکنہ توانائی وضع میں مساوی طور پر تقسیم ہوتی ہے، جب کہ ہر وضع کی اوسط توانائی $\frac{1}{2} k_B T$ کے مساوی ہوتی ہے۔ یہ توانائی کی مساوی تقسیم کا قانون (Law of Equipartition of Energy) کہلاتا ہے۔ اس کے مطابق، ایک مالکیول کا ہر انتقالی اور گردشی آزادی کا درجہ، توانائی کو $\frac{1}{2} k_B T$ توانائی دیتا ہے جب کہ ہر ارتعاشی تعدد (Vibrational frequency): $k_B T = 2 \times \frac{1}{2} k_B T$ ، کیونکہ ایک ارتعاشی وضع میں حرکی اور بالقوۃ دونوں وضعیں ہوتی ہیں۔

توانائی کی مساوی تقسیم کا ثبوت اس کتاب کی وسعت سے باہر ہے۔ یہاں ہم اس قانون کا استعمال، نظری طور پر گیسوں کی نوعی حرارتوں کی پیشین گوئی کرنے کے لیے کریں گے۔

13.6 نوعی حرارت کی گنجائش

(SPECIFIC HEAT CAPACITY)

13.6.1 ایک ایٹمی گیسوں (Monatomic gases)

ایک ایک ایٹمی گیس کے مالکیول کی صرف تین انتقالی آزادی کے درجات ہوتے ہیں۔ اس لیے درجہ حرارت T پر، ایک مالکیول کی اوسط توانائی $\frac{3}{2} k_B T$ ہے۔ ایسی گیس کے ایک مالکیول کی کل اندرونی توانائی ہے۔

$$U = \frac{3}{2} k_B T \times N_A = \frac{3}{2} RT \quad (12.27)$$

مستقل حجم پر نوعی حرارت C_v ہے

$$C_v (\text{یک ایٹمی گیس}) = \frac{dU}{dT} = \frac{3}{2} R \quad (13.28)$$

ایک کامل گیس کے لیے

$$C_p - C_v = R \quad (13.28)$$

جہاں C_p مستقل دباؤ پر مولی نوعی حرارت ہے۔ اس لیے

$$C_p = \frac{5}{2} R \quad (13.30)$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3} \quad (13.31)$$

جہاں ω_1 اور ω_2 محور 1 اور 2 کے گرد زاویائی رفتاریں ہیں اور I_1 اور I_2 ان کے مطابق جمود کے معیار اثر (Moments of Inertia) ہیں۔ نوٹ کریں کہ ہر گردشی آزادی کا درجہ ایک ایسا رکن، توانائی کو دیتا ہے جس میں حرکت کے گردشی متغیرہ کا مربع شامل ہے۔

ہم نے اوپر یہ فرض کر لیا کہ O_2 مالکیول ایک استوار گردش کار (Rigid rotator) ہے۔ یعنی کہ، مالکیول ارتعاش نہیں کرتا۔ یہ مفروضہ گو کہ O_2 کے لیے (معمولی درجہ حرارت پر) درست پایا گیا ہے، ہمیشہ درست نہیں ہوتا۔ CO جیسے مالکیول کی معمولی درجہ حرارت پر بھی، ارتعاش (Vibration) کی ایک وضع (Mode) ہوتی ہے یعنی کہ اس کے ایٹم، بین ایٹمی محور (Interatomic axis) پر ایک ایک البعدی ارتعاش کار (One dimensional oscillator) کی طرح ارتعاش (Oscillation) کرتے ہیں اور کل توانائی کو ایک ارتعاشی توانائی (Vibrational Energy) رکن دیتے ہیں:

$$\varepsilon_v = \frac{1}{2} m \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} ky^2$$

$$\varepsilon = \varepsilon_t + \varepsilon_r + \varepsilon_v \quad (13.26)$$

جہاں k قوت مستقلہ ہے (ارتعاش کار کا) اور y ارتعاشی کو آرڈی نیٹ ہے۔ ایک بار پھر، مساوات (13.25) میں حرکت متغیرہ y اور dy/dt کے مربع ارکان شامل ہیں۔

اس نقطہ پر، مساوات (13.26) کی اہم خاصیت نوٹ کیجیے۔ جب کہ مساوات (13.26) میں، ہر انتقالی اور گردشی آزادی کے درجے نے صرف ایک مربع رکن دیا، ایک ارتعاشی طرز دو مربع رکن دیتی ہے۔ حرکی اور بالقوۃ توانائیاں۔ توانائی کی ریاضیاتی عبارت میں شامل ہر دو درجی رکن، مالکیول کے ذریعے جذب کی گئی توانائی کی ایک وضع ہے۔ ہم دیکھ چکے ہیں کہ حرارتی توازن میں، درجہ حرارت T (مطلق قدر) پر، ہر انتقالی، وضع حرکت کے لیے اوسط توانائی $\frac{1}{2} k_B T$ ہے۔ کلاسیکی شماراتی میکینک کا ایک شاندار اصول یہ ہے (جسے سب سے پہلے میکسویل نے ثابت کیا) کہ ایسا ہی ہر توانائی کی

