विद्युत क्षेत्र
ELECTRIC FIELD

1
CHAPTER

भूमिका (Introduction)

हमारा यह सामान्य अनुभव है कि जब किसी शुष्क दिन एक प्लास्टिक के स्केल या कंघे को सूखे बालों से रगड़कर मेज पर पड़े छोटे–छोटे कागज के टुकड़ों के पास लाते है तब कागज के टुकड़े स्केल अथवा कंघे की ओर आकर्षित होते हैं। इस प्रकार दो वस्तुओं को परस्पर रगड़ने पर उनमें कभी–कभी ऐसा गुण आ जाता है जिससे वे अपने समीप स्थित हल्की वस्तुओं को आकर्षित करने लगती है। यह विद्युत आवेश के उत्पन्न होने के कारण होता है।

1.1 विद्युत आवेश (Electric charge)

लगभग 600 ईसा पूर्व ग्रीस देश के मिलेटस के वैज्ञानिक थेल्स (Thales) ने ज्ञात किया कि ऐम्बर (Amber) नामक पदार्थ [ऐम्बर पीले रंग का एक रेजिनी पदार्थ (Resinous Substance) है जो बाल्टिक सागर के किनारे पाया जाता है।] को ऊन से रगड़ने पर उसमें कागज के छोटे–छोटे टुकड़े, तिनकों आदि को आकर्षित करने का गुण आ जाता है। ऐम्बर को यूनानी भाषा में **इलेक्ट्रॉन** (electron) कहते हैं। अतः उपर्युक्त घटना के कारण को **इलेक्ट्रिसिटी** नाम दिया गया। इसी इलेक्ट्रिसिटी का हिन्दी रूपान्तरण विद्युत है। सन् 1600 में दूसरे वैज्ञानिक गिल्बर्ट ने देखा कि ऐसे अन्य कई पदार्थ जैसे काँच, एबोनाइट, सल्फर आदि है जो ऐम्बर की तरह ही न्यूनाधिक मात्रा में हल्की वस्तुओं को अपनी ओर आकर्षित करते हैं। पदार्थों में अन्य हल्के पदार्थों को अपनी ओर आकर्षित करने का यह गुण रगड़े जाने अर्थात् घर्षण के कारण आता है। पदार्थों में इस गुण के आ जाने पर पदार्थ विद्युन्मय (electrified) या आवेशित (charged) कहलाता है तथा वह कारक जिससे यह गुण पदार्थों में आ जाता है, विद्युत कहलाता है।

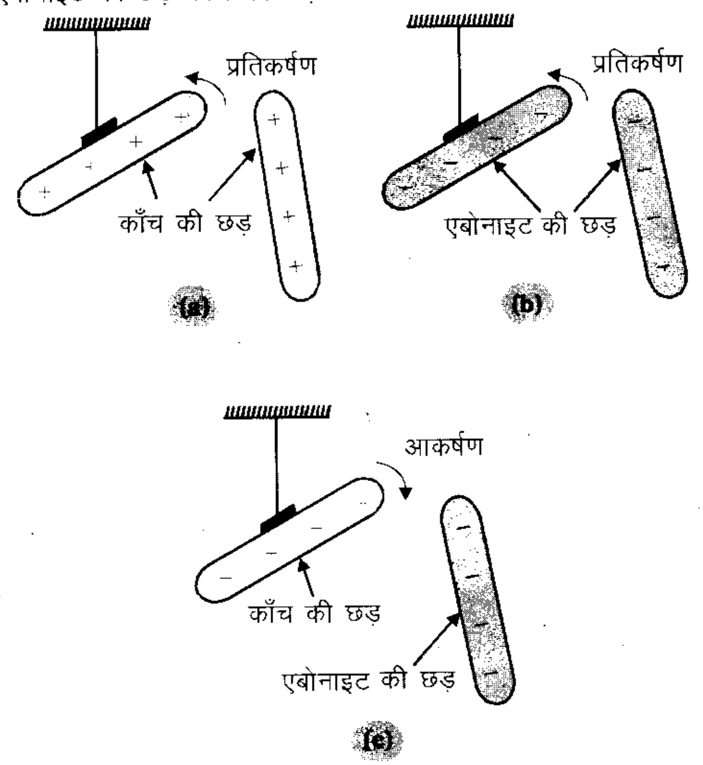
विद्युत आवेश पदार्थ का वह गुण है जिसके कारण वह विद्युत तथा चुम्बकीय प्रभाव उत्पन्न करता है अथवा इनका अनुभव करता है।

भौतिकी की वह शाखा, जिसके अन्तर्गत स्थिर आवेशों के गुणों तथा उनसे सम्बन्धित घटनाओं का अध्ययन किया जाता है, स्थिर विद्युत (Static electricity) कहलाती है जबकि वह शाखा, जिसके अन्तर्गत गतिमान आवेशों के गुणों तथा उनसे सम्बन्धित घटनाओं का अध्ययन किया जाता है, धारा विद्युत (current electricity) कहलाती है।

स्थिर विद्युतिकी का सैद्धान्तिक दृष्टि के साथ-साथ कई अनुप्रयोग जैसे छायाप्रति मशीन (Photostat Machine), कम्प्यूटर प्रिंटर, स्थिर विद्युत स्मृति (Electrostatic memory), भूकम्पलेखी (Seismograph) आदि भी है। अध्याय 1 से अध्याय 4 तक स्थिर विद्युतिकी से सम्बन्धित है जिनके अन्तर्गत हम स्थिर आवेशों की अनुक्रिया से सम्बन्धित प्रभावों का अध्ययन करेंगे।

1.1.1 आवेश के प्रकार (Types of Charge) :

यदि हम काँच की छड़ को रेशम से रगड़ें तो छड़ आवेशित हो जाती है। इसी प्रकार एबोनाइट की छड़ बिल्ली की खाल से रगड़ी जाने पर आवेशित हो जाती है। परन्तु इन दोनों छड़ों के आवेश एक दूसरे से भिन्न प्रकार के होते हैं। यदि हम काँच की छड़ को रेशम से रगड़ कर एक डोरे से लटका दें तथा एक दूसरी काँच की छड़ को रेशम से रगड़ कर पहली छड़ के पास लायें तो लटकी हुई छड़ दूर हट जाती है इसी प्रकार, यदि एबोनाइट की छड़ को बिल्ली की खाल से रगड़ कर लटका दें तथा दूसरी एबोनाइट की छड़ को बिल्ली की खाल से रगड़ कर पहली के पास लायें तो भी लटकी हुई छड़ दूर हट जाती है। परन्तु यदि हम एबोनाइट की छड़ को बिल्ली की खाल से रगड़ कर लटका दें तथा काँच की छड़ को रेशम से रगड़ कर एबोनाइट की छड़ के पास लायें तो एबोनाइट की छड़ काँच की छड़ की ओर खिंच आती है।



चित्र 1.1

इन प्रयोगों से स्पष्ट होता है कि आवेश दो प्रकार के होते हैं : एक तो वह जो काँच को रेशम से रगड़ने पर काँच में उत्पन्न होता है तथा दूसरा वह जो कि एबोनाइट को बिल्ली की खाल से रगड़ने पर एबोनाइट में उत्पन्न होता है। पहले को **'धन आवेश'** (positive charge) तथा दूसरे को **'ऋण आवेश'** (Negative charge) कहते हैं। ये नाम अमरीकी वैज्ञानिक बेंजामिन फ्रैंकलिन ने सन् 1750 में रखे थे। वह गुण जो दोनों प्रकार के आवेशों में भेद करता है, आवेश की (Polarity) **ध्रुवता** कहलाता है। उपरोक्त प्रयोगों से यह भी स्पष्ट है कि **"समान प्रकृति के आवेश एक दूसरे को प्रतिकर्षित (repel) करते हैं तथा विपरीत प्रकृति के आवेश एक दूसरे को आकर्षित (attract) करते हैं।**

ऐसे पदार्थ जिनमें से विद्युत आवेश (सामान्यत: इलेक्ट्रॉन) का प्रवाह आसानी से हो सकता है, चालक कहलाते हैं।

जैसे-धातुएँ, पृथ्वी, मानव व जन्तु, अम्ल, क्षार आदि चालक होते हैं।

ऐसे पदार्थ जिनमें से इलेक्ट्रॉनों का प्रवाह आसानी से नहीं होता है, विद्युतरोधी या कुचालक पदार्थ कहलाते हैं। जैसे-काँच, प्लास्टिक, एबोनाइट आदि विद्युतरोधी होते हैं।

कुछ कुचालक पदार्थों पर विद्युत क्षेत्र आरोपित करने पर उनके पृष्ठों पर प्रेरित आवेश उत्पन्न हो जाते हैं। इन पदार्थों को परावैद्युत (Dielectric) पदार्थ कहते हैं।

जैसे-हवा, अभ्रक, कुचालक तेल, पूरित कागज (Impregnated paper) आदि।

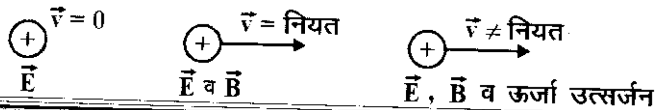
विद्युत आवेश का इलेक्ट्रॉन सिद्धान्त (Electron Theory of electric charge)

प्रत्येक पदार्थ परमाणुओं से मिलकर बना है। प्रत्येक परमाणु का समस्त भार उसके केन्द्रीय भाग में समाहित होता है जिसे नाभिक कहते हैं। नाभिक में दो प्रकार के मौलिक कण होते हैं–1. प्रोटॉन 2. न्यूट्रॉन। प्रोटॉन पर धन आवेश होता है जबकि न्यूट्रॉन उदासीन होता है। नाभिक के चारों ओर इलेक्ट्रॉनों पर ऋण आवेश होता है। प्रत्येक इलेक्ट्रॉन का ऋण आवेश परिमाण में प्रत्येक प्रोटॉन के धन आवेश के बराबर होता है। इसके अतिरिक्त प्रत्येक परमाणु में प्रोटॉनों की संख्या इलेक्ट्रॉनों की संख्या के बराबर होती है अर्थात् प्रत्येक परमाणु में धन आवेश की कुल मात्रा, ऋण आवेश की कुल मात्रा के बराबर होती है अतः परमाणु में दो विपरीत प्रकार के आवेशित कणों के विद्यमान होने के बावजूद भी परमाणु विद्युत रूप से उदासीन होता है।

जब किसी परमाणु में एक या एक से अधिक इलेक्ट्रॉन को निकाल लिया जाता है तो वह विद्युत रूप से धन आवेशित हो जाता है। अतः एक धन आवेशित पिण्ड पर इलेक्ट्रॉनों की कमी होती है। इसी प्रकार एक ऋण आवेशित वस्तु में इलेक्ट्रॉनों की अधिकता होती है। वस्तु के आवेशित होने के लिए केवल इलेक्ट्रॉन ही उत्तरदायी होते हैं न कि प्रोटॉन। क्योंकि प्रोटॉन नाभिक में बहुत अधिक बल से बंधे होते हैं अतः उन्हें निकालना आसान नहीं है।

महत्वपूर्ण तथ्य

आवेश विद्युत क्षेत्र तथा चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है–एक स्थिर आवेश अपने चारों ओर केवल विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है जबकि गतिमान आवेश विद्युत क्षेत्र एवं चुम्बकीय क्षेत्र दोनों उत्पन्न करता है। यदि आवेश नियत वेग से गतिमान हो तो यह केवल विद्युत क्षेत्र एवं चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है जबकि त्वरित आवेश विद्युत क्षेत्र, चुम्बकीय क्षेत्र एवं विद्युत-चुम्बकीय विकिरण उत्सर्जित करता है।



1.1.2 (अ) घर्षण द्वारा आवेशन (Charging by Friction) :

दो वस्तुओं को परस्पर रगड़ने पर उनके द्वारा आवेशित होने की प्रक्रिया को घर्षण विद्युत या घर्षण द्वारा आवेशन कहते हैं।

जब दो वस्तुओं को परस्पर रगड़ा जाता है तब एक वस्तु के परमाणुओं से कुछ इलेक्ट्रॉन, दूसरी वस्तु में चले जाते हैं। एक वस्तु में इलेक्ट्रॉन की कमी जबकि दूसरी वस्तु में इलेक्ट्रॉन की अधिकता हो जाती है। इस प्रकार एक वस्तु धनावेशित तथा दूसरी वस्तु ऋणावेशित हो जाती है।

जब काँच की छड़ को रेशम से रगड़ते हैं तो काँच के परमाणुओं से कुछ इलेक्ट्रॉन निकल कर रेशम में चले जाते हैं। इससे काँच पर इलेक्ट्रॉनों की कमी हो जाने के कारण धन आवेश की अधिकता हो जाती है तथा रेशम पर ऋण आवेश की अधिकता हो जाती है। अतः काँच की छड़ धन आवेशित तथा रेशम ऋण आवेशित हो जाता है। इसी प्रकार जब एबोनाइट की छड़ को बिल्ली की खाल से रगड़ते हैं तो खाल से कुछ इलेक्ट्रॉन एबोनाइट में आ जाते हैं। अतः एबोनाइट की छड़ इलेक्ट्रॉनों की अधिकता के कारण ऋण आवेशित हो जाती है तथा खाल इलेक्ट्रॉनों की कमी के कारण धन आवेशित हो जाती है।

यदि काँच की छड़ के स्थान पर ताँबे की छड़ को हाथ में पकड़कर ऊनी कपड़े से रगड़ा जाये तब छड़ को स्थानान्तरित आवेश शरीर से स्थानान्तरित होकर पृथ्वी में प्रवहित होने के कारण ताँबे की छड़ आवेशित नहीं हो पाती हैं। अब यदि ताँबे की छड़ के लकड़ी का हत्था लगाकर उपरोक्त प्रक्रिया पुनः दोहरायी जाती है तब छड़ आवेशित हो जाती है। इस स्थिति में लकड़ी का हत्था कुचालक होने से आवेश पृथ्वी में प्रवाहित नहीं हो पाता है।

इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg होता है। सिद्धान्तः वस्तु से e^- हटने पर उसका द्रव्यमान घट जायेगा तथा ऋणावेश वृद्धि में e^- आ जाने पर द्रव्यमान बढ़ जायेगा। यद्यपि यह कमी अथवा वृद्धि अत्यल्प होती है परन्तु यह सैद्धान्तिक रूप से सही है।

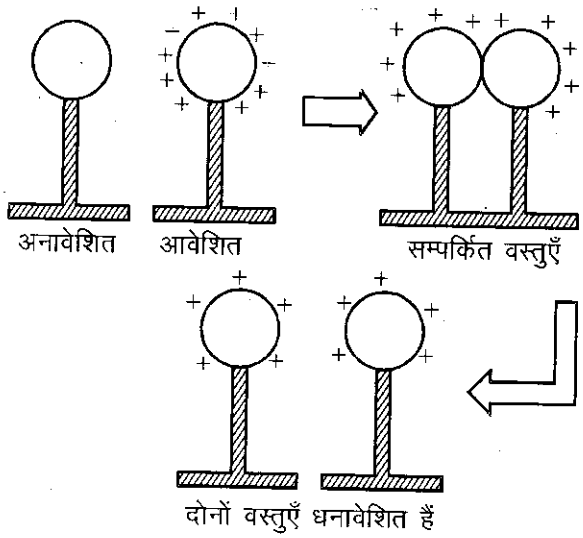
निम्न सारणी के प्रथम कॉलम की वस्तु और द्वितीय कॉलम की वस्तुओं में घर्षण के कारण, प्रथम पर धनात्मक और द्वितीय पर ऋणात्मक आवेश आ जाता है–

धनात्मक आवेश	ऋणात्मक आवेश
काँच की छड़	रेशमी (silk) कपड़ा
बिल्ली का रोयेंदार चर्म (cat skin)	(i) ऐबोनाइट छड़ (ii) प्लास्टिक छड़
ऊनी कपड़ा (woollen cloth)	(i) रबर (ii) ऐम्बर (रेजिन) (iii) ऐबोनाइट (iv) प्लास्टिक

आवेश धनात्मक और ऋणात्मक होता है, द्रव्यमान केवल धनात्मक ही होता है। आवेश सदैव द्रव्यमान से बद्ध रहता है अर्थात् द्रव्यमान के बिना आवेश का अस्तित्व नहीं हो सकता है, जबकि आवेश के बिना द्रव्यमान का अस्तित्व हो सकता है। जिन कणों का विराम द्रव्यमान शून्य होता है, वे कण आवेशित नहीं हो सकते हैं, जैसे–फोटॉन अथवा न्यूट्रिनो।

1.1.2 (ब) चालन (स्पर्श) द्वारा आवेशन Charging by conduction (contact) :

जब किसी आवेशित चालक को किसी अनावेशित चालक के सम्पर्क में लाया जाता है, तब दोनों चालकों पर समान प्रकृति का आवेश फैल जाता है। इस प्रक्रिया को चालन द्वारा आवेशन या सम्पर्क द्वारा आवेशन कहते हैं। ऐसा इसलिए होता है, क्योंकि सम्पर्क बिन्दु पर कुछ इलेक्ट्रॉनों का स्थानांतरण होता है।



चित्र 1.2

चित्रानुसार दो चालक वस्तुएँ कुचालक स्टैण्डों पर स्थित है। इनमें से एक वस्तु आवेशित तथा दूसरी वस्तु अनावेशित है। इन वस्तुओं को परस्पर सम्पर्क में लाने पर आवेश (धन आवेश या ऋण आवेश) स्वयं के प्रतिकर्षण के कारण दोनों वस्तुओं पर वितरित हो जाता है, जिससे दोनों वस्तुएँ समान प्रकृति के आवेश से आवेशित हो जाती है।

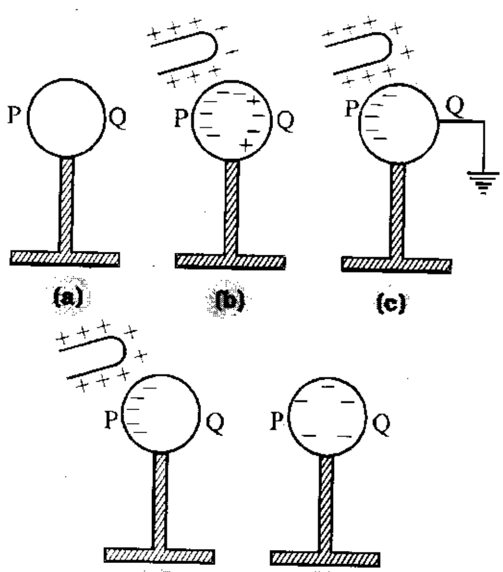
1.1.2 (स) प्रेरण द्वारा आवेशन (Charging by Induction) :

वह प्रक्रिया जिसके अन्तर्गत एक आवेशित वस्तु द्वारा अनावेशित वस्तु पर स्पर्श किए बिना विपरीत प्रकृति का आवेश उत्पन्न कर दिया जाये, **प्रेरण द्वारा आवेशन** कहलाती है।

किसी चालक को प्रेरण द्वारा निम्न चरणों में आवेशित किया जा सकता है–

(a) किसी कुचालक स्टैण्ड पर रखे चालक गोले पर विचार करते हैं। चित्र (a)

(b) जब चालक के समीप किसी धनावेशित छड़ को ले जाया जाता है तब चालक के भाग P पर ऋणावेश तथा भाग Q पर धनावेश प्रेरित हो जाता है। चित्र (b)



(d) चित्र 1.3 (e)

(c) जब चालक गोले को भूसम्पर्कित किया जाता है अर्थात् किसी चालक तार द्वारा पृथ्वी से सम्पर्कित किया जाता है तब पृथ्वी से चालक की ओर इलेक्ट्रॉन प्रवाहित होते है तथा चालक का Q भाग उदासीन हो जाता है जबकि बद्ध आवेश P भाग पर रहता है। चित्र (c)

(d) जब चालक गोले का पृथ्वी से सम्पर्क हटा दिया जाता है तब भी भाग P पर ऋणावेश वितरित रहता है। चित्र (d)

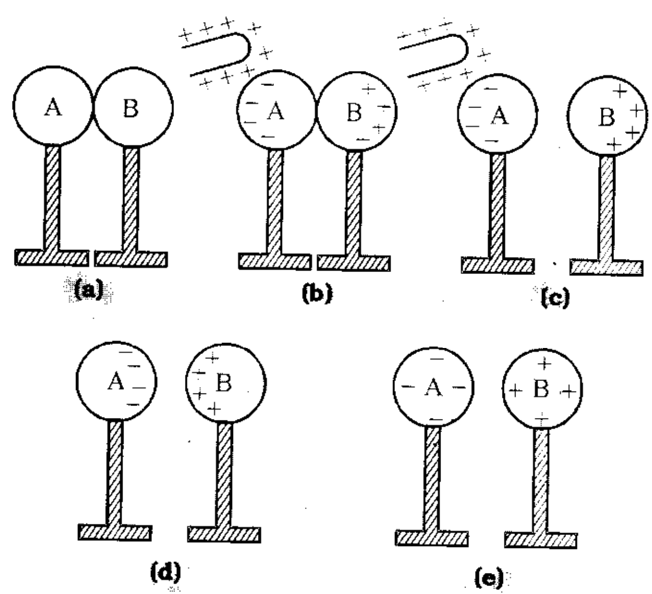
(e) अब आवेशित छड़ को भी हटा लेते है। भाग P का ऋणावेश तुरन्त ही चालक गोले के सम्पूर्ण पृष्ठ पर वितरित हो जाता है और चालक ऋणावेशित हो जाता है। चित्र (e)

चालक गोले के समीप ऋणावेशित छड़ लाकर तथा उपर्युक्त चरणों को दोहराकर गोले को धनावेशित भी किया जा सकता है।

अब हम दो चालक गोलों के प्रेरण प्रभाव द्वारा आवेशन की प्रक्रिया का अध्ययन करते है–

(a) कुचालक स्टैण्डों पर रखे दो चालक गोलों A तथा B को एक दूसरे के सम्पर्क में लाते है।

(b) जब चालक A के समीप किसी धनावेशित छड़ को लाया जाता है तब चालक A के मुक्त इलेक्ट्रॉन छड़ की ओर आकर्षित होते है जबकि चालक B के दायें पृष्ठ पर धनावेश की अधिकता हो जाती है। ये दोनों प्रकार के आवेश गोलों में आबद्ध रहते है। इस प्रकार मुक्त इलेक्ट्रॉन चालक A के बांये पृष्ठ पर एकत्र हो जाते है परन्तु साथ ही अन्य इलेक्ट्रॉन इनके द्वारा प्रतिकर्षित होने लगते है। अन्त में आवेशित छड़ के आकर्षण तथा संचित आवेशों के कारण प्रतिकर्षण के मध्य साम्यावस्था की स्थिति आ जाती है। यह अवस्था तब तक ही रहती है जब तक कि आवेशित छड़ चालक गोले A के समीप रहती है। इस प्रक्रिया को आवेश का प्रेरण कहते है।



चित्र 1.4

(c) जब आवेशित छड़ को चालक गोले A के समीप रखते हुए दोनों गोलों A तथा B को एक–दूसरे से अल्प दूरी तक पृथक्कित करते

है तब दोनों गोले विपरीत प्रकृति के आवेशों द्वारा आवेशित होकर एक–दूसरे को आकर्षित करते है। चित्र (c)

(d) अब आवेशित छड़ को हटा लेते हैं। इस स्थिति में गोलों पर आवेश का वितरण चित्र (d) के अनुसार होता है।

(e) अन्त में दोनों गोलों को अधिक दूरी तक पृथक्कित करते है। इस स्थिति में दोनों गोलों पर आवेश एक समान रूप से वितरित हो जाता है। इस प्रकार दोनों गोले प्रेरण द्वारा विपरीत आवेश से आवेशित हो जाते है।

यही कारण है कि प्रेरण प्रभाव द्वारा किसी आवेशित छड़ को हल्की वस्तुओं के समीप लाने पर वस्तुओं के पास स्थित पृष्ठ पर विपरीत प्रकृति, आवेश तथा दूर स्थित पृष्ठ पर समान प्रकृति का आवेश प्रेरित हो जाता है। इन दोनों प्रकार के आवेशों के मध्य कुछ पृथक्कन होता है। इस स्थिति में बल के परिमाण की आवेशों के मध्य की दूरी पर निर्भरता के कारण आकर्षण बल के प्रभावी होने से हल्की वस्तुएँ आवेशित छड़ की ओर आकर्षित होने लगती है।

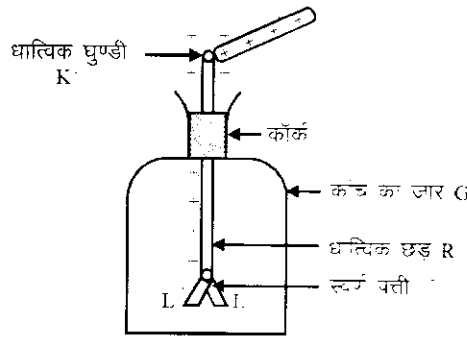
एक आवेशित (धन या ऋण) वस्तु का अनावेशित वस्तु से आकर्षण की व्याख्या–जब एक आवेशित वस्तु को अनावेशित वस्तु के समीप लाया जाता है, तब अनावेशित वस्तु का आवेशित वस्तु की ओर का सिरा विपरीत प्रकृति का आवेश प्राप्त करता है, जबकि दूर का सिरा समान प्रकृति का आवेश प्राप्त करता है। इस स्थिति में समान प्रकृति के आवेशों के मध्य यह प्रतिकर्षण अधिक दूरी के कारण दुर्बल होता है, जबकि विपरीत प्रकृति का आवेश प्रबल आकर्षित होता है जिससे आवेशित वस्तु तथा अनावेशित वस्तु में परिणामी आकर्षण बल लगता है। यही कारण है कि सूखे बालों में प्लास्टिक का कंघा घुमाने पर कंघा कागज के छोटे–छोटे टुकड़ों को समीप लाने पर आकर्षित करता है।

वस्तु के आवेशन से संबंधित महत्वपूर्ण तथ्य–

1. किसी वस्तु को आवेशित करने के लिए इलेक्ट्रॉन ही उत्तरदायी है, प्रोटॉन नहीं क्योंकि प्रोटॉन को नाभिक से पृथक करना सुगम नहीं होता है।
2. यदि समान द्रव्यमान के दो समरूप धात्विक गोलों को क्रमशः समान परिमाण से धन आवेशित तथा समान परिमाण से ऋण आवेशित किया जाता है, तब उनके द्रव्यमान क्रमशः अपेक्षाकृत कम तथा अधिक होते हैं। इसका कारण यह है कि धन आवेशित गोले से इलेक्ट्रॉन निकलने से द्रव्यमान में कमी होती है, जबकि ऋण आवेशित गोले द्वारा इलेक्ट्रॉन ग्रहण किये जाने से द्रव्यमान में वृद्धि होती है। व्यवहार में यह कमी या वृद्धि नगण्य होती है।
3. प्रतिकर्षण ही विद्युतीकरण का सही परीक्षण है, क्योंकि प्रतिकर्षण केवल आवेशित वस्तुओं के मध्य होता है, जबकि आकर्षण आवेशित तथा अनावेशित दोनों वस्तुओं वस्तु के मध्य हो सकता है।
4. आवेश की उपस्थिति का संसूचन तथा मान, स्वर्णपत्र विद्युतदर्शी, इलेक्ट्रोमीटर, वोल्टामीटर तथा प्रक्षेप धारामापी द्वारा किया जा सकता है।
5. जब 0.1Å से 10Å तरंगदैर्ध्य परास की X-किरणें किसी धातु पृष्ठ पर आपतित होती है, तब धातु पृष्ठ से इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन होता है तथा धातु सतह धनावेशित हो जाती है।

1.1.3 विद्युतदर्शी (Electroscope)

यह एक सरल उपकरण है, जिसकी सहायता से किसी वस्तु पर आवेश की उपस्थिति को ज्ञात किया जाता है। इस प्रकार के उपकरणों में अत्यधिक संवेदी तथा सामान्यतः प्रयुक्त होने वाला उपकरण स्वर्ण पत्र विद्युतदर्शी (Gold leaf electroscope) होता है। इसमें एक काँच के जार G में धातु की एक छड़ R ऊर्ध्वाधरतः लगी होती है। छड़ के ऊपरी सिरे पर धात्विक घुण्डी (Knob) K लगी होती है जबकि निचले सिरे पर दो स्वर्ण पत्तियाँ (Leaves) L,L बँधी होती है।



चित्र 1.5

जब किसी आवेशित वस्तु को धात्विक घुण्डी के सम्पर्क में लाया जाता है तब कुछ आवेश स्वर्ण पत्तियों पर स्थानान्तरित हो जाता है तथा प्रतिकर्षण के कारण पत्तियाँ फैल जाती है। पत्तियों का फैलाव सम्पर्कित वस्तु पर आवेश की मात्रा के बारे में अनुमानित जानकारी देता है। यदि किसी आवेशित वस्तु को पहले से आवेशित विद्युतदर्शी के समीप लाते है तथा यदि वस्तु पर आवेश एवं विद्युतदर्शी पर उपस्थित आवेश समान प्रकृति का है तो पत्तियाँ और अधिक फैल जाती है जबकि यदि विपरीत प्रकृति का है तो पत्तियाँ सामान्यतः सिकुड़ जाती है लेकिन यदि प्रेरण प्रभाव प्रबल होता है तो पत्तियाँ सिकुड़ने के बाद पुनः फैल जाती है।

महत्त्वपूर्ण–स्वर्ण विद्युत का एक बहुत अच्छा चालक होता है। दुर्बल स्थिर विद्युत बल द्वारा भी स्वर्ण पत्र को क्रियाशील बनाया जा सकता है। परन्तु स्वर्ण की कीमत अधिक होने से इसके स्थान पर एलुमिनियम की पत्तियों का उपयोग किया जाता है।

1.1.4 आवेश का मात्रक (Unit of Charge)

आवेश का SI पद्धति में मात्रक एम्पियर × सेकण्ड या कूलॉम होता है।

1 कूलॉम = 1 एम्पियर × सेकण्ड

1 कूलॉम की परिभाषा अंतर्राष्ट्रीय मानक पद्धति में मूल मात्रक एम्पियर के आधार पर दी जाती है।

इस प्रकार यदि किसी चालक में 1 एम्पियर विद्युत धारा 1 सेकण्ड तक प्रवाहित हो, तो उस चालक से प्रवाहित आवेश 1 कूलॉम होता है।

आवेश का विमीय सूत्र [AT] होता है।

C.G.S. पद्धति में आवेश का मात्रक स्टैट कूलॉम होता है।

आवेश का सबसे छोटा मात्रक स्थिर विद्युत इकाई (esu) अथवा फ्रैंकलिन (*Fr*) होता है। यह मात्रक भी C.G.S. पद्धति में ही होता है। आवेश का विद्युत चुम्बकीय मात्रक (emu) एब–कूलॉम (ab-coulomb) होता है।

1 कूलॉम= 3×10^9 esu = 3×10^9 *Fr* = 1/10 एब-कूलॉम

आवेश का सबसे बड़ा मात्रक फैराड़े होता है।

1 फैराड़े = 96500 कूलॉम

कूलॉम आवेश का बड़ा मात्रक है अतः आवेश को माइक्रो कूलॉम, नेनो कूलॉम में भी व्यक्त करते हैं–

1 माइक्रोकूलॉम (μC) = 10^{-6} कूलॉम

1 नेनोकूलॉम (nC) = 10^{-9} कूलॉम

1.2 आवेश के गुणधर्म (Properties of Charge)

हम जानते हैं कि आवेश दो प्रकार के होते है–धनावेश तथा ऋणावेश। दोनों प्रकार के आवेशों में एक–दूसरे को निरस्त करने की प्रवृत्ति होती है। यहाँ विद्युत आवेशों के कुछ अन्य महत्वपूर्ण गुणों का वर्णन किया जा रहा है–

1.2.1 विद्युत आवेशों की योज्यता (Additivity of electric charges)

विद्युत आवेश एक अदिश राशि है। किसी भी निकाय में कुल आवेश उसमें उपस्थित सभी आवेशों के बीजीय योग के तुल्य होता है। उदाहरण के लिए, किसी निकाय में कुल धनावेश +pe तथा कुल ऋणावेश –ne हो तो उस पर कुल आवेश (+pe) + (–ne) = (p – n)e होगा, जहाँ (p–n) धनावेश की ऋणावेश पर अधिकता को प्रदर्शित करता है। यदि p > n होगा तब पदार्थ धनावेशित जबकि p < n होने पर पदार्थ ऋणावेशित होगा।

यदि किसी पदार्थ पर आवेशों का योग शून्य हो तो वह पदार्थ उदासीन कहा जाता है।

1.2.2 विद्युत आवेश की निश्चरता (Invariance of Electric charge)

किसी वस्तु पर आवेश निर्देश तंत्र के चुनाव से स्वतंत्र होता है, अर्थात् किसी वस्तु पर आवेश उसके वेग पर निर्भर नहीं करता है, चाहे वस्तु स्थिर हो अथवा वह आपेक्षकीय वेग से गतिशील हो उसका आवेश समान रहता है। यह गुणधर्म विद्युत आवेश की निश्चरता कहलाता है। इस प्रकार

विरामावस्था में आवेश = गतिशील अवस्था में आवेश

$\Rightarrow \quad q_{\text{विरामावस्था}} = q_{\text{गतिशील अवस्था}}$

टिप्पणी (Note) : विशिष्ट आपेक्षिकता के सिद्धांत के अनुसार किसी वस्तु का द्रव्यमान निम्न सूत्र के अनुसार परिवर्तित होता है–

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

जहाँ m = गतिशील अवस्था में वस्तु का द्रव्यमान, m_0 = विरामावस्था में वस्तु का द्रव्यमान, v = वस्तु का वेग, c = निर्वात् में प्रकाश की चाल = 3×10^8 m/s

अति उच्च वेग v ~ c पर वस्तु का द्रव्यमान इसके विराम द्रव्यमान से कई गुना बड़ा हो जाता है, जबकि आवेश अप्रभावित रहता है। किसी कण का आवेश q व द्रव्यमान m का अनुपात q/m विशिष्ट आवेश कहलाता है। यह वस्तु के वेग पर निर्भर करता है तथा अति उच्च वेग v ~ c पर विशिष्ट आवेश घट जाता है।

1.2.3 विद्युत आवेश का संरक्षण (Conservation of Electric charge)

जब दो पदार्थों को आपस में रगड़ा जाता है तो उन पर बराबर एवं विपरीत आवेश आ जाते हैं। जब एक काँच की छड़ को रेशम से रगड़ा जाता है तो काँच की छड़ धन आवेशित और रेशम का टुकड़ा ऋण आवेशित हो जाता है। जाँच करने पर पता चलता है कि काँच की छड़ पर धन आवेश की मात्रा रेशम के कपड़े पर ऋण आवेश की मात्रा के ठीक बराबर होती है। इस प्रकार धनावेश एवं ऋणावेश का बीजीय योग शून्य होता है जो वास्तव में रगड़ने के पूर्व था। इसी प्रकार जब एक एबोनाइट की छड़ बिल्ली की खाल से रगड़ी जाती है तो एबोनाइट की छड़ पर ऋण आवेश की मात्रा बिल्ली की खाल पर धन आवेश की मात्रा ठीक बराबर होती है। अतः प्रक्रिया में आवेश की कुल मात्रा शून्य हो जाती है। इन प्रयोगों से सिद्ध होता है कि **आवेश को न तो उत्पन्न किया जा सकता है और न ही नष्ट किया जा सकता है,** आवेश का केवल स्थानान्तरण होता है। किसी विलगित निकाय (Isolated system) में कुल आवेश अर्थात् धन व ऋण आवेशों का बीजगणितीय योग सदैव नियत रहता है। यह किसी भी प्रक्रिया या अनुक्रिया (Process of Interaction) के सम्पन्न होने पर भी अपरिवर्तित रहता है। इसे आवेश संरक्षण का सिद्धान्त कहते हैं।

आवेश संरक्षण के उदाहरण–इसका उदाहरण एक इलेक्ट्रॉन तथा एक पॉजिट्रॉन को एक दूसरे के अत्यन्त समीप लाने पर मिलता है। इलेक्ट्रॉन पर ऋण आवेश होता है तथा पॉजिट्रॉन पर ठीक उतना ही धन आवेश होता है। इस प्रकार इन दोनों का कुल आवेश शून्य है। जब ये एक दूसरे के अत्यन्त समीप आते हैं तो परस्पर संयोग करके एक–दूसरे का विनाश कर देते हैं तथा इनके स्थान पर दो गामा–फोटॉनों (ऊर्जा) की उत्पत्ति हो जाती है। **इस प्रकार कुल आवेश अब भी शून्य ही रहता है।**

(i) **युग्म विलोपन**– जब एक इलेक्ट्रॉन तथा इसका प्रतिकण एक पॉजिट्रॉन एक दूसरे के अत्यन्त समीप आते हैं तो ये परस्पर संयोग करके एक दूसरे का विनाश कर देते है तथा दो फोटॉन की उत्पत्ति होती है। इस क्रिया में प्रारंभ में कुल आवेश शून्य था तथा अन्त में भी कुल आवेश शून्य है। इस प्रकार इस क्रिया में आवेश संरक्षण नियम का पालन होता है।

$e^- + e^+ \longrightarrow \gamma + \gamma$ (युग्म विलोपन)
(इलेक्ट्रॉन) (पॉजिट्रॉन)

