विद्युत धारिता
ELECTRICAL CAPACITANCE

4 CHAPTER

4.1 चालक एवं विद्युतरोधी (Conductor and Insulator)

पदार्थों में विद्युत आवेश की गति के अनुसार, पदार्थों को मुख्यतः दो भागों में बाँटा जा सकता है–

1. चालक (conductors) तथा
2. कुचालक या विद्युतरोधी (Non-conductors or Insulators)

1. चालक (Conductors)–

वह पदार्थ जिससे होकर आवेश (या विद्युत) का प्रवाह आसानी से हो सकता है, चालक कहलाता है। चालकों में अत्यधिक संख्या में मुक्त इलेक्ट्रॉन होते है। ये इलेक्ट्रॉन सम्पूर्ण चालक में गति करने के लिए स्वतंत्र होते है तथा आसानी से इन्हें चालक के बाहर स्थानान्तरित किया जा सकता है। जिससे इन्हें गतिशील आवेश कहा जाता है। अधिकांश चालकों में गतिशील आवेश इलेक्ट्रॉन होते है, परन्तु विद्युत अपघट्यों (electrolytes) में गतिशील आवेश, इलेक्ट्रॉन तथा आयन दोनों होते हैं।

सोना, चाँदी विद्युत का सबसे अच्छा चालक है। सभी धातुएँ (जैसे–ताँबा, लोहा, ऐलुमिनियम आदि), पारा, पृथ्वी, मानव तथा जंतु शरीर, अम्ल (acid), क्षार (alkalis) तथा लवणों के घोल (Salt solutions) आदि विद्युत के चालक है।

जब किसी चालक को आवेश दिया जाता है तो यह आवेश चालक के बाह्य पृष्ठ पर फैल जाता है तथा चालक के भीतर प्रत्येक बिन्दु पर आवेश शून्य होता है।

2. विद्युतरोधी (Insulators)–

वह पदार्थ जिससे होकर आवेश (या विद्युत) का प्रवाह नहीं हो सकता है, कुचालक या विद्युतरोधी कहलाता है। लकड़ी, काँच, पॉर्सेलेन, प्लास्टिक, एबोनाइट, मोम, सीसा, अभ्रक, रेशम, फर, नॉयलोन, शुद्ध पानी आदि विद्युत के कुचालक है।

विद्युतरोधी में मुक्त इलेक्ट्रॉन उपस्थित नहीं होते है (अथवा मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या नगण्य होती है) अर्थात् इनमें इलेक्ट्रॉन अपने परमाणु से ही बद्ध रहते है तथा वे पदार्थ में घूमने के लिए स्वतंत्र नहीं हो पाते है। इसी कारण से किसी विद्युतरोधी को आवेश देने पर यह केवल उसी स्थान पर बना रहता है जहाँ आवेश दिया जाता है, सम्पूर्ण विद्युतरोधी में नहीं फैलता है।

यही कारण है कि सूखे बालों में प्लास्टिक कंघी करने पर कंघी आवेशित हो जाती है परन्तु धात्विक स्केल आवेशित नहीं होता है क्योंकि धातु तथा हमारा शरीर दोनों ही विद्युत के चालक होने के कारण धात्विक स्केल से आवेश का क्षरण हमारे शरीर से होकर पृथ्वी में हो जाता है।

4.2 मुक्त एवं बद्ध आवेश (Free and Bound Charges)

प्रत्येक पदार्थ परमाणुओं से मिलकर बना होता है। प्रत्येक परमाणु के केन्द्र में धनावेशित नाभिक होता है जिसके चारों ओर विभिन्न वृत्ताकार कक्षाओं में ऋणावेशित कण इलेक्ट्रॉन चक्कर लगाते रहते है। नाभिक के समीप स्थित कक्षाओं में घूमने वाले इलेक्ट्रॉनों पर नाभिक के कारण अत्यन्त प्रबल विद्युत आकर्षण बल लगता है जिसके कारण इलेक्ट्रॉन दृढ़तापूर्वक नाभिक से बद्ध होते है। परन्तु जैसे–जैसे नाभिक से दूर जाते है, यह बन्धन बल घटता जाता है।