جدول 13.1 میں گیسوں کی نوعی حرارتوں کی نظری طور پر پیشین گوئی کی جانے والی قدریں دی گئی ہیں، جہاں کسی بھی ارتعاشی وضع کو نظر انداز کر دیا گیا ہے۔ یہ قدریں تجربہ کی مدد سے معلوم کی گئیں کئی گیسوں کی نوعی حرارت کی قدروں سے، جو جدول 13.2 میں دی گئی ہیں، اچھی مطابقت رکھتی ہیں۔ بے شک، پیشین گوئی کی گئی قدروں اور کچھ دوسری گیسوں کی (جو جدول میں نہیں دی گئی ہیں) اصل نوعی حرارت کی قدروں میں اختلاف بھی ہیں، جیسے C_2H_6 ، Cl_2 اور بہت سی دوسری کثیر ایٹمی گیسوں میں۔ عام طور سے تجربے کے ذریعے ان گیسوں کی معلوم کی گئی نوعی حرارت کی قدریں جدول 13.1 میں دی گئی پیشین گوئی کی گئی قدروں سے زیادہ ہوتی ہیں۔ جس سے پتہ چلتا ہے کہ مطابقت کو بہتر بنایا جاسکتا ہے، اگر تحسیب میں حرکت کی ارتعاشی وضعوں کو شامل کر لیا جائے۔ اس طرح توانائی کی مساوی تقسیم قانون کی عام درجہ حرارت پر، تجربے کے ذریعے بہ خوبی تصدیق ہو جاتی ہے۔

جدول 13.1: گیسوں کی نوعی حرارت کی گنجائش کی پیشین گوئی کی گئی قدریں (ارتعاشی وضعوں کو نظر انداز کرتے ہوئے)

γ	$C_p - C_v$ ($Jmol^{-1}k^{-1}$)	C_p ($Jmol^{-1}k^{-1}$)	C_v ($Jmol^{-1}k^{-1}$)	گیس کی طبع
1.67	8.31	20.8	12.5	ایک ایٹمی
1.40	8.31	29.1	20.8	دو ایٹمی
1.33	8.31	33.24	24.93	کثیر ایٹمی

جدول 13.2: کچھ گیسوں کی نوعی حرارت گنجائشوں کی ناپی گئی قدریں

γ	$C_p - C_v$ ($Jmol^{-1}k^{-1}$)	C_p ($Jmol^{-1}k^{-1}$)	C_v ($Jmol^{-1}k^{-1}$)	گیس	گیس کی طبع
1.66	8.30	20.8	12.5	He	ایک ایٹمی
1.64	8.12	20.8	12.7	Ne	ایک ایٹمی
1.67	8.30	20.8	12.5	Ar	ایک ایٹمی
1.41	8.45	28.8	20.4	H_2	دو ایٹمی
1.40	8.32	29.3	21.0	O_2	دو ایٹمی
1.40	8.32	29.1	20.8	N_2	دو ایٹمی
1.31	8.35	35.4	27.0	H_2O	سہ ایٹمی
1.31	8.36	35.4	27.1	CH_4	کثیر ایٹمی

13.6.2 دو ایٹمی گیسوں (Diatomic gases)

جیسا کہ پہلے وضاحت کی جا چکی ہے ایک دو ایٹمی مالیکیول کو اگر ایک استوار گردش کار (ایک مگدر کی طرح) مانا جائے تو اس کے 5 آزادی کے درجات ہوتے ہیں: 3 انتقالی 2 گردش۔ ایسی گیس کے ایک مول کی کل اندرونی توانائی

$$U = \frac{5}{2} k_B T \times N_A = \frac{5}{2} RT \quad (13.32)$$

اب مولی نوعی حرارتیں دی جاتی ہیں:

$$C_v (\text{استوار، دو ایٹمی}) = \frac{5}{2} R, C_p = \frac{7}{2} R \quad (13.33)$$

$$\gamma (\text{استوار، دو ایٹمی}) = \frac{7}{5} \quad (13.34)$$

اگر دو ایٹمی ماڈل استوار نہیں ہے بلکہ ان کے علاوہ اس کی ایک ارتعاشی وضع بھی ہے

$$U = \left(\frac{5}{2} k_B T + k_B T \right) N_A = \frac{7}{2} RT$$

$$C_v = \frac{7}{2} R, C_p = \frac{9}{2} R, \gamma = \frac{9}{7} \quad (13.35)$$

13.6.3 کثیر ایٹمی گیسوں (Polyatomic Gases)

عمومی طور پر، ایک کثیر ایٹمی مالیکیول کے 3 انتقالی، 3 گردش آزادی کے درجات اور ارتعاشی وضعوں کی ایک خاص تعداد (f) ہوتی ہے۔ توانائی کی مساوی تقسیم کے قانون کے مطابق، آسانی سے سمجھا جاسکتا ہے کہ ایک ایسی گیس کے ایک مول کی کل اندرونی توانائی:

$$U = \left(\frac{3}{2} k_B T + \frac{3}{2} k_B T + f k_B T \right) N_A$$

یعنی

$$C_v = (3 + f) R, C_p = (4 + f) R,$$

$$\gamma = \frac{(4 + f)}{(3 + f)} \quad (13.36)$$

نوٹ کریں کہ $C_p - C_v = R$ ہر کامل گیس کے لیے صادق ہے

چاہے وہ ایک ایٹمی ہو، دو ایٹمی ہو یا کثیر ایٹمی ہو۔

کیونکہ ایک ٹھوس کے لیے ΔV نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اس لیے

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U}{\Delta T} = 3R \quad (13.37)$$

جدول 13.3 کچھ ٹھوس اشیا کی کمرہ درجہ حرارت اور فضائی دباؤ پر نوعی حرارت گنجائش

شے	نوعی حرارت ($J kg^{-1} K^{-1}$)	مولی نوعی حرارت ($J mol^{-1} K^{-1}$)
المونیم	900.0	24.4
کاربن	506.5	6.1
تانبا	386.4	24.5
سیسہ	127.7	26.5
چاندی	236.1	25.5
ٹنگسٹن	134.4	24.9