(ii) न्यूट्रॉन क्षय– $n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}$

(iii) प्रोटॉन क्षय– $p \longrightarrow n + e^+ + \nu$

(iv) युग्म उत्पादन $\gamma \longrightarrow e^+ + e^-$
(1.02 MeV)

(v) रेडियोएक्टिव क्षय–

$${}_{92}U^{238} \longrightarrow {}_{90}Th^{234} + {}_{2}He^4$$
$(q = 92e) \qquad (q_1 = 90e) + (q_2 = 2e)$

इस प्रक्रिया में– क्रिया से पूर्व आवेश $q = 92e$

तथा क्रिया के बाद आवेश $q = 90e + 2e = 92e$

इस प्रकार आवेश संरक्षण का रेडियोएक्टिव क्षय एक अच्छा उदाहरण है।

(vi) **नाभिकीय अभिक्रिया**–

$${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{18}_{9}F \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H$$
$$7e + 2e \rightarrow 9e \rightarrow 8e + e$$
$$9e = 9e$$

आवेश संरक्षण के नियम को व्यापक रूप से निम्नानुसार परिभाषित किया जा सकता है–

किसी विलगित निकाय (Isolated System) के अन्दर धनावेशों तथा ऋणावेशों को अलग-अलग करके, जोड़ने व पुनः वितरित करने की प्रत्येक विधि अपनाई जा सकती है क्योंकि विलगित निकाय का कुल आवेश नियत रहता है अर्थात् विलगित निकाय में

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} q_n = \text{स्थिरांक}$$

यहाँ ∞ वस्तुओं से बने विलगित निकाय की *n*वीं वस्तु पर आवेश का मान q_n है।

आवेश संरक्षण प्रकृति का एक मौलिक नियम है। इसकी उपस्थिति में निकाय का कुल संवेग तथा कुल ऊर्जा भी संरक्षित रहती है। इस नियम को बैंजामिन फ्रेंकलिन ने ज्ञात किया था। इस नियम का कोई अपवाद नहीं है।

1.2.4 विद्युत आवेश का क्वान्टीकरण (Quantization of Electric charge)

किसी वस्तु पर धन अथवा ऋण आवेश, इलेक्ट्रॉनों की कमी अथवा इलेक्ट्रॉनों की अधिकता के कारण होता है अतः किसी वस्तु पर आवेश की मात्रा इलेक्ट्रॉन पर आवेश की मात्रा के पूर्ण गुणज के रूप में ही व्यक्त की जाती है। इस प्रकार आवेश की न्यूनतम मात्रा एक इलेक्ट्रॉन पर आवेश की मात्रा के बराबर होती है तथा किसी वस्तु पर आवेश की मात्रा $\pm e, \pm 2e, \pm 3e........ \pm ne$ ही हो सकती है या किसी वस्तु पर आवेश $q = \pm ne$ जहाँ e इलेक्ट्रॉन पर आवेश की मात्रा है इसे आवेश का क्वाण्टीकरण कहते हैं। आवेश के क्वाण्टीकरण के सिद्धान्त के अनुसार किसी भी वस्तु पर आवेश इलेक्ट्रॉन पर आवेश का पूर्ण गुणज होता है अतः ऐसा आवेश न तो किसी चालक को दिया जा सकता है और न ही लिया जा सकता है जो इलेक्ट्रॉन पर आवेश का पूर्ण गुणज नहीं है **इलेक्ट्रॉन पर आवेश की मात्रा 1.6×10^{-19} कूलॉम होती है।** इलेक्ट्रॉन पर आवेश का यथार्थ मान $e = 1.60217733 \times 10^{-19}$ कूलॉम होता है, परन्तु गणना में सुविधा की दृष्टि से $e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम लिया जाता है।

यदि किसी वस्तु में n इलेक्ट्रॉन तथा p प्रोटॉन है तो उस वस्तु पर कुल आवेश $p \times (+e) + n \times (-e) = (p - n)$ e है।

यहाँ चूंकि p तथा n पूर्णांक है अतः $p - n$ भी एक पूर्णांक होगा। इस प्रकार किसी वस्तु पर आवेश सदैव e का पूर्णांक गुणज (integral multiple) होता है जिसे e के पदों में ही घटाया अथवा बढ़ाया जा सकता है।

नोट–आवेश के क्वांटीकरण की खोज राबर्ट ए मिलिकन ने तेल बूँद प्रयोग से की थी। गैलमान ने सन् 1964 में कुछ ऐसे कणों की पुष्टि की जिन पर आवेश $\pm e/3$ व $\pm 2e/3$ हो सकता है। इन कणों को **क्वार्क कण** कहते हैं। इन्हीं से न्यूक्लीऑन की संरचना होती है ये कण छः (u, d, c, s, t, b) होते हैं। u क्वार्क का आवेश 2e/3 व d क्वार्क का आवेश −e/3 होता है। इनकी सैद्धान्तिक पुष्टि नहीं हो पाई है।

सिद्धान्ततः इन कणों की पुष्टि होने पर भी आवेश क्वांटीकरण सिद्धान्त मान्य होगा। आवेश क्वांटीकरण प्रकृति का एक मौलिक नियम है।

महत्वपूर्ण तथ्य

1. 1 emu आवेश = 3×10^{10} esu आवेश

अर्थात् आवेश के विद्युत चुम्बकीय मात्रक (emu) तथा स्थिर विद्युत मात्रक (esu) का अनुपात निर्वात् में प्रकाश के वेग के तुल्य होता है अर्थात्

$$\frac{1\,\text{emu}}{1\,\text{esu}} = 3 \times 10^{10} \text{ सेमी./से.}$$

2. आवेश पर चाल का कोई प्रभाव नहीं होता है। किसी आवेशित वस्तु के स्थिर अथवा आपेक्षकीय वेग से गतिमान होने पर वस्तु पर आवेश की मात्रा एक समान रहती है।

3. इलेक्ट्रॉन, प्रोटॉन तथा न्यूट्रॉन के आवेश तथा द्रव्यमान

कण	द्रव्यमान	आवेश
इलेक्ट्रॉन	9.109×10^{-31}kg	-1.6×10^{-19} कूलॉम
प्रोटॉन	1.672×10^{-27} kg	$+1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम
न्यूट्रॉन	1.674×10^{-27} kg	शून्य

उदा.1. किसी धातु के गोले को 1C आवेश से धनावेशित करने में उससे कितने इलेक्ट्रॉन निष्काषित करने होंगे?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.1

हल–दिया गया है q = 1 C

आवेश के क्वाण्टीकरण से –

$$q = ne$$

$$\Rightarrow \quad n = \frac{q}{e} = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19}}$$

$$= 6.25 \times 10^{18} \text{ इलेक्ट्रॉन}$$

उदा.2. यदि किसी पिण्ड से एक सेकंड में 10^9 इलेक्ट्रॉन किसी अन्य पिंड में स्थानान्तरित होते हैं तो 1C आवेश के स्थानांतरण में कितना समय लगेगा?

हल–प्रति सेकण्ड स्थानान्तरित इलेक्ट्रॉनों की संख्या = 10^9

1 कूलॉम आवेश में इलेक्ट्रॉनों की संख्या

$$= 6.25 \times 10^{18} \text{ इलेक्ट्रॉन}$$

अतः 1 कूलॉम आवेश (या 6.25×10^{18} इलेक्ट्रॉन) स्थानान्तरित होने में लगा समय

$$= \frac{6.25 \times 10^{18}}{10^9} \text{ सेकण्ड}$$

$$= 6.25 \times 10^9 \text{ सेकण्ड}$$

$$= \frac{6.25 \times 10^9}{60 \times 60 \times 24 \times 365} \text{ वर्ष}$$

$$= 198.18 \approx 200 \text{ वर्ष}$$

उदा.3. किसी वस्तु को इतना आवेशित किया जाता है, कि उसके द्रव्यमान में 9.1 ng की वृद्धि हो जाती है, तब (i) कितने इलेक्ट्रॉन वस्तु को दिए गए? (ii) आवेश का मान एवं प्रकृति ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.2

हल– दिया गया है

$\Delta M = 9.1 \times 10^{-9}$ ग्राम $= 9.1 \times 10^{-12}$ किग्रा

(i) $\because \quad \Delta M = nm_e$

$$\Rightarrow \quad n = \frac{\Delta M}{m_e} = \frac{9.1 \times 10^{-12}}{9.1 \times 10^{-31}}$$

$$= 10^{19} \text{ इलेक्ट्रॉन}$$

अतः वस्तु को 10^{19} इलेक्ट्रॉन दिए गए।

(ii) आवेश का मान $\quad q = ne$

$$\Rightarrow \quad q = 10^{19} \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$= 1.6 \text{ कूलॉम}$$

क्योंकि वस्तु को इलेक्ट्रॉन दिए गए अतः वस्तु की प्रकृति ऋणावेशित होगी।

उदा.4. एक सिक्के से कितने इलेक्ट्रॉन निकाल लिये जाये कि उस पर 10^{-7} कूलॉम का आवेश आ जाये ?

हल–एक इलेक्ट्रॉन पर आवेश की मात्रा

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ कूलॉम}$$

यदि इलेक्ट्रॉन को धातु के सिक्के से निकाला जाता है तो उस पर इलेक्ट्रॉन के आवेश के बराबर का धन आवेश उत्पन्न हो जाता है।

$$10^{-7} = n \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$\because \quad (q = ne)$

$$n = \frac{10^{-7}}{1.6 \times 10^{-19}}$$

$= 6.25 \times 10^{11}$ इलेक्ट्रॉन

उदा.5. एक कप जल (250g) में कितनी मात्रा में धन तथा ऋण आवेश होते हैं? **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.3**

हल–माना एक कप जल का द्रव्यमान m = 250 ग्राम, जल का अणुभार m = 18

अतः एक कप जल (250 ग्राम मात्रा) में अणुओं की संख्या

$$N = \frac{m}{M} \times N_A = \frac{250}{18} \times 6.02 \times 10^{23}$$

एक जल अणु में दो हाइड्रोजन परमाणु (प्रत्येक में एक प्रोटॉन व एक इलेक्ट्रॉन) तथा एक ऑक्सीजन परमाणु (8 प्रोटॉन व 8 इलेक्ट्रॉन) होते हैं। अतः जल अणु में 10 प्रोटॉन व 10 इलेक्ट्रॉन होते हैं। इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन पर समान परिमाण का आवेश होता है अतः कप में धनावेश (या ऋणावेश) की मात्रा

$$q = 10 \times \frac{250}{18} \times 6.02 \times 10^{23} \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$q = 1.337 \times 10^{7} \text{ कूलॉम}$$

1.3 कूलॉम का नियम (Coulomb's law)

दो समान प्रकृति के आवेश एक दूसरे को प्रतिकर्षित तथा विपरीत प्रकृति के आवेश एक दूसरे को आकर्षित करते हैं। इस प्रकार दो आवेशित चालकों के बीच एक बल कार्य करता है। इसे विद्युत बल कहते हैं। आवेशों के बीच कार्य करने वाला यह बल माध्यम एवं निर्वात् दोनों में कार्य करता है।

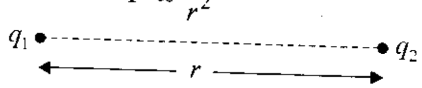
बिन्दु आवेश (Point charge)–यदि दो आवेशित पिण्डों की विमाएँ उनके बीच की दूरी की तुलना में नगण्य है तो उन आवेशों को बिन्दु आवेश कहते हैं।

सन् 1785 में कूलॉम ने दो स्थिर बिन्दु आवेशों के बीच कार्य करने वाले बल के संबंध में एक नियम प्रतिपादित किया जिसे कूलॉम का नियम कहते हैं। इस नियम के अनुसार **दो स्थिर बिन्दु आवेशों के बीच कार्य करने वाला आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण का बल दोनों आवेशों के परिमाणों के गुणनफल के समानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है। यह बल दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश कार्य करता है। इसे कूलॉम का व्युत्क्रम वर्ग का नियम भी कहते हैं।**

यदि दो आवेश q_1 तथा q_2 एक दूसरे से r दूरी पर स्थित हो तब उनके बीच कार्य करने वाला विद्युत बल

$$F \propto q_1 q_2$$

तथा $$F \propto \frac{1}{r^2}$$



चित्र 1.6

या $$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

या $$F = K\frac{q_1 q_2}{r^2} \quad ...(1)$$

जहाँ K एक समानुपातिक नियतांक है जिसका मान दोनों आवेशों के बीच के माध्यम की प्रकृति एवं मापन की पद्धति पर निर्भर करता है। K का मान एवं इसकी उपस्थिति में बल को निम्न प्रकार से व्यक्त किया जा सकता है–

(1) S.I. पद्धति में–

(a) जब दोनों आवेश निर्वात (हवा) में रखे होते हैं तब

$$K = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{N \times m^2}{C^2} \text{ होता है।}$$

यहाँ ϵ_0 (एपसाइलान जीरो) को निर्वात् की विद्युतशीलता कहते हैं।

इसका मान $8.854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \times m^2}$ होता है। ϵ का विमीय सूत्र $\frac{(\text{आवेश})^2}{\text{बल} \times (\text{दूरी})^2} = \frac{[AT]^2}{[M^1L^1T^{-2}][L^2]} = [M^{-1}L^{-3}T^4A^2]$ होता है।

ϵ_0 का एक अन्य मात्रक $\frac{\text{फैरड}}{\text{मीटर}}$ भी होता है। अतः समी. (1) से निर्वात् में दो आवेशों के मध्य विद्युत बल–

$$F_{\text{निर्वात}} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad .....(2)$$

(b) जब दोनों आवेश माध्यम में रखे होते हैं तो

$$K = \frac{1}{4\pi \epsilon}$$

जहाँ ϵ = माध्यम की विद्युतशीलता या माध्यम की निरपेक्ष विद्युतशीलता है।

अतः माध्यम में विद्युत बल–

$$F_m = \frac{1}{4\pi \epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad .....(3)$$

(2) C.G.S. पद्धति में–

निर्वात् की स्थिति में

$$K = 1 \frac{\text{डाइन} \times \text{सेमी.}^2}{(\text{स्टैट कूलॉम})^2}$$

$$F_{\text{निर्वात}} = \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad .....(4)$$

यह परमाण्वीय बल के रूप में प्रयुक्त होता है जैसे हाइड्रोजन में इलेक्ट्रॉन व प्रोटॉन के बीच कार्यरत बल

$$F = \frac{Ze^2}{r^2}$$

1 कूलॉम की परिभाषा–

यदि $q_1 = q_2 = 1$ कूलॉम तथा r = 1 मीटर हो तो

समीकरण (1) से– $F = 9 \times 10^9$ न्यूटन

अर्थात् निर्वात् (या वायु) में परस्पर 1 मीटर की दूरी पर स्थित दो समान परिमाण के आवेशों के मध्य 9×10^9 न्यूटन विद्युत बल कार्यरत होता है तब प्रत्येक आवेश का परिमाण 1 कूलॉम के तुल्य होता है।

1.3.1 परावैद्युतांक (Dielectric constant)

विभिन्न प्रयोगों के प्रेक्षणों के आधार पर यह पाया जाता है कि निर्वात् या वायु में दो आवेशों के मध्य विद्युत बल सर्वाधिक होता है जबकि विद्युतरोधी माध्यम की उपस्थिति में यह अपेक्षाकृत कम हो जाता है। सुचालक माध्यम की उपस्थिति में बल का मान शून्य हो जाता है। इस प्रकार किसी माध्यम की

उपस्थिति में आवेशों के मध्य बल, निर्वात् की तुलना में जितने गुना कम प्राप्त होता है उस राशि को उस माध्यम का परावैद्युतांक *(Dielectric constant)* अथवा आपेक्षिक विद्युतशीलता *(Relative Permittivity)* $\in_r$, अथवा विशिष्ट परावैद्युतता *(Specific Inductive Capacity : SIC)* कहते हैं।

परावैद्युतांक $\in_r = \dfrac{\text{निर्वात या वायु में आवेशों के मध्य बल (F)}}{\text{अभीष्ट माध्यम में आवेशों के मध्य बल} (F_m)}$ ....(1)

जब q_1 तथा q_2 दो बिन्दु आवेश हवा में एक दूसरे से r दूरी पर स्थित हों तो उनके बीच कार्य करने वाला कूलॉम का बल

$$F = \frac{1}{4\pi \in_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad .....(2)$$

जहाँ $\in_0$ हवा अथवा निर्वात् की विद्युत शीलता है। यदि इन आवेशों के बीच $\in$ विद्युतशीलता वाला कोई माध्यम भर दिया जाए तो उनके बीच कार्य करने वाला बल

$$F_m = \frac{1}{4\pi \in} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad .....(3)$$

अतः समीकरण (1), (2) व (3)

$$\in_r = \frac{F}{F_m} = \frac{\dfrac{1}{4\pi \in_0}\dfrac{q_1 q_2}{r^2}}{\dfrac{1}{4\pi \in}\dfrac{q_1 q_2}{r^2}} = \frac{\in}{\in_0}$$

इस प्रकार $\in_r = \dfrac{\in}{\in_0}$ ... (4)

अतः किसी माध्यम का परावैद्युतांक उस माध्यम की निरपेक्ष विद्युतशीलता तथा निर्वात् की विद्युतशीलता के अनुपात के बराबर होता है।

सारणी: परावैद्युत पदार्थों की 20°C पर आपेक्षिक विद्युतशीलता

पदार्थ	परावैद्युतांक	पदार्थ	परावैद्युतांक
ऐम्बर	2.8	मोम	2 से 2.3
एबोनाइट	2.8	शुद्ध पानी	80
काँच	5 से 10	ग्लिसरॉल	4.3
अभ्रक	3 से 6	ऑक्सीजन	1.00053
हाइड्रोजन	1.00027	नाइट्रोजन	1.00058
हवा	$1.00059 \approx 1$	टेफ्लॉन	2
		PVC	4.5
		धातु	अनन्त (∞)

महत्वपूर्ण तथ्य

माध्यम का प्रभाव : (i) जब दो आवेशों के बीच परावैद्युत माध्यम (परावैद्युतांक $\in_r$) पूर्णरूप से भर दिया जाता है तो बल $\in_r$ गुणांक से घट जाता है।

(ii) यदि एक परावैद्युत माध्यम (परावैद्युतांक $\in_r$, मोटाई t) को आंशिक रूप से आवेशों के बीच रख दिया जाये तो आवेशों के बीच प्रभावी दूरी $(r - t + t\sqrt{\in_r})$ हो जाती है। अतः बल

$$F = \frac{1}{4\pi \in_0} \frac{q_1 q_2}{(r - t + t\sqrt{\in_r})^2}$$

(iii) स्थिर विद्युत प्रेरण की प्रक्रिया में यदि q = प्रेरक आवेश, q' = प्रेरित आवेश तथा $\in_r$ = अनावेशित वस्तु का परावैद्युतांक हो तो प्रेरित आवेश का अधिकतम मान $q' = -q\left[1 - \dfrac{1}{\in_r}\right]$ होता है।

साधारणतया परावैद्युतांक उपरोक्तानुसार

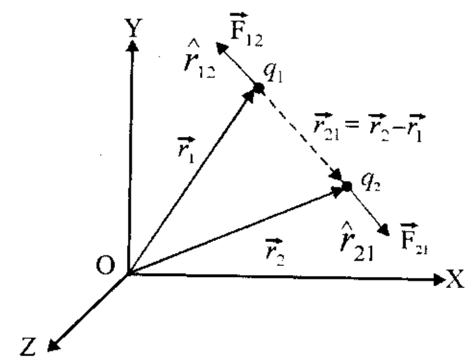
$$\in_r = \frac{F}{F_m} = \frac{\in}{\in_0} \quad .....(3)$$

भी होता है।

यह माध्यम की प्रकृति पर निर्भर करता है। $\in_r$ एक विमाहीन नियतांक है। निर्वात (अथवा वायु) के लिए $\in_r = 1$ होता है। यह $\in_r$ का न्यूनतम मान है। अन्य पदार्थों के लिए $\in_r > 1$ होता है। चालक (conductor) पदार्थ के लिए $\in_r$ का मान अनन्त होता है।

1.3.2 कूलॉम के नियम का सदिश निरूपण (Vector form of Coulomb's Law)

माना कि दो बिन्दुवत् आवेश q_1 व q_2 हैं जिनके मूल बिन्दु के सापेक्ष स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{r_1}$ व $\vec{r_2}$ हैं। यदि आवेश q_1 के सापेक्ष q_2 का स्थिति सदिश $\vec{r_{21}}$ हो तो



चित्र 1.7

सदिश योग के त्रिभुज नियम से–

$$\vec{r_{21}} = \vec{r_2} - \vec{r_1} \quad .....(1)$$

इस प्रकार कूलॉम के नियम से निर्वात् में स्थित आवेश q_2 पर q_1 आवेश के कारण लगने वाला विद्युत बल निम्न होगा–

$$\vec{F_{21}} = \frac{1}{4\pi \in_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21}$$

$$\vec{F_{21}} = \frac{1}{4\pi \in_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r_2} - \vec{r_1}|^2} \hat{r}_{21} \quad .....(2)$$

यहाँ $\hat{r}_{21}$ सदिश $\vec{r_{21}}$ की दिशा में एकांक सदिश है।

इसी प्रकार आवेश q_1 पर q_2 आवेश के कारण लगने वाला विद्युत बल निम्न होगा–

$$\vec{F_{12}} = \frac{1}{4\pi \in_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r_1} - \vec{r_2}|^2} \hat{r}_{12} \quad .....(3)$$

यहाँ $\hat{r}_{12}$ सदिश $\vec{r}_{12}$ की दिशा में एकांक सदिश है। जो कि एकांक सदिश $\hat{r}_{21}$ के बराबर एवं विपरीत दिशा में होता है अर्थात्

$$\hat{r}_{21} = -\hat{r}_{12} \quad .....(4)$$

अतः समी. (2) व (3) से

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

अर्थात् दोनों आवेशों पर परस्पर लगने वाले बल परिमाण में समान तथा विपरीत दिशा में कार्यरत होते हैं।

समी. (2) व (3) कूलॉम के नियम का सदिश रूप है। यह आवेश q_1 तथा आवेश q_2 के धन व ऋण दोनों चिन्हों के लिए मान्य होता है। इस नियम से स्पष्ट होता है कि समान प्रकृति के आवेशों के मध्य प्रतिकर्षण बल तथा विपरीत प्रकृति के आवेशों के मध्य आकर्षण बल कार्य करता है। जो कि आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश कार्यरत होता है। इस प्रकार स्थिर विद्युत बल केन्द्रीय बल होते हैं।

कूलॉम के नियम से संबंधित महत्वपूर्ण तथ्य
(Important facts related to Coulombs Law)

(i) इस नियम के लिए आवेश बिन्दुवत् एवं स्थिर होना चाहिए परन्तु सामान्यतः गोलीय आवेशों को ही प्रयुक्त करते हैं। गतिशील आवेशों के मध्य बल केवल कूलॉम के नियम से प्राप्त नहीं किया जा सकता है क्योंकि गतिशील आवेशों के लिए विद्युत बल के अतिरिक्त चुम्बकीय बल भी लगता है।

(ii) यह नियम गति के तृतीय नियम का पालन करता है।

(iii) प्रयोगों द्वारा निष्कर्ष निकलता है कि यह नियम 10^{-15} मी. से कुछ किलोमीटर की दूरी के लिये लागू होता है। इलेक्ट्रॉन, प्रोटोन आदि मौलिक कणों के लिए भी यह नियम 10^{-15} मी. से अधिक दूरी के लिए लागू किया जा सकता है। क्योंकि इससे कम दूरियों के लिए अन्य बल जैसे नाभिकीय बल भी उपस्थित रहते हैं।

(iv) यह नियम व्युत्क्रम वर्ग के नियम का पालन करता है तथा विद्युत बल एक संरक्षी बल है। यह केन्द्रीय बलों को भी व्यक्त करता है।

(v) कूलॉम के नियम का स्थिर विद्युतिकी में वही महत्व है जो न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण नियम का गुरुत्वाकर्षण भौतिकी में है जबकि इनके संगत राशियाँ आवेश तथा द्रव्यमान है।

विद्युत बल गुरुत्वीय बल की तुलना में बहुत अधिक प्रबल होता है। घर्षण विद्युत की प्रक्रिया के अन्तर्गत कांच की आवेशित छड़ हल्के कागज के टुकड़ों को अपनी ओर आकर्षित कर लेती है। जबकि पृथ्वी इन कागज के टुकड़ों को गुरुत्वाकर्षण बल के कारण अपनी ओर आकर्षित रखती है।

(vi) गुरुत्वाकर्षण तथा स्थिर विद्युत बलों का अनुपात

(i) दो इलेक्ट्रॉनों में $\frac{10^{-43}}{1}$ (ii) दो प्रोटॉनों में $\frac{10^{-36}}{1}$

(iii) प्रोटॉन तथा इलेक्ट्रॉन में $\frac{10^{-39}}{1}$

(vii) यदि एक आवेश q_1 दूसरे आवेश q_2 कोई बल आरोपित करता है तब यदि तीसरा आवेश q_3 पास में लाया जाता है तो q_1 द्वारा q_2 पर आरोपित बल अपरिवर्तित रहता है।

इस प्रकार कूलॉम बल एक द्विवस्तु अन्तर्क्रिया (Two body interaction) बल है। इस कारण कूलॉम बलों के लिए अध्यारोपण का सिद्धान्त भी लागू किया जा सकता है।

उदा.6. हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन के बीच दूरी 5.3×10^{-11} मीटर है। उनके मध्य विद्युत आकर्षण बल का परिकलन कीजिए। इस बल की गुरुत्वाकर्षण बल से तुलना कीजिए।

$G = 6.67 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$, इलेक्ट्रॉन का आवेश $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C, इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg, प्रोटॉन का द्रव्यमान $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg. पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.4

हल– दिया है $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ किग्रा, $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ किग्रा

$q_p = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम, $q_e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन के लिए–माना दोनों के मध्य दूरी r है।

विद्युत बल $\vec{F}_e = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_e q_p}{r^2}\hat{r}$

$$\vec{F}_e = -9\times10^9\times\frac{1.6\times1.6\times10^{-38}}{r^2}\hat{r}$$

$$\vec{F}_e = \frac{-2.304}{r^2}\times10^{-28}\hat{r} \text{ न्यूटन}$$

तथा गुरुत्वाकर्षण बल $\vec{F}_g = -G\frac{m_e m_p}{r^2}\hat{r}$

$$\vec{F}_g = -\frac{6.67\times10^{-11}\times1.67\times10^{-27}\times9.11\times10^{-31}}{r^2}\hat{r}$$

$$\vec{F}_g = -\frac{1.0147\times10^{-67}}{r^2}\hat{r} \text{ न्यूटन}$$

यहाँ ऋणात्मक चिन्ह बलों की आकर्षण प्रकृति को व्यक्त करता है।

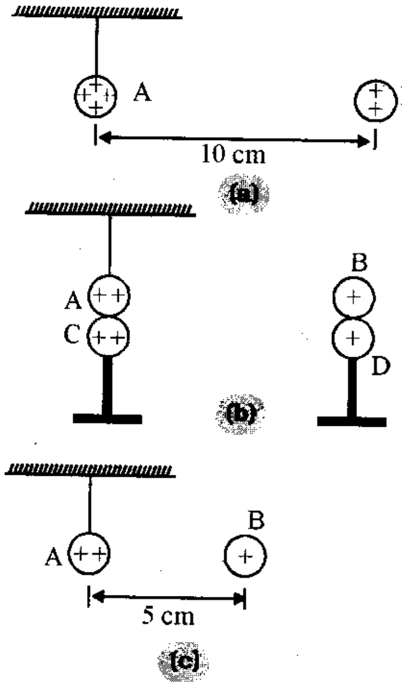
अतः $$\left|\frac{\vec{F}_e}{\vec{F}_g}\right| = \frac{2.304\times10^{-28}}{1.0147\times10^{-67}}$$

$= 2.27 \times 10^{39}$ (मात्रकहीन)

इस प्रकार इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन के मध्य विद्युत बल, गुरुत्वाकर्षण बल का 2.27×10^{39} गुना है।

उदा.7. धातु का आवेशित गोला A नाइलॉन के धागे से निलंबित है। विद्युतरोधी हत्थी द्वारा किसी अन्य धातु के आवेशित गोले B को A के इतने निकट लाया जाता है कि चित्र (a) में दर्शाए अनुसार इनके केंद्रों के बीच की दूरी 10cm है। गोले A के परिणामी प्रतिकर्षण को नोट किया जाता है (उदाहरणार्थ-गोले पर चमकीला प्रकाश पुंज डालकर तथा अंशांकित पर्दे पर बनी इसकी छाया का विक्षेपण मापकर)। A तथा B गोलों को चित्र (b) में दर्शाए अनुसार क्रमशः अनावेशित गोलों C तथा D से स्पर्श कराया जाता है। तत्पश्चात् चित्र (c) में दर्शाए अनुसार C तथा D को हटाकर B को A के इतना निकट लाया जाता है कि इनके केंद्रों के बीच की दूरी 5.0 cm हो जाती है। कूलॉम नियम के अनुसार A का कितना अपेक्षित प्रतिकर्षण है? गोले A तथा C एवं गोले B तथा

के साइज सर्वसम हैं। A तथा B के केंद्रों के पृथक्कन की तुलना में उनके साइजों की उपेक्षा कीजिए।



चित्र 1.8

हल– माना प्रारम्भिक स्थिति में गोले A पर आवेश q_1 तथा गोले B पर आवेश q_2 है तथा इनके मध्य दूरी r = 10 सेमी. = 10×10^{-2} मी. है तब दोनों के मध्य प्रतिकर्षण बल

$$F_1 = \frac{Kq_1q_2}{(10\times10^{-2})^2} = \frac{Kq_1q_2}{100\times10^{-4}} \quad ..(1)$$

अब गोले A को समान गोले C से तथा B को समान गोले D से स्पर्श कराने पर इनके आवेशों का पुनः वितरण होगा तथा गोलों के सर्वसम होने के कारण स्पर्श कराने के पश्चात् इन पर आवेशों की मात्राएँ, पूर्व मात्राओं की ठीक आधी होगी अर्थात्

गोले A पर नया आवेश = $q_1/2$

गोले B पर नया आवेश = $q_2/2$

अतः दोनों गोलों के परस्पर 5 सेमी. = 5×10^{-2} मी. दूरी पर रखने पर प्रतिकर्षण बल

$$F_2 = \frac{K\frac{q_1}{2}\frac{q_2}{2}}{(5\times10^{-2})^2} = \frac{Kq_1q_2}{100\times10^{-4}} \quad ...(2)$$

(1) व (2) से स्पष्ट है कि दोनों स्थितियों में बल समान रहेगा।

उदा.8. समान आवेश वाले दो धनायन परस्पर 3.7×10^{-9} N बल से प्रतिकर्षित करते हैं, जबकि उनके मध्य की दूरी 5Å है। प्रत्येक आयन में सामान्य अवस्था की तुलना में कितने इलेक्ट्रॉन कम है?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.5

हल– माना कि प्रत्येक धनायन पर q आवेश है।

तब आवेशों के मध्य बल

$$F = \frac{kqq}{r^2} = \frac{kq^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \quad q^2 = \frac{Fr^2}{K}$$

$$\Rightarrow \quad q = r\sqrt{\frac{F}{K}}$$

$\because$ $F = 3.7 \times 10^{-9}$ N

$r = 5Å = 5 \times 10^{-10}$ m

$$\therefore \quad q = 5 \times 10^{-10}\sqrt{\frac{3.7\times10^{-9}}{9\times10^{9}}}$$

$$= 3.2 \times 10^{-19} C$$

$\because$ आवेश के क्वाण्टीकरण से q = ne

जहाँ n इलेक्ट्रॉनों की कमी है।

$$\therefore \quad n = \frac{q}{e} = \frac{3.2\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} = 2$$

अर्थात् प्रत्येक आयन में सामान्य अवस्था की तुलना में 2 इलेक्ट्रॉन कम है।

उदा.9. समान परिमाण के दो आवेश एक-दूसरे पर 2 न्यूटन का बल आरोपित करते हैं। उनके बीच की दूरी 0.5 मीटर कम कर देने पर उनके बीच बल 18 न्यूटन हो जाता है (a) आवेशों के बीच प्रारंभिक दूरी क्या थी? (b) प्रत्येक आवेश का परिमाण क्या है?

हल– (a) माना प्रत्येक आवेश का परिमाण q तथा उनके बीच की प्रारंभिक दूरी r मीटर है, तब कूलॉम के नियमानुसार

$$F = \frac{Kq\times q}{r^2} = 9\times10^9\frac{q^2}{r^2}$$

$$\therefore \quad 2 = 9\times10^9\frac{q^2}{r^2} \quad ...(1)$$

[$\because$ F = 2 न्यूटन दिया गया है]

जब दूरी 0.5 मीटर घट जाती है, तो बल का परिमाण 18 न्यूटन हो जाता है। अतः

$$18 = 9\times10^9\frac{q^2}{(r-0.5)^2} \quad ...(2)$$

समी. (1) में समी. (2) का भाग देने पर

$$\frac{2}{18} = \frac{9\times10^9\, q^2/r^2}{9\times10^9\, q^2/(r-0.5)^2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{9} = \left(\frac{r-0.5}{r}\right)^2$$

दोनों पक्षों का वर्गमूल लेने पर

$$\frac{r-0.5}{r} = \pm\frac{1}{3}$$

(i) धन चिन्ह लेने पर $\frac{r-0.5}{r} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \quad 3r - 1.5 = r$

$\Rightarrow \quad 2r = 1.5 \Rightarrow r = 0.75$ मीटर

(ii) ऋण चिन्ह लेने पर

$$\frac{r-0.5}{r} = -\frac{1}{3}$$

$\Rightarrow \quad 3r - 1.5 = -r$

$\Rightarrow \quad 4r = 1.5$

$\Rightarrow \quad r = 0.375$ मीटर

(यह दूरी 0.5 मीटर से कम होने के कारण यह मान संभव नहीं है।)

अतः आवेशों के बीच प्रारंभिक दूरी $r = 0.75$ मी.

(b) समी. (i) में $r = 0.75$ मीटर रखने पर

$$2 = 9\times10^9\frac{q^2}{(0.75)^2}$$

$\Rightarrow \quad q^2 = \frac{2}{9\times10^9}\times(0.75)^2$

$\Rightarrow \quad q^2 = 125\times10^{-12}$

$\Rightarrow \quad q = \pm 11.18\times10^{-6}$ कूलॉम

$= \pm 11.18$ माइक्रोकूलॉम

अतः प्रत्येक आवेश का परिमाण 11.18 माइक्रोकूलॉम है।

उदा.10. निर्वात् में रखे दो बिन्दुवत् आवेशों के मध्य बल 18 N है। यदि 1 mm मोटाई तथा 6 परावैद्युतांक की एक काँच की पट्टिका इन आवेशों के मध्य रख दी जाये, तब बल का मान ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.6

हल– दिया गया है F = 18 न्यूटन, $\varepsilon_r = 6$, $F_m = ?$

$$\because \quad F_m = \frac{F}{\varepsilon_r} = \frac{18}{6} = 3 \text{ न्यूटन}$$

उदा.11. (क) किसी परावैद्युत माध्यम का परावैद्युतांक 6 है। इसकी निरपेक्ष विद्युत शीलता क्या होगी ?