ठोस पदार्थों में परमाणु परस्पर नियमित तथा आवर्ती रूप से संरेखित होते है। परमाणुओं के मध्य प्रबल अन्तर परमाण्वीय बल लगते हैं जिसके परिणामस्वरूप परमाणु की बाह्यतम कक्षा के इलेक्ट्रॉनों का उसके नाभिक से बन्धन अत्यन्त क्षीण हो जाता है तथा परमाणु की बाह्यतम कक्षा के इलेक्ट्रॉन लगभग स्वतंत्र हो जाते है। ये इलेक्ट्रॉन पदार्थ के भीतर स्वतंत्रतापूर्वक गति कर सकते हैं, परन्तु साधारण स्थिति में पदार्थ को छोड़कर बाहर नहीं जा सकते है। इन इलेक्ट्रॉनों को स्वतंत्र इलेक्ट्रॉन या मुक्त इलेक्ट्रॉन (free electrons) कहते हैं। इस प्रकार, सम्पूर्ण पदार्थ में **मुक्त इलेक्ट्रॉन** तथा धनायन (परमाणु का अवशिष्ट नाभिक जिसकी बाह्य कक्षा का इलेक्ट्रॉन मुक्त होता है) पाये जाते हैं। धनायन अथवा परमाणु का अवशिष्ट नाभिक जिसकी बाह्य कक्षा का इलेक्ट्रॉन मुक्त होता है, **बद्ध आवेश** (bound charge) कहलाता है।

4.3 परावैद्युत पदार्थ एवं ध्रुवण (Dielectric substance and Polarisation)

परावैद्युत माध्यम (Dielectric medium)–परावैद्युत वे पदार्थ होते हैं जो अपने में से विद्युत को प्रवाहित नहीं होने देते है, परन्तु विद्युत प्रभाव का प्रदर्शन करते है। इनमें मुक्त इलेक्ट्रॉनों का अभाव (मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या लगभग नगण्य) होता है। उदाहरण के लिए, एबोनाइट, काँच, मोम, कागज, तेल, अभ्रक आदि परावैद्युत पदार्थ है। ये पदार्थ विद्युतरोधी होते है, जो बाह्य विद्युत क्षेत्र में रखे जाने पर ध्रुवित (Polarised) हो जाते है।

हम जानते है कि प्रत्येक पदार्थ अणुओं से मिलकर बना होता है। अणु विद्युत रूप से उदासीन होते है, यद्यपि उनमें विपरीत प्रकार के आवेशित कण (इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन) उपस्थित रहते है। नाभिक के भीतर धनावेशित प्रोटॉन होते है जबकि नाभिक के बाहर ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन उसके चारों ओर वितरित रहते है।

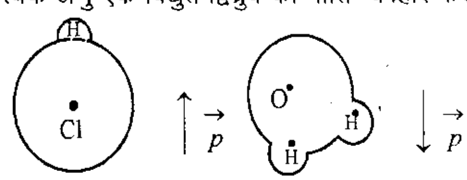
आवेश का केन्द्र (Centre of charge)–यह एक ऐसा बिन्दु होता है जहाँ पर समस्त आवेश को केन्द्रित माना जा सकता है। यह बिन्दु द्रव्यमान केन्द्र से सम्पाती होता है। इस प्रकार प्रत्येक अणु में आवेश के दो केन्द्र होते है–

(i) धनावेश का केन्द्र तथा (ii) ऋणावेश का केन्द्र

परावैद्युत दो प्रकार के होते है–

(i) ध्रुवीय परावैद्युत तथा (ii) अध्रुवीय परावैद्युत

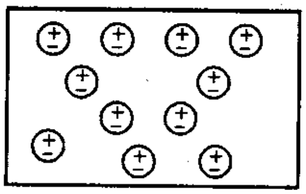
(i) ध्रुवीय परावैद्युत (Polar dielectrics)–वे पदार्थ जिनके अणुओं के धनावेशों का केन्द्र तथा ऋणावेशों का केन्द्र सम्पाती नहीं होता है, ध्रुवीय परावैद्युत कहलाते है। उदाहरण के लिए, HCl, H_2O आदि ध्रुवीय परावैद्युत है। इनका प्रत्येक अणु एक विद्युत द्विध्रुव की भाँति व्यवहार करता है। (चित्र)