جیسا کہ جدول 13.3 سے ظاہر ہوتا ہے، عام درجہ حرارت پر پیشین گوئی عام طور سے تجربہ کے ذریعے معلوم کی گئی قدروں سے مطابقت رکھتی ہے۔ (کاربن ایک استثنیٰ ہے)

13.6.5 پانی کی نوعی حرارت کی گنجائش

(Specific heat capacity of water)

ہم پانی کو ایک ٹھوس کی طرح برتتے ہیں۔ ہر ایٹم کے لیے اوسط توانائی $3k_B T$ ہے۔ پانی کے مالیکول میں تین ایٹم ہیں، دو ہائیڈروجن کے اور ایک آکسیجن کا۔ اس لیے

$$U = 3 \times 3 k_B T \times N_A = 9 RT$$

اور

$$C = \Delta Q / \Delta T = \Delta U / \Delta T = 9R$$

یہی وہ قدر ہے جو تجربہ سے معلوم ہوتی ہے اور مطابقت بہت اچھی ہے۔ کیلوری۔ گرام۔ ڈگری اکائیوں میں پانی کی نوعی حرارت، اس کی تعریف کے مطابق، اکائی ہے۔ کیونکہ، $1 cal = 4.179 J$ اور $1 gm = 10^{-3} kg$ ، پانی کا ایک مول، حرارتی گنجائش فی مول ہے: $9R \sim 75 J mol^{-1} K^{-1}$ لیکن، زیادہ پیچیدہ مالیکول، جیسے الکحل، یا ایسی ٹون، کے لیے آزادی کے درجات پڑنی توضیحات زیادہ پیچیدہ ہوجاتی ہیں۔

مثال 13.8: ایک 44.8 لیٹر کی متعین گنجائش کے استوانے میں معیاری درجہ حرارت اور دباؤ پر ہیلیم گیس ہے۔ استوانے میں بھری گیس کے درجہ حرارت میں 15.0° کا اضافہ کرنے کے لیے حرارت کی کتنی مقدار چاہیے ہوگی؟ ($R = 8.31 J mol^{-1} K^{-1}$)

جواب: گیس قانون: $PV = \mu RT$ استعمال کر کے آپ بہ آسانی معلوم کر سکتے ہیں کہ کسی بھی (کامل) گیس کا حجم معیاری درجہ حرارت (273K) اور دباؤ ($1 atm = 1.01 \times 10^5 Pa$) پر 22.4 لیٹر ہوتا ہے۔ یہ عالمی حجم، مولی حجم کہلاتا ہے۔ اس لیے اس مثال میں دیے ہوئے استوانے میں، ہیلیم کے 2 مول ہیں۔ مزید، کیونکہ، ہیلیم ایک ایٹمی ہے، اس کی پیشین گوئی کی گئی (تجربہ سے معلوم کی گئی)، مستقلہ حجم پر نوعی حرارت: $C_v = (3/2) R$ اور مستقلہ دباؤ پر نوعی حرارت: $C_p = (3/2) R + R = (5/2) R$ کیونکہ استوانے کا حجم متعین ہے، اس لیے درکار حرارت C_v سے معلوم کی جائے گی۔ اس لیے

$$\begin{aligned} & \text{(درجہ حرارت میں اضافہ)} \times \text{(مولی نوعی حرارت)} \times \text{(مولوں کی تعداد)} \\ & = 2 \times 1.5 R \times 15.0 = 45 R \\ & = 45 \times 8.31 = 374 J \end{aligned}$$

13.6.4 ٹھوس اشیا کی نوعی حرارت کی گنجائش

(Specific heat capacity of solids)

ہم ٹھوس اشیا کی نوعی حرارت کی گنجائش معلوم کرنے کے لیے توانائی کی مساوی تقسیم کا قانون استعمال کر سکتے ہیں۔ N ایٹموں کا ایک ٹھوس لیجیے، جن میں سے ہر ایک ایٹم اپنے اوسط مقام کے گرد ارتعاش کر رہا ہے۔ ایک ارتعاش کی اوسط توانائی: $k_B T = \frac{1}{2} k_B T \times 2$ تین ابعاد میں، اوسط توانائی $3k_B T$ ۔ ٹھوس کے ایک مول کے لیے، $N = N_A$ اور کل توانائی ہے:

$$U = 3 k_B T \times N_A = 3 RT$$

$$\Delta Q = \Delta U + P \Delta V = \Delta U$$

13.7 وسط آزاد فاصلہ (MEAN FREE PATH)

ایک گیس میں مالیکول کی چال کافی تیز، آواز کی رفتار کے درجے کی ہوتی ہے۔ پھر بھی باورچی خانے میں ایک استوانے سے رس رہی گیس کا کمرے کے دوسرے کناروں تک نفوذ ہونے میں قابل لحاظ وقت لگتا ہے۔ ایک دھوئیں کا بادل گھنٹوں تک ایک جگہ رہتا ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ ایک گیس میں مالیکولوں کا ایک متناہی (Finite) گونچا سانسز ہوتا ہے، اس لیے ان میں تصادم ہونا لازمی ہے۔ نتیجتاً، وہ سیدھے بنا کاراٹ کے حرکت نہیں کر سکتے۔ ان کے راستوں کا لگاتار انفرج ہوتا رہتا ہے۔