(ख) दो बिन्दु आवेशों को वायु में एक निश्चित दूरी पर रखने पर उनके बीच 80 न्यूटन का बल कार्य करता है। जब इन्हीं आवेशों को एक परावैद्युत माध्यम में इतनी ही दूरी पर रखा जाता है तो इस बल का मान 8 न्यूटन हो जाता है। माध्यम का परावैद्युतांक ज्ञात कीजिए।

हल– (क) किसी माध्यम की निरपेक्ष विद्युत शीलता

$$\epsilon = \epsilon_r\epsilon_0$$

जहाँ ϵ_r = माध्यम का परावैद्युतांक, ϵ_0 = निर्वात् या वायु की विद्युत शीलता

$\therefore \quad \epsilon = 6\times8.86\times10^{-12}$

$= 53.16\times10^{-12}\ C^2N^{-1}m^{-2}$

(ख) दिया गया है–

F = 80 न्यूटन, F_m = 8 न्यूटन

$\therefore$ माध्यम का परावैद्युतांक

$$\epsilon_r = \frac{F_m}{F}$$

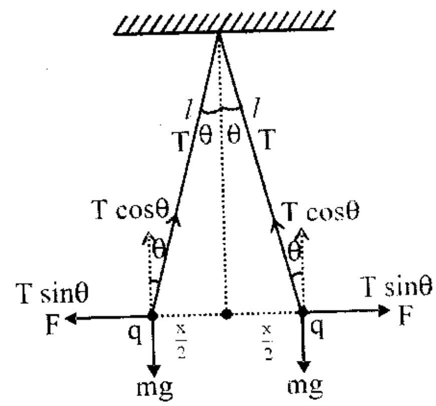
$$\therefore \quad \epsilon_r = \frac{80}{8} = 10$$

अतः माध्यम का परावैद्युतांक $\epsilon_r = 10$

उदा.12. दो छोटे बिन्दुवत् गोले प्रत्येक का द्रव्यमान 200 g है, एक उभयनिष्ठ बिन्दु से दो कुचालक धागों, जिनकी प्रत्येक की लम्बाई 40 cm है, द्वारा लटकाये गये है। दोनों गोले समान रूप से आवेशित है तथा साम्यावस्था में इनके बीच की दूरी 4 cm पायी गई है। प्रत्येक गोले पर आवेश ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.8

हल– साम्यावस्था में गोलों पर कार्यरत बलों को चित्र में दर्शाया गया है। साम्यावस्था में प्रत्येक गोले पर परिणामी बल शून्य है।



चित्र 1.9

विभिन्न बलों के घटकों को संतुलित करने पर

$$T\cos\theta = mg \quad ...(1)$$

$$T\sin\theta = F = \frac{Kq^2}{x^2} \quad ...(2)$$

$\therefore$ समी. (2) में समी. (1) का भाग देने पर–

$$\tan\theta = \frac{Kq^2}{mgx^2}$$

$\because$ x = 4 cm. का मान l = 40 cm से बहुत कम है।

अतः θ अल्प होने पर

$$\tan\theta \approx \sin\theta = \frac{x/2}{l} = \frac{x}{2l}$$

$$\therefore \quad \frac{Kq^2}{mgx^2} = \frac{x}{2l}$$

$$\Rightarrow \quad q^2 = \frac{mgx^3}{2Kl}$$

$\Rightarrow \qquad q = \sqrt{\dfrac{mgx^3}{2Kl}}$

$\because$ दिया गया है– $m = 200\ g = 0.2\ kg$,
$x = 4\ cm = 4 \times 10^{-2} m$, $l = 40\ cm = 0.4\ m$.

$$\therefore \qquad q = \sqrt{\frac{0.2 \times 9.8 \times (4\times10^{-2})^3}{2\times9\times10^9\times0.4}}$$

$$q = \sqrt{1.74\times10^{-14}}$$

$$= 1.32 \times 10^{-7} \text{ कूलॉम}$$

1.4 बहुल आवेशों के मध्य बल एवं अध्यारोपण का सिद्धान्त (Force between multiple charges and principle of superposition)

दो से अधिक आवेशों की उपस्थिति में किसी बिन्दु पर परिणामी बल को ज्ञात करने के लिए अध्यारोपण का सिद्धान्त काम में लेते हैं। इस सिद्धान्त के अनुसार "किसी आवेश पर परिणामी बल, अन्य आवेशों के द्वारा स्वतंत्र रूप से इस आवेश पर कार्यरत कूलॉम बलों के सदिश योग के बराबर होता है।"

माना कि $q_1, q_2, q_3, \ldots\ldots, q_n$ आवेश किसी क्षेत्र में उपस्थित है जिनके मूल बिन्दु O के सापेक्ष स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \ldots\ldots, \vec{r}_n$ है।

q_1 आवेश पर परिणामी बल $\vec{F}_1$ ज्ञात करने के लिए कूलॉम के नियम की सहायता से q_1 पर q_2 के कारण बल $\vec{F}_{12}$, q_3 के कारण बल $\vec{F}_{13}$ आदि निम्नानुसार ज्ञात किये जाते हैं–

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + \cdots + \vec{F}_{1n}$$

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12} + \frac{q_1q_3}{r_{13}^2}\hat{r}_{13} + \frac{q_1q_4}{r_{14}^2}\hat{r}_{14} + \cdots + \frac{q_1q_n}{r_{1n}^2}\hat{r}_{1n}\right) \quad \ldots..(1)$$

इसी प्रकार q_2 आवेश पर परिणामी बल

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{24} + \cdots + \vec{F}_{2n}$$

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_2q_1}{r_{21}^2}\hat{r}_{21} + \frac{q_2q_3}{r_{23}^2}\hat{r}_{23} + \cdots + \frac{q_2q_n}{r_{2n}^2}\hat{r}_{2n}\right) \quad \ldots..(2)$$

सामान्य रूप में, अभीष्ट आवेश q_0 पर अन्य सभी n विविक्त आवेशों के कारण परिणामी बल

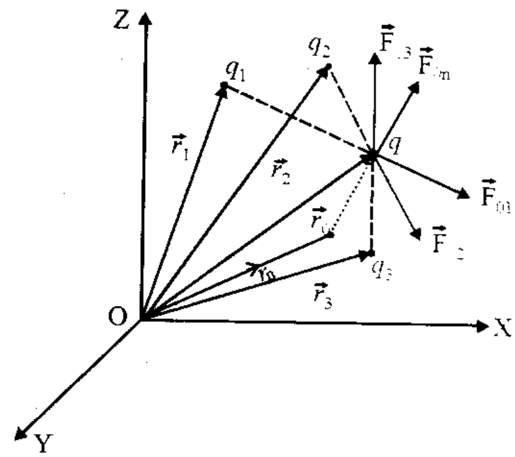
$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \vec{F}_{03} + \cdots + \vec{F}_{0n} \quad \ldots..(3)$$

माना कि निर्वात् में स्थित एक आवेश निकाय n स्थिर आवेशों से मिलकर बना है। ये आवेश क्रमशः $q_1, q_2, q_3, \ldots\ldots, q_n$ हैं। इन आवेशों के कारण किसी अभीष्ट आवेश q_0 पर परिणामी बल ज्ञात करना है। यदि अभीष्ट आवेश q_0 से इन आवेशों की स्थितियाँ क्रमशः $\vec{r}_{01}, \vec{r}_{02}, \vec{r}_{03}, \ldots\ldots, \vec{r}_{0n}$ हो तो आवेश q_1 द्वारा आवेश q_0 पर लगने वाला बल

$$\vec{F}_{01} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_0}{r_{01}^2}\hat{r}_{01}$$

यहाँ $\hat{r}_{01}$ आवेश q_1 से q_0 की दिशा में एकांक सदिश है। इसी प्रकार अन्य आवेशों के कारण अभीष्ट आवेश q_0 पर लगने वाले बल क्रमशः $\vec{F}_{02}, \vec{F}_{03}, \ldots\ldots\ldots, \vec{F}_{0n}$ है तो अध्यारोपण के सिद्धान्त से (समीकरण 3 से)

$$\vec{F}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1q_0}{r_{01}^2}\hat{r}_{01} + \frac{q_2q_0}{r_{02}^2}\hat{r}_{02} + \frac{q_3q_0}{r_{03}^2}\hat{r}_{03} + \cdots + \frac{q_nq_0}{r_{0n}^2}\hat{r}_{0n}\right)$$



चित्र 1.10

$$\vec{F}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{i=n}\frac{q_iq_0}{r_{0i}^2}\hat{r}_{0i} \qquad \because \hat{r}_{0i} = \frac{\vec{r}_{0i}}{r_{0i}}$$

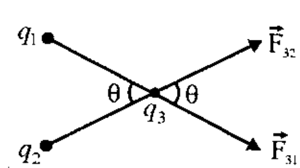
$$\vec{F}_0 = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{i=n}\frac{q_i}{r_{0i}^3}\vec{r}_{0i}$$

$$\vec{F}_0 = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{i=n}\frac{q_i}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_i|^3}(\vec{r}_0 - \vec{r}_i) \quad \ldots..(4)$$

परिणामी बल प्राप्त करने के लिये परिस्थिति अनुसार सदिश योग का समान्तर चतुर्भुज नियम या बहुभुज नियम प्रयुक्त किया जा सकता है।

नोट– अध्यारोपण के सिद्धान्त का उपयोग बहुआवेशी निकाय में परिणामी बल ज्ञात करने के अतिरिक्त विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करने के लिये भी प्रयुक्त किया जा सकता है।

उदा.13. निम्न चित्र में प्रदर्शित दो आवेश के कारण किसी तीसरे आवेश पर परिणामी बल F का मान व दिशा निम्न परिस्थितियों में ज्ञात करो-



चित्र 1.11

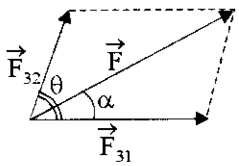
(i) जब बलों के बीच कोण θ हो.
(ii) जब θ = 0° हो,
(iii) जब θ = 90° हो,
(iv) जब θ = 180° हो,

हल– (i) कूलॉम के नियम से–

$$F_{31} = \frac{kq_1q_3}{a^2}$$

$$F_{32} = \frac{kq_2q_3}{b^2}$$

अब सदिश संयोजन के नियम से



चित्र 1.12

$$F = \sqrt{F_{31}^2 + F_{32}^2 + 2F_{31}F_{32}\cos\theta}$$

तथा $\tan\alpha = \frac{F_{32}\sin\theta}{F_{31}+F_{32}\cos\theta}$

(ii) जब θ = 0° हो तो

$$F = \sqrt{F_{31}^2 + F_{32}^2 + 2F_{31}F_{32}}$$
$$= \sqrt{(F_{31}+F_{32})^2}$$

तथा $\tan\alpha = 0$

∴ $\alpha = 0$

अतः परिणामी बल दोनों बलों की दिशा में होगा।

(iii) जब $\theta = 90°$ हो तो

$$F = \sqrt{F_{31}^2 + F_{32}^2}$$

तथा $\tan\alpha = \frac{F_{32}}{F_{31}+0} = \frac{F_{32}}{F_{31}}$

∴ $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_{32}}{F_{31}}\right)$

(iv) जब θ = 180° हो तो

$$F = \sqrt{F_{31}^2 + F_{32}^2 + 2F_{31}F_{32}\cos 180°}$$
$$= \sqrt{F_{31}^2 + F_{32}^2 - 2F_{31}F_{32}}$$
$$= \sqrt{(F_{32}-F_{31})^2}$$

$= F_{32} - F_{31}$ (जबकि $F_{32} > F_{31}$ हो)

परिणामी बल की दिशा बड़े बल (बड़े आवेश) की ओर होगी।

उदा.14. एक बिन्दु आवेश $q_1 = 2\mu C$ बिन्दु A (2m, 1 m) पर तथा दूसरा बिन्दु आवेश $q_2 = -5\mu C$ बिन्दु B (–2m, 4m) पर अवस्थित है। q_2 पर q_1 द्वारा लगाया गया बल ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.7

हल– दिया गया है–

$$q_1 = 2\mu C = 2 \times 10^{-6} C,$$
$$q_2 = -5\mu C = -5 \times 10^{-6} C$$

यदि बिन्दु A का स्थिति सदिश $\vec{r}_1$ हो, तो

$$\vec{r}_1 = (2\hat{i} + \hat{j})m$$

तथा बिन्दु B का स्थिति सदिश $\vec{r}_2$ हो, तो

$$\vec{r}_2 = (-2\hat{i} + 4\hat{j})m$$

∵ दिए गए आवेश विपरीत प्रकृति के हैं, अतः q_2 पर q_1 के कारण बल की प्रकृति आकर्षण की होगी तथा इसकी दिशा q_1 की ओर होगी अर्थात् $\hat{r}_{12}$ के अनुदिश होगी।

∴ q_2 पर q_1 द्वारा लगाया गया बल

$$\vec{F}_{21} = \frac{Kq_1q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12} = \frac{Kq_1q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$$

$$= \frac{Kq_1q_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad ...(1)$$

∵ $\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (2\hat{i}+\hat{j}) - (-2\hat{i}+4\hat{j})$
$= 4\hat{i} - 3\hat{j}$

∴ $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = \sqrt{(4)^2 + (-3)^2}$
$= \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

∴ $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3 = (5)^3 = 125$

∴ समी. (1) से $\vec{F}_{21} = \frac{9\times10^9 \times 2\times10^{-6} \times 5\times10^{-6}}{125}(4\hat{i} - 3\hat{j})$

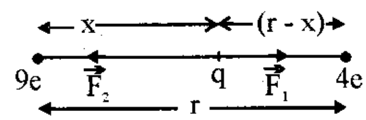
$\vec{F}_{21} = 7.2\times10^{-4}(4\hat{i} - 3\hat{j})$ न्यूटन

उदा.15. 9e तथा 4e बिन्दु आवेश परस्पर r दूरी पर स्थित है। एक अन्य आवेश q दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा पर कहाँ रखें कि वह संतुलन में रहे?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.9

हल– माना कि 9e व 4e के मध्य आवेश q को 9e आवेश से x दूरी पर रखने पर आवेश q संतुलन अवस्था में होता है।

अतः आवेश q पर 9e तथा 4e आवेशों के कारण लगने वाले बल क्रमशः $\vec{F}_1$ व $\vec{F}_2$ एक दूसरे के विपरीत तथा बराबर होने चाहिए।



चित्र 1.13

∴ q के संतुलन के लिए

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

$\Rightarrow \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

$\Rightarrow F_1 = F_2$

$\Rightarrow \frac{K(q)(9e)}{x^2} = \frac{K(q)(4e)}{(r-x)^2}$

$$\Rightarrow \qquad \frac{9}{x^2} = \frac{4}{(r-x)^2}$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{3}{x} = \frac{2}{r-x}$$

$$\Rightarrow \qquad 3(r-x) = 2x$$

$$\Rightarrow \qquad 5x = 3r$$

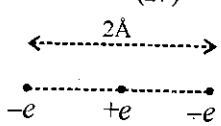
$$\Rightarrow \qquad x = \frac{3}{5}r$$

अत: आवेश q के संतुलन के लिए q को आवेश 9e से $\frac{3}{5}r$ दूरी पर रखना होगा।

उदा.16. दो इलेक्ट्रॉन एक दूसरे से 2Å की दूरी पर स्थित हैं। एक प्रोटॉन उनके बीच की दूरी के मध्य बिन्दु पर रखा हुआ है। प्रत्येक कण पर परिणमित बल का परिकलन कीजिए।
($e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम)

हल– प्रोटॉन बराबर व विपरीत आकर्षण बलों से, इलेक्ट्रॉन के कारण, आकर्षित होगा। इसलिए प्रोटॉन पर परिणमित बल शून्य होगा। प्रत्येक इलेक्ट्रॉन पर कार्य कर रहे बल इस प्रकार होंगे–
(i) प्रोटॉन के कारण आकर्षण बल,
(ii) दूसरे इलेक्ट्रॉन के कारण प्रतिकर्षण बल
∴ इलेक्ट्रॉन पर परिणमित बल

$$F = K\frac{-e(+e)}{r^2} + K\frac{-e(-e)}{(2r)^2}$$



चित्र 1.14

$$= \frac{9\times10^9 e^2}{r^2}\left[-1+\frac{1}{4}\right] = -\frac{9\times10^9\times3e^2}{4r^2}$$

$e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम,
$r = 1\text{Å} = 10^{-10}$ मीटर

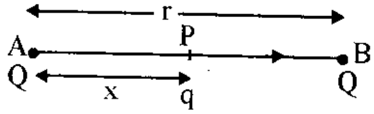
$$\therefore \qquad F = \frac{-27\times10^9\times(1.6\times10^{-19})^2}{4(10^{-10})^2}$$

$= -1.371 \times 10^{-8}$ न्यूटन।

परिणमित बल प्रोटॉन की ओर आकर्षण बल होगा।

उदा.17. दो Q परिमाण के बिन्दु आवेश परस्पर r दूरी पर स्थित हैं। उनके मध्य बिन्दु पर q परिमाण का तीसरा आवेश रखा जाता है। इसका मान एवं प्रकृति क्या हो कि निकाय अधिकतम संतुलन (सम्पूर्ण निकाय) में रहे? **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.10**

हल– माना कि तीनों आवेश चित्रानुसार रखे हैं।



चित्र 1.15

A पर स्थित आवेश B पर स्थित आवेश के कारण प्रतिकर्षित होगा, अत: निकाय के संतुलन के लिए आवश्यक है, कि q आवेश Q आवेश की विपरीत प्रकृति का हो, ताकि यह इसके द्वारा आकर्षित हो सके।

इस प्रकार निकाय के संतुलन के लिए

A पर स्थित आवेश Q पर B पर स्थित आवेश Q के कारण प्रतिकर्षण बल = Q तथा q के मध्य आकर्षण बल

$$\Rightarrow \qquad \frac{KQQ}{r^2} = \frac{KQq}{x^2}$$

$$\Rightarrow \qquad q = \frac{Qx^2}{r^2}$$

∵ प्रश्नानुसार $\qquad PA = PB = x$
$x = r/2$

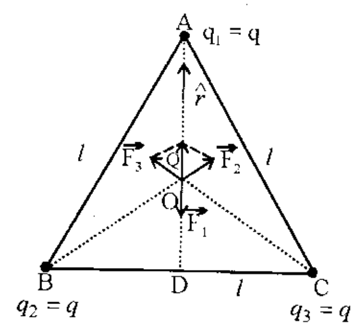
$$\Rightarrow \qquad q = \frac{Q(r/2)^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \qquad q = \frac{Q}{4}$$

q आवेश, Q आवेश की विपरीत प्रकृति का होने के कारण

$$q = -\frac{Q}{4}$$

उदा.18. तीन आवेशों q_1, q_2, q_3 पर विचार कीजिए जिनमें प्रत्येक q के बराबर है तथा l भुजा वाले समबाहु त्रिभुज के शीर्षों पर स्थित है। त्रिभुज के केंद्रक पर चित्र में दर्शाए अनुसार स्थित आवेश Q (जो q का सजातीय) पर कितना परिणामी बल लग रहा है?



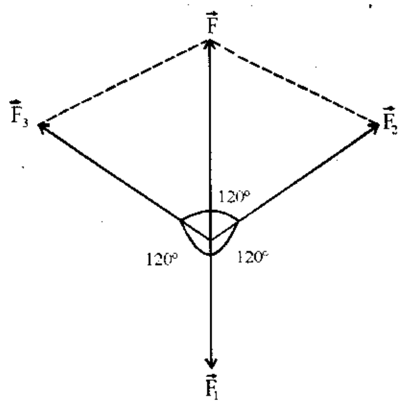
चित्र 1.16

हल–एक l भुजा के समबाहु त्रिभुज में प्रत्येक शीर्ष से केन्द्रक O की दूरी $= l/\sqrt{3}$

चूंकि प्रत्येक शीर्ष पर आवेश $q_1 = q_2 = q_3 = q$ है अत: प्रत्येक शीर्ष पर स्थित आवेश q के कारण केन्द्रक O पर स्थित आवेश Q पर बल

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = \frac{KqQ}{(l/\sqrt{3})^2} = \frac{3KqQ}{l^2}$$

बल $\vec{F}_1$, AO के अनुदिश, बल $\vec{F}_2$, BO के अनुदिश तथा बल $\vec{F}_3$, CO के अनुदिश कार्य करेगा तथा प्रत्येक बल, प्रत्येक दूसरे बल के साथ 120° के कोण पर होगा।



चित्र 1.17

समान्तर चतुर्भुज नियम से

बल F_2 व F_3 का परिणामी $F = \sqrt{F_2^2 + F_3^2 + 2F_2F_3\cos 120°}$

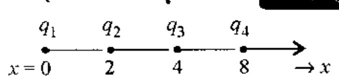
$$F = \sqrt{2F_2^2 + 2F_2^2\left(-\frac{1}{2}\right)} \qquad \because |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$$

या $F = \sqrt{2F_2^2 - F_2^2} = F_2 = |\vec{F}_1| \qquad \because |\vec{F}_2| = |\vec{F}_1|$

तथा इस परिणामी बल की दिशा $\vec{F}_1$ के ठीक विपरीत होगी। इस प्रकार $\vec{F}_1$ एवं $\vec{F}_2$ व $\vec{F}_3$ का परिणामी सदिश $\vec{F}$ परस्पर निरस्त हो जाते हैं तथा बिन्दु O पर स्थित आवेश Q पर नेट बल शून्य होगा।

उदा.19. चार समान आवेश प्रत्येक 2μC का, X-अक्ष पर स्थित है। ये क्रमश: 0, 2, 4, 8 cm दूरी पर स्थित है। 2 cm पर स्थित आवेश पर परिणामी बल ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.11

हल–



चित्र 1.18

प्रश्नानुसार,

$q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 2\mu C = 2\times 10^{-6}$ कूलॉम

कूलॉम के नियमानुसार q_2 पर

q_1 के कारण बल $\vec{F}_{21} = K\dfrac{q_1q_2}{(2\times10^{-2})^2}\hat{i}$

q_3 के कारण बल $\vec{F}_{23} = K\dfrac{q_3q_2}{(2\times10^{-2})^2}(-\hat{i})$

q_4 के कारण बल $\vec{F}_{24} = K\dfrac{q_4q_2}{(6\times10^{-2})^2}(-\hat{i})$

$\therefore$ q_2 पर परिणमित बल (अध्यारोपण के सिद्धान्त से तथा आवेशों का मान रखने पर)

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{24}$$

$$= K\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{10^{-4}}$$

$$\left[\frac{1}{4}\hat{i} + \frac{1}{4}(-\hat{i}) + \frac{1}{36}(-\hat{i})\right]$$

$$\vec{F}_2 = K\times4\times10^{-8}\times\left(-\frac{1}{36}\right)\hat{i}$$

$$\vec{F}_2 = -\frac{9\times10^9\times4\times10^{-8}}{36}\hat{i}$$

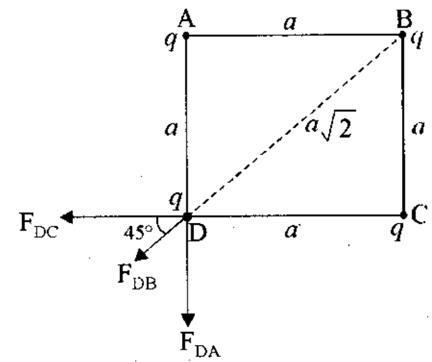
$\vec{F}_2 = -10\hat{i}$ न्यूटन

उदा.20. चार समान आवेश प्रत्येक q मान का, a भुजा वाले ... के चारों कोनों पर स्थित है। प्रत्येक आवेश पर शेष आवेशों के ... परिणामी बल ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1...

हल– दी गई व्यवस्था चित्र में दर्शाई गई है वर्ग की भुजाएँ

AB = BC = CD = DA = a, तथा विकर्ण BD = $a\sqrt{2}$

कोने D पर रखे आवेश q पर कोने A पर रखे आवेश q के ... बल



चित्र 1.19

$F_{DA} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{q^2}{a^2}$ (AD के अनुदिश)

कोने C पर रखे आवेश q के कारण बल

$F_{DC} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{q^2}{a^2}$ (CD के अनुदिश)

तथा कोने B पर रखे आवेश q के कारण बल

$F_{DB} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{q^2}{2a^2}$ (BD के अनुदिश)

उपरोक्त सभी बल 'प्रतिकर्षण' बल है।

D पर रखे आवेश पर परिणामी बल

$= F_{DB} + F_{DA}\cos 45° + F_{DC}\cos 45°$ (BD के अनुदिश)

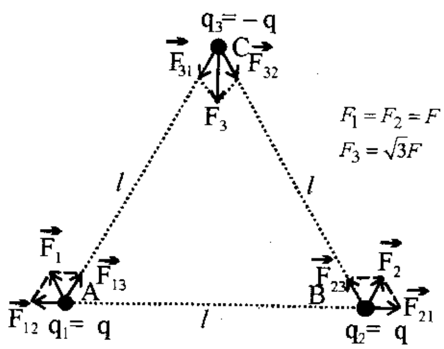
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q^2}{2a^2} + \frac{q^2}{a^2}\cos45° + \frac{q^2}{a^2}\cos45°\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{a^2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{a^2}\left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right)$$

यह बल BD के अनुदिश है।

उदा.21. चित्र में दर्शाए अनुसार किसी समबाहु त्रिभुज के शीर्षों पर स्थित आवेशों q, q, तथा –q पर विचार कीजिए। प्रत्येक आवेश पर कितना बल लग रहा है?



चित्र 1.20

हल–बिन्दु A पर स्थित आवेश $q_1 = q$ पर बल–

बिन्दु B पर स्थित आवेश $q_2 = q$ के कारण $\vec{F}_{12} = K\frac{q^2}{l^2}\hat{r}_1$

(जहाँ $\hat{r}_1$, BA के अनुदिश एकांक सदिश है)

बिन्दु C पर स्थित आवेश $q_3 = -q$ के कारण $\vec{F}_{13} = K\frac{q^2}{l^2}\hat{r}_2$

($\hat{r}_2$, AC के अनुदिश एकांक सदिश है)

अतः बिन्दु A पर स्थित आवेश q_1 पर कुल बल

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13}$$

$$|\vec{F}_1| = \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2 + 2F_{12}F_{13}\cos 120°}$$

$$= K\frac{q^2}{l^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{l^2}$$

तथा $\vec{F}_1$ की $\vec{F}_{12}$ के साथ दिशा

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_{13}\sin 120°}{F_{12} + F_{13}\cos 120°}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}/2}{1-1/2}\right)$$

$$\theta = \tan^{-1}(\sqrt{3}) = 60°$$

अतः $\vec{F}_1$, भुजा BC के समान्तर होगा।

इसी प्रकार हम बिन्दु B पर स्थित आवेश $q_2 = q$ पर बल $\vec{F}_2$ तथा बिन्दु C पर स्थित आवेश $q_3 = -q$ पर बल $\vec{F}_3$ की गणना कर सकते हैं। ये परिणाम निम्नानुसार प्राप्त होते हैं।

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{l^2} \quad \text{(AC के अनुदिश)}$$

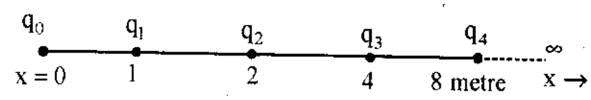
$$\vec{F}_3 = \frac{\sqrt{3}}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{l^2}$$ ($\angle$ACB को समद्विभाजित करने वाली रेखा के अनुदिश)

स्पष्टतः $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| \neq |\vec{F}_3|$ परन्तु $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$

क्योंकि $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$

उदा.22. **4μC के अनन्त आवेश X-अक्ष पर क्रमशः 1m, 2m, 4 m, 8m, ... पर रखे हैं। इन आवेशों के कारण मूल बिन्दु पर र 1C आवेश पर बल ज्ञात कीजिए।** पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.13

हल–



चित्र 1.21

प्रश्नानुसार $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = \ldots\ldots$

$= 4\mu C = 4 \times 10^{-6} C = q$ (माना)

$q_0 = 1C$

कूलॉम के नियमानुसार q_0 आवेश पर

q_1 के कारण बल $\vec{F}_{01} = \frac{Kq_1q_0}{(1)^2}(-\hat{i})$

q_2 के कारण बल $\vec{F}_{02} = \frac{Kq_2q_0}{(2)^2}(-\hat{i})$

q_3 के कारण बल $\vec{F}_{03} = \frac{Kq_3q_0}{(4)^2}(-\hat{i})$

∴ q_0 आवेश पर परिणामी बल

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \vec{F}_{03} + \ldots$$

$$\vec{F}_0 = Kqq_0\left[\frac{1}{(1)^2} + \frac{1}{(2)^2} + \frac{1}{(4)^2} + \ldots + \infty\right](-\hat{i})$$

$$\vec{F}_0 = 9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 1\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \ldots + \infty\right)(-\hat{i})$$

उपरोक्त समीकरण में कोष्ठक का पद गुणोत्तर श्रेणी है, जिसका प्रथम पद a = 1 तथा सार्वअनुपात $r = \frac{1}{4}$

$$\therefore \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \ldots + \infty\right) = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{4}}$$

$$= \frac{1}{3/4} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \quad \vec{F}_0 = 36 \times 10^3 \times \frac{4}{3}(-\hat{i})$$

$$\vec{F}_0 = -48 \times 10^3\hat{i} \text{ न्यूटन}$$

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1. $_7N^{14}$ नाभिक पर कूलॉम में आवेश की गणना कीजिए।
2. 12.5×10^{18} इलेक्ट्रॉन के आवेश की गणना कीजिए।
3. प्रकृति में किसे प्रारंभिक आवेश माना जाता है?
4. क्या कूलॉम का नियम परमाण्वीय तथा नाभिकीय दूरियों के लिए

$\left[3 \times 12 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 2.55 \times 10^4\right]^{1/3}$

द्वितीय स्थिति–जब क्षेत्र नीचे की ओर क्रियाशील है तथा उसमें [illegible] नीचे की ओर बल F = eE का अनुभव करता है

भी सत्य है?

5. यदि दो आवेशित कणों के बीच की दूरी आधी कर दी जाए तो दोनों के मध्य लगने वाले विद्युत बल पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
6. S.I. पद्धति में $\frac{1}{4\pi \epsilon_0}$ का मान क्या है?
7. क्या वह विद्युत बल जो कि एक आवेश किसी दूसरे आवेश पर आरोपित करता है, बदल जाएगा यदि इनके समीप अन्य आवेशों को लाया जाए?
8. क्या आवेशित वस्तु की गति के कारण विद्युत आवेश का मान परिवर्तित होता है?
9. क्या स्थिर विद्युत बल एक केन्द्रीय बल (central force) है?
10. दो बिन्दु आवेशों के मध्य बल किस प्रकार परिवर्तित होगा यदि उन्हें जिस माध्यम में रखा जाता है उसका परावैद्युतांक बढ़ जाए?
11. नियतांक $K = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$ का मान किन कारकों पर निर्भर करता है?
12. क्या एक आवेशित पिण्ड समीपवर्ती अनावेशित पिण्ड को आकर्षित करेगा?
13. दो धनावेश परस्पर 0.1m दूरी पर स्थित है, परस्पर 18N बल से प्रतिकर्षित होते है। यदि दोनों आवेशों का योग 9μC हो तो उन आवेशों के भिन्न-भिन्न मान ज्ञात कीजिए।
14. उस पदार्थ का नाम लिखिए जिसके आधार पर विद्युत का उद्भव हुआ।
15. स्थिर विद्युतिकी से क्या तात्पर्य है?
16. आवेशों के धन तथा ऋण होने का नामकरण किस वैज्ञानिक ने किया?
17. आवेशों की ध्रुवता से क्या तात्पर्य है?
18. इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन पर आवेश लिखिए।
19. इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान लिखिए।
20. कांच की छड़ को रेशम से तथा बिल्ली की खाल को ऐबोनाइट छड़ से घर्षित करने पर इन पर आवेशों की प्रकृति लिखिए।
21. ऐसे कण का उदाहरण दीजिए जिसका विराम द्रव्यमान शून्य होता है तथा अनावेशित होता है।
22. किसी वस्तु पर आवेश की उपस्थिति का पता लगाने के लिए प्रयुक्त किसी उपकरण का नाम लिखिए।
23. आवेश संरक्षण का रेडियोएक्टिव क्षय का एक उदाहरण लिखिए।
24. आवेश के क्वांटीकरण की खोज किस वैज्ञानिक ने की?
25. आवेश का SI मात्रक लिखिए।
26. 1 कूलॉम आवेश कितने इलेक्ट्रॉनिक आवेश के तुल्य होता है?
27. आवेश के सबसे छोटे व सबसे बड़े मात्रक का नाम लिखिए।
28. विद्युत शीलता का SI मात्रक तथा विमीय सूत्र लिखिए।
29. CGS पद्धति में निर्वात् की स्थिति में $\frac{1}{4\pi \epsilon_0}$ का मान लिखिए।
30. केन्द्रीय बल का एक उदाहरण लिखिए।
31. प्रोटॉन तथा इलेक्ट्रॉन में गुरुत्वाकर्षण तथा स्थिर विद्युत बलों का अनुपात कितना होता है?
32. वायु के लिये परावैद्युतांक का मान कितना होता है?
33. दो आवेशों के मध्य धात्वीय माध्यम होने पर आवेशों के मध्य स्थिर विद्युत बल का मान कितना होगा?
34. बहु आवेशों के मध्य बल ज्ञात करने में किस सिद्धान्त को प्रयुक्त किया जाता है?

उत्तरमाला

1. $q = +ne = +7\,(1.6 \times 10^{-19})$ कूलॉम $= +11.2 \times 10^{-19}$ कूलॉम
2. $q = ne = 12.5 \times 10^{18} \times 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम $= 2.0$ कूलॉम
3. $e = \pm 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम
4. नहीं
5. बल चार गुना हो जाएगा।
6. $\frac{\text{न्यूटन} \times \text{मीटर}^2}{\text{कूलॉम}^2}$
7. नहीं
8. नहीं
9. स्थिर विद्युत बल एक केन्द्रीय बल है क्योंकि यह आवेशों के केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश कार्य करता है।
10. इस स्थिति में बिन्दु आवेशों के मध्य बल घट जाएगा।
11. माध्यम की प्रकृति तथा मापन की पद्धति पर।
12. हाँ, आवेशित पिण्ड प्रेरण द्वारा अनावेशित पिण्ड के समीपवर्ती पृष्ठ पर विपरीत प्रकृति तथा दूरस्थ पृष्ठ पर समान प्रकृति का आवेश उत्पन्न करता है जिससे इनके बीच नैट आकर्षण बल लगने लगता है।
13. माना q_1 व q_2 परिमाण के दो आवेश परस्पर r दूरी पर स्थित है, तब कूलॉम बल

$$F = \frac{Kq_1q_2}{r^2}$$

प्रश्नानुसार, F = 18 न्यूटन

r = 0.1 मीटर

$q_1 + q_2 = 9\mu C = 9 \times 10^{-6} C$

$$\therefore \quad 18 = \frac{9 \times 10^9 q_1 q_2}{(0.1)^2}$$

$\Rightarrow \quad q_1q_2 = 2 \times 10^{-11}$

$\because \quad (q_1 - q_2)^2 = (q_1 + q_2)^2 - 4q_1q_2$

$= (9 \times 10^{-6})^2 - 8 \times 10^{-11}$

$= 8.1 \times 10^{-11} - 8 \times 10^{-11}$

$= 0.1 \times 10^{-11}$

$= 1 \times 10^{-12}$

$\Rightarrow \quad q_1 - q_2 = \pm 1 \times 10^{-6}$ कूलॉम

$\because$ दोनों आवेश धनात्मक है अतः

$q_1 - q_2 = 1 \times 10^{-6}$ कूलॉम

$q_1 + q_2 = 9 \times 10^{-6}$ ......(1)

$q_1 - q_2 = 1 \times 10^{-6}$ .....(2)

समीकरण (1) व (2) को हल करने पर–

$q_1 = 5 \times 10^{-6}$ कूलॉम

$q_2 = 4 \times 10^{-6}$ कूलॉम

14. ऐम्बर (Amber)
15. भौतिक विज्ञान की वह शाखा जिसके अन्तर्गत स्थिर आवेशों के गुणों तथा उनसे सम्बन्धित घटनाओं का अध्ययन किया जाता है, स्थिर विद्युतिकी

उदा.21. चित्र में दर्शाए अनुसार किसी समबाहु त्रिभुज के शीर्षों

कहलाती है।

16. बेंजामिन फ्रैंकलिन।

17. वह गुण जो धन तथा ऋण दोनों प्रकार के आवेशों में भेद करता है, आवेश की ध्रुवता (Polarity) कहलाता है।

18. इलेक्ट्रॉन का आवेश = 1.6×10^{-19} कूलॉम, ऋणावेश
    प्रोटॉन का आवेश = 1.6×10^{-19} कूलॉम धनावेश

19. $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ किग्रा

20. कांच की छड़ → धनावेशित
    रेशम → ऋणावेशित
    बिल्ली की खाल → धनावेशित
    ऐबोनाइट छड → ऋणावेशित

21. फोटॉन

22. स्वर्ण पत्र विद्युतदर्शी

23. $_{92}U^{238} \rightarrow \; _{90}Th^{234} \; + \; _{2}He^{4}$
    $(q = 92e) \quad (q_1 = 90e) \; + \quad (q_2 = 2e)$

25. एम्पियर × सेकण्ड

26. 6.25×10^{18} इलेक्ट्रॉनिक आवेश

27. आवेश का सबसे छोटा मात्रक : फ्रैंकलिन
    आवेश का सबसे बड़ा मात्रक : फैराडे

28. $\dfrac{\text{कूलॉम}^2}{\text{न्यूटन} \times \text{मी}^2}$

    विमीय सूत्र $[M^{-1} L^{-3} T^4 A^2]$

29. $\dfrac{1}{4\pi \epsilon_0} = 1 \dfrac{\text{डाइन} \times \text{सेमी}^2}{\text{स्टैट कूलॉम}^2}$

30. स्थिर विद्युत बल

31. $\dfrac{10^{-39}}{1}$

32. लगभग 1

33. शून्य।

34. अध्यारोपण सिद्धान्त।

1.5 विद्युत क्षेत्र (Electric field)

विद्युत क्षेत्र की अवधारणा के अनुसार–

1. एक आवेश अथवा आवेशों का समूह अपने चारों ओर एक क्षेत्र निर्मित करते हैं।

2. जब एक आवेश को किसी दूसरे आवेश के निकट लाया जाता है तो एक आवेश का क्षेत्र दूसरे आवेश के क्षेत्र से अन्योन्य क्रिया करता है। यह अन्योन्य क्रिया ही उनके बीच कार्य करने वाले बल के लिए उत्तरदायी होती है।

अतः **किसी विद्युत आवेश के चारों ओर का वह क्षेत्र जिसमें रखे किसी अन्य आवेश के द्वारा आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बल का अनुभव होता हो, प्रथम आवेश का विद्युत क्षेत्र कहलाता है।**

विद्युत क्षेत्र का विचार माइकल फैराडे ने दिया था। जिसमें कोई भी q आवेश से आवेशित कण विद्युत बल (F) का अनुभव करता है

जिसका मान

$$F = qE \quad \text{होता है।}$$

अतः किसी स्थान पर विद्युत क्षेत्र का मान

$$E = F/q \quad \text{से व्यक्त किया जायेगा।}$$

1.5.1 विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of electric field)

परीक्षण आवेश (Test charge) q_0 :