(i) HCl (ii) H_2O

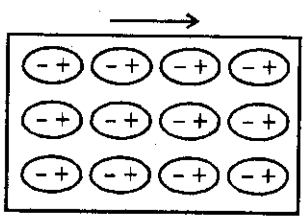
चित्र 4.1

बाह्य विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में ध्रुवीय परावैद्युत के अणु–द्विध्रुव तापीय विक्षोभ के कारण अनियमित रूप से अव्यवस्थित रहते है। (चित्र (a)) तथा एक अणु का धन सिरा दूसरे अणु के ऋण सिरे के समीप होता है। इस प्रकार पदार्थ का परिणामी द्विध्रुव आघूर्ण शून्य होता है। जब किसी ध्रुवीय परावैद्युत को बाह्य विद्युत क्षेत्र में रखा जाता है तब उसके प्रत्येक अणु (या द्विध्रुव) पर बल आघूर्ण आरोपित होता है जो उसे बाह्य विद्युत क्षेत्र की दिशा में संरेखित करने का प्रयास करता है। (चित्र (b))



चित्र (a)– बाह्य विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में

बाह्य विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$



चित्र 4.2 (b)–बाह्य विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में

जैसे–जैसे बाह्य विद्युत क्षेत्र की तीव्रता बढ़ती जाती है, अधिक से अधिक अणु–द्विध्रुव, बाह्य विद्युत क्षेत्र की दिशा में संरेखित होने लगते है। इसे परावैद्युत ध्रुवण कहते है।

यहां ध्रुवण की सीमा दो परस्पर विरोधी कारकों की आपेक्षिक तीव्रता पर निर्भर करती है–

(i) विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव स्थितिज ऊर्जा (यह द्विध्रुव को विद्युत क्षेत्र के साथ संरेखित करने का प्रयास करती है) (ii) तापीय ऊर्जा (यह द्विध्रुव के संरेखण को अव्यवस्थित करने का प्रयास करती है।)

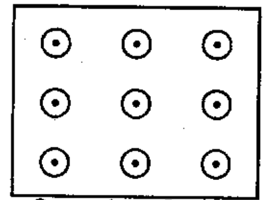
(ii) अध्रुवीय परावैद्युत (Non-polar dielectrics)

वे पदार्थ जिनके अणुओं के धनावेशों का केन्द्र तथा ऋणावेशों का केन्द्र सम्पाती होता है, अध्रुवीय परावैद्युत कहलाते है। उदाहरण के लिए, H_2, O_2, CO_2, N_2 आदि अध्रुवीय परावैद्युत है। इनके प्रत्येक अणु का द्विध्रुव आघूर्ण शून्य होता है। (चित्र)

(i) H_2 (ii) O_2 (iii) CO_2

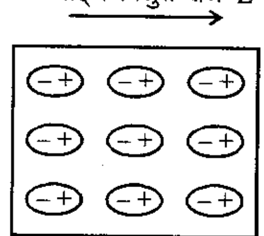
चित्र 4.3 : अध्रुवीय परावैद्युत

जब अध्रुवीय परावैद्युत को बाह्य विद्युत क्षेत्र में रखा जाता है, तो धनावेश का केन्द्र विद्युत क्षेत्र की दिशा में तथा ऋणावेश का केन्द्र, विद्युत क्षेत्र की दिशा के विपरीत, थोड़ा–सा विस्थापित हो जाता है। जिससे प्रत्येक अणु में कुछ द्विध्रुव आघूर्ण प्रेरित हो जाता है। (चित्र) इसे परावैद्युत ध्रुवण कहते है।



चित्र (a)-विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में

बाह्य विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$



चित्र 4.4 चित्र (b)–विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में

विशेष–(1) परावैद्युत माध्यम सदैव विद्युत उदासीन होता है, चाहे वह ध्रुवीय हो अथवा अध्रुवीय।