فرض کیجیے، ایک گیس کے مالیکول، قطر d کے گڑے ہیں۔ ایک واحد مالیکول پر اپنی توجہ مرکوز کیجیے، جس کی اوسط رفتار $\langle v \rangle$ ہے۔ یہ اس مالیکول سے ٹکرانے گا، جس کے مرکز سے اس کے مرکز کا فاصلہ d کے اندر ہے۔ وقت Δt میں یہ حجم $\pi d^2 \langle v \rangle \Delta t$ عبور کرتا ہے، جس کے اندر کوئی بھی

آخر میں ہمیں، توانائی کی تقسیم کے کلاسیکی قانون پر مبنی نوعی حرارتوں کی پیشین گوئیوں کے ایک اہم رخ کو نوٹ کرنا چاہیے۔ پیشین گوئی کی گئی قدریں، درجہ حرارت کے تابع نہیں ہیں۔ مگر جب ہم کم درجہ حرارت پر جاتے ہیں تو اس پیشین گوئی سے قابل لحاظ اختلاف پایا جاتا ہے۔ تمام اشیا کی نوعی حرارتیں صفر پر پہنچ جاتی ہیں جیسے $T \rightarrow 0$ ۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ کم درجہ حرارت پر، آزادی کے درجات جم جاتے ہیں اور غیر موثر ہو جاتے ہیں۔ کلاسیکی طبیعیات کے مطابق، آزادی کے درجات کو ہر وقت یکساں رہنا چاہیے۔ کم درجہ حرارت پر نوعی حرارتوں کا برتاؤ، کلاسیکی طبیعیات کی کمیوں کو ظاہر کرتا ہے اور اس کی وضاحت کو ایٹمی تصورات کو شامل کر کے ہی کی جاسکتی ہے، جیسا کہ سب سے پہلے آئن سٹائن نے کیا۔ کو اینٹیم میکانیات کے مطابق ایک آزادی کے درجہ کو موثر ہونے کے لیے، توانائی کی کم ترین، غیر صفر مقدار چاہیے ہوتی ہے۔ یہی وجہ ہے کہ ارتعاشی آزادی کے درجات کچھ صورتوں میں ہی موثر ہوتے ہیں۔

دیکھنا ہی یقین کرنا ہے

کیا کوئی ایٹم کو ادھر ادھر دوڑتا دیکھ سکتا ہے۔ تقریباً لیکن اصل میں نہیں۔ ہم ایک پھول کے زردانوں (Pollen grains) کو پانی کے مالیکولوں کے ذریعے ادھر ادھر ڈھکیلے جاتے دیکھ سکتے ہیں زردانوں کا سائز: 10^{-5} m ہوتا ہے۔ 1827 میں اسکاٹ ماہر نباتیات رابرٹ براؤن نے پانی میں لٹکے ہوئے زردانوں کی خوردبین کے ذریعے جانچ کرتے ہوئے نوٹ کیا کہ وہ لگاتار ایک ٹیڑھے ترتیب بے ترتیب انداز میں حرکت کرتے رہتے ہیں۔ نظریہ تحرک اس مظہر کی سادہ توضیح مہیا کرتا ہے۔ پانی میں ڈوبی ہوئی کسی بھی شے پر، پانی کے مالیکول کے ذریعے ہر طرف سے لگاتار بمباری ہوتی رہتی ہے۔ کیونکہ مالیکولوں کی حرکت بے ترتیب ہوتی ہے، اس لیے شے کو ایک طرف سے ٹکر مارنے والے مالیکولوں کی تعداد دوسری طرف سے ٹکر مارنے والے مالیکولوں کی تعداد کے مساوی ہوتی ہے۔ ان مالیکولی ٹکڑوں کے درمیان معمولی فرق، ایک عام سائز کی شے کے لیے، مالیکولیائی ٹکڑوں کی تعداد کے مقابلے میں قابل نظر انداز ہوتا ہے، اس لیے ہم شے میں کوئی حرکت نہیں محسوس کرتے۔

جب شے کافی چھوٹی ہوتی ہے، لیکن خوردبین کے ذریعے دیکھے جانے کے قابل ہوتی ہے، مختلف سمتوں سے، اس پر لگنے والی مالیکولیائی ٹکڑوں میں فرق پوری طرح قابل نظر انداز نہیں ہوتا، یعنی کہ ڈوبی ہوئی شے کو وسیلے (Medium) کے مالیکولوں (پانی یا کوئی اور سیال) کی مسلسل بمباری کے ذریعے دیے گئے جھٹکوں (Impulses) اور تپوں (Torques) کا حاصل جمع، بالکل درست طور پر، صفر نہیں ہوتا۔ اس یا اس سمت میں ایک کل جھٹکا اور پیچہ ہوتا ہے۔ اس لیے، ڈوبی ہوئی شے آڑھی ترتیب پر بے ترتیب حرکت کرتی ہے۔ یہ حرکت، جو ”براؤنین حرکت“ کہلاتی ہے، مالیکولیائی سرگرمی کا نظر آنے والا ثبوت ہے۔ پچھلے تقریباً 50 سالوں کے درمیان اسکیٹنگ - سرنگیائی خوردبینوں اور دوسری خاص طور پر بنائی گئی دوربینوں کے ذریعے مالیکولوں کو دیکھا بھی جا سکا ہے۔