विद्युत परिघटनाओं का अध्ययन करने में कुछ पदों (Terms) को व्यक्त करने के लिए एक परीक्षण आवेश की कल्पना की गयी है। **परीक्षण आवेश एक अत्यन्त अल्प धन बिन्दुवत् आवेश** (An extremely small or Tiny Positive point charge) है। यह भी मान लिया गया है कि परीक्षण आवेश का अपना कोई विद्युत क्षेत्र नहीं होता है अर्थात् परीक्षण आवेश अपने निकट स्थित अन्य आवेशों पर कोई विद्युत बल नहीं लगाता है, किन्तु इन आवेशों द्वारा अपने ऊपर लगाये गये विद्युत बलों का अनुभव करता है। **परीक्षण आवेश केवल एक कल्पित आवेश (Fictitious charge) है, वास्तविक नहीं।**

किसी आवेशित चालक के विद्युत क्षेत्र में यदि किसी परीक्षण आवेश को रखा जाए तो वह एक बल का अनुभव करता है। इस बल का परिमाण एवं दिशा विद्युत क्षेत्र के भिन्न भिन्न बिंदुओं पर भिन्न भिन्न होती है।

विद्युत क्षेत्र की तीव्रता एक इकाई धन आवेश पर कार्य करने वाले बल के परिमाण के द्वारा मापी जाती है। विद्युत क्षेत्र की तीव्रता एक सदिश राशि है। विद्युत क्षेत्र की दिशा इकाई धन आवेश पर कार्य करने वाले बल की दिशा के द्वारा दी जाती है।

विद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर रखे q_0 परिमाण के परीक्षण आवेश पर कार्य करने वाला बल यदि $\vec{F}$ हो तो उस बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad .....(1)$$

यहाँ यह माना गया है कि परीक्षण आवेश बहुत छोटा धन आवेश है, जिसका अपना कोई विद्युत क्षेत्र नहीं होता है। अतः किसी विद्युत क्षेत्र में इसकी उपस्थिति से उस विद्युत क्षेत्र में कोई परिवर्तन नहीं होता है। अतः $\vec{E}$ को निम्न रूप में व्यक्त करना उचित है,

$$\vec{E} = \underset{q_0 \to 0}{\text{Limit}} \frac{\vec{F}}{q_0} \quad .....(2)$$

$\vec{E}$ को विद्युत क्षेत्र सदिश (Electric field vector) भी कहते हैं।

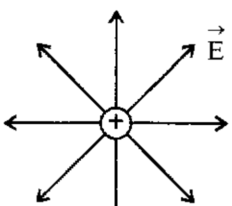
F का मात्रक न्यूटन तथा आवेश का मात्रक कूलॉम है अतः उपरोक्त संबंध के अनुसार विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मात्रक न्यूटन/कूलॉम या $\dfrac{\text{वोल्ट}}{\text{मीटर}}$ होगा।

समीकरण (1) से $\quad E = \dfrac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलॉम}} = \dfrac{MLT^{-2}}{AT}$

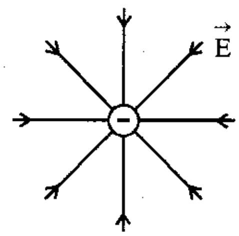
$$= [MLT^{-3} A^{-1}]$$

महत्त्वपूर्ण तथ्य

1. धनात्मक बिन्दु आवेश या समआवेशित गोलाकार आवेश वितरण के कारण विद्युत क्षेत्र आवेश से बाहर की ओर त्रिज्यीय होता है जबकि ऋणात्मक बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र आवेश की ओर त्रिज्यीय होता है।

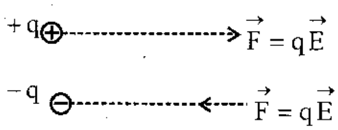


(i) बिन्दु आवेश +q के कारण विद्युत क्षेत्र



(ii) बिन्दु आवेश –q के कारण विद्युत क्षेत्र

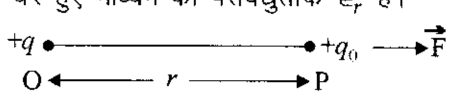
2. धनात्मक बिन्दु आवेश तथा ऋणात्मक बिन्दु आवेश पर बल की दिशा चित्रानुसार होगी–



विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मान तथा दिशा यदि क्षेत्र के प्रत्येक बिन्दु पर समान हो तो उसे समरूप विद्युत क्षेत्र कहते हैं, एवं यदि समान न हो तो उसे असमरूप विद्युत क्षेत्र कहते हैं। इसी तरह किसी क्षेत्र के प्रत्येक बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मान समय के साथ परिवर्तित हो रहा हो तो उसे परिवर्ती विद्युत क्षेत्र कहते हैं एवं यदि परिवर्तित नहीं हो रहा हो तो उसे अपरिवर्ती विद्युत क्षेत्र कहते हैं।

1.6 बिन्दुवत् आवेश के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of electric field at a point due to a point charge)

मान लो कि एक विलगित बिन्दुवत् आवेश O पर रखा हुआ है तथा इसको घेरे हुए माध्यम का परावैद्युतांक ϵ_r है।



चित्र 1.22

q आवेश के विद्युत क्षेत्र में किसी अन्य बिन्दु P पर मान लो एक अन्य आवेश q_0 रखा जाता है तथा इसकी P आवेश से दूरी r मीटर है। इस बिन्दु P पर हमें विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

कूलॉम के नियमानुसार q_0 आवेश पर कार्य करने वाला बल

$$F = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \frac{qq_0}{r^2} \text{ न्यूटन}$$

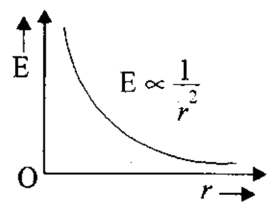
अतः बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \frac{q}{r^2} \text{ न्यूटन/कूलॉम}$$

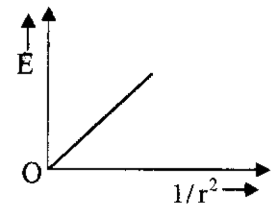
हवा अथवा निर्वात् के लिए $\epsilon_r = 1$

बिन्दु आवेश q के कारण परीक्षण आवेश q_0 पर कार्य करने वाला बल प्रतिकर्षण का बल है तथा इसकी दिशा OP होगी अतः बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की दिशा भी OP के अनुदिश होगी।

बिन्दुवत् आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता E तथा दूरी r के मध्य आलेख चित्रानुसार प्राप्त होता है–

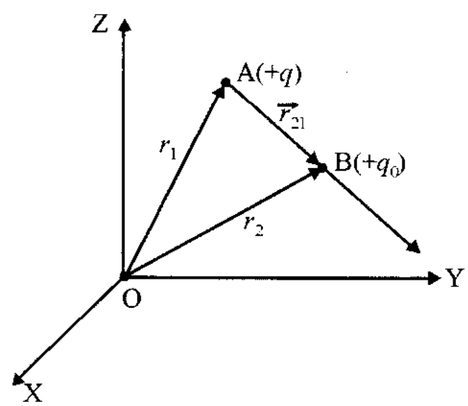


चित्र 1.23



चित्र 1.24

व्यापक लम्बकोणीय निर्देशांक (General Orthogonal Coordinates) **तंत्र में**–



चित्र 1.25

मानाकि चित्रानुसार बिन्दुवत् आवेश $+q$ बिन्दु A पर स्थित है जहाँ OA = r_1 है। इसी तंत्र में स्थित बिन्दु B, जिसके लिये OB = r_2 है, पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करना चाहते हैं।

बिन्दु B पर रखे एक परीक्षण धन आवेश q_0 पर कूलॉम के नियमानुसार लगने वाला बल होगा

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{qq_0}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{qq_0}{r_{21}^3} \vec{r}_{21}$$

यहाँ $\vec{AB} = \vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

अतः $$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \quad .....(2)$$

विद्युत क्षेत्र की तीव्रता AB दिशा में होगी।

नोट–किसी बिन्दु पर बिंदु आवेशों के समुदाय q_1, q_2, q_3 आदि के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता उस बिन्दु पर प्रत्येक आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रताओं के सदिश योग के बराबर होती है। यदि भिन्न भिन्न आवेशों के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रताएँ $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3$

सारणी : प्रकृति में विद्यमान कुछ विद्युत क्षेत्रों का मान

निकाय	विद्युत क्षेत्र
पल्सर (Pulsar) के तल पर	$\cong 10^{14}$ N/C
हाइड्रोजन परमाणु की इलेक्ट्रॉन कक्षा (Orbit) पर	6×10^{11} N/C
X- ट्यूब में	5×10^{6} N/C
वायु की विद्युत रोधन क्षमता (Electric Breakdown Strength)	3×10^{6} N/C
वाण्डे-ग्राफ जनित्र में	2×10^{6} N/C
आकाशीय बिजली की चमक में	10^{4} N/C
राडार के नजदीक	7×10^{3} N/C
सूर्य के प्रकाश में (*rms* मान)	1×10^{3} N/C
अच्छे मौसम में वायुमण्डल में	1×10^{2} N/C
छोटी लेजर के पुंज में (*rms* मान)	1×10^{2} N/C
घरेलू ट्यूब लाईट में	10 N/C
रेडियों तरंगों में	10^{-1} N/C
घरेलू बिजली के तारों के आस-पास	3×10^{2} N/C

1.7 आवेशों के निकाय के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Electric field intensity due to a system of charges)

आवेशों के निकाय/समूह के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता विद्युत क्षेत्रों के अध्यारोपण के सिद्धान्त की सहायता से ज्ञात की जाती है।

इस सिद्धान्त के अनुसार–किसी बिन्दु पर बिन्दु आवेशों के समूह के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता उस बिन्दु पर प्रत्येक बिन्दु आवेश के कारण तीव्रता के सदिश योग के तुल्य होती है।

यदि $q_1, q_2, q_3, \ldots\ldots, q_n$

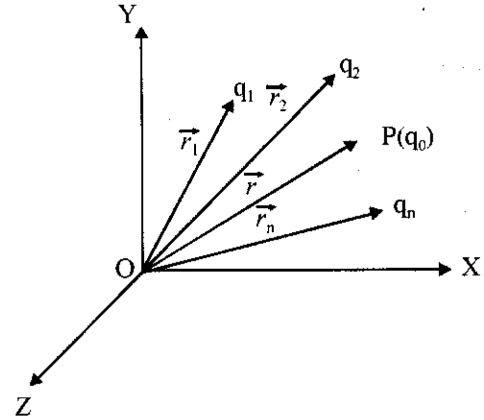
n बिन्दु आवेशों के कारण किसी बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रताएँ क्रमशः $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \ldots\ldots\vec{E}_n$ हों तो n बिन्दु आवेशों के समूह के कारण बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots\ldots + \vec{E}_n$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2}\hat{r}_1 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2}{r_2^2}\hat{r}_2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_3}{r_3^2}\hat{r}_3 + \ldots\ldots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_n}{r_n^2}\hat{r}_n$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i \qquad \ldots(1)$$

जहाँ r_i, i वें आवेश q_i से बिन्दु P की दूरी तथा $\hat{r}_i$ आवेश q_i से बिन्दु P की दिशा में एकांक सदिश है। उपरोक्त विवेचन में बिन्दु P मूल बिन्दु O पर लिया गया है। यदि निर्वात् में $q_1, q_2, q_3, \ldots, q_n$ के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \ldots\ldots\vec{r}_n$ तथा बिन्दु P का स्थिति सदिश $\vec{r}$ हो तो n बिन्दु आवेशों के कारण बिन्दु P पर विद्युत–क्षेत्र की तीव्रता



चित्र 1.26

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1(\vec{r}-\vec{r}_1)}{|\vec{r}-\vec{r}_1|^3} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2(\vec{r}-\vec{r}_2)}{|\vec{r}-\vec{r}_2|^3} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_3(\vec{r}-\vec{r}_3)}{|\vec{r}-\vec{r}_3|^3} + \ldots\ldots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_n(\vec{r}-\vec{r}_n)}{|\vec{r}-\vec{r}_n|^3}$$

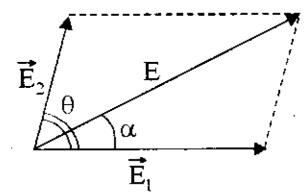
$$\Rightarrow \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3} \qquad \ldots(2)$$

महत्वपूर्ण–

दो आवेशों के कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्रों के परिणामी विद्युत क्षेत्र (देखें चित्र) का मान निम्न होता है–

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\theta}$$

परिणामी विद्युत क्षेत्र की दिशा का कोण α, निम्न से ज्ञात किया जा सकता है, (देखें चित्र)



चित्र 1.27

$$\tan\alpha = \frac{E_2\sin\theta}{E_1 + E_2\cos\theta}$$

उदा.23. तेल की एक बूँद पर 12 इलेक्ट्रॉनों के बराबर आवेश है, यह स्थिर विद्युत क्षेत्र 2.55×10^4 N/C में संतुलन अवस्था में बनी रहती है। यदि तेल का घनत्व 1.26×10^3 kg/m³ हो, तो बूंद की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.14

हल– यहाँ बूंद का भार, विद्युत बल के कारण संतुलित हो रहा है

अर्थात् $mg = neE$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho \cdot g = neE$$

या $r = \left[\frac{3neE}{4\pi\rho g}\right]^{1/3}$

$$= \left[\frac{3\times12\times1.6\times10^{-19}\times2.55\times10^4}{4\times3.14\times1.26\times10^3\times9.81}\right]^{1/3} \text{ मी.}$$

$= 9.8 \times 10^{-7}$ मी. $= 9.8 \times 10^{-4}$ मिमी.

उदा.24 (क) 15×10^{-4} कूलॉम आवेश पर 4.5 न्यूटन का बल कार्य करता है। विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए।

(ख) एक α कण 15×10^4 N/C^{-1} के विद्युत क्षेत्र में स्थित है। उस पर लगने वाले बल की गणना कीजिए।

हल– (क) विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{F}{q} = \frac{4.5}{15\times10^{-4}} = 3\times10^3 \frac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलॉम}}$$

(ख) विद्युत क्षेत्र E में स्थित आवेश q पर लगने वाला बल

$F = qE$

दिया गया है– $q = +2e = 2\times1.6\times10^{-19}$

$= 3.2 \times 10^{-19}$ कूलॉम

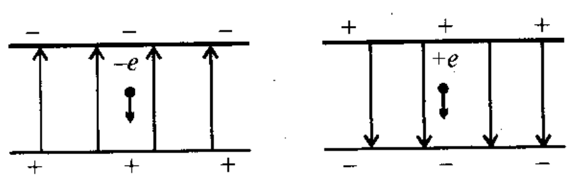
और $E = 15 \times 10^{+4} \frac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलॉम}}$

$\therefore$ बल $F = 15 \times 10^{+4} \times 3.2 \times 10^{-19} = 48 \times 10^{-15}$

$= 4.8 \times 10^{-14}$ न्यूटन

उदा.25. कोई इलेक्ट्रॉन 2.0×10^4 N/C परिमाण के एकसमान विद्युत क्षेत्र में 1.5 cm दूरी तक गिरता है। क्षेत्र का परिमाण समान रखते हुए इसकी दिशा उत्क्रमित कर दी जाती है तथा अब कोई प्रोटॉन इस क्षेत्र में उतनी ही दूरी तक गिरता है। दोनों प्रकरणों में गिरने में लगे समय की गणना कीजिए। इस परिस्थिति की 'गुरुत्व के अधीन मुक्त पतन' से तुलना कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.15

हल–



चित्र 1.28

प्रथम स्थिति–जब क्षेत्र ऊपर की ओर क्रियाशील है तथा इसमें इलेक्ट्रॉन (ऋणावेशित) नीचे की ओर बल F = eE का अनुभव करता है

इलेक्ट्रॉन का नीचे की ओर त्वरण $a_e = \frac{F}{m_e} = \frac{eE}{m_e}$

या $a_e = \frac{1.6\times10^{-19}\times2.0\times10^4}{9.11\times10^{-31}}$

$= 3.51 \times 10^{15}$ मी./से.^{2}

इलेक्ट्रॉन को नीचे $h = 1.5$ सेमी $= 1.5 \times 10^{-2}$ मी. दूरी गिरने में लगा समय

$$t_e = \sqrt{\frac{2h}{a_e}} = \sqrt{\frac{2\times1.5\times10^{-2}}{0.351\times10^{16}}}$$

$= \sqrt{8.547\times10^{-18}}$ सेकण्ड

या $t_e = 2.92 \times 10^{-9}$ सेकण्ड

द्वितीय स्थिति–जब क्षेत्र नीचे की ओर क्रियाशील है तथा उसमें प्रोटॉन (धनावेशित) नीचे की ओर बल F = eE का अनुभव करता है

प्रोटॉन का नीचे की ओर त्वरण

$$a_p = \frac{F}{m_p} = \frac{eE}{m_p}$$

या $a_p = \frac{1.6\times10^{-19}\times2.0\times10^4}{1.67\times10^{-27}}$

$= 1.91 \times 10^{12}$ मी./से.^{2}

तथा प्रोटॉन को $h = 1.5$ सेमी. $= 1.5 \times 10^{-2}$ मी. गिरने में लगा समय

$$t_p = \sqrt{\frac{2h}{a_p}} = \sqrt{\frac{2\times1.5\times10^{-2}}{1.91\times10^{12}}}$$

$= 1.25 \times 10^{-7}$ सेकण्ड

उपरोक्त गणनाओं से स्पष्ट है कि भारी कण प्रोटॉन को प्राप्त त्वरण, हल्के कण इलेक्ट्रॉन की अपेक्षा कम है तथा यह समान दूरी गिरने में इलेक्ट्रॉन से अधिक समय लेता है अर्थात् विद्युत क्षेत्र में आवेशित कण का पतन उसके द्रव्यमान पर निर्भर करता है। गुरुत्वीय क्षेत्र में किसी वस्तु का मुक्त पतन उसके द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है। इसके अतिरिक्त गुरुत्वीय जनित त्वरण g = 9.8 मी./से.^{2}, उक्त त्वरण की तुलना ($a_e = 3.51 \times 10^{15}$ मी./से.^{2} तथा $a_p = 1.91 \times 10^{12}$ मी./से.^{2}) में नगण्य है।

उदा.26 एक 5×10^{-4} C आवेश पर 2.25 न्यूटन बल कार्य करता है। उस बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.16

हल– दिया गया है–

$q = 5 \times 10^{-4}$ C

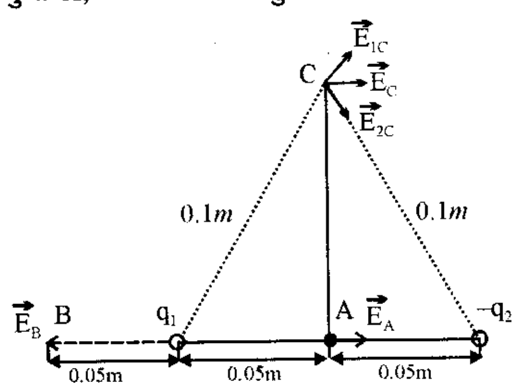
$F = 2.25$ N

$\therefore$ $F = qE$

$\therefore$ विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E = \frac{F}{q} = \frac{2.25}{5\times10^{-4}}$

$E = 4.5 \times 10^3$ N/C

उदा.27. दो बिन्दु आवेश q_1 तथा q_2 जिनके परिमाण क्रमशः $+10^{-8}$C तथा -10^{-8}C हैं एक दूसरे से 0.1m दूरी पर रखे हैं। चित्र में दर्शाए बिन्दुओं A, B तथा C पर विद्युत क्षेत्र परिकलित कीजिए।



चित्र 1.29

हल–दिया है–आवेश $q_1 = +10^{-8}$ कूलॉम, आवेश $q_2 = -10^{-8}$ कूलॉम

बिन्दु A के लिए–q_1 से A की दूरी $r_1 = 0.05$ मी., q_2 से A की दूरी $r_2 = 0.05$ मी.

q_1 के कारण बिन्दु A पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_{1A} = \frac{Kq_1}{r_1^2} = \frac{9\times10^9\times10^{-8}}{(0.05)^2} \quad (q_1 \text{ से A की ओर})$$

या $E_{1A} = 3.6 \times 10^4$ न्यूटन/कूलॉम (q_1 से A की ओर)

q_2 के कारण बिन्दु A पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_{2A} = \frac{Kq_2}{r_2^2} = \frac{9\times10^9\times10^{-8}}{(0.05)^2} \quad (\text{A से } q_2 \text{ की ओर})$$

अतः $E_{2A} = 3.6\times10^4$ न्यूटन/कूलॉम (A से q_2 की ओर)

दोनों विद्युत क्षेत्र एक ही दिशा में है अतः बिन्दु A पर कुल विद्युत क्षेत्र

$$E_A = E_{1A} + E_{2A} = 3.6 \times 10^4 + 3.6 \times 10^4$$
$$= 7.2 \times 10^4 \text{ न्यूटन/कूलॉम}$$

E_A की दिशा बिन्दु A से आवेश q_2 की ओर होगी।

बिन्दु B के लिए–बिन्दु B की, आवेश q_1 से दूरी $r_1 = 0.05$ मी., आवेश q_2 से दूरी = 0.15 मी.

अतः बिन्दु B पर, आवेश q_1 के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_{1B} = \frac{Kq_1}{r_1^2} = \frac{9\times10^9\times10^{-8}}{(0.05)^2}$$

या $E_{1B} = 3.6 \times 10^4$ न्यूटन/कूलॉम (q_1 से B की ओर)

आवेश q_2 के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_{2B} = \frac{Kq_2}{r_2^2} = \frac{9\times10^9\times10^{-8}}{(0.15)^2}$$

या $E_{2B} = 4 \times 10^3$ न्यूटन/कूलॉम (B से q_2 की ओर)

दोनों विद्युत क्षेत्र परस्पर विपरीत दिशा में हैं अतः बिन्दु B पर कुल विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

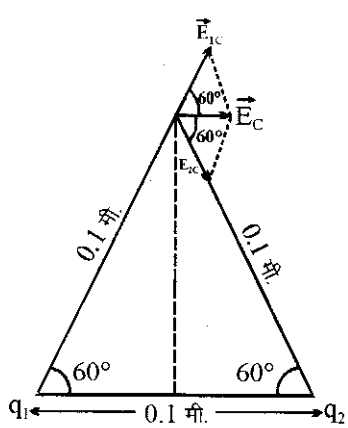
$$E_B = E_{1B} - E_{2B} = (3.6 \times 10^4 - 4 \times 10^3)$$
$$= 3.2 \times 10^4 \text{ न्यूटन/कूलॉम } (q_1 \text{ से B की ओर})$$

बिन्दु C के लिए–बिन्दु C की q_1 व q_2 से सीधी दूरी $r_1 = r_2 = 0.1$ मी.

अतः प्रत्येक आवेश के कारण बिन्दु C पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$|\vec{E}_{1C}| = |\vec{E}_{2C}| = \frac{Kq}{r^2} = \frac{9\times10^9\times10^{-8}}{(0.1)^2}$$
$$= 9 \times 10^3 \text{ न्यूटन/कूलॉम}$$

जहाँ $\vec{E}_{1C}$, q_1 से C की ओर तथा $\vec{E}_{2C}$, C से q_2 की ओर निर्दिष्ट होगा।



चित्र 1.30

अतः बिन्दु C पर परिणामी विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_C = \sqrt{E_{1C}^2 + E_{2C}^2 + 2E_{1C}E_{2C}\cos 12(}$$

$$E_C = \sqrt{E_{1C}^2 + E_{1C}^2 + 2E_{1C}E_{1C}\left(-\frac{1}{2}\right)}$$
$$= E_{1C} = 9 \times 10^3 \text{ न्यूटन/कूलॉम}$$

E_C की दिशा, आवेशों q_1 से q_2 को जोड़ने वाली रेखा के स

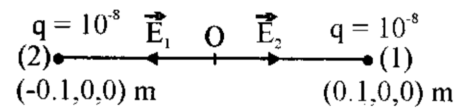
होगी।

उदा.28. एक आयताकार निर्देशांक पद्धति में दो बिन्
आवेश प्रत्येक 10^{-8} C क्रमशः बिन्दु x = 0.1 m, y = 0 तथा x =
m, y = 0 पर स्थित है। निम्नांकित बिन्दुओं पर क्षेत्र का परिमाण
दिशा ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.

(अ) मूल बिन्दु **(ब) x = 0.2 m, y = 0**

(स) x = 0, y = 0.1 m

हल– (अ) मूल बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता–



चित्र 1.31

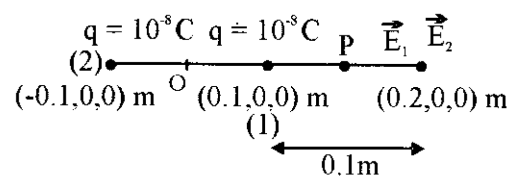
$$E_1 = \frac{K\times10^{-8}}{(0.1)^2}$$

तथा $$E_2 = \frac{K\times10^{-8}}{(0.1)^2}$$

∴ मूल बिन्दु O पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_0 = E_2 - E_1$$
$$= \frac{K\times10^{-8}}{(0.1)^2} - \frac{K\times10^{-8}}{(0.1)^2} = 0$$

(ब) बिन्दु (0.2, 0) m पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता–



चित्र 1.32

$$E_1 = \frac{K\times10^{-8}}{(0.1)^2}$$

तथा $$E_2 = \frac{K\times10^{-8}}{(0.3)^2}$$

बिन्दु P(0.2, 0, 0) m पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता–

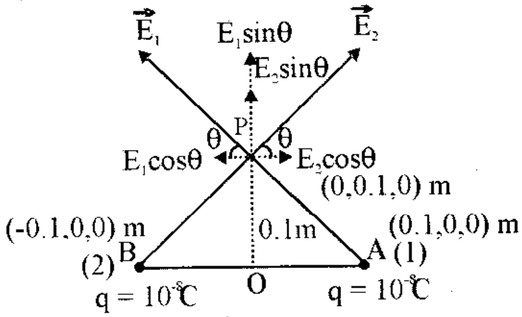
$$E_P = E_1 + E_2$$
$$= \frac{K\times10^{-8}}{(0.1)^2} + \frac{K\times10^{-8}}{(0.3)^2}$$

$$E_P = K \times 10^{-8}\left(\frac{1}{0.01}+\frac{1}{0.09}\right)$$

$$E_P = \frac{9\times10^9\times10^{-8}\times10}{0.09}$$

$$= 1.0 \times 10^4 \text{ N/C}$$

(स) बिन्दु P(0, 0.1) m पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता–



चित्र 1.33

$$AP = \sqrt{(0.1)^2+(0.1)^2}$$

$$= 0.1\times\sqrt{2} \text{ m.}$$

$$BP = \sqrt{(0.1)^2+(0.1)^2}$$

$$= 0.1\times\sqrt{2} \text{ m.}$$

$$\therefore \quad E_1 = E_2 = \frac{K\times10^{-8}}{(0.1\times\sqrt{2})^2}$$

चित्रानुसार $\vec{E}_1$ व $\vec{E}_2$ को घटकों में वियोजित करने पर $E_1\cos\theta$ व $E_2\cos\theta$ घटक समान परिमाण व विपरीत दिशा में होने से परस्पर निरस्त हो जायेंगे, जबकि $E_1\sin\theta$ व $E_2\sin\theta$ घटक एक ही दिशा में होने से परस्पर जुड़ जायेंगे।

$\therefore$ बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_P = E_1\sin\theta + E_2\sin\theta$$

$$= \frac{2\times K\times10^{-8}}{(0.1\times\sqrt{2})^2}\sin 45^\circ$$

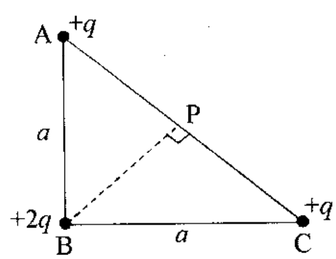
चित्र की ज्यामिति से

$$\theta = 45^\circ$$

$$E_P = \frac{2\times9\times10^9\times10^{-8}}{2\times(0.1)^2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= 6.36 \times 10^3 \text{ N/C}$$

उदा.29. तीन आवेश $+q, +q, +2q$, चित्र के अनुसार व्यवस्थित हैं। भुजा AC के मध्य में स्थित बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र कितना होगा ?



चित्र 1.34

हल– बिन्दु P पर, A और C पर स्थित आवेशों के कारण परिणामी विद्युत क्षेत्र शून्य है। (क्योंकि इन आवेशों के कारण P पर विद्युत क्षेत्र परिमाण में बराबर और दिशा में विपरीत हैं।)

अतः P पर कुल विद्युत क्षेत्र, आवेश $+2q$ के कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्र के बराबर होगा। इस विद्युत क्षेत्र की दिशा, रेखा BP के अनुदिश होगी तथा इसका मान,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2q}{(BP)^2}$$

पाइथागोरस प्रमेय से

$$BP = \sqrt{(BC)^2-(PC)^2}$$

$$= \sqrt{a^2-(a/\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{a}{\sqrt{2}}$$

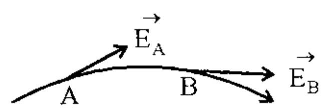
$$\text{अतः} \quad E = \frac{q}{\pi\epsilon_0 a^2}$$

1.8 विद्युत क्षेत्र रेखाएँ (Electric field lines)

किसी विद्युत आवेश अथवा आवेश समुदाय के चारों ओर का वह क्षेत्र जिसमें कोई अन्य आवेश आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण के क्षेत्र का अनुभव करता है विद्युत–क्षेत्र अथवा विद्युत क्षेत्र क्षेत्र कहलाता है। यदि विद्युत क्षेत्र में रखा आवेश चलने के लिए स्वतन्त्र हो तो वह क्षेत्र की दिशा में चलने लगेगा। यदि क्षेत्र की दिशा निरन्तर बदल रही है तो आवेश के चलने की दिशा भी निरन्तर बदलती जायेगी अर्थात् वह वक्राकार मार्ग पर चलेगा। विद्युत क्षेत्र में किसी स्वतन्त्र धन आवेश के मार्ग को विद्युत क्षेत्र रेखा या विद्युत क्षेत्र रेखा (electric line of force) कहते हैं। विद्युत बल रेखा के स्थान पर विद्युत क्षेत्र रेखा अधिक उपयुक्त पद है। अतः **विद्युत क्षेत्र-रेखा विद्युत-क्षेत्र में खींचा गया वह काल्पनिक, निष्कोण वक्र (smooth curve) है जिस पर एक स्वतन्त्र व पृथक्कित (isolated) एकांक धन आवेश चलता है। विद्युत-क्षेत्र रेखा के किसी भी बिन्दु पर खींची गई स्पर्श-रेखा उस बिन्दु पर स्थित धन आवेश पर लगने वाले क्षेत्र की दिशा बताती है।** विद्युत क्षेत्र रेखा को विद्युत फलक्स रेखा (Electric flux line) भी कहते हैं। हम किसी विद्युत क्षेत्र को क्षेत्र–रेखाओं द्वारा प्रदर्शित कर सकते हैं।

विद्युत क्षेत्र रेखाओं की निम्नांकित विशेषताएँ होती हैं–

(i) विद्युत क्षेत्र रेखा के किसी बिन्दु पर खींची गई स्पर्श रेखा उस बिन्दु पर परिणामी विद्युत क्षेत्र की दिशा व्यक्त करती है।



चित्र 1.35

(ii) विद्युत क्षेत्र रेखाएँ धन आवेश से चलकर ऋण आवेश पर समाप्त हो जाती है।

(iii) दो क्षेत्र रेखाएँ कभी भी एक दूसरे को काटती नहीं हैं क्योंकि यदि दो क्षेत्र रेखाएँ काटती है तो कटान बिन्दु पर दो स्पर्श रेखाएँ दो परिणामी विद्युत क्षेत्र व्यक्त करेंगी जो कि सम्भव नहीं है अतः क्षेत्र रेखाओं का काटना सम्भव नहीं हैं।

(iv) विद्युत क्षेत्र रेखाएँ खुले वक्र (open curves) होती है अर्थात् ये धन आवेश से चलकर ऋण आवेश पर समाप्त हो जाती है।

(v) विद्युत क्षेत्र रेखाएँ जहाँ से चलती है और जिस जगह मिलती है, दोनों जगह पृष्ठ के लम्बवत् होती हैं।

(vi) विद्युत क्षेत्र रेखाएँ लम्बाई के अनुदिश सिकुड़ने (contraction)

की प्रवृत्ति रखती हैं, जिससे यह निष्कर्ष निकलता है कि विपरीत प्रकृति के आवेशों के मध्य आकर्षण होता है।

क्षेत्र रेखाएँ लम्बाई के लम्बवत् दिशा में फैलने की प्रवृत्ति रखती हैं, जिससे यह प्रतीत होता है कि समान प्रकृति के आवेशों के मध्य प्रतिकर्षण होता है।

(vii) एक समान विद्युत क्षेत्र (Uniform electric field) में क्षेत्र रेखाएँ समान्तर तथा समान दूरी पर होती हैं।

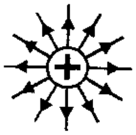
(viii) क्षेत्र रेखाएँ, सम विभव पृष्ठ तथा चालक की सतह (Equipotential surface and surface of a conductor) के सदैव लम्बवत् होती है।

(ix) एक समान विद्युत क्षेत्र में धन आवेशित कण का प्रारंभिक वेग शून्य अथवा क्षेत्र रेखा की दिशा में है तो कण क्षेत्र रेखा की दिशा में गति करेगा अन्यथा नहीं।

स्मरण रहे कि विद्युत क्षेत्र रेखाएँ काल्पनिक होती है।

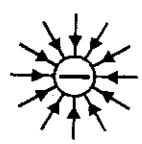
विद्युत क्षेत्र रेखाओं के कुछ उदाहरण–

(1) विलगित बिन्दु आवेश की विद्युत क्षेत्र रेखाएँ–विलगित बिन्दु आवेशों के परितः उत्पन्न विद्युत क्षेत्रों की विद्युत क्षेत्र रेखाएँ निम्नांकित चित्रों में प्रदर्शित की गई है–



$q > 0$

चित्र 1.36

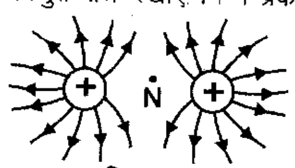


$q < 0$

चित्र 1.37

(2) आवेश युग्म की विद्युत क्षेत्र रेखाएँ–

(a) यदि दोनों आवेश परिमाण में समान एवं प्रकृति में धनात्मक हैं तो उनकी विद्युत क्षेत्र रेखाएँ निम्न प्रकार होगी–



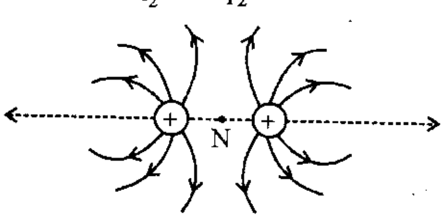
चित्र 1.38

यहाँ स्पष्ट है कि आवेशों को मिलाने वाली रेखा के मध्य बिन्दु N पर यदि कोई आवेश रखा जाये, तो उस पर दोनों आवेशों द्वारा आरोपित बलों के परिमाण समान तथा दिशाएँ विपरीत होती है (अर्थात् परिणामी बल शून्य होता है), अतः यहाँ आवेश किसी भी दिशा में गतिशील नहीं होता है। इस बिन्दु को उदासीन बिन्दु (neutral point) कहते हैं।

स्थिति–यदि दोनों धनावेशों के परिमाण समान नहीं है, तो उदासीन बिन्दु N, आवेशों को मिलाने वाली रेखा के ठीक मध्य बिन्दु पर न होकर q_1 आवेश से r_1 दूरी पर तथा q_2 आवेश से r_2 दूरी पर होगा, जहाँ

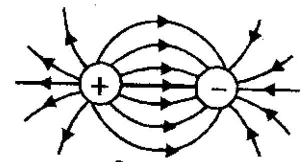
$$\frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_2}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{q_1}{q_2}$$



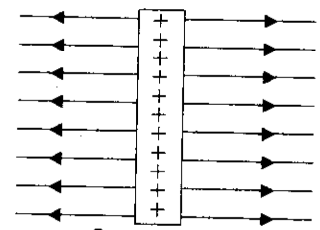
चित्र 1.39

(b) यदि दोनों आवेश परिमाण में समान किन्तु प्रकृति में विप है तो उनकी विद्युत क्षेत्र रेखाएँ निम्न प्रकार होंगी।



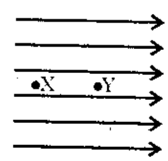
चित्र 1.40

(c) विस्तृत आवेशित पृष्ठ (धनात्मक) के परिच्छेद के कारण वि क्षेत्र की बल रेखाएँ निम्न प्रकार होंगी।



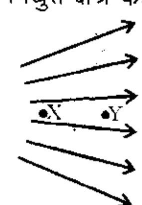
चित्र 1.41

(d) यदि विद्युत क्षेत्र रेखाएँ, सरल रेखीय, समान्तर तथा एक दू से बराबर दूरी पर स्थित हो तो विद्युत क्षेत्र, एक समान विद्युत क्ष कहलाता है तथा यदि क्षेत्र रेखाएँ एक दूसरे से बराबर दूरी पर नहीं या सरल रेखीय नहीं हो तो विद्युत क्षेत्र, असमान विद्युत क्षेत्र कहलाता



$E_X = E_Y$

चित्र 1.42



$E_X > E_Y$

चित्र 1.43

किसी स्थान पर विद्युत क्षेत्र रेखाओं का पृष्ठ घनत्व, उस स्थान विद्युत क्षेत्र की तीव्रता के अनुपात में होता है अर्थात् क्षेत्र रेखाएँ जित सघन होगी, वहाँ पर विद्युत क्षेत्र उतना ही प्रक्षेत्र होगा।