1987 میں ایک مصری سائنس دان، احمدزی ویل نے امریکہ میں کام کرتے ہوئے نہ صرف مالیکولوں بلکہ ان کے تفصیلی باہم عملوں کا بھی مشاہدہ کیا۔ انہوں نے ان پر بہت ہی مختصر وقفوں کے لیے لیزر روشنی کی شعاعیں ڈالیں۔ یہ وقفہ فیمٹو سیکنڈ کی دہائی کے درجہ کا تھا اور ان کے فوٹوگراف لیے۔ ($1 = 10^{-15} \text{ S}$ فیمٹو سیکنڈ) اس تکنیک سے کیمیائی بندوں کے بننے اور ٹوٹنے کا مطالعہ بھی کیا جاسکتا ہے۔ یہ صحیح معنوں میں دیکھنا ہی ہے۔

آئیے، ہوا کے ان مالیکیولوں کے لیے l اور τ کا تخمینہ لگائیں، جن کی اوسط رفتار $\langle v \rangle = (485 \text{ m/s})$ ہے۔ STP پر،

$$n = \frac{(0.02 \times 10^{23})}{(22.4 \times 10^{-3})}$$

$$= 2.7 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

$$\text{لیے } d = 2 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$\tau = 6.1 \times 10^{-10} \text{ s}$$

$$l = 2.9 \times 10^{-7} \text{ m} \approx 1500d \quad (13.41)$$

جیسی امید تھی، مساوات (13.40) کے ذریعے دیا گیا وسط آزاد فاصلہ عددی کثافت اور مالیکیول کے ناپ کے معکوس تابع ہے۔ ایک بہت زیادہ خلاء کی گئی نلی میں n کافی چھوٹا ہوگا اور نلی کی لمبائی کے برابر بھی ہو سکتا ہے۔

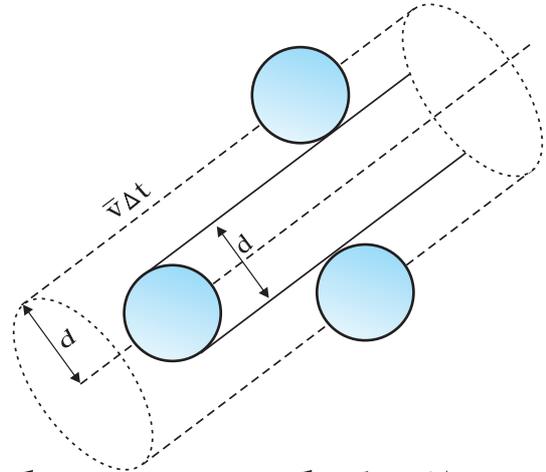
▶ **مثال 13.9** 373K پر پانی کے اجزات میں، پانی کے مالیکیول کے وسط آزاد فاصلے کا تخمینہ لگائیے۔ مشق 13.1 اور مساوات (13.41) میں دی ہوئی اطلاعات استعمال کیجیے۔

جواب: پانی کے اجزات کے لیے، d کی قدر وہی ہے جو ہوا کے لیے ہے۔ عددی کثافت، T کے معکوس متناسب ہے:

$$l = 4 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$n = 2.7 \times 10^{25} \times \frac{273}{373} = 2 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

نوٹ کریں کہ وسط آزاد فاصلہ، بین ایٹمی فاصلہ $(4 \times 10^{-9} = 40 \text{ \AA})$ کا 100 گنا ہے۔ وسط آزاد فاصلے کی یہ بڑی قدر ہی ہے جو گیسوں کے مخصوص برتاؤ کی وجہ ہے۔ گیسوں کو ایک برتن میں بند کیے بغیر ایک جگہ نہیں روکا جاسکتا گیسوں کے نظریہ تحریک کو استعمال کر کے جیسیم، قابل پیمائش خاصیتوں: لزوجت، حراری ایصالیت اور نفوذ وغیرہ کو، خورد بینی پیرامیٹروں جیسے مالیکیولیائی سائز سے رشتوں میں منسلک کیا جاسکتا ہے۔ ایسے رشتوں کے ذریعے ہی مالیکیولیائی سائزوں کا سب سے پہلے تخمینہ لگا گیا۔



شکل 13.7: ایک مالیکیول کے ذریعے وقت ΔT میں عبور کیا گیا حجم ΔT وہ وقت ہے، جس میں کوئی مالیکیول اس سے ٹکرائے گا۔

مالیکیول اس سے ٹکرائے گا (شکل 13.7)۔ اگر n ، مالیکیولوں کی تعداد فی اکائی حجم ہے تو مالیکیول سے $\langle v \rangle \Delta T$ تصادم، وقت Δt میں ہوتے ہیں۔ اس لیے، تصادم کی شرح: $n \pi d^2 \langle v \rangle$ ہے یا دو لگاتار تصادموں کے درمیان لگنے والا اوسط وقت ہے۔

$$\tau = 1 / (n \pi \langle v \rangle d^2) \quad (13.38)$$

دو لگاتار تصادموں کے درمیان اوسط فاصلہ جو وسط آزاد فاصلہ (mean free path) کہلاتا ہے:

$$l = \langle v \rangle \tau = 1 / (n \pi d^2) \quad (13.39)$$

(13.39) اخذ کرنے میں، ہم نے باقی مالیکیولوں کو حالت سکون میں تصور کیا تھا۔ لیکن دراصل تمام مالیکیول حرکت کر رہے ہیں اور تصادم کی شرح مالیکیول کی اوسط اضافی رفتار سے معلوم کی جاتی ہے۔ اس لیے مساوات (13.38) میں ہمیں $\langle v \rangle$ کی $\langle v_r \rangle$ رکھنا ہوگا۔ ایک زیادہ درست طریقہ سے حاصل ہوتا ہے:

$$l = 1 / (\sqrt{2} n \pi d^2) \quad (13.40)$$

خلاصہ

1. P ، V اور مطلق درجہ حرارت T کے درمیان رشتہ دینے والی کامل گیس مساوات ہے:

$$PV = \mu RT = k_B NT$$

جہاں μ مولوں کی تعداد اور N مالیکولوں کی تعداد ہے۔ R اور k_B عالمی مستقلے ہیں۔

$$R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}, k_B = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$$

حقیقی گیسوں، کامل گیس مساوات کو صرف تقریبی طور پر ہی مطمئن کرتی ہیں۔ کم درجہ حرارت اور زیادہ دباؤ پر بہتر طور پر۔

$$P = \frac{1}{3} n m \overline{v^2} \quad .2$$

جہاں n ، مالیکول کی عددی کثافت، m مالیکول کی کمیت اور $\overline{v^2}$ ، چال کے مربع کا اوسط ہے۔ کامل گیس مساوات کے ساتھ ملانے پر، یہ رشتہ درجہ حرارت کی تحرکی وضاحت فراہم کرتا ہے۔

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} k_B T \quad v_{rms} = (\overline{v^2})^{1/2} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$$

یہ ہمیں بتاتا ہے کہ ایک گیس کا درجہ حرارت، اس کے مالیکول کی اوسط حرکی توانائی کا ناپ ہے، جو گیس یا مولیکول کی طبع کے تابع نہیں ہے۔ ایک متعین درجہ حرارت پر، گیسوں کے ایک آمیزہ میں مقابلاً بھاری مالیکول کی اوسط چال مقابلاً کم ہوتی ہے۔

$$E = \frac{3}{2} k_B N T \quad .3$$

$$PV = \frac{2}{3} E$$

توانائی کی مساوی تقسیم کے قانون کا بیان ہے کہ اگر ایک نظام مطلق درجہ حرارت T پر، حالت توازن میں ہے تو کل توانائی جاذبیت کی مختلف وضعوں میں مساوی طور پر تقسیم ہوتی ہے۔ ہر وضع میں پائی جانے والی توانائی $\frac{1}{2} k_B T$ ہوتی ہے۔ ہر ارتعاشی تعدد کی توانائی کی دو وضعیں ہوتی ہیں۔ (حرکی اور بالقوت) جن سے مطابقت رکھنے والی توانائی ہے: $2 \times \frac{1}{2} k_B T = k_B T$ ۔

توانائی کی مساوی تقسیم کے قانون کو استعمال کرتے ہوئے، گیسوں کی مولائی نوعی حرارتیں معلوم کی جاسکتی ہیں اور یہ قدریں، تجربے کے ذریعے معلوم کی گئی گیسوں کی نوعی حرارت کی قدروں سے مطابقت رکھتی ہیں۔ مطابقت کو، حرکت کی ارتعاشی وضعوں کو شامل کر کے، اور بہتر بنایا جاسکتا ہے۔

وسط آزادی فاصلہ وہ اوسط فاصلہ l ہے جو ایک مالیکول دو لگا تار تصادم کے درمیان طے کرتا ہے:

$$l = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2}$$

جہاں n عددی کثافت اور d مالیکول کا قطر ہے۔

قابل غور نکات (POINTS TO PONDER)

1. سیال کا دباؤ صرف برتن کی دیواروں پر نہیں پڑتا۔ دباؤ سیال میں ہر مقام پر ہوتا ہے۔ ایک برتن کے حجم میں گیس کی ایک پرت اس لیے توازن میں ہوتی ہے کیونکہ پرت کے دونوں طرف دباؤ یکساں ہوتا ہے۔
2. ہمیں ایک گیس میں مین مالیکول لپائی فاصلے کا مبالغہ آمیز تصور نہیں رکھنا چاہیے۔ عام درجہ حرارت اور دباؤ پر یہ ٹھوس اور قیق

اشیا میں بین ایٹمی فاصلے کا صرف دس گنا (یا اس کے قریب) ہوتا ہے۔ جو مختلف چیز ہے وہ ہے وسط آزاد فاصلہ، جو ایک گیس میں بین ایٹمی فاصلے کا 100 گنا اور مالیکول کے سائز کا 1000 گنا ہوتا ہے۔

3. توانائی کی مساوی تقسیم کا بیان ہے: حرارتی توازن میں، ہر آزادی کے درجے کے لیے توانائی $\frac{1}{2}k_B T$ ہوتی ہے۔ ایک مالیکول کی کل توانائی کی عبارت میں شامل ہر دو درجی رکن کو بہ طور ایک آزادی کے درجہ شمار کیا جاتا ہے۔ اس لیے ہر ارتعاشی وضع 2 (1 نہیں) آزادی کے درجات (حرکی اور بالقوۃ توانائی وضعیں) مہیا کرتی ہے، جن کی مطابق توانائی ہے:

$$2 \times \frac{1}{2}k_B T = k_B T$$

4. ایک کمرے میں ہوا کے سب مالیکول فرش پر نہیں گرتے اور اکٹھا ہوتے (کشش زمین کی وجہ سے) کیونکہ ان کی رفتار بہت زیادہ ہوتی ہے اور وہ لگا تار تصادم کر رہے ہوتے ہیں۔ حالت توازن میں، چلی اونچائیوں پر کشادگی میں بہت کم اضافہ ہوتا ہے (جیسا کہ فضا میں ہوتا ہے) یہ اثر اس لیے کم ہے کیونکہ معمولی اونچائیوں کے لیے توانائی بالقوۃ (mgh) مالیکولوں کی اوسط حرکی توانائی $(\frac{1}{2}mv^2)$ سے بہت کم ہے۔