महत्त्वपूर्ण टिप्पणी

विद्युत क्षेत्र रेखाएँ आवेशित कण का पथ नहीं होती है। यह एक भ्रान्ति कि विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में q आवेश विद्युत क्षेत्र रेखा के अनुदिश ही गतिशी होना चाहिए। किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र उस बिन्दु से गुजरने वाली क्षेत्र रेखा स्पर्श रेखीय होता है जिससे आवेशित कण पर बल $\vec{F} = q\vec{E}$ तथा कण का त्वर क्षेत्र रेखा के स्पर्शीय होंगे। परन्तु शुद्ध गतिकी में जब कण वक्र पथ पर गतिशी होता है तब इसका त्वरण पथ के स्पर्श रेखीय नहीं होता है। अत: व्यापक रूप मे आवेशित कण का पथ क्षेत्र रेखा पर नहीं होता है।

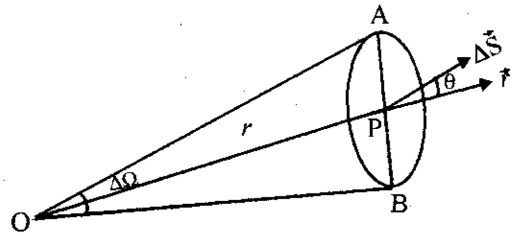
एक आवेशित कण क्षेत्र रेखा के अनुदिश तभी गतिशील होगा जबकि क्षे रेखा सरल रेखीय हो या आवेश प्रारंभ में स्थिर हो या इसका वेग क्षेत्र रेखा के समान्तर या प्रति समान्तर हो।

क्षेत्र रेखाओं की संख्या के पदों में विद्युत क्षेत्र की तीव्रता की परिभाषा निम्न प्रकार की जाती है–

"किसी स्थान पर क्षेत्र रेखाओं की दिशा के लम्बवत् मात्रक क्षेत्रफल से गुजरने वाली विद्युत क्षेत्र रेखाओं की संख्या ही उस स्थान पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता के तुल्य होती है।"

किसी पृष्ठ द्वारा किसी बिन्दु पर बनाये गये कोण को घन कोण (solid angle) कहते है। पृष्ठ की परिसीमा पर स्थित बिन्दुओं को उस

बिन्दु से मिलाने वाली रेखाएँ घन कोण का निर्माण करती है। चित्र में अल्प पृष्ठ ΔS प्रदर्शित किया गया है।



चित्र 1.44

इसके द्वारा बिन्दु O पर बनाया गया घन कोण

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S\cos\theta}{r^2}$$

जहाँ ΔS = पृष्ठ का क्षेत्रफल

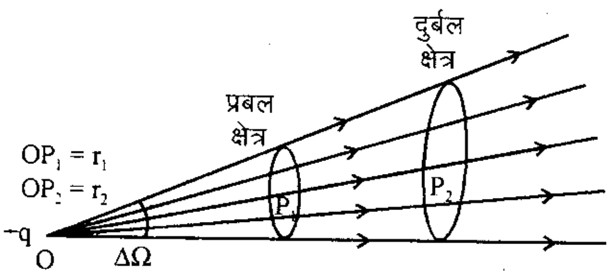
r = बिन्दु O से पृष्ठ की दूरी तथा

θ = पृष्ठ के मध्य बिन्दु P को बिन्दु O से मिलाने वाली रेखा तथा पृष्ठ के अभिलम्ब के मध्य कोण

यदि $\theta = 0°$ हो तो

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S}{r^2}$$

यदि बिन्दु O पर आवेश q स्थित हो तो घन कोण में त्रिज्यीय क्षेत्र रेखाओं की संख्या समान होती है।



चित्र 1.45

माना कि आवेश से r_1 तथा r_2 दूरी पर दो बिन्दु क्रमशः P_1 व P_2 है। बिन्दु P_1 पर घन कोण $\Delta\Omega$ द्वारा अन्तरित क्षेत्र $r_1^2\Delta\Omega$ तथा बिन्दु P_2 पर घन कोण $\Delta\Omega$ द्वारा अन्तरित क्षेत्र $r_2^2\Delta\Omega$ है। अब चूंकि इन अन्तरित क्षेत्रों को काटने वाली रेखाओं की संख्या समान है और मान लीजिए यह संख्या n है। तब P_1 पर इकाई अन्तरित क्षेत्र को काटने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या अर्थात् P_1 पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E_1 = \frac{n}{r_1^2\Delta\Omega}$

इसी प्रकार P_2 पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E_2 = \frac{n}{r_2^2\Delta\Omega}$

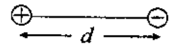
अतः स्पष्ट है कि $\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$

$$\Rightarrow \qquad E \propto \frac{1}{r^2}$$

इस प्रकार विद्युत क्षेत्र का तीव्रता $1/r^2$ पर निर्भर करती है।

1.9 विद्युत द्विध्रुव तथा विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण (Electric dipole and electric dipole momen

(a) विद्युत द्विध्रुव–जब परिमाण में समान व विपरीत प्रकृति वाले अल्प आवेश अत्यल्प दूरी पर होते हैं तो उनके इस आवेश यु को विद्युत द्विध्रुव कहते हैं।



चित्र 1.46

दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा को द्विध्रुव की अक्ष (Axis dipole) कहते हैं।

जबकि द्विध्रुव के केन्द्र से पारित अक्षीय रेखा के लम्बवत् रेखा को द्वि की निरक्षीय रेखा कहते हैं।

(b)विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण–यदि q व $-q$ आवेश के बीच का अ विस्थापन $\vec{d}$ हो तो इनसे मिलकर बने द्विध्रुव का आघूर्ण

$$\vec{p} = q(\vec{d})$$

विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण एक सदिश राशि है जिसकी दिशा ऋणावे से धनावेश की ओर होती है। जिसका S.I.मात्रक कूलॉम × मीटर डिबाई (Debye) होता है।

1 डिबाई (Debye) = 3.3×10^{-30} कूलॉम ×मीटर

विमा - $[M^0L^1T^1A^1]$

अतः **किसी विद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण एक आवेश के परिमाण ए उनके बीच के अल्प विस्थापन के गुणनफल के बराबर होता है**

परमाणु में धनात्मक आवेश (अर्थात् प्रोटॉन) नाभिक में स्थित हो हैं तथा ऋणात्मक आवेश (अर्थात् इलेक्ट्रॉन) विभिन्न कक्षाओं में नाभि के चारों ओर घूमते है। परमाणु में इलेक्ट्रॉनों का द्रव्यमान केन्द्र, प्रोटॉन के द्रव्यमान केन्द्र के साथ सम्पाती होता है, अतः परमाणु का द्विध्रु आघूर्ण शून्य होता है।

परमाणु को जब बाह्य विद्युत क्षेत्र में रखा जाता है तो उस धनात्मक व ऋणात्मक आवेशों के द्रव्यमान केन्द्र एक–दूसरे के सापे विस्थापित हो जाते है तथा परमाणु एक द्विध्रुव बन जाता है।

यदि किसी अणु में इलेक्ट्रॉनों का द्रव्यमान केन्द्र, प्रोटॉनों द्रव्यमान केन्द्र के साथ सम्पाती नहीं होता है, बल्कि उनके बीच कुछ दू होती है, तो ऐसे अणु को **ध्रुवीय अणु** (Polar molecule) कहते (जैसे–H_2O, NH_3, HCl आदि)। ऐसे अणुओं का द्विध्रुव आघूर्ण शून्य नह होता है, बल्कि प्रत्येक अणु का कुछ परिणामी द्विध्रुव आघूर्ण होता है।

इसके विपरीत कुछ अणुओं में परमाणुओं के नाभिक व उनव इलेक्ट्रॉनों की व्यवस्था इस प्रकार होती है कि अणु में धनात्मक आवेश का द्रव्यमान केन्द्र तथा ऋणात्मक आवेशों का द्रव्यमान केन्द्र सम्पात होता है। ऐसे अणु को **अध्रुवीय अणु** (Non- polar molecule) कहते है (जैसे–O_2, N_2, H_2 आदि)। ऐसे अणुओं का द्विध्रुव आघूर्ण शून्य होता है बाह्य विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में अणुओं के धनात्मक व ऋणात्मक आवेशों व द्रव्यमान केन्द्र विपरीत दिशा में अल्प विस्थापित होने के कारण विद्युत द्विध्रुव व निर्माण होता है, जिसे प्रेरित विद्युत द्विध्रुव कहते हैं।

उदा.30. NaCl अणु में Na^+ व Cl^- आयन के मध्य की दूरं 1.28Å है। अणु के विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण की गणना कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.18

हल– दिया है–

$q = e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

$d = 1.28$ Å

$= 1.28 \times 10^{-10}$ मीटर

$\because p = qd$

$= 1.6 \times 10^{-19} \times 1.28 \times 10^{-10}$

$= 2.048 \times 10^{-29}$ कूलॉम मीटर

1.10 विद्युत द्विध्रुव के कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of electric field due to an elecric dipole)

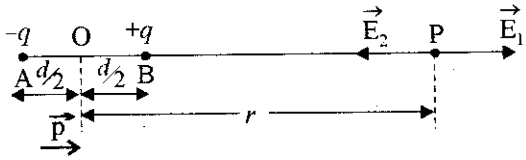
विद्युत द्विध्रुव के कारण दो स्थितियों में विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात की जा सकती है–

(1) अक्षीय या अनुदैर्ध्य स्थिति

(2) निरक्षीय या अनुप्रस्थ स्थिति

1.10.1 द्विध्रुव के कारण अक्षीय रेखा पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of electric field at point on the axial line of an electric dipole)

निम्न चित्र में एक द्विध्रुव है। इसकी अक्षीय रेखा (द्विध्रुव को मिलाने वाली रेखा को बढ़ायें तो अक्षीय रेखा प्राप्त होती है।) के बिन्दु P पर क्षेत्र का मान ज्ञात करना है। माना कि बिन्दु P की द्विध्रुव के मध्य बिन्दु O से दूरी r है। द्विध्रुव की दूरी d है। बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र A व B दोनों आवेशों के कारण होगा।



चित्र 1.47

यदि बिन्दु P पर द्विध्रुव के आवेश $+q$ व $-q$ के कारण क्षेत्र की तीव्रताएँ क्रमशः $\vec{E_1}$ तथा $\vec{E_2}$ हैं तो इनके मान सामान्य सूत्र $\vec{E} = \frac{Kq}{r^2}\hat{r}$ की सहायता से लिख सकते हैं।

$$\left|\vec{E_1}\right| = \frac{Kq}{(BP)^2}, \quad \text{[BP दिशा में]} \quad .....(1)$$

तथा $$\left|\vec{E_2}\right| = \frac{Kq}{(AP)^2}, \quad \text{[PA दिशा में]} \quad .....(2)$$

चित्र के अनुसार–

दूरी $$BP = OP - OB = r - \frac{d}{2} \quad .....(3)$$

तथा दूरी $$AP = OP + OA = r + \frac{d}{2} \quad .....(4)$$

समीकरण (3) व (4) से BP व AP दूरियों के मान समी. (1) व (2) में रखने पर

$$\left|\vec{E_1}\right| = \frac{Kq}{(r - d/2)^2}, \quad \text{[BP दिशा में]}$$

तथा $$\left|\vec{E_2}\right| = \frac{Kq}{\left(r + \frac{d}{2}\right)^2}, \quad \text{[PA दिशा में]}$$

द्विध्रुव के कारण बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की परिणामी तीव्रता $\vec{E}$ तथा $\vec{E_2}$ के सदिश योग के बराबर होती है। जैसा चित्र से स्पष्ट है कि $\vec{E_1}$ तथा $\vec{E_2}$ की दिशाएँ परस्पर विपरीत है, अतः बिन्दु P पर परिणामी तीव्रता

$$\vec{E} = \vec{E_1} - \vec{E_2}\ , \quad \vec{E_1} \text{ की दिशा में}$$

$$\{\because |\vec{E_1}| > |\vec{E_2}| \text{ क्योंकि } BP < AP\}$$

$$|\vec{E}| = |\vec{E_1}| - |\vec{E_2}|$$

$$E = \frac{Kq}{\left(r - \frac{d}{2}\right)^2} - \frac{Kq}{\left(r + \frac{d}{2}\right)^2} \quad ...(5)$$

$$= Kq\left[\frac{1}{\left(r - \frac{d}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r + \frac{d}{2}\right)^2}\right]$$

$$= Kq\frac{2rd}{\left(r^2 - \frac{d^2}{4}\right)^2} \quad ...(6)$$

$$E = \frac{2Kpr}{\left(r^2 - \frac{d^2}{4}\right)^2} \quad \text{[BP दिशा में]} \quad .....(7)$$

E की दिशा BP की ओर अर्थात् अक्षीय रेखा पर ऋणात्मक आवेश से धनात्मक आवेश की दिशा में होती है।

यदि $d << r$ तब $\frac{d^2}{4}$ को r^2 की तुलना में नगण्य मान सकते हैं इस स्थिति में

$$E = \frac{2Kpr}{r^4} = 2K\frac{p}{r^3}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2p}{r^3} \quad ...(8)$$

सदिश संकेतन में

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2\vec{p}}{r^3} \quad ...(9)$$

यहाँ विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ की दिशा, विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण $\vec{p}$ की दिश के अनुदिश है।

समी. (8) से स्पष्ट है कि (i) अक्षीय रेखा पर द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता दूरी के घन के व्युत्क्रमानुपाती होती है अर्थात्

$$E \propto \frac{1}{r^3}$$

जबकि एकल बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E \propto \frac{1}{r^2}$

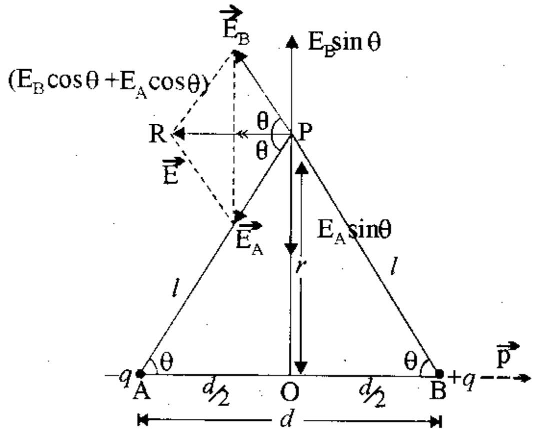
अतः द्विध्रुव के कारण अक्षीय रेखा पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता, एकल बिन आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता की अपेक्षाकृत तेजी से घटती है।

(ii) क्षेत्र की तीव्रता आवेश q पर निर्भर नहीं कर द्विध्रुव आघूर्ण पर निर्भर करती है।

1.10.2 द्विध्रुव के कारण निरक्षीय रेखा या विषुवतीय रेखा (तल) पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of electric field at point on the equatorial line of an electric dipole)

द्विध्रुव को मिलाने वाली अक्षीय रेखा पर द्विध्रुवों के मध्य बिन्दु प लम्बवत् खींची गई रेखा को निरक्षीय रेखा या विषुवतीय रेखा कहते हैं

निरक्षीय रेखा पर बिन्दु P पर द्विध्रुव के कारण क्षेत्र की तीव्रता की गणना करनी है। बिन्दु P व O के मध्य की दूरी r है तथा PA = PB = l मानें तो P बिन्दु पर द्विध्रुव के $-q$ आवेश के कारण क्षेत्र की तीव्रता $\vec{E}_A$, PA दिशा में होगी तथा $+q$ आवेश के कारण क्षेत्र की तीव्रता $\vec{E}_B$, BP दिशा में होगी। $\vec{E}_A$ व $\vec{E}_B$ परिमाण के बराबर होंगे। चूँकि AP = BP = l



चित्र 1.48

P पर $-q$ आवेश के कारण क्षेत्र की तीव्रता

$$\left|\vec{E}_A\right| = \frac{Kq}{l^2} \qquad [\overrightarrow{PA} \text{ दिशा में}] \quad .....(1)$$

P पर B के कारण क्षेत्र की तीव्रता

$$\left|\vec{E}_B\right| = \frac{Kq}{l^2} \qquad [\overrightarrow{BP} \text{ दिशा में}] \quad .....(2)$$

बिन्दु P पर परिणामी क्षेत्र $\vec{E}$ सदिश $\vec{E}_A$ व $\vec{E}_B$ के योग के बराबर होगा।

अर्थात् $\quad \vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$

माना कि $\quad \angle PAB = \angle APR = \theta$

स्पष्ट है कि $\vec{E}_A$ तथा $\vec{E}_B$ के मान परस्पर बराबर है परन्तु दिशायें भिन्न हैं। $\vec{E}_A$ तथा $\vec{E}_B$ को अक्षीय रेखा AB के लम्बवत् तथा अनुदिश दो घटकों में वियोजित करते हैं। AB के लम्बवत् घटक $E_A \sin\theta$ तथा $E_B \sin\theta$ दोनों एक–दूसरे के बराबर व विपरीत होने के कारण निरस्त हो जायेंगे तथा AB के अनुदिश घटक $E_A \cos\theta$ तथा $E_B \cos\theta$ एक ही दिशा में होने के कारण जुड़ जायेंगे।

अतएव परिणामी क्षेत्र

$$\left|\vec{E}\right| = E_A\cos\theta + E_B\cos\theta \quad .....(3)$$

$$\left|\vec{E}\right| = 2E_A\cos\theta \quad \left[\because \left|\vec{E}_A\right| = \left|\vec{E}_B\right|\right] \quad .....(4)$$

समीकरण (4) में $\cos\theta$ का मान Δ AOP से ज्ञात करने पर

$$\cos\theta = \frac{OA}{AP} = \frac{\frac{d}{2}}{l} = \frac{d}{2l}$$

$$E = 2\,\frac{K.q}{l^2}\,\frac{d}{2l} \qquad [\text{PR दिशा में}]$$

$$= \frac{Kqd}{l^3} \qquad [\because p = qd] \quad .....(5)$$

$$\therefore \qquad E = \frac{Kp}{l^3} \quad ...(6)$$

Δ AOP से $AP^2 = AO^2 + OP^2$

या $\quad l^2 = \frac{d^2}{4} + r^2 \qquad \therefore l = \left[\frac{d^2}{4} + r^2\right]^{\frac{1}{2}}$

$$\therefore \qquad l^3 = \left(\frac{d^2}{4} + r^2\right)^{3/2} \quad .....(7)$$

समीकरण (6) व (7) से

$$E = \frac{Kp}{\left(d^2/4 + r^2\right)^{3/2}} \quad ...(8)$$

समीकरण (8) में $d << r$, तो

$d^2/4$ को r^2 की तुलना में नगण्य मानने पर

$$E = \frac{Kp}{r^3}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{r^3} \quad ...(9)$$

विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ की दिशा चित्र में प्रदर्शित है तथा विद्युत द्विध्रुव की अक्ष के समान्तर धनावेश से ऋणावेश की ओर अर्थात् विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण $\vec{p}$ की दिशा के विपरीत $\left(-\vec{p}\right)$ है।

अतः सदिश संकेतन में

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{p}}{r^3} \quad ....(10)$$

स्पष्ट है इस स्थिति में $\vec{E}$ की दिशा, $\vec{p}$ की दिशा के विपरीत है।

यदि द्विध्रुव के आवेशों के मध्य की दूरी d का मान शून्य की ओर अग्रसर होता जाये तब आवेश q का मान अनन्त की ओर इस प्रकार अग्रसर होता है जिससे p = qd एक नियत परिमित संख्या प्राप्त होती है। इस प्रकार का द्विध्रुव **बिन्दु द्विध्रुव** कहलाता है।

(i) निरक्षीय रेखा पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता के समीकरण (9) से स्पष्ट है कि क्षेत्र की तीव्रता आवेश q पर निर्भर नहीं करती है, बल्कि विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण p पर निर्भर करती है। विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण $\vec{p} = q\vec{d}$ है, अतः यदि q का मान आधा व d का मान दुगुना कर दे तो भी p का मान वही रहेगा एवं दोनों स्थिति में क्षेत्र की तीव्रता समान रहेगी।

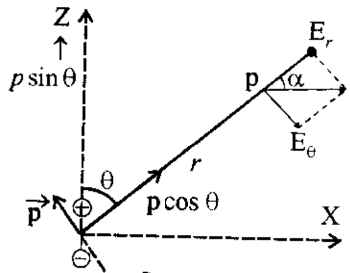
(ii) विद्युत क्षेत्र की तीव्रता r^3 के व्युत्क्रमानुपाती है अर्थात् $E \propto 1/r^3$.

इस प्रकार अक्षीय तथा निरक्षीय स्थिति में दूर स्थित बिन्दुओं (r > d) के लिए विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E \propto \frac{1}{r^3}$ का मान एकल बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E \propto \frac{1}{r^2}$ की अपेक्षाकृत तेजी से घटता है। सैद्धान्तिक रूप से भी यह प्रत्याशित है क्योंकि दूर स्थित प्रेक्षण बिन्दु के लिए द्विध्रुव के आवेश सम्पातित प्रतीत होंगे जो कि एक दूसरे के विद्युत क्षेत्र को एक सीमा तक निरस्त कर देते हैं।

किसी बिन्दु (r, θ) पर विद्युत क्षेत्र (Electric field at a point (r, θ))

जब ऐसे बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी हो जो न तो विद्युत द्विध्रुव की अक्ष पर हो और न ही निरक्ष पर हो तब ऐसी स्थिति में

माना कि विद्युत द्विध्रुव के केन्द्र से प्रेक्षण बिन्दु को मिलाने वाली रेखा द्विध्रुव आघूर्ण के साथ θ कोण बनाती है। इस विद्युत द्विध्रुव को दो विद्युत द्विध्रुवों से मिलकर बना माना जा सकता है। एक द्विध्रुव आघूर्ण $p\cos\theta$ इस बिन्दु के लिए अक्षीय स्थिति तथा दूसरा द्विध्रुव आघूर्ण $p\sin\theta$ इसी बिन्दु के लिये निरक्षीय स्थिति को व्यक्त करता है। इस प्रकार यदि $r >> d$, तब किसी बिन्दु P, जिसके ध्रुवीय निर्देशांक (r, θ) हैं, पर विद्युत क्षेत्र का त्रिज्य घटक (radial component) E_r, और कोणीय घटक (angular component) E_θ, निम्न होते हैं।



चित्र 1.49

$$E_r = K\frac{2p\cos\theta}{r^3}$$

$$E_\theta = K\frac{p\sin\theta}{r^3}$$

विद्युत क्षेत्र का परिमाण है,

$$E = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = \frac{Kp}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$$

चित्र में कोण α इस प्रकार है कि

$$\tan\alpha = \frac{E_\theta}{E_r} = \frac{1}{2}\tan\theta$$

उदा.31. दो बिन्दु आवेश 5μC तथा –5μC परस्पर 1 cm की दूरी पर रखे हैं। इनके मध्य बिन्दु से 0.30 m की दूरी पर (i) अक्षीय स्थिति में तथा (ii) निरक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र की तीव्रता की गणना कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.19

हल– दिया गया है– $q = 5\mu C = 5 \times 10^{-6} C$

$d = 1\ cm = 10^{-2}\ m,\ r = 0.30\ m$

∴ विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण $p = qd = 5 \times 10^{-6} \times 10^{-2}$

$p = 5 \times 10^{-8}$ कूलॉम × मी.

(i) अक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_{\text{अक्षीय}} = \frac{2kp}{r^3}$$

$$= \frac{2\times9\times10^9\times5\times10^{-8}}{(0.30)^3}$$

$E_{\text{अक्षीय}} = 3.33 \times 10^4$ न्यूटन / कूलॉम

(ii) निरक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_{\text{निरक्षीय}} = \frac{Kp}{r^3} = \frac{E_{\text{अक्षीय}}}{2}$$

$$= \frac{3.33\times10^4}{2}$$

$= 1.67 \times 10^4$ न्यूटन / कूलॉम

उदा.32. एक द्विध्रुव का आघूर्ण 5×10^{-8} कूलॉम×मीटर है। द्विध्रुव के मध्य बिन्दु से धन आवेश की दिशा में इसके अक्ष पर 15 सेमी. दूरी पर क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो। द्विध्रुव के मध्य बिन्दु से निरक्ष रेखा पर इतनी ही दूर (15 सेमी) क्षेत्र का मान कितना होगा ?

हल–दिया है–

$p = 5 \times 10^{-8}$ कू.मी., $r = 15$ सेमी. $= \frac{15}{100}$ मी.

अक्षीय रेखा पर क्षेत्र $E = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{2Kp}{r^3}$

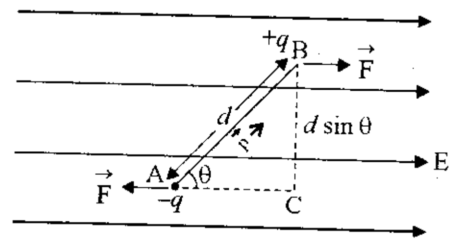
$$\therefore \quad E = \frac{2\times9\times10^9\times5\times10^{-8}}{\left(\frac{15}{100}\right)^3} = \frac{2\times9\times5}{15\times15\times15}\times10^7$$

$= 2.66 \times 10^5$ न्यूटन/कूलॉम

E की दिशा ऋण आवेश से धन आवेश की दिशा में होगी।

निरक्षीय रेखा पर क्षेत्र $E = \frac{Kp}{r^3} = 1.33 \times 10^5\ \frac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलॉम}}$

1.11 एक समान विद्युत क्षेत्र में स्थित विद्युत द्विध्रुव पर बल तथा बल आघूर्ण (Torque and force on a dipole in a uniform electric field)



चित्र 1.50

माना एक विद्युत द्विध्रुव (–q, –q) जिसकी लंबाई d है E तीव्रता वाले एक समान विद्युत क्षेत्र की दिशा के साथ θ कोण बनाते हुए स्थित है। द्विध्रुव के आवेशों पर qE बल, एक दूसरे से विपरीत दिशा में कार्य करते है जिससे परिणामी बल शून्य रहता है अर्थात् द्विध्रुव पर परिणामी बल

$$\vec{F}_{net} = q\vec{E} + (-q\vec{E}) = 0$$

इस प्रकार विद्युत द्विध्रुव स्थानान्तरीय गति नहीं करेगा।

द्विध्रुव पर इन बलों की क्रिया रेखायें भिन्न–भिन्न होने के कारण द्विध्रुव पर एक बल आघूर्ण (Torque) τ आरोपित होता है।

बल आघूर्ण τ = किसी एक बल का परिमाण × दोनों बलों के क्रिया रेखाओं मध्य की लम्बवत् दूरी

= F × BC

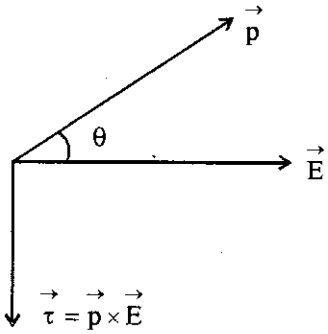
= F × $d\sin\theta$ = qE × d sin θ

परन्तु qd = p = द्विध्रुव आघूर्ण

∴ τ = pE sin θ

या $\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$ न्यूटन × मी.

अतः $\vec{\tau}$ की दिशा $\vec{p}$ तथा $\vec{E}$ दोनों के तल के लंबवत् होती है जो दक्षिणावर्ती पेंच नियम द्वारा निर्धारित की जाती है। इस प्रकार यदि दक्षिणावर्ती पेंच के शीर्ष को $\vec{p}$ से $\vec{E}$ की ओर घुमाया जाये तब पेंच की नोक की गति की दिशा $\vec{\tau}$ की दिशा को व्यक्त करेगी।



चित्र 1.51

यदि विद्युत द्विध्रुव को विद्युत क्षेत्र के लंबवत दिशा में रखना है तब उसके ऊपर कार्य करने वाला बल आघूर्ण सर्वाधिक होगा। क्योंकि $\theta = 90°$

∴ $\tau = pE \sin\theta = pE \sin 90° = pE$

या $p = \frac{\tau_{max}}{E}$

यदि $E = 1$ न्यूटन/कूलॉम हो

तो $p = \tau_{max}$ कूलॉम × मीटर

अतः किसी विद्युत द्विध्रुव का द्विध्रुव आघूर्ण उस बलयुग्म के आघूर्ण के बराबर होता है जो इकाई तीव्रता वाले विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव को क्षेत्र में लम्बवत् दिशा में रखने पर कार्य करता है।

बल आघूर्ण $\vec{\tau}$ द्विध्रुव को घुमाकर विद्युत क्षेत्र की दिशा के अनुदिश करने का प्रयास करता है। अतः इस बल आघूर्ण को प्रत्यानयन बल आघूर्ण (Restoring torque) कहते हैं।

जब $\theta = 0°$ हो तो

$\tau = pE\sin 0° = 0$

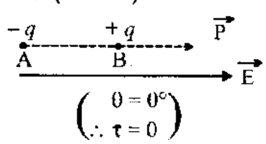
यह विद्युत द्विध्रुव की स्थायी साम्यावस्था की स्थिति कहलाती है।

जब $\theta = 180°$ हो तो

$\tau = pE\sin 180° = 0$

यह विद्युत द्विध्रुव की अस्थायी साम्यावस्था की स्थिति कहलाती है।

विद्युत क्षेत्र की दिशा में संरेखित होने पर, $\theta = 0°$ हो जाने के कारण $\tau = 0$ हो जाता है। (चित्र से)



चित्र 1.52

नोट– 1. जब कोई विद्युत द्विध्रुव एक समान तीव्रता वाले विद्युत क्षेत्र में रखा जाता है तो उसके ऊपर एक बल युग्म कार्य करता है जबकि उस पर कार्य करने वाला कुल बल शून्य होता है।

2. असमान विद्युत क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव पर बल तथा बल आघूर्ण दोनों लगते हैं। बल के कारण विद्युत द्विध्रुव अधिकतम तीव्रतम वाले क्षेत्र की ओर विस्थापित हो जाते हैं।

उदा.33. दो आवेश $\pm 1000\ \mu C$ परस्पर 2 mm दूर स्थित है, विद्युत द्विध्रुव का निर्माण करते हैं। इस विद्युत द्विध्रुव को 15×10^4 N/C के एक समान विद्युत क्षेत्र में क्षेत्र से $30°$ कोण पर रखा गया है। द्विध्रुव पर कार्यरत बलाघूर्ण की गणना कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 1.20

हल– दिया गया है–

$q = 1000\ \mu C = 1000 \times 10^{-6} C = 10^{-3} C$

$d = 2$ mm $= 2 \times 10^{-3}$ m, $E = 15 \times 10^4$ N/C, $\theta = 30°$

∴ द्विध्रुव आघूर्ण $p = qd = 10^{-3} \times 2 \times 10^{-3}$

$= 2 \times 10^{-6}$ कूलॉम × मीटर

द्विध्रुव पर कार्यरत बलाघूर्ण

$\tau = pE\sin\theta$

$= 2 \times 10^{-6} \times 15 \times 10^4 \sin 30°$

$= 15 \times 10^{-2}$ न्यूटन × मीटर

उदा.34. HCl का एक अणु 10^4 वोल्ट/मी. के विद्युत क्षेत्र में रखा है। यदि द्विध्रुव विद्युत क्षेत्र से $30°$ का कोण बनाता है, तो द्विध्रुव पर लगने वाले बलाघूर्ण की गणना कीजिए। द्विध्रुव की लम्बाई 1.6 Å है।

हल– यहाँ

$E = 10^4$ वोल्ट/मी., $\theta = 30°$, $q = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

$d = 1.6$ Å $= 1.6 \times 10^{-10}$ मीटर

$\tau = pE\sin\theta = qdE\sin\theta$

$= 1.6 \times 10^{-19} \times 1.6 \times 10^{-10} \times 10^4 \times \sin 30°$

$= 1.28 \times 10^{-25}$ न्यूटन मीटर

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1. दर्शाइए कि मात्रक $\frac{\text{वोल्ट}}{\text{मीटर}}$ तथा $\frac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलॉम}}$ एक ही भौतिक राशि के मात्रक है। बताइए कि ये मात्रक किस भौतिक राशि से सम्बन्धित है?
2. विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ में स्थित आवेश q पर कार्यरत बल कितना होता है?
3. दो बिन्दु आवेशों के मध्य, उन्हें मिलाने वाली रेखा के किस बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र शून्य होता है? इससे आप आवेशों के सम्बन्ध में क्या निष्कर्ष निकाल सकते है?
4. किसी विद्युत क्षेत्र E में एक इलेक्ट्रॉन तथा एक प्रोटॉन स्वतंत्र रूप से स्थित है। क्या उन पर विद्युत बल समान होंगे? क्या उनके कारण त्वरण समान होंगे? यदि नहीं तो किस कण का त्वरण अधिक होगा और क्यों?
5. काँच की एक मोटी छड़ के सिरों पर पीतल की दो घुण्डियाँ लगी है। इन पर समान मात्रा में परन्तु विपरीत प्रकृति के आवेश है। इससे कैसे कैसे ज्ञात करोगे कि किसी स्थान पर विद्युत क्षेत्र उपस्थित है अथवा नहीं?
6. एक विद्युत द्विध्रुव एक समान विद्युत क्षेत्र में स्थित है। क्या द्विध्रुव पर कोई नैट बल आरोपित है? यदि विद्युत क्षेत्र असमान हो तब?
7. किसी द्विध्रुव आघूर्ण सदिश की दिशा क्या होती है?
8. किसी लघु द्विध्रुव के कारण अक्षीय तथा विषुवतीय रेखाओं पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रताओं में क्या सम्बन्ध होता है?
9. एक बिन्दु आवेश से दूर जाने पर आवेश के कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्र घटता जाता है। यही तथ्य एक लघु विद्युत द्विध्रुव के लिए भी सत्य है। क्या दोनों में विद्युत क्षेत्र समान दर से घटता है?
10. किसी द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र की सममिति किस प्रकार की होती है?
11. परीक्षण आवेश से क्या तात्पर्य है?

12. किसी विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ की उपस्थिति में q आवेश पर कितना बल आरोपित होता है?
13. विद्युत क्षेत्र का उदासीन बिन्दु से क्या तात्पर्य है?
14. एक समान विद्युत क्षेत्र का निरुपण किस प्रकार किया जाता है?
15. सदिश क्षेत्रफल की दिशा निर्धारण किस प्रकार की जाती है?
16. डिबाई किस भौतिक राशि का मात्रक है?
17. विद्युत द्विध्रुव के कारण अक्षीय अथवा निरक्षीय रेखा पर विद्युत क्षेत्र की प्रेक्षण बिन्दु की द्विध्रुव के केन्द्र से दूरी पर निर्भरता बताइए।
18. ध्रुवीय अणु किसे कहते हैं? एक उदाहरण लिखिए।
19. अध्रुवीय अणु किसे कहते हैं? एक उदाहरण दीजिए।
20. एक समान विद्युत क्षेत्र में स्थित विद्युत द्विध्रुव पर अधिकतम बल आघूर्ण कब कार्यरत होता है?
21. एक समान विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव को θ_1 से θ_2 तक घुमाने में बाह्य स्रोत द्वारा किये गये नैट कार्य का सूत्र लिखिए।

उत्तरमाला

1. $\frac{\text{वोल्ट}}{\text{मीटर}} = \frac{\text{जूल/कूलॉम}}{\text{मीटर}} = \frac{\text{न्यूटन – मीटर}}{\text{कूलॉम – मीटर}} = \frac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलॉम}}$
ये मात्रक विद्युत क्षेत्र की तीव्रता के है।
2. $\vec{F} = q\vec{E}$
3. उदासीन बिन्दु, दोनों आवेश समान प्रकृति के है।
4. बल F = qE, क्योंकि इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन दोनों पर आवेश q समान है। अतः बल का परिमाण समान परन्तु दिशाएँ विपरीत होगी। त्वरण $a = \frac{F}{m}$, अतः जिसका द्रव्यमान कम होगा उसमें त्वरण अधिक होगा। अतः इलेक्ट्रॉन में त्वरण अधिक होगा।
5. यह निकाय एक द्विध्रुव है। यदि छड़ को स्वतंत्रतापूर्वक लटकाने पर छड़ घूमकर एक निश्चित दिशा में रूक जाए तब उस स्थान पर विद्युत क्षेत्र है। यदि किसी भी दिशा में रूक जाए तब विद्युत क्षेत्र नहीं है।
6. नहीं, हाँ
7. ऋण आवेश से धन आवेश की ओर। 8. $\frac{E_{\text{अक्षीय}}}{E_{\text{विषुवतीय}}} = \frac{2}{1}$
9. नहीं, बिन्दु आवेश का क्षेत्र $E \propto \frac{1}{r^2}$ तथा विद्युत द्विध्रुव में $E \propto \frac{1}{r^3}$ के अनुसार परिवर्तित होता है। अतः विद्युत द्विध्रुव का क्षेत्र अधिक तेजी से घटता है।
10. बेलनाकार
11. परीक्षण आवेश एक अत्यन्त अल्प धन बिन्दुवत् आवेश होता है।
12. $\vec{F} = q\vec{E}$
13. विद्युत क्षेत्र का उदासीन बिन्दु वह बिन्दु होता है जहाँ परिणामी विद्युत क्षेत्र शून्य होता है।
14. एक समान विद्युत क्षेत्र का निरुपण सरल रेखीय, समान्तर तथा एक दूसरे से समान दूरी पर स्थिर विद्युत क्षेत्र रेखाओं द्वारा किया जाता है।
15. सदिश क्षेत्रफल की दिशा क्षेत्रफल अवयव पर खींचे गए अभिलम्ब (बाहर की ओर) द्वारा व्यक्त की जाती है।
16. डिबाई विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण का मात्रक है।
1 डिबाई = 3.3×10^{-30} कूलॉम × मीटर
17. यदि विद्युत क्षेत्र की तीव्रता E तथा द्विध्रुव के केन्द्र से प्रेक्षण बिन्दु की दूरी r हो तब, $E \propto \frac{1}{r^3}$
18. यदि किसी अणु में इलेक्ट्रॉनों का द्रव्यमान केन्द्र, प्रोटॉनों के द्रव्यमान केन्द्र के साथ सम्पाती नहीं होता है बल्कि उनके बीच कुछ दूरी होती है तब ऐसे अणु को ध्रुवीय अणु कहते हैं। जैसे H_2O
19. यदि किसी अणु में इलेक्ट्रॉनों का द्रव्यमान केन्द्र, प्रोटॉनों के द्रव्यमान केन्द्र के साथ सम्पाती होता है तब ऐसे अणु को अध्रुवीय अणु कहते हैं। जैसे O_2
20. जब विद्युत द्विध्रुव को विद्युत क्षेत्र के लम्बवत् रखा जाता है तब द्विध्रुव पर कार्यरत बल आघूर्ण अधिकतम होता है।
21. $W = pE(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$

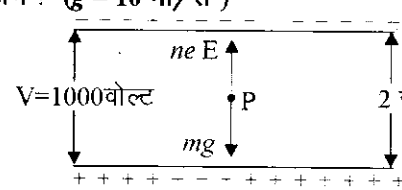
विविध उदाहरण

Basic Level

उदा.35. किसी निकाय में +q, –2q, + 3q तथा +5q आवेश हो तो निकाय का कुल आवेश कितना होगा?