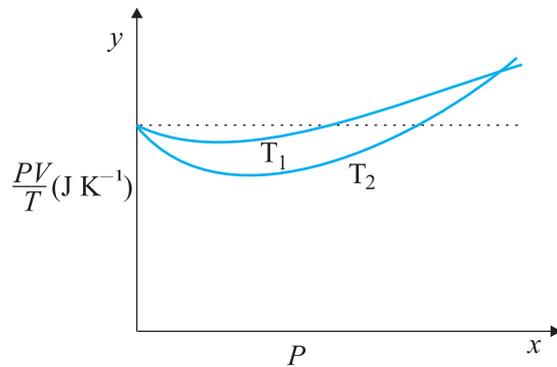
5. $\langle v^2 \rangle$ ہمیشہ $\langle v \rangle^2$ کے مساوی نہیں ہوتا۔ ایک مربع کی ہوئی مقدار کا اوسط ضروری نہیں ہے کہ اوسط کے مربع کے مساوی ہو۔ کیا آپ اس بیان کے لیے مثالیں تلاش کر سکتے ہیں۔

مشق

13.1 آکسیجن گیس کے ذریعے STP پر گھیرے گئے اصل حجم سے، مالیکولیائی حجم کی کسر کا تخمینہ لگائیے۔ ایک آکسیجن کے مالیکول کا نصف قطر 3 \AA لیجیے۔

13.2 مولی حجم وہ حجم ہے جو کسی (کامل) گیس کے ایک مول کے ذریعے، معیاری درجہ حرارت اور دباؤ پر گھیرا جاتا ہے۔ (STP: 1 atm, 0°C) دکھائیے کہ یہ 22.4 لیٹر ہے۔

13.3 شکل 13.8 میں، دو مختلف درجہ حرارت پر، $1.00 \times 10^{-3} \text{ kg}$ آکسیجن گیس کے PV/T بر خلاف P گراف دکھائے گئے ہیں۔



شکل 13.8

- (a) نقطہ دار گراف کیا دکھاتا ہے؟
- (b) کیا صادق ہے: $T_1 > T_2$ یا $T_1 < T_2$ ؟
- (c) y -محور پر جہاں منحنی ملتے ہیں، اس نقطہ پر PV/T کی قدر کیا ہے؟
- (d) اگر $1.00 \times 10^{-3} \text{ kg}$ ہائیڈروجن کے لیے بھی متشکل گراف حاصل کیے جائیں تو یہاں ہمیں اس نقطہ پر جہاں دونوں منحنی y -محور پر ملتے ہیں PV/T کی یکساں قدر حاصل ہوگی؟ اگر نہیں، تو ہائیڈروجن کی کس مقدار کے لیے یہ قدر یکساں ہوگی (گراف کے کم دباؤ اور زیادہ درجہ حرارت والے حصے میں)؟ $H_2 = 2.02 \text{ u}$ کی مالکیولیائی کمیت، $O_2 = 32.0 \text{ u}$ کی مالکیولیائی کمیت، $R = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ۔
- 13.4** ایک استوانے میں بھری آکسیجن کا حجم 30 لیٹر اور آغازی گنج دباؤ 15 atm اور درجہ حرارت 27°C ہے۔ جب استوانے میں سے کچھ آکسیجن نکال لی جاتی ہے تو گنج دباؤ 11 atm اور درجہ حرارت 17°C ہو جاتا ہے۔ استوانے میں سے نکالی گئی آکسیجن کی کمیت کا حساب لگائیے۔ ($O_2 = 32 \text{ u}$ ، $R = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$) کی مالکیولیائی کمیت)۔
- 13.5** 1.0 cm^{-3} حجم کا ایک ہوا کا بلبلہ، 40 m گہری جھیل کی تلی سے اٹھتا ہے جہاں درجہ حرارت 12°C ہے۔ جب وہ سطح پر پہنچے گا تو اس کا حجم کتنا ہو جائے گا؟ سطح کا درجہ حرارت 35°C ہے۔
- 13.6** ایک 25.0 m^{-3} گنجائش کے کمرے میں، 27°C درجہ حرارت اور 1 atm دباؤ پر ہوا کے کل مالکیولوں کی تعداد کا تخمینہ لگائیے۔ (جس میں آکسیجن، نائٹروجن، پانی کے بخارات اور دوسرے اجزاء ترکیبی شامل ہیں)۔
- 13.7** مندرجہ ذیل صورتوں میں ایک ہیلیم ایٹم کی اوسط حرارتی توانائی کا تخمینہ لگائیے۔
- (i) کمرہ درجہ حرارت (27°C) پر سورج کی سطح کے درجہ حرارت پر (6000K) (iii) ایک کروڑ کیلون درجہ حرارت پر (ایک ستارے کے قالب کا مخصوص درجہ حرارت)
- 13.8** تین برتنوں میں، جن کی گنجائشیں یکساں ہیں، یکساں درجہ حرارت اور دباؤ پر مختلف گیسیں بھری ہیں۔ پہلے میں نیون (ایک ایٹمی)، دوسرے میں کلورین (دو ایٹمی) اور تیسرے میں یورینیم ہیکسافلوراٹڈ (کثیر ایٹمی) ہے۔ (a) کیا برتنوں میں مطابق مالکیولوں کی تعداد یکساں ہے۔ (b) کیا تینوں صورتوں میں مالکیولوں کی جذر اوسط مربع چال یکساں ہے (c) اگر نہیں تو کس صورت میں U_{rms} سب سے زیادہ ہے۔
- 13.9** کس درجہ حرارت پر آرگن گیس استوانے کے ایٹم کی جذر اوسط مربع چال، (-20°C) پر ہیلیم گیس ایٹم کی rms چال کے مساوی ہوگی؟ $39.9 \text{ u} = \text{آرگن کی ایٹمی کمیت}$ ، $28.0 \text{ u} = \text{He کی ایٹمی کمیت}$ ۔
- 13.10** ایک استوانے میں 2.0 atm دباؤ اور 17°C درجہ حرارت پر نائٹروجن گیس بھری ہے۔ اس استوانے میں ایک نائٹروجن مالکیول کے وسط آزاد فاصلے اور تصادم تعداد کا تخمینہ لگائیے۔ ایک نائٹروجن مالکیول کا نصف قطر، موٹے طور پر، 1.0 \AA مان لیجیے۔ تصادم میں لگنے والے وقت کا اس وقت سے مقابلہ کیجیے جس میں دو لگا تار تصادموں کے دوران مالکیول آزادانہ حرکت کرتا ہے۔ ($N_2 = 28.0 \text{ u}$ کی مالکیولیائی کمیت)

اضافی مشق

13.11 ایک میٹر لمبی، پتلی نال میں جو افقی رکھی ہے (اور ایک سرے پر بند ہے) 76cm لمبا پارہ کا ڈورا ہے، جو 15cm ہوا کے کالم کو بند کیے ہوئے ہے۔ کیا ہوگا اگر ٹیوب کو انتصابی کھڑا کیا جائے اور اس کا کھلا سر ا نیچے رکھا جائے؟

13.12 ایک آلہ کے ذریعے، ہائیڈروجن کے نفوذ کی شرح ناپی گئی۔ اوسط قدر $28.7 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ ہے۔ ایک دوسری گیس کے نفوذ کی شرح کی، یکساں شرائط کے تحت اوسط قدر $7.2 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ ہے۔ گیس کی شناخت کیجیے۔

[اشارہ: گراہم کا نفوذ کے قانون استعمال کیجیے $(M_2 / M_1)^{1/2} = R_1 / R_2$ جہاں R_1 اور R_2 گیس 1 اور گیس 2 کے نفوذ کی شرحیں ہیں M_1 اور M_2 ان کی مطابق مالیکیولیائی کمیتیں ہیں۔ یہ قانون نظر یہ تحرک کا سادہ نتیجہ ہے۔

13.13 حالت توازن میں، ایک گیس کی کثافت اور اس کا دباؤ اس کے پورے حجم میں یکساں ہوتے ہیں۔ یہ بالکل درست طور پر جب ہی صادق آتا ہے، جب کوئی باہری اثرات نہ ہوں۔ مثلاً ایک گیس کالم میں، جو ارضی کشش کے زیر اثر ہے، یکساں کثافت (اور دباؤ) نہیں ہوتی۔ جیسی کہ آپ کو امید ہوگی، اس کی کثافت اونچائی کے ساتھ کم ہوتی جاتی ہے۔ بالکل درست انحصار، فضاؤں کے قانون (Law of atmospheres) کہلانے والے اس رشتہ سے دیا جاتا ہے:

$$n_2 = n_1 \exp [-mg (h_2 - h_1) / k_B T]$$

جہاں n_1 اور n_2 بالترتیب، اونچائی h_1 اور h_2 پر عددی کثافت ہے۔ اس رشتہ کو استعمال کر کے، رقیق کالم میں ایک ڈوبی ہوئی شے کے تلی نشینی توازن (Sedimentation equilibrium) کی مساوات اخذ کیجیے۔

$$n_2 = n_1 \exp [-mg N_A (\rho - p^{-1})(h_2 - h_1) / k_B T]$$

جہاں ρ ، ڈوبے ہوئے ذرے کی کثافت ہے اور ρ' اسے گھیرے ہوئے وسیلے کی۔ (N_A ایووگیڈرو عدد ہے اور R آفاقی گیس مستقلہ [اشارہ] آرشمیدس کا اصول استعمال کر کے، ڈوبی ہوئی شے کا ظاہری وزن معلوم کیجیے۔

13.14 نیچے کچھ ٹھوس اور رقیق اشیا کی کثافتیں دی گئی ہیں۔ ان کے ایٹموں کے سائز کے موٹے تخمینے لگائیے۔

کثافت ($10^{-3} \text{ kg m}^{-3}$)	ایٹمی کمیت (u)	شے
2.22	12.01	کاربن (ہیرا)
19.32	197.00	سونا
1.00	14.01	نائٹروجن (رقیق)
0.53	6.94	لیتھیم
1.14	19.00	فلورین

[اشارہ: ٹھوس یا رقیق ہیئت میں ایٹموں کو مضبوطی سے بندھا ہوا فرض کر لیجیے اور ایووگیڈرو عدد کی معلوم قدر استعمال کیجیے۔ لیکن آپ ایٹمی سائزوں کے لیے جو اعداد حاصل کریں انہیں مختلف ایٹموں کا اصل سائز نہ سمجھیے گا۔ کیونکہ مضبوطی سے بندھے ہونے کا مفروضہ، ادھوری حقیقت ہے۔ یہ نتائج صرف یہ ظاہر کرتے ہیں کہ ایٹمی سائز \AA کی سعت میں ہوتے ہیں۔