हल–निकाय में उपस्थित कुल आवेश = +q –2q + 3q + 5q = +7q

उदा.2. एक प्लास्टिक की गोली P, (चित्र के अनुसार) जिसका द्रव्यमान 3.2×10^{-15} किग्रा है, दो समान्तर आविष्ट प्लेटों के बीच में स्थिर दशा में सन्तुलित है। गोली पर कितने इलेक्ट्रॉन सामान्य से कम या अधिक होंगे? ($g = 10$ मी/से^{2})



चित्र 1.53

हल– गोली P को सन्तुलित रखने के लिए इस पर धन आवेश होगा, अतः इस पर इलेक्ट्रॉन कम होंगे। यदि कम इलेक्ट्रॉनों की संख्या n है, तो धन आवेश

$$q = ne$$

जबकि e इलेक्ट्रॉन का आवेश है। संतुलन अवस्था में

$$qE = mg$$

$$\Rightarrow \quad n \cdot \frac{eV}{d} = mg$$

$$\Rightarrow \quad n = \frac{mgd}{eV} = \frac{3.2 \times 10^{-15} \times 10 \times 0.02}{1.6 \times 10^{-19} \times 1000} = 4$$

अतः गोली पर सामान्य से 4 इलेक्ट्रॉन कम होंगे।

उदा.36. 0.4 μC आवेश के किसी छोटे गोले पर किसी अन्य छोटे आवेशित गोले के कारण वायु में 0.2 N बल लगता है। यदि दूसरे गोले पर 0.8μC आवेश हो तो (a) दोनों गोलों के बीच कितनी दूरी हैं? (b) दूसरे गोले पर पहले गोले के कारण कितना बल लगता है?

हल– दिया है– $q_1 = 0.4\ \mu C = 0.4 \times 10^{-6}$ कूलॉम,
$q_2 = 0.8\ \mu C = 0.8 \times 10^{-6}$ कूलॉम, F = 0.2 न्यूटन

(a) अतः $$F = \frac{Kq_1q_2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{Kq_1q_2}{F}}$$

$$= \sqrt{\frac{9\times10^9\times0.4\times10^{-6}\times0.8\times10^{-6}}{0.2}}$$

$r = 3 \times 0.4 \times 10^{-1} = 0.12$ मी. = 12 सेमी

(b) कूलॉम नियम, न्यूटन के क्रिया–प्रतिक्रिया नियम की अनुपालना करता है अतः द्वितीय आवेश द्वारा प्रथम आवेश पर तथा प्रथम आवेश द्वारा द्वितीय आवेश पर बल परिमाण में समान होते हैं।

उदा.37. जांच द्वारा सुनिश्चित कीजिए कि Ke^2/Gm_em_p विमाहीन है। भौतिक नियतांकों की सारणी देखकर इस अनुपात का मान ज्ञात कीजिए। यह अनुपात क्या बताता है?

हल– नियतांक K की विमाएँ $= [M^1 L^3 T^{-4} A^{-2}]$,

आवेश e की विमाएँ $= [A^1T^1]$

गुरुत्वीय नियतांक G की विमाएँ $= [M^{-1} L^3 T^{-2}]$

द्रव्यमान m की विमाएँ $= [M^1L^0T^0]$

अतः $\frac{Ke^2}{Gm_em_p}$ की विमाएँ $= \frac{[M^1L^3T^{-4}A^{-2}][A^2T^2]}{[M^{-1}L^3T^{-2}][M^2]}$

$$= [M^0L^0T^0A^0]$$

अतः यह एक विमाहीन राशि है।

पुनः $K = 9 \times 10^9$ न्यूटन–मी^{2}/कूलॉम^2

$G = 6.67 \times 10^{-11}$ न्यूटन–मी.^{2} /किग्रा^{2}

$e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम, $m_e = 9.1\times10^{-31}$किग्रा^{2},

$m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ किग्रा

अतः $\frac{Ke^2}{Gm_em_p} = \frac{9\times10^9\times1.6\times10^{-19}\times1.6\times10^{-19}}{6.67\times10^{-11}\times9.1\times10^{-31}\times1.67\times10^{-27}}$

$$= 2.27 \times 10^{39}$$

यह अनुपात प्रदर्शित करता है कि एक प्रोटॉन एवं इलेक्ट्रॉन के मध्य विद्युत बल, उसी दूरी पर स्थित होने पर इनके मध्य के गुरुत्वाकर्षण बल से 10^{39} गुना अधिक प्रबल होता है।

उदा.38. चार बिंदु आवेश $q_A = 2\mu C$, $q_B = -5\mu C$, $q_C = 2\mu C$ तथा $q_D = -5\mu C$, 10cm भुजा के किसी वर्ग ABCD के शीर्षों पर अवस्थित हैं। वर्ग के केंद्र पर रखे 1μC आवेश पर लगने वाला बल कितना है?

हल– प्रत्येक आवेश से केन्द्रीय आवेश की दूरी

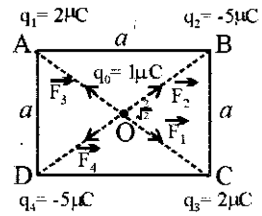
$$AO = BO = CO = DO = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$$

चूंकि परस्पर विकर्णतः सम्मुख शीर्षों पर समान परिमाण एवं समान प्रकृति के आवेश स्थित हैं अतः केन्द्रीय आवेश पर इनके कारण बल परिमाण में समान तथा विपरीत दिशा में होंगे अर्थात्

$$\vec{F_1} = -\vec{F_3} \quad \text{तथा} \quad \vec{F_2} = -\vec{F_4}$$

अतः केन्द्र O पर स्थित आवेश पर परिणामी बल

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = 0$$



चित्र 1.54

उदा.39. (a) दो विद्युतरोधी आवेशित तांबे के गोलों A तथा B के केंद्रों के बीच की दूरी 50cm है। यदि दोनों गोलों पर पृथक्-पृथक आवेश 6.5×10^{-7} C हैं, तो इनमें पारस्परिक स्थिरविद्युत प्रतिकर्षण बल कितना है? गोलों के बीच की दूरी की तुलना में गोलों A तथा B की त्रिज्याएँ नगण्य हैं।

(b) यदि प्रत्येक गोले पर आवेश की मात्रा दो गुनी तथा गोलों के बीच की दूरी आधी कर दी जाए तो प्रत्येक गोले पर कितना बल लगेगा?

हल–दिया है– $q_A = 6.5 \times 10^{-7}$ कूलॉम, $q_B = 6.5 \times 10^{-7}$ कूलॉम,

r = 50 सेमी. = 0.5 मी.

अतः प्रतिकर्षण बल $F = \frac{Kq_Aq_B}{r^2}$

$$= \frac{9\times10^9\times6.5\times10^{-7}\times6.5\times10^{-7}}{0.5\times0.5}$$

$F = 1.521 \times 10^{-2}$ न्यूटन

(b) आवेशों को दो गुना तथा दूरी को आधा करने पर

$$F' = \frac{K(2q_A)(2q_B)}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = 16\ \frac{Kq_Aq_B}{r^2}$$

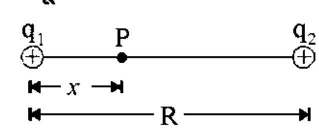
$= 16$ F

या $F' = 16 \times 1.521 \times 10^{-2}$

$= 24.33 \times 10^{-2}$ न्यूटन

$= 0.2433$ न्यूटन

उदा. 40. दो धनात्मक आवेश q_1 और q_2 एक रेखा पर स्थित रखे हुए हैं (चित्र में देखें)। उस बिन्दु P की स्थिति ज्ञात कीजिए जहाँ पर परिणामी विद्युत क्षेत्र शून्य है।



चित्र 1.55

हल– परिणामी विद्युत क्षेत्र शून्य उसी बिन्दु पर होगा जहाँ, दोनों आवेशों से उत्पन्न विद्युत क्षेत्र परिमाण में बराबर और दिशा में विपरीत हों। ऐसा बिन्दु दोनों धन आवेशों को मिलाने वाली रेखा पर, आवेशों के बीच कहीं होगा। मान लो यह बिन्दु P है (देखें चित्र)।

$$\frac{kq_1}{x^2} = \frac{kq_2}{(R-x)^2}$$

या $$\frac{R-x}{x} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}}$$

या $$x = \frac{R}{1 \pm \sqrt{\frac{q_2}{q_1}}}$$

नोट–

(i) बिन्दु P की आवेश q_2 से दूरी

$$d = R - x = \frac{R}{1+\sqrt{q_1/q_2}}$$

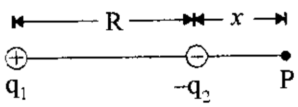
(ii) यदि धनात्मक के स्थान पर ऋणात्मक आवेश $-q_1, -q_2$ लिये जायें तब भी,

$$x = \frac{R}{\left(1+\sqrt{q_2/q_1}\right)}$$

$$d = \frac{R}{\left(1+\sqrt{q_2/q_1}\right)}$$

उदा.41. दो विजातीय आवेश q_1 और $-q_2$, एक दूसरे से R दूरी पर स्थित हैं। उस बिन्दु की स्थिति ज्ञात कीजिए जिस पर परिणामी विद्युत क्षेत्र शून्य है।

हल– मान लो $|q_1| > |-q_2|$, तब बिन्दु P जिस पर परिणामी विद्युत क्षेत्र शून्य होगा, दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा पर, बाहर की ओर $-q_2$ आवेश के पास होगा।



चित्र 1.56

माना इसकी स्थिति चित्र के अनुसार है। बिन्दु P पर q_1 और $-q_2$ के कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्रों की दिशायें विपरीत तथा परिमाण में बराबर होंगी तभी वहाँ परिणामी विद्युत क्षेत्र शून्य होगा, अतः

$$\left|\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{(R+x)^2}\right| = \left|\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{-q_2}{x^2}\right|$$

या $$\frac{R+x}{x} = \sqrt{\left|\frac{q_1}{q_2}\right|}$$

या $$x = \frac{R}{\left(\sqrt{|q_1/q_2|}-1\right)}$$

नोट–यदि $|q_1| < |-q_2|$, तब बिन्दु P की आवेश q_1 से दूरी

$$x = \frac{R}{\left(\sqrt{|q_1|/|q_2|}-1\right)}$$

उदा.42. दो बिंदु आवेश $q_A = 3\mu C$ तथा $q_B = -3\mu C$ निर्वात् में एक-दूसरे से 20cm दूरी पर स्थित हैं

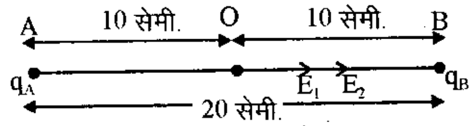
(a) दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा AB के मध्य बिंदु O पर विद्युत क्षेत्र कितना है?

(b) यदि 1.5×10^{-9}C परिमाण का कोई ऋणात्मक परीक्षण आवेश इस बिंदु पर रखा जाए तो यह परीक्षण आवेश कितने बल का अनुभव करेगा?

हल–(a) दिया है– $q_A = 3\mu C = 3 \times 10^{-6}$ कूलॉम

$q_B = -3\mu C = -3 \times 10^{-6}$ कूलॉम

बिन्दु O से आवेशों की दूरी $r = 10$ सेमी. $= 10 \times 10^{-2}$ मी.



चित्र 1.57

अतः q_A आवेश के कारण बिन्दु O पर तीव्रता

$$E_1 = \frac{Kq_A}{r^2} = \frac{9\times10^9\times3\times10^{-6}}{100\times10^{-4}}$$

या $E_1 = 2.7 \times 10^6$ न्यूटन/कूलॉम (AO दिशा में)

q_B आवेश के कारण बिन्दु O पर तीव्रता

$$E_2 = \frac{Kq_B}{r^2} = \frac{9\times10^9\times3\times10^{-6}}{100\times10^{-4}}$$

$= 2.7 \times 10^6$ न्यूटन/कूलॉम (OB दिशा में)

चूंकि दोनों ही क्षेत्र समान दिशा में है अतः

कुल विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E = E_1 + E_2$

$\Rightarrow$ $E = 2.7 \times 10^6 + 2.7 \times 10^6$

$= 5.4 \times 10^6$ न्यूटन/कूलॉम (A से B की ओर)

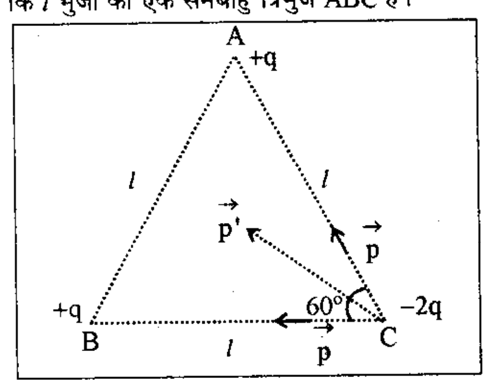
(b) बिन्दु O पर परीक्षण आवेश $q_0 = -1.5 \times 10^{-9}$ कूलॉम रखने पर परीक्षण आवेश पर बल

$$\vec{F} = q_0\vec{E} = -1.5 \times 10^{-9} \times 54 \times 10^5$$

$= -8.1 \times 10^{-3}$ न्यूटन (बल की दिशा O से A की ओर होगी।)

उदा.43. एक l भुजा के समबाहु त्रिभुज के शीर्षों पर विद्युत आवेश q, q तथा –2q रखे गये हैं। इस निकाय का विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण का परिमाण ज्ञात कीजिए।

हल– माना कि l भुजा का एक समबाहु त्रिभुज ABC है।



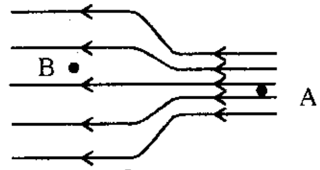
चित्र 1.58

चित्र की ज्यामिती से $p' = \sqrt{p^2 + p^2 + 2pp\cos 60^\circ}$

$$= \sqrt{3p^2} = \sqrt{3}p = \sqrt{3}ql$$

उदा.44. चित्र में किसी स्थान पर विद्युत क्षेत्र की बल रेखायें दर्शाई गई हैं। इस पृष्ठ के तल के लम्बवत बल रेखाओं के मध्य दूरियाँ समान हैं। यदि बिन्दु A पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मान 10 N/C है

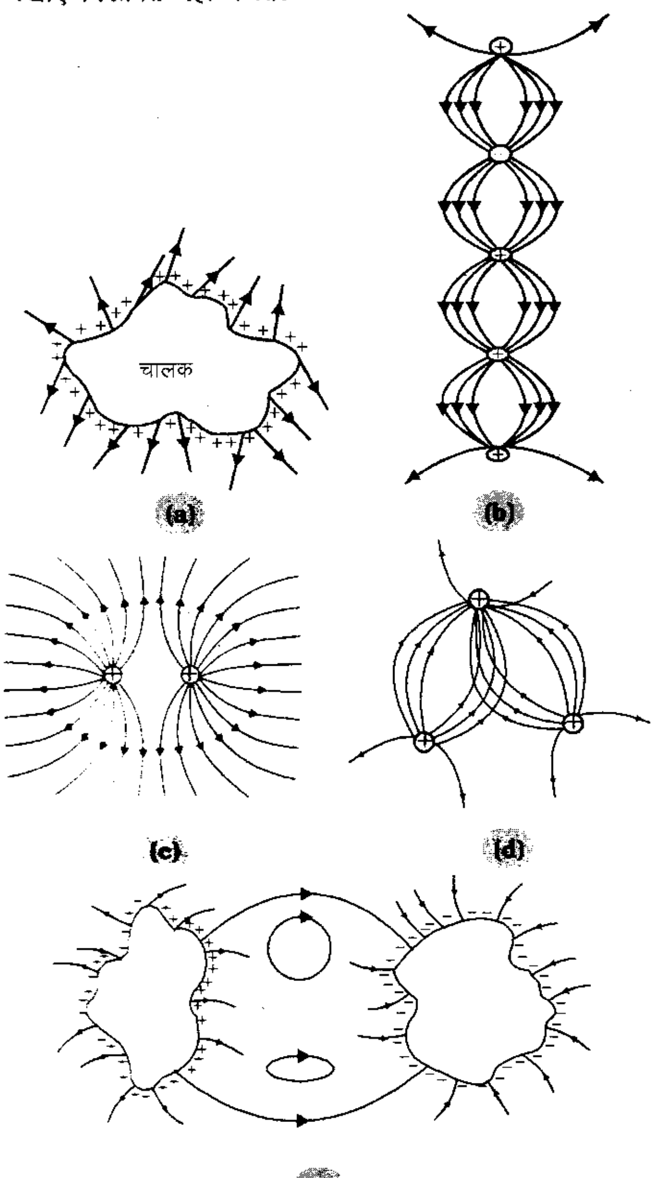
तब बिन्दु B पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मान क्या होगा ?



चित्र 1.59

हल– चित्र को देखने से ज्ञात होता है कि बिन्दु A पर विद्युत बल रेखाओं का घनत्व, बिन्दु B की तुलना में लगभग दो गुना है। क्योंकि किसी स्थान पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता, बल रेखाओं के घनत्व के समानुपाती होती है अतः B पर तीव्रता A की तीव्रता के लगभग आधी, अर्थात् 20 N/C होगी।

उदा.45. चित्र में दर्शाए गए वक्रों में से कौन संभावित स्थिरविद्युत क्षेत्र रेखाएँ निरूपित नहीं करते?



चित्र 1.60

हल–(a) चूंकि विद्युत क्षेत्र रेखाएँ सदैव आवेश के पृष्ठ के अभिलम्बवत् होती है अतः चित्र (a) के वक्र विद्युत क्षेत्र रेखाएँ निरुपित नहीं करते।

(b) विद्युत क्षेत्र रेखाएँ, ऋणात्मक आवेश से प्रारंभ नहीं होती अतः चित्र (b) के वक्र भी विद्युत क्षेत्र रेखाएँ निरुपित नहीं करते।

(c) ये विद्युत क्षेत्र रेखाओं को निरुपित करती है।

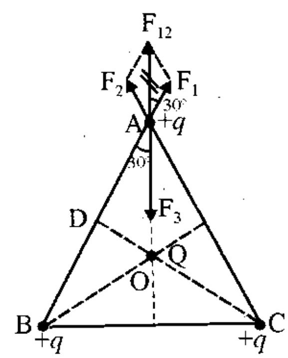
(d) चित्र (d) विद्युत क्षेत्र रेखाएँ परस्पर काट रही है जो कि संभव नहीं है अतः ये भी क्षेत्र रेखाओं को निरुपित नहीं करती।

(e) विद्युत क्षेत्र रेखाएँ बन्द वक्र नहीं बनाती अतः चित्र (c) के वक्र भी विद्युत क्षेत्र रेखाओं को निरुपित नहीं करते।

Advance Level

उदा.46. तीन आवेश (प्रत्येक $+q$) एक समबाहु त्रिभुज के कोनों पर रखे गये हैं। एक चौथा आवेश Q त्रिभुज के केन्द्र पर रखा जाता है: (अ) यदि $Q = -q$ हो तो क्या कोनों पर रखे आवेश केन्द्र की ओर आयेंगे अथवा केन्द्र से दूर जायेंगे ? (ब) Q के किस मान के लिये चारों आवेश स्थिर रहेंगे ? इस परिस्थिति में आवेशों को अनन्त तक हटाने में कितना कार्य करना होगा ?

हल– **(अ)** माना कि समबाहु त्रिभुज ABC की प्रत्येक भुजा की लम्बाई l है। त्रिभुज के केन्द्र O पर स्थित आवेश $Q = -q$ है। त्रिभुज के प्रत्येक कोने, जैसे A, पर स्थित आवेश पर तीन बल F_1, F_2 व F_3 कार्य करते हैं।



चित्र 1.61

A पर स्थित आवेश $+q$ पर, B पर स्थित आवेश $+q$ के कारण (प्रतिकर्षण) बल

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{l^2} \qquad [AB = l]$$

इसी प्रकार, $$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{l^2}$$

इनका परिणामी बल $F_{12} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 60^\circ}$

$\because F_1 = F_2$

$\therefore F_{12} = \sqrt{3}F_1$

$$F_{12} = \sqrt{3}\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{l^2}\right) \qquad ..(1)$$

बल F_{12} की दिशा चित्रानुसार ऊपर की ओर होगी। पुनः बिन्दु A पर स्थित आवेश +q पर, केन्द्र O पर स्थित आवेश $Q (= -q)$ के कारण (आकर्षण) बल

$$F_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{(l/\sqrt{3})^2} = 3\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{l^2}\right) \qquad ...(2)$$

$$\left[\because AO = \frac{AD}{\cos 30°} = \frac{l/2}{\sqrt{3}/2} = l/\sqrt{3}\right]$$

बल F_3 की दिशा बल F_{12} के ठीक विपरीत है तथा समीकरण (1) व (2) को देखते हुये F_3 का मान F_{12} से अधिक है। अतः A पर स्थित आवेश बल F_3 की दिशा में अर्थात् त्रिभुज के केन्द्र की ओर को चलेगा। यही बात B व C के लिये सत्य है।

(ब) त्रिभुज के केन्द्र पर स्थित आवेश Q पर, तीनों कोनों पर स्थित आवेशों (प्रत्येक $+q$) के कारण लगने वाले बलों का परिणामी शून्य होगा चाहे Q का मान व चिन्ह कुछ भी हो।

बिन्दु A पर स्थित आवेश q को स्थिर रखने के लिये इस पर B व C के आवेशों के कारण लगने वाले बलों F_1 व F_2 का परिणामी बल F_{12} केन्द्र O पर स्थित आवेश Q के कारण लगने वाले बल F_3 के बराबर व विपरीत होना चाहिये, अर्थात्

$$F_{12} = -F_3$$

अथवा $$\sqrt{3}\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{l^2}\right) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qq}{\left(\frac{l}{\sqrt{3}}\right)^2}.$$

हल करने पर : $Q = -\dfrac{q}{\sqrt{3}}$.

Q के इस मान के लिये B व C पर स्थित आवेश भी स्थिर रहेंगे। चूँकि इस परिस्थिति में प्रत्येक आवेश पर परिणामी बल ' शून्य ' है, अतः आवेशों को अनन्त तक हटाने में कोई कार्य नहीं करना होगा।

उदा.47. मिलिकन तेल बूंद प्रयोग में 2.55×10^4 NC^{-1} के नियत विद्युत क्षेत्र के प्रभाव में 12 इलेक्ट्रॉन आधिक्य की कोई तेल बूंद स्थिर रखी जाती हैं। तेल का घनत्व 1.26 g cm^{-3} है। बूंद की त्रिज्या का आंकलन कीजिए। ($g = 9.81$ m s^{-2}, $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C)।

हल– दिया है– $E = 2.55 \times 10^4$ न्यूटन/कूलॉम, $q = 12e$, $g = 9.81$ मी./से.^{2} $e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम तथा $\rho = 1.26$ ग्राम/सेमी^{3} $= 1.26 \times 10^3$ किग्रा/मी.^{3}

बूंद की स्थिरावस्था के लिए $mg = qE$

$$\Rightarrow \quad \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = qE$$

या $$r = \left(\frac{3qE}{4\pi\rho g}\right)^{1/3}$$

$$= \left(\frac{3\times12\times1.6\times10^{-19}\times2.55\times10^4}{4\times3.14\times1.26\times10^3\times9.81}\right)^{1/3}$$

$$r = \left(0.946\times10^{-18}\right)^{1/3} = (946\times10^{-21})^{1/3} = 9.81\times10^{-7} \text{ मी.}$$

उदा.48. दिक्स्थान के किसी क्षेत्र में, विद्युत क्षेत्र सभी जगह Z-दिशा के अनुदिश है। परंतु विद्युत क्षेत्र का परिमाण नियत नहीं है, इसमें एकसमान रूप से Z-दिशा के अनुदिश 10^5 NC^{-1} प्रति मीटर की दर से वृद्धि होती है। वह निकाय जिसका ऋणात्मक Z-दिशा में कुल द्विध्रुव आघूर्ण 10^{-7} C m के बराबर है, कितना बल तथा बल आघूर्ण अनुभव करता है?

हल– दिया है– $\dfrac{dE}{dZ} = 10^5$ न्यूटन/कूलॉम × मी. तथा

$p = 10^{-7}$ कूलॉम मी.

तथा $\vec{p}$ एवं $\vec{E}$ के मध्य कोण $\theta = 180°$

अतः बल $$F = qdE = q\frac{dE}{dZ}.dZ = (qdZ)\frac{d}{d}$$

$$= p\frac{dE}{dZ}$$

या $$F = 10^{-7} \times 10^5 = 10^{-2} \text{ न्यूटन}$$

तथा बलाघूर्ण $$\tau = pE\sin\theta = pE\sin 180° = 0$$

उदा.49. अब ऐसा विश्वास किया जाता है कि स्वयं प्रोटॉन न्यूट्रॉन (जो सामान्य द्रव्य के नाभिकों का निर्माण करते हैं) और अ मूल इकाइयों जिन्हें क्वार्क कहते हैं, के बने हैं। प्रत्येक प्रोटॉन न्यूट्रॉन तीन क्वार्कों से मिलकर बनता है। दो प्रकार के क्वार्क होत : 'अप' क्वार्क (u द्वारा निर्दिष्ट) जिन पर +(2/3) e आवेश तथा 'डा क्वार्क (d द्वारा निर्दिष्ट) जिन पर (–1/3) e आवेश होता है, इलेक्ट्रॉन मिलकर सामान्य द्रव्य बनाते हैं। (कुछ अन्य प्रकार के क्वार्क भी गए हैं जो भिन्न असामान्य प्रकार का द्रव्य बनाते हैं।) प्रोटॉन न्यूट्रॉन के संभावित क्वार्क संघटन सुझाइए।

हल– **प्रोटॉन का संघटन**–चूंकि प्रोटॉन तीन क्वार्क कणों से मिल बना है तथा इस पर कुल आवेश +e के समान है। अतः यदि इ n अप क्वार्क हैं तो 3–n डाउन क्वार्क होंगे।

अतः $$n\times\left(+\frac{2}{3}e\right)+(3-n)\left(-\frac{1}{3}e\right) = +e$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2}{3}ne - e + \frac{1}{3}ne = +e$$

$\Rightarrow$ ne = 2e $\Rightarrow$ n = 2 तथा 3 – n = 3 – 2 = 1

अतः प्रोटॉन में 2 अप क्वार्क तथा 1 डाउन क्वार्क होता है त इसके संघटन को uud द्वारा व्यक्त कर सकते हैं।

न्यूट्रॉन का संघटन–चूंकि न्यूट्रॉन भी तीन क्वार्क कणों से मिल बना है तथा यह उदासीन होता है। अतः यदि इसमें n अप क्व तथा (3 – n) डाउन क्वार्क हैं तो

$$n\times\left(+\frac{2}{3}e\right)+(3-n)\left(-\frac{1}{3}e\right) = 0$$

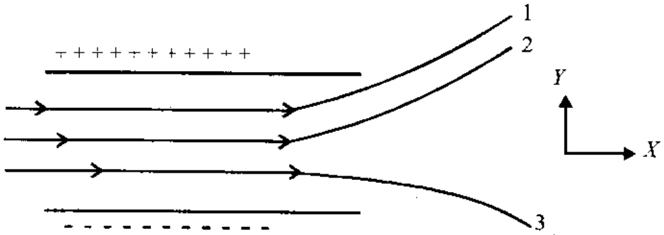
$$\Rightarrow \quad \frac{2}{3}ne - e + \frac{1}{3}ne = 0$$

$\Rightarrow$ ne = e $\Rightarrow$ n = 1 तथा 3 – n = 2

अतः न्यूट्रॉन में 1 अप क्वार्क तथा 2 डाउन क्वार्क होते हैं त इसके संघटन को udd से व्यक्त कर सकते हैं।

उदा.50. प्रारंभ में X-अक्ष के अनुदिश v_x चाल से गति करता ह दो आवेशित प्लेटों के मध्य क्षेत्र में m द्रव्यमान तथा –q आवेश का कण प्रवेश करता है (चित्र में कण 1 के समान)। प्लेटों की लंबाई L इन दोनों प्लेटों के बीच एकसमान विद्युत क्षेत्र E बनाए रखा जाता दर्शाइए कि प्लेट के अंतिम किनारे पर कण का ऊर्ध्वाधर विक्षेप

$qEL^2/(2m\,v_x^2)$ है।



चित्र 1.62

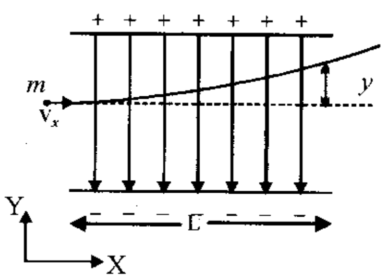
हल– दिया है– $\vec{E} = -E\hat{j}$, प्रारम्भिक वेग $\vec{v} = v_x\hat{i}$, $v_y = 0$

अतः कण पर प्लेटों के मध्य बल $\vec{F} = (-q)(-E\hat{j}) = qE\hat{j}$

या $F = qE$ (ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर)

कण को प्राप्त त्वरण $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{qE}{m}\hat{j}$

$\Rightarrow$ त्वरण $a = a_y = \frac{qE}{m}$ तथा $a_x = 0$



चित्र 1.63

कण को प्लेटों के मध्य से गुजरने में लगा समय $t = \frac{L}{v_x}$

अतः t समय में कण द्वारा ऊर्ध्व दिशा में तय दूरी

$$S = ut + \frac{1}{2}at^2 \text{ से}$$

$$y = v_y t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$= 0 + \frac{1}{2}\frac{qE}{m}\left(\frac{L}{v_x}\right)^2$$

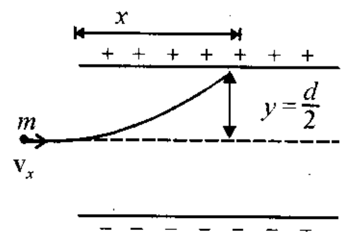
अतः विक्षेप $y = \frac{qEL^2}{2mv_x^2}$ **इति सिद्धम**

उदा.51. उपरोक्त प्रश्न में वर्णित कण की इलेक्ट्रॉन के रूप में कल्पना कीजिए जिसको $v_x = 2.0 \times 10^6$ ms^{-1} के साथ प्रक्षेपित किया गया है। यदि 0.5 cm की दूरी पर रखी प्लेटों के बीच विद्युत क्षेत्र E का मान 9.1×10^2 N/C हो तो ऊपरी प्लेट पर इलेक्ट्रॉन कहाँ टकराएगा? ($|e| = 1.6 \times 10^{-19}$ C, $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg)

हल– $v_x = 2 \times 10^6$ मी./से., प्लेटों के मध्य दूरी d = 0.5 सेमी.

$E = 9.1 \times 10^2$ न्यूटन/कूलॉम $q = |e| = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

$m = 9.1 \times 10^{-31}$ किग्रा



चित्र 1.64

माना इलेक्ट्रॉन ऊपरी प्लेट पर x दूरी पर टकराता है तब L = x

तथा इलेक्ट्रॉन का विक्षेप $y = \frac{d}{2} = \frac{0.5}{2} = 0.25$ सेमी.

$= 25 \times 10^{-4}$ मी.

$$y = \frac{qEL^2}{2mv_x^2} \text{ से}$$

$$L^2 = x^2 = \frac{2myv_x^2}{qE}$$

$$= \frac{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 25 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^{12}}{1.6 \times 10^{-19} \times 9.1 \times 10^2}$$

या $x^2 = \frac{25 \times 10^{-5}}{2} = 125 \times 10^{-6}$

या $x = \sqrt{125 \times 10^{-6}} = 11.18 \times 10^{-3}$ मी.

$= 1.118 \times 10^{-2}$ मी. $= 1.118$ सेमी.

पाठ्यपुस्तक के प्रश्न-उत्तर

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. दो एकसमान तथा बराबर आवेशों को 3 मीटर की दूरी पर रखने पर उनके मध्य 1.6 न्यूटन का प्रतिकर्षण बल कार्य करता है प्रत्येक आवेश का मान होगा
(अ) 2 μC (ब) 4 μC
(स) 40 μC (द) 80 μC

2. दो आवेशों के मध्य बल F है। यदि उनके मध्य की दूरी तीन गुना कर दी जाये तब इन आवेशों के मध्य बल होगा
(अ) F (ब) F/3
(स) F/9 (द) F/27

3. किसी वस्तु को 5×10^{-19} C से धनावेशित करने के लिये उसमे से निकाले गये इलेक्ट्रानों की संख्या होगी
(अ) 3 (ब) 5
(स) 7 (द) 9

4. दो बिन्दु आवेश +9e तथा +e परस्पर 16 cm दूर स्थित हैं। इनके मध्य एक अन्य आवेश q कहाँ रखें कि वह साम्यावस्था में रहे
(अ) +9e आवेश से 24 cm दूर
(ब) +9e आवेश से 12 cm दूर
(स) +e आवेश से 24 cm दूर

(द) +e आवेश से 12 cm दूर

5. दो समान गोले जिन पर विपरीत तथा असमान आवेश है परस्पर 90 cm दूरी पर रखे हुए हैं। इनको परस्पर स्पर्श कराकर पुनः जब उतनी ही दूरी पर रख दिया जाता है तो वे परस्पर 0.025 N बल से प्रतिकर्षित करने लगते हैं। दोनों का अन्तिम आवेश होगा

(अ) 1.5 μC (ब) 1.5 C
(स) 3 C (द) 3 μC

6. यदि दो आवेशों के मध्य काँच की प्लेट रख दी जाये तब उनके मध्य कार्यरत विद्युत बल पूर्व की तुलना में हो जायेगा

(अ) अधिक (ब) कम
(स) शून्य (द) अनन्त

7. HCl अणु का द्विध्रुव आघूर्ण 3.4×10^{-30} Cm है उसके आयनों के मध्य दूरी होगी

(अ) 2.12×10^{-11} m (ब) शून्य
(स) 2 mm (द) 2 cm

8. एक इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन समरूपी विद्युत क्षेत्र में स्थित हैं। उनके त्वरणों का अनुपात होगा

(अ) शून्य (ब) m_p / m_e
(स) 1 (एक) (द) m_e / m_p

9. किसी वर्ग के चारों कोनों पर समान परिमाण के सजातीय आवेश स्थित हैं। यदि किसी एक आवेश के कारण वर्ग के केन्द्र पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता E हो तो वर्ग के केन्द्र पर परिणामी विद्युत क्षेत्र की तीव्रता होगी

(अ) शून्य (ब) E
(स) E / 4 (द) 4E

10. एक विद्युत द्विध्रुव को समरूप विद्युत क्षेत्र में रखने पर उस पर निम्न में से कार्यरत होगा–

(अ) केवल बलाघूर्ण (ब) केवल बल
(स) बल तथा बलाघूर्ण दोनों (द) न बल तथा न बलाघूर्ण

11. विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव पर बल आघूर्ण का मान अधिकतम होने के लिये $\vec{p}$ तथा $\vec{E}$ के मध्य कोण होना चाहिये

(अ) 0° (ब) 180°
(स) 45° (द) 90°

12. एक इलेक्ट्रॉन व प्रोटॉन 1 Å दूरी पर स्थित हैं। निकाय का द्विध्रुव आघूर्ण है

(अ) 3.2×10^{-29} Cm (ब) 1.6×10^{-19} Cm
(स) 1.6×10^{-29} Cm (द) 3.2×10^{-19} Cm

13. एक विद्युत द्विध्रुव के कारण अनुदैर्ध्य तथा अनुप्रस्थ स्थितियों में समान दूरी पर स्थित प्रेक्षण बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रताओं का अनुपात होगा

(अ) 1 : 2 (ब) 2 : 1
(स) 1 : 4 (द) 4 : 1

14. कुछ दूरी पर स्थित +5 μC तथा –5 μC आवेशों के मध्य 9 N का आकर्षण बल कार्यशील है। इन आवेशों को परस्पर स्पर्श कराकर पुनः उतनी ही दूरी पर रखने पर उनके मध्य कार्यशील बल हो जायेगा

(अ) अनन्त (ब) $9 \times 10^9 N$
(स) 1 N (द) शून्य

15. दो परिमाण में समान विजातीय आवेश परस्पर कुछ दूरी पर रखे हैं उनके मध्य F न्यूटन बल कार्यरत है। यदि एक आवेश का 75% दूसरे आवेश को स्थानान्तरित कर दिया जाये तब उनके मध्य बल पूर्व मान का कितना गुना हो जायेगा

(अ) $\frac{F}{16}$ (ब) $\frac{7F}{16}$
(स) $\frac{9F}{16}$ (द) $\frac{15}{16}F$

उत्तरमाला

1. (स)	2. (स)	3. (अ)	4. (ब)	5. (अ)
6. (ब)	7. (अ)	8. (ब)	9. (अ)	10. (अ)
11. (द)	12. (स)	13. (ब)	14. (द)	15. (अ)

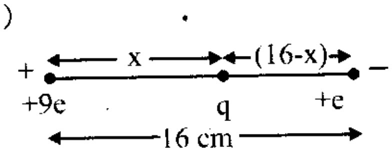
हल एवं संकेत (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

1. (स)
$$F = K\frac{q_1q_2}{r^2}$$
$$\Rightarrow \quad F = \frac{Kqq}{r^2} = \frac{Kq^2}{r^2}$$
$$q^2 = \frac{Fr^2}{K}$$
$$\Rightarrow \quad q = r\sqrt{\frac{F}{K}} = 3\sqrt{\frac{1.6}{9\times10^9}} \approx 4\times10^{-5}C$$
$$= 40 \times 10^{-6} C$$
$$= 40 \ \mu C$$

2. (स)
$$F = K\frac{q_1q_2}{r^2}$$
$$\Rightarrow \quad F' = \frac{Kq_1q_2}{r'^2} = \frac{Kq_1q_2}{(3r)^2}$$
$$= \frac{1}{9}\frac{Kq_1q_2}{r^2}$$
$$= \frac{F}{9}$$

3. (अ)
$$n = \frac{q}{e} = \frac{5\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} = 3$$

4. (ब)



चित्र 1.65

$$\frac{K(9e)(q)}{x^2} = \frac{K(q)(e)}{(16-x)^2}$$

या $$\frac{9}{x^2} = \frac{1}{(16-x)^2}$$

या $$\frac{3}{x} = \frac{1}{(16-x)}$$

या $$1 \times x = 3 \times (16-x)$$

$$x = 48 - 3x$$

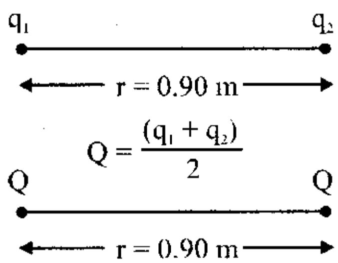
$$4x = 48$$

$$x = 12 \text{ cm}$$

∴ आवेश q, + 9e आवेश से 12 cm दूर रखा जायेगा।

∴ सही विकल्प (ब) है।

5. (अ)



चित्र 1.66

$$\frac{KQ \times Q}{r^2} = F$$

$$Q^2 = \frac{F.r^2}{K}$$

$$Q = \sqrt{\frac{F.r^2}{K}}$$

$$= \sqrt{\frac{0.025 \times 0.90 \times 0.90}{9 \times 10^9}}$$

$$= \sqrt{25 \times 9 \times 10^{-14}}$$

$$Q = 5 \times 3 \times 10^{-7} \text{ C}$$

$$= 1.5 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$= 1.5\ \mu\text{C}$$

सही विकल्प (अ) है।

6. (ब) ∵ $F_m = \frac{F}{\epsilon_r}$ माध्यम के लिए $\epsilon_r > 1$

∴ $F_m < F$

अत: आवेशों के मध्य काँच की प्लेट रखने पर बल पूर्व की तुलना में कम हो जायेगा।

7. (अ) ∵ $P = 3.4 \times 10^{-30}$ कूलॉम × मीटर

$q = e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

∵ $p = qd$

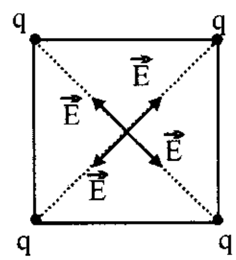
⇒ $$d = \frac{p}{q} = \frac{3.4 \times 10^{-30}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.12 \times 10^{-11} \text{ m.}$$

8. (ब) ∵ त्वरण $a = \frac{qE}{m}$

$$a_e = \frac{eE}{m_e} \text{ तथा } a_p = \frac{eE}{m_p}$$

∴ $$\frac{a_e}{a_p} = \frac{m_p}{m_e}$$

9. (अ) वर्ग के केन्द्र पर विद्युत क्षेत्र की दिशाएँ चित्रानुसार होगी। अत: चित्र की ज्यामिति से वर्ग के केन्द्र पर परिणामी विद्युत क्षेत्र की तीव्रता शून्य होगी



चित्र 1.67

10.(अ) विद्युत द्विध्रुव को समरूप विद्युत क्षेत्र में रखने पर द्विध्रुव पर परिणामी बल शून्य होगा जबकि बलाघूर्ण

$$\tau = pE\sin\theta$$

11. (द) ∵ बलाघूर्ण $\tau = pE\sin\theta$

अधिकतम बलाघूर्ण के लिए $\theta = 90^\circ$

12. (स) ∵ द्विध्रुव आघूर्ण $p = qd = ed$

$p = 1.6 \times 10^{-19} \times 10^{-10}$

$= 1.6 \times 10^{-29}$ कूलॉम× मीटर

13. (ब) $$E_{\text{अनुदैर्ध्य}} = \frac{2kp}{r^3}$$

$$E_{\text{अनुप्रस्थ}} = \frac{kp}{r^3}$$

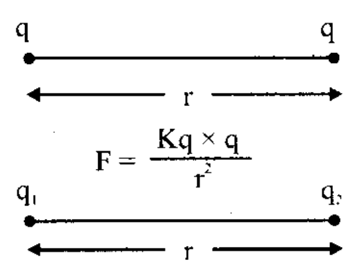
∴ $$\frac{E_{\text{अनुदैर्ध्य}}}{E_{\text{अनुप्रस्थ}}} = \frac{2}{1}$$

14. (द) आवेशों को परस्पर सम्पर्क में लाने पर कुल आवेश

$= +5\mu C - 5\mu C =$ शून्य

अत: कार्यशील स्थिर विद्युत बल का मान शून्य होगा।

15. (ब)



चित्र 1.68

$$q \text{ का } 75\% = q \times \frac{75}{100} = \frac{3}{4}q$$

एक आवेश से दूसरे पर स्थानान्तरित होता है। अत:

$$q_1 = \left(q - \frac{3}{4}q\right) = \frac{1}{4}q$$

तथा
$$q_2 = \left(q + \frac{3}{4}q\right) = \frac{7}{4}\ q$$

$\therefore$
$$F' = \frac{K \times q_1 \times q_2}{r^2}$$

$$= \frac{K \times \frac{1}{4}q \times \frac{7}{4}q}{r^2}$$

$$= \frac{7}{16}\frac{Kq \times q}{r^2} = \frac{7}{16}F$$

सही विकल्प (ब) है।

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. एक क्वाण्टम आवेश का मान लिखिये।

उत्तर– एक क्वाण्टम आवेश = 1.6×10^{-19} कूलॉम

प्र.2. *r* दूरी पर स्थित दो प्रोटॉनों के मध्य स्थिर विद्युत बल **F** है। प्रोटॉनों को हटाकर इलेक्ट्रॉन रख दें तो अब विद्युत बल कितना होगा?

उत्तर– प्रोटॉन तथा इलेक्ट्रॉन पर आवेश का परिमाण समान होता है। अत: प्रोटॉनों को हटाकर इलेक्ट्रॉन रखने पर विद्युत बल अपरिवर्तित अर्थात् F ही रहेगा।

प्र.3. एक आवेश के द्वारा दूसरे आवेश पर लगने वाला विद्युत बल **F** है। एक अन्य आवेश की उपस्थिति में प्रथम आवेश के द्वारा दूसरे आवेश पर कितना विद्युत बल होगा?

उत्तर– एक आवेश के द्वारा दूसरे आवेश पर आरोपित विद्युत बल तीसरे आवेश की उपस्थिति से अपरिवर्तित रहता है अर्थात् विद्युत बल F ही रहेगा।

प्र.4. यदि किसी माध्यम का परावैद्युतांक एक हो तो उसकी निरपेक्ष विद्युतशीलता कितनी होगी?

उत्तर– दिया गया है–माध्यम का परावैद्युतांक $\in_r = 1$

$\because$ माध्यम की निरपेक्ष विद्युतशीलता $\in = \in_0 \in_r$

$\therefore$
$$\in = \in_0 \times 1$$

$$= 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{कूलॉम}^2}{\text{न्यूटन} \times \text{मीटर}^2}$$

प्र.5. दो बिन्दु आवेशों q_1 तथा q_2 के लिये $q_1 q_2 < 0$ हैं। दोनों आवेशों के मध्य बल की प्रकृति क्या होगी?

उत्तर– $\because q_1 q_2 < 0$

तब q_1 व q_2 में से एक आवेश धनावेशित तथा दूसरा ऋणावेशित होगा। अत: q_1 व q_2 के मध्य बल की प्रकृति आकर्षण की होगी।

प्र.6. दो बिन्दु आवेशों q_1 तथा q_2 के लिये $q_1 q_2 > 0$ हैं। आवेशों के मध्य बल की प्रकृति क्या होगी?

उत्तर– $\because q_1 q_2 > 0$

तब q_1 व q_2 दोनों धनावेशित या दोनों ऋणावेशित होंगे। अत: q_2 के मध्य बल की प्रकृति प्रतिकर्षण की होगी।

प्र.7. विद्युत क्षेत्र *E* में रखे *q* आवेश पर कार्यरत बल कितना है?

उत्तर– विद्युत क्षेत्र E में रखे q आवेश पर कार्यरत बल $\vec{F} = q\vec{E}$ होत

प्र.8. किसी आवेशित कण के द्रव्यमान और आवेश पर चाल (sp का क्या प्रभाव पड़ता है?

उत्तर– अति उच्च वेग $v \sim c$ पर कण का द्रव्यमान $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ मान चाल बढ़ने पर बढ़ता है, जबकि आवेश का मान अपरि रहता है।

प्र.9. उस विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का परिमाण कितना होगा जो इलेक्ट्रॉन के भार को संतुलित रखेगा?

दिया है $e = 1.6 \times 10^{-19}\,C$ तथा $m_e = 9.1 \times 10^{-31}\,kg$

उत्तर– संतुलन की अवस्था में इलेक्ट्रॉन पर कार्य करने वाला विद्युत eE इलेक्ट्रॉन के भार mg के बराबर तथा विपरीत दिशा में ह अत:

$$eE = mg$$

$$E = \frac{mg}{e} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 9.8}{1.6 \times 10^{-19}}$$

$$= 5.57 \times 10^{-11}\ N/C$$

प्र.10 निर्वात में स्थित दो बिन्दु आवेशों के मध्य *F* बल लग रह यदि इन आवेशों के मध्य पीतल की प्लेट रख दी जाये बल का मान क्या होगा?

उत्तर– $\because$ पीतल का परावैद्युतांक $\in_r = \infty$

$\therefore$ माध्यम की उपस्थिति में स्थिर विद्युत बल

$$F_m = \frac{F}{\in_r} = \frac{F}{\infty} = 0$$

अर्थात् आवेशों के मध्य पीतल प्लेट रखने पर स्थिर विद्युत बल मान शून्य होगा।

प्र.11. उस प्रयोग का नाम लिखिये जिससे विद्युत आवेश की क्वा प्रकृति की स्थापना हुई।

उत्तर– विद्युत आवेश की क्वाण्टम प्रकृति की खोज राबर्ट ए मिलिक तेल बूँद प्रयोग से की थी।

प्र.12. विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण की परिभाषा दीजिये।

उत्तर– विद्युत द्विध्रुव के किसी आवेश के परिमाण तथा आवेशों के म अल्प विस्थापन के गुणनफल को विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण कहते

यह एक सदिश राशि है। यदि q व –q आवेश के बीच का अल्प विस्थापन $\vec{d}$ हो, तो इनसे मिलकर बने द्विध्रुव का आघूर्ण $\vec{p} = q\vec{d}$

प्र.13. आदर्श विद्युत द्विध्रुव की शर्त लिखिये।

उत्तर–आदर्श विद्युत द्विध्रुव के लिए आवेशों का मान उच्च $(q \rightarrow \infty)$ तथा मध्य का विस्थापन नगण्य $(d \rightarrow 0)$ होना चाहिए।

प्र.14. ऐसे कण का उदाहरण दीजिये जिसका विराम द्रव्यमान शून्य होता है तथा अनावेशित होता है।

उत्तर–फोटॉन का विराम द्रव्यमान शून्य होता है तथा यह अनावेशित होता है।

प्र.15. नियतांक $K = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$ का मान किन–कारकों पर निर्भर करता है?

उत्तर–नियतांक $K = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$ का मान माध्यम की प्रकृति तथा मापन की पद्धति पर निर्भर करता है।

प्र.16. $_7N^{14}$ नाभिक पर आवेश का मान कूलॉम में लिखिये।

उत्तर– ∵ नाभिक पर आवेश q = Ze

$_7N^{14}$ के लिए परमाणु क्रमांक Z = 7

$$\therefore \quad q = 7e = 7 \times 1.6 \times 10^{-19}$$
$$= 11.2 \times 10^{-19} \text{ कूलॉम}$$

प्र.17. एबोनाइट की छड़ को फर से रगड़ने पर एबोनाइट की छड़ ऋणावेशित क्यों हो जाती है?

उत्तर– फर में इलेक्ट्रॉन, एबोनाइट की अपेक्षा कम दृढ़ता से बंधे होते हैं, जिससे एबोनाइट की छड़ को फर से रगड़ने पर इलेक्ट्रॉनों का स्थानांतरण फर से एबोनाइट में होने के कारण एबोनाइट की छड़ ऋणावेशित हो जाती है।

प्र.18. आवेश के CGS तथा SI मात्रकों के नाम लिखिये। इनके मध्य क्या सम्बन्ध है?

उत्तर– CGS पद्धति में आवेश का मात्रक स्टैट कूलॉम तथा SI मात्रक कूलॉम होता है।

$$1 \text{ कूलॉम} = 3 \times 10^9 \text{ स्टैट कूलॉम}$$

प्र.19. एकसमान विद्युत क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव कब स्थायी साम्यावस्था में होता है?

उत्तर– एक समान विद्युत क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव पर बल आघूर्ण

$$\tau = pE\sin\theta$$

जब $\theta = 0°$ अर्थात् $\vec{p}$ व $\vec{E}$ समानांतर होने पर विद्युत द्विध्रुव स्थायी साम्यावस्था में होता है।

प्र.20. एकसमान विद्युत क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव पर परिणामी बल कितना होता है?

उत्तर– एक समान विद्युत क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव पर परिणामी बल शून्य होता है।

लघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. घर्षण विद्युत से क्या तात्पर्य है? इसकी उत्पत्ति की व्याख्या कीजिये।

उत्तर– दो वस्तुओं को परस्पर रगड़ने से वस्तुओं के आवेशित हो जाने को घर्षण विद्युत कहते हैं। जब दो वस्तुओं को परस्पर रगड़ा जाता है, तब एक वस्तु के परमाणु से कुछ इलेक्ट्रॉन, दूसरी वस्तु में चले जाते हैं। तब एक वस्तु में इलेक्ट्रॉन की कमी तथा दूसरी वस्तु में इलेक्ट्रॉन की अधिकता हो जाती है। जिससे एक वस्तु धनावेशित तथा दूसरी वस्तु ऋणावेशित हो जाती है।

प्र.2. दो स्थिर बिन्दु आवेशों के मध्य लगने वाले बल के लिये कूलॉम के नियम का कथन दीजिये।

उत्तर–कूलॉम के नियम के अनुसार दो स्थिर बिन्दु आवेशों के बीच कार्य करने वाला आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण का बल दोनों आवेशों के परिमाणों के गुणनफल के समानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है। यह बल दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश कार्य करता है।

प्र.3. आवेश के क्वाण्टीकरण को समझाइये।

उत्तर–किसी वस्तु पर धन अथवा ऋण आवेश, इलेक्ट्रॉनों की कमी अथवा इलेक्ट्रॉनों की अधिकता के कारण होता है अतः किसी वस्तु पर आवेश की मात्रा इलेक्ट्रॉन पर आवेश की मात्रा के पूर्ण गुणज के रूप में ही व्यक्त की जाती है। इस प्रकार आवेश की न्यूनतम मात्रा एक इलेक्ट्रॉन पर आवेश की मात्रा के बराबर होती है तथा किसी वस्तु पर आवेश की मात्रा $\pm e, \pm 2e, \pm 3e, \ldots\ldots, \pm ne$ ही हो सकती है या किसी वस्तु पर आवेश $q = \pm ne$ जहाँ e इलेक्ट्रॉन पर आवेश की मात्रा है इसे आवेश का क्वाण्टीकरण कहते हैं। आवेश के क्वाण्टीकरण के सिद्धान्त के अनुसार किसी भी वस्तु पर आवेश इलेक्ट्रॉन पर आवेश का पूर्ण गुणज होता है अतः ऐसा आवेश न तो किसी चालक को दिया जा सकता है और न ही लिया जा सकता है जो इलेक्ट्रॉन पर आवेश का पूर्ण गुणज नहीं है इलेक्ट्रॉन पर आवेश की मात्रा 1.6×10^{-19} कूलॉम होती है।

प्र.4. बलों के लिये अध्यारोपण का सिद्धान्त लिखिये।

उत्तर–दो से अधिक आवेशों की उपस्थिति में किसी बिन्दु पर परिणामी बल को ज्ञात करने के लिए अध्यारोपण का सिद्धान्त प्रयोग में लेते हैं। इस सिद्धान्त के अनुसार "किसी आवेश पर परिणामी बल, अन्य आवेशों के द्वारा स्वतंत्र रूप से इस आवेश पर कार्यरत कूलॉम बलों के सदिश योग के बराबर होता है।"

प्र.5. दो बिन्दु आवेशों के मध्य उन्हें मिलाने वाली रेखा के किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता शून्य है। इससे आप आवेशों के बारे में क्या निष्कर्ष निकाल सकते हो?

उत्तर–दो बिन्दु आवेशों के मध्य उन्हें मिलाने वाली रेखा के उदासीन बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता शून्य होती है। इस स्थिति में दोनों आवेश समान प्रकृति के हैं।

प्र.6. एक इकाई ऋण आवेशित आयन तथा एक इलेक्ट्रान विद्युत क्षेत्र E के प्रभाव में गतिमान हैं। इन दोनों में से कौन सा कण तीव्र गति से चलेगा और क्यों?

उत्तर–दोनों कणों पर विद्युत बल समान होगा।

$$\because \quad \text{त्वरण} = \frac{\text{बल}}{\text{द्रव्यमान}}$$

इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान, आयन के द्रव्यमान से कम होने के कारण इलेक्ट्रॉन का त्वरण अधिक होगा, जिससे इलेक्ट्रॉन अपेक्षाकृत तीव्र गति से चलेगा।

प्र.7. विद्युत क्षेत्र रेखा किसे कहते हैं? इनके दो गुण लिखिये।

उत्तर–विद्युत क्षेत्र-रेखा विद्युत-क्षेत्र में खींचा गया वह काल्पनिक, निष्कोण वक्र (smooth curve) है जिस पर एक स्वतन्त्र व पृथक्कित (isolated) एकांक धन आवेश चलता है। विद्युत–बल रेखा के

किसी भी बिन्दु पर खींची गई स्पर्श-रेखा उस बिन्दु पर स्थित धन आवेश पर लगने वाले बल की दिशा बताती है।

विद्युत क्षेत्र रेखाओं के गुणधर्म-

(i) विद्युत क्षेत्र रेखा के किसी बिन्दु पर खींची गई स्पर्श रेखा उस बिन्दु पर परिणामी विद्युत क्षेत्र की दिशा व्यक्त करती है।

(ii) विद्युत क्षेत्र रेखाएँ धन आवेश से चलकर ऋण आवेश पर समाप्त हो जाती है।

प्र.8. आवेश संरक्षण नियम समझाइये।

उत्तर– आवेश संरक्षण नियम के अनुसार आवेश को न तो उत्पन्न किया जा सकता है और न ही नष्ट किया जा सकता है। आवेश का केवल एक वस्तु से दूसरी वस्तु में स्थानांतरण ही किया जा सकता है। इस प्रकार किसी विलगित निकाय (Isolated system) का कुल आवेश संरक्षित रहता है। उदाहरण–जब काँच की छड़ को रेशम से रगड़ा जाता है, तो काँच की छड़ धनावेशित हो जाती है तथा रेशम पर समान मात्रा में ऋणावेश उत्पन्न हो जाता है। इस प्रकार इस प्रक्रिया में कुल विद्युत आवेश शून्य ही रहता है क्योंकि घर्षण की प्रक्रिया में काँच के परमाणुओं के कुछ इलेक्ट्रॉन रेशम में स्थानांतरित हो जाते हैं।

प्र.9. माध्यम के लिये आपेक्षिक विद्युतशीलता की परिभाषा दीजिये।

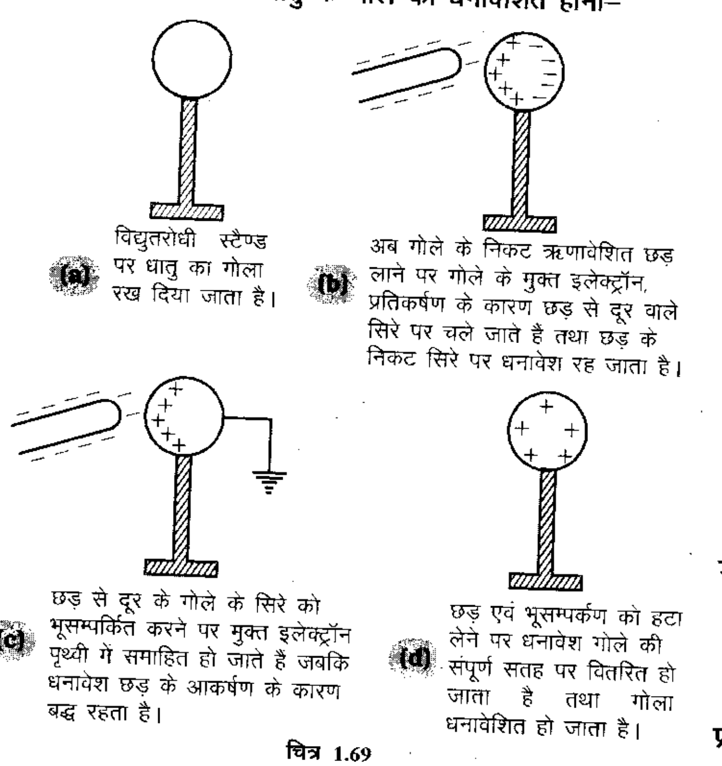
उत्तर– माध्यम की विद्युतशीलता तथा निर्वात् की विद्युतशीलता के अनुपात को माध्यम की अपेक्षिक विद्युतशीलता कहते हैं। इसे ϵ_r या K द्वारा व्यक्त करते हैं।

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

प्र.10. किसी धात्विक गोले को बिना स्पर्श किये आप किस प्रकार धनावेशित कर सकते हैं?

उत्तर– किसी चालक वस्तु को बिना स्पर्श किए, प्रेरण क्रिया द्वारा आवेशित किया जा सकता है।

प्रेरण प्रक्रिया द्वारा धातु के गोले का धनावेशित होना–



(a) विद्युतरोधी स्टैण्ड पर धातु का गोला रख दिया जाता है।

(b) अब गोले के निकट ऋणावेशित छड़ लाने पर गोले के मुक्त इलेक्ट्रॉन, प्रतिकर्षण के कारण छड़ से दूर वाले सिरे पर चले जाते हैं तथा छड़ के निकट सिरे पर धनावेश रह जाता है।

(c) छड़ से दूर के गोले के सिरे को भूसम्पर्कित करने पर मुक्त इलेक्ट्रॉन पृथ्वी में समाहित हो जाते हैं जबकि धनावेश छड़ के आकर्षण के कारण बद्ध रहता है।

(d) छड़ एवं भूसम्पर्कण को हटा लेने पर धनावेश गोले की संपूर्ण सतह पर वितरित हो जाता है तथा गोला धनावेशित हो जाता है।

चित्र 1.69

यदि गोले के निकट धनावेशित छड़ लायी जाए तो विपरीत प्रक्रिया सम्पन्न होगी। गोले के छड़ से दूरस्थ सिरे पर धनावेश, पृथ्वी से इलेक्ट्रॉन ग्रहण कर उदासीन होगा तथा गोला ऋणावेशित हो जायेगा।

प्र.11. आप किस प्रकार प्रदर्शित करेंगे कि आवेश दो प्रकार के होते हैं?

उत्तर– यदि काँच की दो छड़ों को रेशम के कपड़े से रगड़कर पास–पास लटकाते हैं, तो वे एक दूसरे को प्रतिकर्षित करती है। इसी प्रकार दो एबोनाइट की छड़ों को बिल्ली की खाल से रगड़कर पास–पास लटकाते हैं, तो वे भी एक दूसरे को प्रतिकर्षित करती है। किन्तु जब काँच की छड़ को रेशम के कपड़े से रगड़कर तथा एबोनाइट की छड़ को बिल्ली की खाल से रगड़कर पास–पास लटकाते हैं, तो वे एक दूसरे को आकर्षित करती है। इससे स्पष्ट होता है, कि जिस प्रकार का आवेश काँच की छड़ पर होता है, उस प्रकार आवेश एबोनाइट की छड़ पर नहीं होता है, अर्थात् आवेश दो प्रकार के होते हैं।

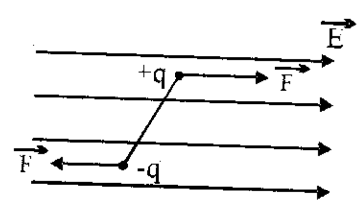
प्र.12. आवेशों के संदर्भ में $q_1 + q_2 = 0$ क्या सूचित करता है?

उत्तर– $q_1 + q_2 = 0 \Rightarrow q_1 = -q_2$

अर्थात् q_1 व q_2 परस्पर परिमाण में समान तथा प्रकृति में विपरीत है। आवेशों का यह निकाय विद्युत द्विध्रुव कहलाता है। उपरोक्त समीकरण स्थिर विद्युतिकी में आवेश संरक्षण नियम को दर्शाता है।

प्र.13. एक समान विद्युत क्षेत्र में एक विद्युत द्विध्रुव रखा जाता है। दिखायें कि यह स्थानान्तरित त्वरित गति नहीं करेगा।

उत्तर– एक समान विद्युत क्षेत्र में जब एक विद्युत द्विध्रुव रखा जाता है, तो उसके दोनों ध्रुवों पर विपरीत दिशा में समान मान के बल कार्यकारी होते हैं, जिससे द्विध्रुव पर परिणामी बल शून्य होता है परन्तु बलों की क्रिया रेखा भिन्न होने के कारण बल द्विध्रुव पर एक बल आघूर्ण उत्पन्न करते हैं, जो द्विध्रुव को घूर्णन गति कराने का प्रयास करता है, अतः स्थानान्तरित त्वरित गति संभव नहीं होती है।



चित्र 1.70

प्र.14. एक आवेशित छड़ **P** द्वारा आवेशित छड़ **R** को आकर्षित किया जाता है जबकि **P** द्वारा अन्य आवेशित छड़ **Q** को प्रतिकर्षित किया जाता है। **Q** तथा **R** के मध्य उत्पन्न बल की प्रकृति क्या होगी?

उत्तर– माना छड़ P धनावेशित है। यह छड़ R को आकर्षित करती है। अतः छड़ R ऋणावेशित है। छड़ Q प्रतिकर्षित होती है। अतः छड़ Q धनावेशित है। अतः छड़ Q तथा R परस्पर विपरीत प्रकृति की है। अतः छड़ Q तथा छड़ R में आकर्षण बल लगेगा।

प्र.15. किसी बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र का निर्धारण करने के

लिये प्रयुक्त परीक्षण आवेश (Test charge) अत्यन्त सूक्ष्म होना चाहिये। व्याख्या कीजिये कि क्यों?

उत्तर–किसी बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र का निर्धारण करने के लिये प्रयुक्त परीक्षण आवेश (Test Charge) अत्यन्त सूक्ष्म होना चाहिए, अन्यथा यदि परीक्षण आवेश अधिक परिमाण का होगा, तो वह अपना स्वयं का विद्युत क्षेत्र स्थापित करेगा, जिससे मूल विद्युत क्षेत्र जिसका आंकलन किया जा रहा है, निश्चित ही परिवर्तित हो जायेगा।

प्र.16. 2 g के ताँबे के गोले में 2×10^{22} परमाणु हैं। प्रत्येक परमाणु के नाभिक पर आवेश 29 e है। गोले को 2 μC आवेश देने के लिये गोले से कितने अंश (fraction) इलेक्ट्रान हटाये जायें?

उत्तर–गोले को $2\mu C = 2 \times 10^{-6}$ C का आवेश देने के लिये गोले से हटाये गये इलेक्ट्रॉनों की संख्या

$$n = \frac{q}{e} = \frac{2\times10^{-6}}{1.6\times10^{-19}}$$

$$n = 1.25 \times 10^{13}$$

गोले के परमाणुओं के नाभिकों पर कुल आवेश

$$Q = 2 \times 10^{22} \times 29e$$

$$Q = 5.8 \times 10^{23}\ e$$

अत: नाभिकों पर कुल आवेश

$$Q = 5.8 \times 10^{23} \text{ इलेक्ट्रॉन आवेश}$$

अत: हटाये गये इलेक्ट्रॉनों का अंश

$$= \frac{1.25\times10^{13}}{5.8\times10^{23}}$$

$$= 2.15 \times 10^{-11}$$

प्र.17. ठीक बराबर द्रव्यमान के सर्वसम धातु के दो गोले लिये गये हैं। एक को *q* ऋणावेश तथा दूसरे को उतने ही धनावेश से आवेशित किया गया है। क्या दोनों गोलों के द्रव्यमान में कोई अन्तर आयेगा? यदि हाँ तो क्यों?

उत्तर–हाँ, गोले को धन आवेशित करने के लिए उसकी सतह से इलेक्ट्रॉन विस्थापित करने पड़ते हैं। अत: उस धन आवेशित गोले का द्रव्यमान कम हो जाता है। इसी प्रकार ऋण आवेशित गोले को बाहर से इलेक्ट्रॉन देने पड़ते हैं। अत: इसके द्रव्यमान में वृद्धि हो जाती है। व्यावहारिक रूप में इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान (9.1×10^{-31} kg) अति सूक्ष्म है अत: द्रव्यमान का परिवर्तन नगण्य मानते हैं।

प्र.18. एक बिन्दु आवेश से दूर जाने पर आवेश के कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्र घटता है। यही बात एक विद्युत द्विध्रुव के लिये भी सत्य है। क्या दोनों में विद्युत क्षेत्र समान दर से घटता है?

उत्तर–नहीं, बिन्दु आवेश का क्षेत्र $E \propto \frac{1}{r^2}$ तथा विद्युत द्विध्रुव में $E \propto \frac{1}{r^3}$ के अनुसार परिवर्तित होता है। अत: विद्युत द्विध्रुव का क्षेत्र अधिक तेजी से घटता है।

प्र.19. आवेश संरक्षण नियम का उपयोग करके निम्न नाभिकीय अभिक्रियाओं में X तत्व को पहचानिये

(a) $_1H^1 + _4Be^9 \rightarrow X + _0n^1$

(b) $_6C^{12} + _1H^1 \rightarrow X$

(c) $_7N^{15} + _1H^1 \rightarrow X + _2He^4$

उत्तर–आवेश संरक्षण नियम का उपयोग करने पर–

(a)
$$q(X) = q(_1H^1) + q(_4Be^9) - q(_0n^1)$$
$$= 1e + 4e - 0 = 5e$$

अत: X तत्व बोरॉन (B) है।

(b)
$$q(X) = q(_6C^{12}) + q(_1H^1)$$
$$= 6e + 1e = 7e$$

अत: X तत्व नाइट्रोजन (N) है।

(c)
$$q(X) = q(_7N^{15}) + q(_1H^1) - q(_2He^4)$$
$$= 7e + e - 2e = 6e$$

अत: X तत्व कार्बन (C) है।

प्र.20. एक आवेशित कण विद्युत क्षेत्र में गति करने के लिये स्वतंत्र है। क्या यह सदैव विद्युत बल रेखा के अनुदिश गति करेगा?

उत्तर–नहीं, आवेशित कण पर बल सदैव विद्युत क्षेत्र रेखा के अनुदिश लगता है। यदि एक समान विद्युत क्षेत्र में धन आवेशित कण का प्रारम्भिक वेग शून्य या क्षेत्र रेखा की दिशा में है, तब कण क्षेत्र रेखा की दिशा में गति करेगा अन्यथा नहीं।

निबंधात्मक प्रश्न

प्र.1. दो आवेशों के मध्य स्थिर विद्युत बल के कूलॉम के नियम को परिभाषित कीजिये तथा इसकी सीमायें बताइये। इस नियम द्वारा इकाई आवेश की परिभाषा दीजिये।

उत्तर–अनुच्छेद 1.3 पर देखें।

प्र.2. विद्युत क्षेत्र की परिभाषा दीजिये। बिन्दु आवेश के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिये। इस क्षेत्र में अन्य आवेश q_0 लाने पर इस पर विद्युत बल का मान क्या होगा?

उत्तर–अनुच्छेद 1.5 व 1.6 पर देखें। विद्युत बल $\vec{F} = q_0 \vec{E}$

प्र.3. विद्युत द्विध्रुव किसे कहते हैं? द्विध्रुव आघूर्ण की परिभाषा दीजिये। विद्युत द्विध्रुव के कारण अक्षीय रेखा पर स्थित बिन्दु के लिये विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिये।

उत्तर–अनुच्छेद 1.9 व 1.10.1 पर देखें।

प्र.4. किसी विद्युत द्विध्रुव के कारण उसकी निरक्ष पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिये।

उत्तर–अनुच्छेद 1.10.2 पर देखें।

प्र.5. एक विद्युत द्विध्रुव एक समान विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ में स्थित है, उस पर कार्यरत बलाघूर्ण का सूत्र व्युत्पन्न कीजिये। यह किस अवस्था में अधिकतम होगा?

उत्तर–अनुच्छेद 1.11 पर देखें।

आंकिक प्रश्न

प्र.1. वायु में एक–दूसरे से **30 cm** दूरी पर रखे दो छोटे आवेशित गोलों पर क्रमशः $2\times10^{-7}C$ तथा $3\times10^{-7}C$ आवेश हैं। उनके मध्य बल ज्ञात करो।

हल– दिया है–$q_1 = 2 \times 10^{-7}$ कूलॉम, $q_2 = 3 \times 10^{-7}$ कूलॉम,
दूरी r = 30 सेमी = 0.3 मी.
अत: कूलॉम के नियमानुसार,

$$F = \frac{Kq_1q_2}{r^2}$$

$$= \frac{9\times10^9\times2\times10^{-7}\times3\times10^{-7}}{0.09}$$

$= 6 \times 10^{-3}$ न्यूटन

आवेश q_1 व q_2 दोनों धनावेश है अतः दोनों आवेशों के मध्य प्रतिकर्षण बल लगेगा।

प्र.2. दो समान धातु के गोले +10 μC एवं –20 μC आवेश से आवेशित किये गये हैं यदि इनको एक दूसरे के सम्पर्क में लाकर अलग कर पुनः उसी दूरी पर रख दिया जाये तब दोनों अवस्थाओं में बल का अनुपात ज्ञात कीजिये।

हल– दिया गया है– $q_1 = +10\mu C = +10 \times 10^{-6} C$

$q_2 = -20\mu C = -20 \times 10^{-6} C$

माना कि आवेशित गोलों के केन्द्रों के मध्य की दूरी r है।

तब
$$F = \frac{Kq_1q_2}{r^2}$$

$$= \frac{K(10\times10^{-6})(-20\times10^{-6})}{r^2}$$

$$= \frac{-2K\times10^{-10}}{r^2} \quad ...(1)$$

जब धातु के आवेशित गोलों को सम्पर्क में लाया जाता है, तब आवेशों का पुनर्वितरण हो जाता है।

प्रत्येक गोले पर आवेश $q = \frac{q_1+q_2}{2}$

$$q = \frac{10\times10^{-6}-20\times10^{-6}}{2}$$

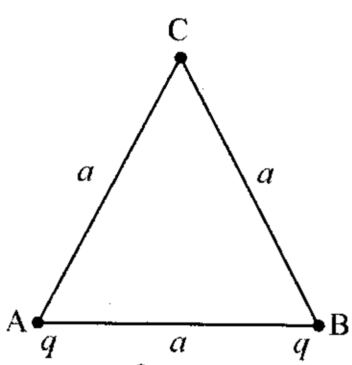
$$= \frac{-10\times10^{-6}}{2} = -5 \times 10^{-6} C$$

$$\therefore \quad F' = \frac{Kqq}{r^2} = \frac{K(-5\times10^{-6})(-5\times10^{-6})}{r^2}$$

$$F' = \frac{0.25K\times10^{-10}}{r^2} \quad ...(2)$$

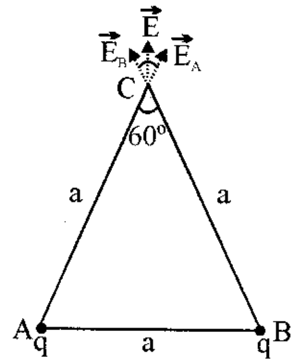
$$\therefore \quad \frac{F}{F'} = \frac{-2K\times10^{-10}}{r^2}\times\frac{r^2}{0.25K\times10^{-10}} = \frac{-8}{1}$$

प्र.3. भुजा a वाले एक समबाहु त्रिभुज के शीर्ष A और B पर समान आवेश q है। त्रिभुज के बिन्दु C पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण ज्ञात कीजिये।



चित्र 1.71

हल– माना कि बिन्दु A पर स्थित आवेश q तथा बिन्दु B पर स्थित आवेश q के कारण बिन्दु C पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रताएँ क्रमशः $\vec{E}_A$ तथा $\vec{E}_B$ है। तब



चित्र 1.72

$$E_A = E_B = \frac{Kq}{a^2}$$

∴ बिन्दु C पर परिणामी विद्युत क्षेत्र का परिमाण

$$E = \sqrt{E_A^2+E_B^2+2E_AE_B\cos60^\circ}$$

$$\because \quad E_A = E_B$$

$$\therefore \quad E = \sqrt{E_A^2+E_A^2+2E_AE_A(1/2)}$$

$$= \sqrt{3E_A^2} = \sqrt{3}E_A$$

$$\therefore \quad E = \frac{\sqrt{3}Kq}{a^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sqrt{3}q}{a^2}$$

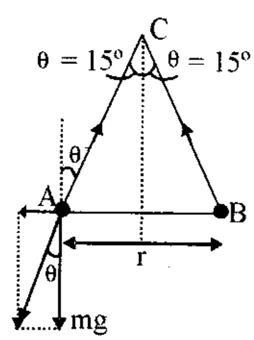
प्र.4. दो एक समान आवेशित गोलों को बराबर लम्बाई की डोरियों से लटकाया गया है। डोरियाँ परस्पर **30°** कोण बनाती हैं। जब **0.8 g cm⁻³** घनत्व के द्रव में लटकाया जाता है, तब भी वही कोण रहता है। यदि गोले के पदार्थ का घनत्व **1.6 g cm⁻³** है तब द्रव का परावैद्युतांक ज्ञात कीजिये।

हल– माना कि प्रत्येक गोले का द्रव्यमान m किग्रा तथा प्रत्येक गोले पर आवेश q कूलॉम है तथा साम्यावस्था में गोलों के बीच की दूरी r मीटर है। प्रत्येक गोला तीन बलों के अंतर्गत संतुलन में है–

(i) गोले का भार = mg

(ii) विद्युत प्रतिकर्षण बल $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{r^2} = \frac{Kq^2}{r^2}$

(iii) धागे का तनाव T (माना)



चित्र 1.73

इन बलों को ऊर्ध्वाधर व क्षैतिज घटकों में वियोजित करने पर,

$$T \cos 15^\circ = mg$$

$$T \sin 15^\circ = F = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}\frac{q^2}{r^2}$$

$$\therefore \quad \tan 15^\circ = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}\frac{q^2}{r^2 mg} \quad \ldots(1)$$

द्रव में गोलों को डुबाने पर प्रत्येक गोले का भार घटकर mg' हो जाता है तथा प्रतिकर्षण बल पहले मान का $\frac{1}{\epsilon_r}$ गुना हो जाता है। जहाँ ϵ_r द्रव का परावैद्युतांक है, अतः तनाव भी घट जाता है। लेकिन कोण अब भी 30° ही रहता है। अतः

$$\tan 15^\circ = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r}\frac{q^2}{r^2 mg'} \quad \ldots(2)$$

यहाँ $$g' = g\left(1 - \frac{d_{\text{द्रव}}}{d_{\text{ठोस}}}\right)$$

समीकरण (1) व (2) की तुलना करने पर,

$$g = \epsilon_r g' = \epsilon_r g\left(1 - \frac{d_{\text{द्रव}}}{d_{\text{ठोस}}}\right)$$

$$\epsilon_r = \frac{1}{1 - \frac{d_{\text{द्रव}}}{d_{\text{ठोस}}}} = \frac{d_{\text{ठोस}}}{d_{\text{ठोस}} - d_{\text{द्रव}}}$$

$$= \frac{1.6}{1.6 - 0.8}$$

$$= \frac{1.6}{0.8} = 2$$

अतः द्रव का परावैद्युतांक,

$$\epsilon_r = 2$$

प्र.5. दो समरूप गोलाकार चालक **B** व **C** समान आवेश से आवेशित हैं तथा परस्पर **F** बल से प्रतिकर्षित करते हैं जबकि उनको परस्पर कुछ दूरी पर रख दिया जाता है। तीसरा गोलाकार चालक इन्हीं के समरूप है परन्तु अनावेशित है। पहले यह **B** के सम्पर्क में लाया जाता है तत्पश्चात **C** के सम्पर्क में लाकर दोनों से अलग कर दिया जाता है। **B** तथा **C** के मध्य नवीन प्रतिकर्षण बल ज्ञात कीजिये।

हल—माना कि तीसरा गोला D है।

(i) गोले D को गोले B से स्पर्श कराने पर दोनों गोलों पर आवेश समान रूप से वितरित होगा, क्योंकि गोले समरूप है। अतः दोनों गोलों पर आवेश की मात्राएँ $\frac{q_B}{2}$ एवं $\frac{q_B}{2}$ होंगी।

(ii) अब गोले D को गोले C से स्पर्श कराने पर पुनः गोलों पर कुल आवेश $\left(q_C + \frac{q_B}{2}\right)$ समान मात्रा में वितरित होगा।

$$\because \quad q_B = q_C$$

अतः गोले C व गोले D पर आवेश की मात्राएँ $\frac{3}{4}q_B$ एवं $\frac{3}{4}q_B$ होंगी।

प्रारम्भ में गोले B व C के मध्य प्रतिकर्षण बल

$$F = \frac{Kq_Bq_C}{r^2}$$

अंत में गोले B व C के मध्य नवीन प्रतिकर्षण बल

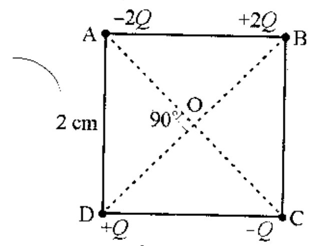
$$F' = \frac{Kq'_Bq'_C}{r^2} = \frac{K.\left(\frac{q_B}{2}\right)\left(\frac{3}{4}q_B\right)}{r^2}$$

$$\because \quad q_B = q_C$$

$$\therefore \quad F' = \frac{3}{8}\frac{Kq_Bq_C}{r^2} = \frac{3}{8}F$$

अर्थात् नवीन प्रतिकर्षण बल, प्रारम्भिक प्रतिकर्षण बल का $\frac{3}{8}$ गुना हो जाएगा।

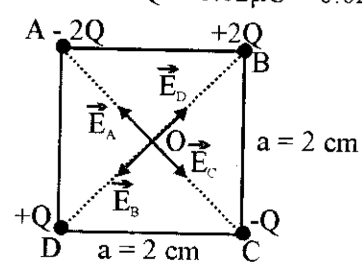
प्र.6. चित्र में चार बिन्दु आवेश **2 cm** भुजा के वर्ग कोनों पर रखे हैं। वर्ग के केन्द्र **O** पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता व दिशा ज्ञात कीजिये। $Q = 0.02\,\mu C$ है।



चित्र 1.74

हल—दिया गया है– वर्ग की भुजा

$$a = 2\text{ cm} = 2 \times 10^{-2}\text{ m},$$
$$Q = 0.02\mu C = 0.02 \times 10^{-6} C$$



चित्र 1.75

चित्र से स्पष्ट है, कि

$$AO = BO = CO = DO = \frac{1}{2}AC$$

$$= \frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

आवेश Q के कारण केन्द्र O पर विद्युत क्षेत्र

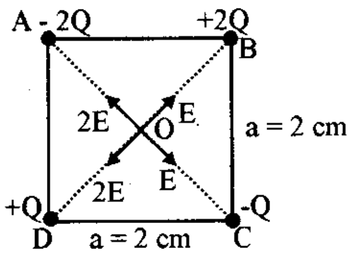
$$E = \frac{KQ}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

आवेश 2Q के कारण केन्द्र पर विद्युत क्षेत्र

$$E' = \frac{K.2Q}{(a/\sqrt{2})^2} = 2E$$

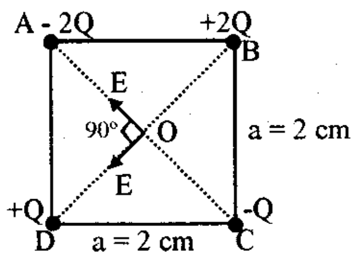
$\therefore$ $E_A = E_B = 2E$

तथा $E_C = E_D = E$



चित्र 1.76

अतः बिन्दु O पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता



चित्र 1.77

$$= \sqrt{E^2 + E^2 + 2EE\cos 90^\circ}$$

$$= \sqrt{E^2 + E^2} = \sqrt{2}E$$

$$= \frac{\sqrt{2} \times KQ}{\left(a/\sqrt{2}\right)^2}$$

$$= 2\sqrt{2}\frac{KQ}{a^2}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} \times 9 \times 10^9 \times 0.02 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2}$$

$$= 9\sqrt{2} \times 10^5 \ \frac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलॉम}}$$

विद्युत क्षेत्र की दिशा BA के समानांतर होगी।

प्र.7. विद्युत आवेश Q को दो भागों Q_1 व Q_2 में विभक्त करके परस्पर r दूरी पर रखा गया है। दोनों के मध्य प्रतिकर्षण का बल अधिकतम होने की शर्त क्या होगी?

हल– $\because$ $Q_1 + Q_2 = Q$ ...(1)

तथा $F = \frac{KQ_1Q_2}{r^2}$ ...(2)

समी. (1) व (2) से–

$$F = \frac{KQ_1(Q - Q_1)}{r^2}$$

प्रतिकर्षण बल F का मान अधिकतम होने के लिए

$$\frac{dF}{dQ_1} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dQ_1}\left[\frac{KQ_1}{r^2}(Q - Q_1)\right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dQ_1}\left[\frac{KQ_1Q}{r^2} - \frac{KQ_1^2}{r^2}\right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{KQ}{r^2} - \frac{2KQ_1}{r^2} = 0$$

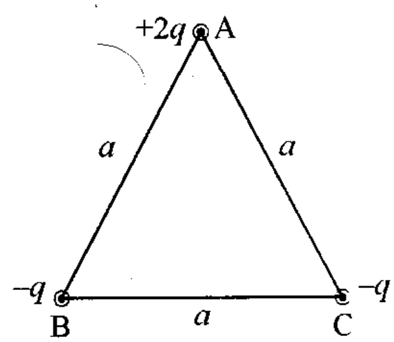
$$\Rightarrow Q_1 = Q/2$$

समी. (1) से $\frac{Q}{2} + Q_2 = Q$

$$\Rightarrow Q_2 = \frac{Q}{2}$$

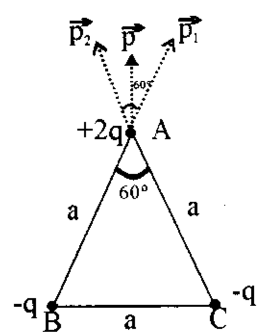
$$\therefore Q_1 = Q_2 = \frac{Q}{2}$$

प्र.8. a भुजा वाले समबाहु त्रिभुज **ABC** के शीर्षों पर तीन आवेशों **+2q, –q** तथा **–q** को क्रमशः **A, B** एवं **C** पर चित्र के अनुसार रखा गया है। इस निकाय का द्विध्रुव आघूर्ण ज्ञात कीजिये।



चित्र 1.78

हल–दिया गया विद्युत निकाय चित्र में प्रदर्शित दो विद्युत द्विध्रुवों $\vec{p}_1$ व $\vec{p}_2$ के समतुल्य है, जो परस्पर A बिन्दु पर 60° कोण पर झुके हैं।



चित्र 1.79

प्रत्येक द्विध्रुव के लिए द्विध्रुव की लम्बाई = a

$p_1 = qa$ ...(1)

$\vec{p}_1$ की दिशा B से A की ओर

$$p_2 = qa \qquad ...(2)$$

$\vec{p}_2$ की दिशा C से A की ओर

$\therefore$ परिणामी विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण $\vec{p}$ का परिमाण

$$p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\cos 60^\circ}$$

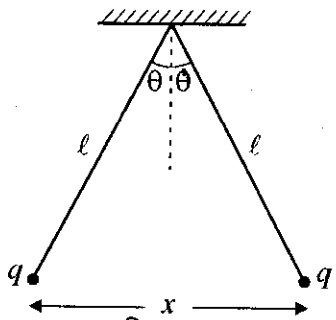
$$p = \sqrt{p_1^2 + p_1^2 + 2p_1p_1(1/2)}$$

$$[\because p_1 = p_2]$$

$$p = \sqrt{3p_1^2} = \sqrt{3}p_1$$

$$p = \sqrt{3}qa$$

प्र.9. **दो समान छोटी गेंदे, प्रत्येक का द्रव्यमान m तथा प्रत्येक पर आवेश q सिल्क के धागों से (प्रत्येक धागे की लम्बाई l) चित्र के अनुसार लटकाई गई हैं। इनके मध्य दूरी x और धागों के मध्य कोण $(2\theta \approx 10^\circ)$ है। तब साम्यावस्था की स्थिति में दूरी x का मान ज्ञात करो।**

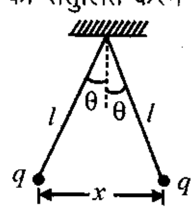


चित्र 1.80

हल– साम्यावस्था में एक गेंद पर लग रहे बलों को नीचे चित्र में दिखाया गया है। विभिन्न बलों के x- और y- घटकों को संतुलित करने पर

$$T\cos\theta = mg$$

$$T\sin\theta = F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{x^2}$$

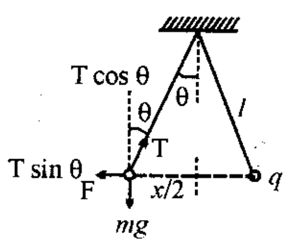


चित्र 1.81

या
$$\tan\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{x^2 mg}$$

क्योंकि θ अल्प है अतः

$$\tan\theta \approx \sin\theta = \frac{x}{2l}$$



चित्र 1.82

अतः
$$\frac{x}{2l} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 mg x^2}$$

या
$$x = \left(\frac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 mg}\right)^{\frac{1}{3}}$$

प्र.10. **किसी निकाय में दो आवेश $q_A = 2.5\times10^{-7}C$ तथा $q_B = -2.5\times10^{-7}C$ क्रमशः दो बिन्दुओं A (0, 0, –15 cm) तथा B (0, 0, +15 cm) पर स्थित हैं। निकाय का विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण ज्ञात कीजिये।**

हल–प्रश्नानुसार आवेश $q_A = 2.5\times10^{-7}$ कूलॉम, बिन्दु A(0, 0, –15 सेमी.) तथा $q_B = -2.5\times10^{-7}$ कूलॉम, बिन्दु B (0, 0, +15 सेमी.) पर स्थित है।

निकाय का कुल आवेश $q = q_A + q_B$

$$q = 2.5\times10^{-7} + (-2.5\times10^{-7}) = 0$$

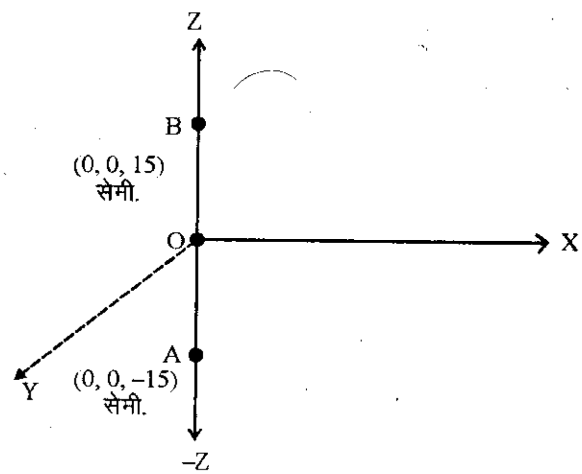
आवेशों के मध्य दूरी $d = 30$ सेमी. $= 30\times10^{-2}$ मी.

अतः द्विध्रुव आघूर्ण

$$p = qd = 30\times10^{-2}\times2.5\times10^{-7}$$

$$p = 7.5\times10^{-8}\text{ कूलॉम–मी.}$$

इसकी दिशा ऋणात्मक Z अक्ष के अनुदिश होगी।



चित्र 1.83

प्र.11. **$4\times10^{-9}\,Cm$ द्विध्रुव आघूर्ण का कोई विद्युत द्विध्रुव $5\times10^4\,NC^{-1}$ परिमाण के एकसमान विद्युत क्षेत्र की दिशा से 30° पर संरेखित है। द्विध्रुव पर कार्यरत बलाघूर्ण के परिमाण का परिकलन कीजिये।**

हल– दिया है– $p = 4\times10^{-9}$ कूलॉम–मी., $E = 5\times10^4$ न्यूटन/कूलॉम, $\theta = 30^\circ$

अतः बलाघूर्ण

$$\tau = pE\sin\theta$$
$$= 4\times10^{-9}\times5\times10^4\sin30^\circ$$
$$\tau = 20\times10^{-5}\times\frac{1}{2}$$
$$= 10\times10^{-5}\text{ न्यूटन–मी.}$$

या $\tau = 10^{-4}$ न्यूटन–मी.

बलाघूर्ण की दिशा विद्युत क्षेत्र तथा विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण के लम्बवत् है।

प्र.12. दो बिन्दु आवेशों q_1 तथा q_2 के मध्य दूरी **3 m** है। इन आवेशों का योग **20 μC** हैं। यदि एक आवेश दूसरे आवेश को **0.075 N** के बल से प्रतिकर्षित करें तब दोनों आवेशों के मान ज्ञात करो।

हल– प्रश्नानुसार $q_1 + q_2 = 20\mu C = 20 \times 10^{-6} C$ ...(1)

$$F = \frac{Kq_1q_2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \quad q_1q_2 = \frac{Fr^2}{K} = \frac{0.075 \times (3)^2}{9 \times 10^9}$$

$= 0.075 \times 10^{-9}$ कूलॉम

$\Rightarrow \quad q_1q_2 = 75 \times 10^{-12}$ कूलॉम^2

$\because \quad (q_1 - q_2)^2 = (q_1 + q_2)^2 - 4q_1q_2$

$= (20 \times 10^{-6})^2 - 4 \times 75 \times 10^{-12}$

$= 400 \times 10^{-12} - 300 \times 10^{-12}$

$= 100 \times 10^{-12} = 10^{-10}$ कूलॉम^2

$q_1 - q_2 = 10^{-5}$ कूलॉम ...(2)

समी. (1) व (2) को हल करने पर–

$q_1 = 15 \times 10^{-6}$ C

$q_2 = 5 \times 10^{-6}$ C

प्र.13. **+ 10 μC** तथा **–10 μC** के दो आवेशों को **2 cm** की दूरी पर रखा जाता है। इनकी अक्षीय रेखा एवं निरक्ष रेखा पर द्विध्रुव के केन्द्र से **60 cm** की दूरी पर स्थित किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की गणना करो।

हल– दिया गया है– द्विध्रुव के आवेश का परिमाण $q = 10 \times 10^{-6} C = 10^{-5} C$

$d = 2$ cm $= 2 \times 10^{-2}$ m

$r = 60$ cm $= 60 \times 10^{-2}$ m

(i) अक्षीय रेखा पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_a = \frac{2Kp}{r^3} = \frac{2Kqd}{r^3}$$

$$= \frac{2 \times 9 \times 10^9 \times 10^{-5} \times 2 \times 10^{-2}}{(60 \times 10^{-2})^3}$$

$$E_a = 1.67 \times 10^4 \frac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलॉम}}$$

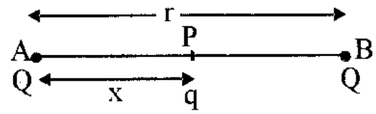
(ii) निरक्षीय रेखा पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_e = \frac{Kp}{r^3} = \frac{E_a}{2}$$

$$= 0.83 \times 10^4 \frac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलॉम}}$$

प्र.14. दो समान बिन्दुवत आवेश ***Q*** जो परस्पर कुछ दूरी पर रखे गये हैं, को मिलाने वाली रेखा के मध्य में अन्य आवेश ***q*** रखा गया है। ***q*** का मान एवं प्रकृति ज्ञात कीजिये कि निकाय संतुलित रहे।

हल– माना कि तीनों आवेश चित्रानुसार रखे है–



चित्र 1.84

A पर स्थित आवेश B पर स्थित आवेश के कारण प्रतिकर्षित होगा, अत: निकाय के संतुलन के लिए आवश्यक है कि q आवेश Q आवेश की विपरीत प्रकृति का हो, ताकि यह इसके द्वारा आकर्षित हो सके।

इस प्रकार निकाय के संतुलन के लिए –

A पर स्थित आवेश Q पर B पर स्थित आवेश Q के कारण प्रतिकर्षण बल = Q तथा q के मध्य आकर्षण बल

$$\Rightarrow \quad \frac{KQQ}{r^2} = \frac{KQq}{x^2}$$

$$\Rightarrow \quad q = \frac{Qx^2}{r^2}$$

$\because$ प्रश्नानुसार PA = PB = x, $x = \frac{r}{2}$

$$\Rightarrow \quad q = \frac{Q.(r/2)^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \quad q = \frac{Q}{4}$$

q आवेश, Q आवेश की विपरीत प्रकृति का होने के कारण

$$q = -\frac{Q}{4}$$

प्र.15. एकसमान विद्युत क्षेत्र में प्रोटॉन, ड्यूटेरॉन एवं α – कण के त्वरणों का अनुपात ज्ञात कीजिये।

हल– $\because \quad F = qE = ma$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{qE}{m}$$

प्रश्नानुसार विद्युत क्षेत्र E एक समान है।

$\therefore$ प्रोटॉन का त्वरण $a_p = \frac{eE}{m}$

ड्यूटेरॉन (^2_1H) का त्वरण

$a_d = \frac{eE}{2m} \qquad \therefore m_d = 2m_p = 2m$

α-कण (^4_2He) का त्वरण

$a_\alpha = \frac{2eE}{4m} \qquad \therefore m_\alpha = 4m_p = 4m$

$a_\alpha = \frac{eE}{2m}$

$$\therefore \quad a_p : a_d : a_\alpha = \frac{eE}{m} : \frac{eE}{2m} : \frac{eE}{2m}$$

$$= 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 2 : 1 : 1$$

$$\Rightarrow \quad a_p : a_d : a_\alpha = 2 : 1 : 1$$

अन्य महत्वपूर्ण प्रश्न

महत्त्वपूर्ण वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. किसी प्रोटॉन पर उसके भार के बराबर विद्युत बल लगाने के लिए विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मान है–
(अ) 1.6×10^{-19} वोल्ट/मीटर (ब) 1.67×10^{-27} वोल्ट/मीटर
(स) 1.04×10^{-7} वोल्ट/मीटर (द) 1.04×10^{19} वोल्ट/मीटर।

2. यदि $9q$ आवेश तथा $3q$ आवेश एक दूसरे से r दूरी पर स्थित हों तो वह दूरी जहाँ पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मान शून्य होता है, होगी–
(अ) $9q$ आवेश से $\frac{r}{[1+\sqrt{(1/3)}]}$ दूरी पर
(ब) $9q$ आवेश से $\frac{r}{[1+\sqrt{3}]}$ दूरी पर
(स) $3q$ आवेश से $\frac{r}{[1-\sqrt{3}]}$ दूरी पर
(द) $3q$ आवेश से $\frac{r}{[1-\sqrt{(1/3)}]}$ दूरी पर

3. एक वर्ग के केन्द्र पर $+q$ आवेश रखा हुआ है। इस आवेश के कारण वर्ग के कोने पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मान E_1 तथा वर्ग की भुजा के मध्य बिन्दु पर तीव्रता का मान E_2 हो तो E_1/E_2 का मान होगा–
(अ) 2 (ब) 1/2 (स) $\sqrt{2}$ (द) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

4. दो समान प्रकृति के आवेश q एक दूसरे से x दूरी पर रखे हैं। इनके मध्य दूरी पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र होगा–
(अ) $\frac{Kq^2}{x^2}$ (ब) $\frac{Kq^2}{2x^2}$ (स) $\frac{Kq^2}{4x^2}$ (द) शून्य

5. एक समबाहु DABC के आधार बिन्दु A और B पर दो समान आवेश $+q$ और $-q$ रहें हों, तो शीर्ष बिन्दु C पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता होगी।
(अ) AB के समान्तर A से B की ओर
(ब) AB के समान्तर B से A की ओर
(स) AB के लम्बरूप आधार से शीर्ष की ओर
(द) AB के लम्बरूप शीर्ष से आधार की ओर।

6. दो बिन्दु आवेश पहले वायु में तथा फिर ϵ_r परावैद्युतांक वाले माध्यम में उतनी ही परस्पर दूरी पर रखे जाते है। दोनों दशाओं में आवेशों के बीच लगने वाले बलों में अनुपात है–
(अ) $1 : \epsilon_r$ (ब) $\epsilon_r : 1$ (स) $1 : \epsilon_r^2$ (द) $\epsilon_r^2 : 1$

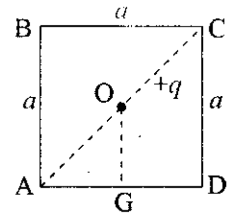
हल एवं संकेत

1. **(स)** $E = \frac{F}{q} = \frac{m_p g}{q_p}$

2. **(अ)** $F_1 = F_2$, $\frac{K\,9q \times q_0}{x^2} = \frac{K\,3q \times q_0}{(r-x)^2}$

3. **(ब)** $(AC)^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$

$AC = a\sqrt{2}$



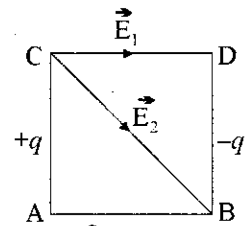
चित्र 1.85

$$E_1 = \frac{Kq}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{2Kq}{a^2}$$

$$E_2 = \frac{Kq}{(OG)^2} = \frac{4Kq}{a^2}.$$

4. **(द)** शून्य $E_1 = -E_2 \quad \therefore \; E_1 + E_2 = 0$

5. **(अ)** AB के समान्तर A से B की ओर



चित्र 1.86

6. **(ब)** $F_o = \frac{Kq_1q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1q_2}{r^2}$

$$F_m = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{q_1q_2}{r^2}$$

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. आवेशित काँच की छड़ कागज के टुकड़े को क्यों आकर्षित करती है ?

उत्तर कागज एक परावैद्युत है जब आवेशित छड़ को इसके समीप लाते है। तो कागज के परमाणुओं का ध्रुवीकरण (Polarisation) हो जाता है। इन परमाणुओं के ऋण आवेश के केन्द्र काँच की छड़ के समीप आ जाते हैं। इस कारण आकर्षण बल प्रतिकर्षण बल की तुलना में अधिक हो जाता है। इस कारण कागज के टुकड़े काँच की छड़ की ओर आकर्षित हो जाते हैं।

प्र.2. क्या दो समान आवेशित गेंदे एक दूसरे को आकर्षित करती है?

उत्तर– हाँ, जब एक गेंद A पर आवेश दूसरी गेंद B की तुलना में अधिक है तो प्रेरण के कारण B पर विपरीत प्रकृति का कुछ आवेश प्रेरित हो जाता है। अतः B, A की ओर नेट आकर्षण बल अनुभव करेगी।

प्र.3. किसी विद्युत द्विध्रुव के निरक्षीय रेखा रेखा पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा क्या होती है।

उत्तर– निरक्षीय रेखा पर स्थित बिन्दु पर उत्पन्न विद्युत क्षेत्र की दिशा विद्युत द्विध्रुव की अक्ष के समान्तर तथा द्विध्रुव आघूर्ण के विपरीत दिशा में होती है।

प्र.4. (a) " किसी वस्तु का विद्युत आवेश क्वांटीकृत है';', इस प्रकथन से क्या तात्पर्य है? (b) स्थूल अथवा बड़े पैमाने पर विद्युत आवेशों से व्यवहार करते समय हम विद्युत आवेश के क्वांटमीकरण

की उपेक्षा कैसे कर सकते हैं?

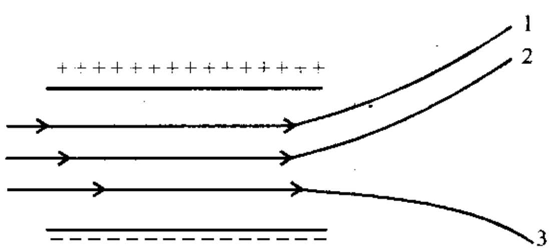
हल–(a) इस कथन का आशय है कि किसी वस्तु पर आवेश की मात्रा, आवेश के क्वांटा $e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम के पूर्ण गुणज के रूप में ही संभव है अर्थात् $q = \pm ne$ जहाँ $n = 1, 2, 3.....$

(b) वृहद् पैमाने पर आवेश की मात्रा, क्वांटा $e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम से अत्यधिक बड़ी होती है जैसे $1\ \mu C$ आवेश, $e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम से 10^{13} गुना होता है अतः इस स्थिति में वस्तु पर आवेश वितरण, कणीय रूप में न रहकर, परस्पर इतना निकट होता है कि इसे सतत् माना जा सकता है तथा आवेश के क्वांटीकरण की उपेक्षा की जा सकती है।

प्र.5. जब कांच की छड़ को रेशम के टुकड़े से रगड़ते हैं तो दोनों पर आवेश आ जाता है। इसी प्रकार की परिघटना का वस्तुओं के अन्य युग्मों में भी प्रेक्षण किया जाता है। स्पष्ट कीजिए कि यह प्रेक्षण आवेश संरक्षण नियम से किस प्रकार सामंजस्य रखता है।

हल– यह परिघटना बताती है कि आवेश का स्थानान्तरण संभव है। परस्पर रगड़ने पर एक वस्तु पर जितना धनात्मक आवेश उत्पन्न होता है उतना ही ऋणात्मक आवेश दूसरी वस्तु पर उत्पन्न होता है तथा कुल आवेश नियत रहता है। अतः कहा जा सकता है कि "आवेश न तो उत्पन्न किया जा सकता है एवं न ही नष्ट किया जा सकता है वरन् यह एक वस्तु से दूसरी वस्तु में स्थानान्तरित किया जा सकता है।"

प्र.6. चित्र में किसी एकसमान स्थिरविद्युत क्षेत्र में तीन आवेशित कणों के पथचिन्ह (tracks) दर्शाए गए हैं। तीनों आवेशों के चिन्ह लिखिए। इनमें से किस कण का आवेश-संहति अनुपात (q/m) अधिकतम है?



चित्र 1.87

हल– विद्युत क्षेत्र में आवेश का विक्षेप विपरीत आवेशित प्लेट की ओर होता है अतः कण (1) व (2) ऋणात्मक आवेशित है जबकि कण (3) धनात्मक आवेशित है।

आवेशित कण को विद्युत क्षेत्र में प्राप्त त्वरण तथा परिमाणस्वरूप विक्षेप की मात्रा q/m अनुपात के समानुपाती होती है अर्थात् $y \propto q/m$ अतः कण (3) का आवेश संहति अनुपात अधिकतम है क्योंकि इसका विक्षेप अधिकतम है।

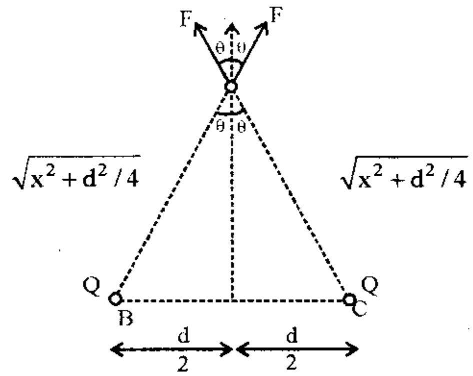
आंकिक प्रश्न

प्र.1. दो समान आवेश d दूरी पर स्थित हैं एक तीसरे आवेश को लम्बार्धक पर x दूरी पर रखा गया है। यह आवेश अधिकतम कूलॉम बल का अनुभव करे तब x का मान क्या होगा?

हल– माना कि तीसरा आवेश q है तथा इसे चित्रानुसार व्यवस्थित किया गया है q पर कार्यरत परिणामी बल

$$F_{net} = 2F\cos\theta$$

जहाँ
$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Qq}{\left(x^2 + d^2/4\right)}$$



चित्र 1.88

तथा
$$\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2/4}}$$

$$\therefore \quad F_{net} = 2\times\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Qq}{\left(x^2 + d^2/4\right)}\cdot\frac{x}{(x^2 + d^2/4)^{1/2}}$$

$$= \frac{2Qqx}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2 + \frac{d^2}{4}\right)^{3/2}}$$

F_{net} के अधिकतम होने के लिए शर्त $\frac{dF_{net}}{dx} = 0$

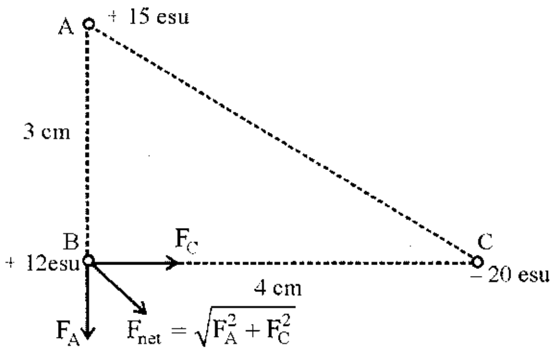
अर्थात् $$\frac{d}{dx}\left[\frac{2Qqx}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2 + d^2/4\right)^{3/2}}\right] = 0$$

या $$\left[\left(x^2 + \frac{d^2}{4}\right)^{-3/2} - 3x^2\left(x^2 + \frac{d^2}{4}\right)^{-5/2}\right] = 0$$

अर्थात् $x = \pm\frac{d}{2\sqrt{2}}$

प्र.2. ABC एक समकोण त्रिभुज है, जिसमें AB = 3cm, BC = 4cm एवं $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ है। तीन आवेशों +15, + 12 एवं –20 स्थिर वैद्युत मात्रक (e.s.u.) को क्रमशः A, B व C पर रखा गया है। B पर स्थित आवेश पर कार्यरत बल ज्ञात कीजिए।

हल– B पर कार्यरत परिणामी बल $F_{net} = \sqrt{F_A^2 + F_C^2}$



चित्र 1.89

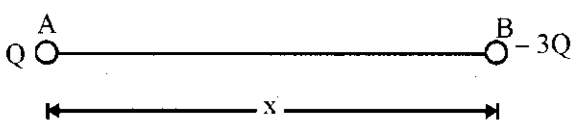
$$F_A = \frac{15 \times 12}{(3)^2} = 20 \text{ डाइन}$$

$$F_C = \frac{12 \times 20}{(4)^2} = 15 \text{ डाइन}$$

$$F_{net} = 25 \text{ डाइन}$$

प्र.3. दो बिन्दु आवेश Q व –3Q एक-दूसरे से कुछ दूरी पर रखे हैं। यदि Q स्थिति पर विद्युत क्षेत्र E हो तो स्थिति – 3Q पर यह कितना होगा?

हल– माना कि आवेश Q तथा –3Q क्रमशः A व B बिन्दुओं पर स्थित हैं इनके मध्य की दूरी x है। अतः –3Q आवेश के कारण बिन्दु A पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E = \frac{3Q}{x^2}$ (AB के अनुदिश-ऋणावेश की ओर)

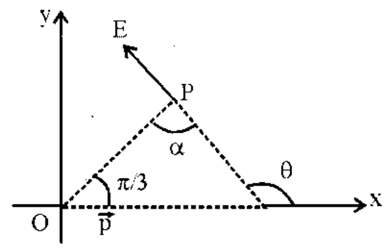


चित्र 1.90

अब –3Q आवेश की स्थिति पर विद्युत क्षेत्र (आवेश Q के कारण बिन्दु B पर विद्युत क्षेत्र) $E' = \frac{Q}{x^2} = \frac{E}{3}$ (AB के अनुदिश ऋणावेश की ओर)

प्र.4. मूल बिन्दु O पर X-अक्ष के अनुदिश एक वैद्युत द्विध्रुव रखा गया है। इस मूल बिन्दु से 20 सेमी. दूर एक ऐसा बिन्दु P स्थित है कि OP X-अक्ष से π/3 का कोण बनाती है। यदि P पर वैद्युत क्षेत्र X-अक्ष के साथ θ कोण बनाता है, तो θ का मान ज्ञात कीजिए।

हल– प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर चित्र की ज्यामिति से,



चित्र 1.91

$$\theta = \frac{\pi}{3} + \alpha$$

$$\tan\alpha = \frac{1}{2}\tan\frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha = \tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}$$

अतः $\theta = \frac{\pi}{3} + \tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}$