(2) जब किसी अध्रुवीय परावैद्युत को बाह्य विद्युत क्षेत्र में रखा जाता है तब अध्रुवीय अणु के धनावेश तथा ऋणावेश विपरीत दिशाओं में तब तक विस्थापित होते है जब तक कि अणु के अवयवी आवेशों पर बाह्य बल, अणु के आन्तरिक क्षेत्रों के कारण लगने वाले प्रत्यानयन बल से सन्तुलित नहीं हो जाता।

(3) वे पदार्थ जिनके लिए प्रेरित द्विध्रुव आघूर्ण, विद्युत क्षेत्र की तीव्रता के समानुपाती तथा क्षेत्र की दिशा में होता है, **रैखिक समदैशिक परावैद्युत पदार्थ** कहलाते है।

इस प्रकार यह स्पष्ट होता है कि परावैद्युत पदार्थ में (ध्रुवीय अथवा अध्रुवीय) किसी बाह्य विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में एक परिणामी द्विध्रुव आघूर्ण प्रेरित हो जाता है। किसी पदार्थ के इकाई आयतन के द्विध्रुव आघूर्ण को पदार्थ का ध्रुवण सदिश (Polarisation vector) कहते है। इसे $\vec{P}$ द्वारा व्यक्त करते है। रैखिक समदैशिक परावैद्युत पदार्थों के लिए ध्रुवण सदिश $(\vec{P})$, विद्युत क्षेत्र $(\vec{E})$ के समानुपाती होता है, अर्थात्

$$\vec{P} \propto \vec{E} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = \chi_e \vec{E}$$

यहाँ χ_e को विद्युत प्रवृत्ति (electric susceptibility) कहते है जो कि किसी परावैद्युत की ध्रुवता का एक प्राकृतिक मापन है। χ_e एक विमाहीन राशि है।

महत्वपूर्ण तथ्य

1. **परावैद्युत भंजन**–यदि परावैद्युत पदार्थ पर बहुत उच्च विद्युत क्षेत्र आरोपित करते है तो इसके परमाणुओं की बाह्य कक्षाओं में स्थित इलेक्ट्रॉन पृथक होने लगते है तब परावैद्युत पदार्थ चालक की तरह व्यवहार करता है। इस घटना को परावैद्युत भंजन कहते है।
2. **परावैद्युत सामर्थ्य**–विद्युत क्षेत्र या विभव प्रवणता के उस अधिकतम मान को, जिसे परावैद्युत माध्यम बिना, किसी भंजन के सहन कर सके, परावैद्युत माध्यम की परावैद्युत सामर्थ्य कहते है।

   वायु की परावैद्युत सामर्थ्य $3\times10^6 \dfrac{\text{वोल्ट}}{\text{मीटर}}$ है।

4.4 चालक की धारिता (Capacity of a conductor)

किसी चालक के द्वारा आवेश ग्रहण करने की क्षमता को विद्युत धारिता कहते हैं।

जब किसी वस्तु को आवेशित किया जाता है तब या तो वस्तु को इलेक्ट्रॉन दिए जाते हैं या वस्तु से इलेक्ट्रॉन निकाले जाते हैं। इस प्रकार वस्तु क्रमशः ऋणावेशित या धनावेशित हो जाती है। जब वस्तु को किसी समय आवेशित किया जाता है तब किसी समय दिया जाने वाला आवेश वस्तु पर पहले से उपस्थित आवेश से प्रतिकर्षित होता है। इस प्रकार किसी बाह्य स्रोत द्वारा प्रतिकर्षण बल के विरुद्ध कार्य द्वारा ही वस्तु को आवेशित किया जा सकता है। जब वस्तु के आवेश में वृद्धि होती है तब बाह्य स्रोत द्वारा अधिक कार्य करना पड़ता है जिससे वस्तु की स्थितिज ऊर्जा अर्थात् विभव में वृद्धि होती है।

इस प्रकार किसी चालक को आवेश देने से उसका विभव दिए गए आवेश के समानुपातिक रूप में बढ़ता है। किसी चालक को एक निश्चित अधिकतम विभव के मान तक ही आवेशित किया जा सकता है। यदि चालक को q आवेश देने पर उसके विभव में V की वृद्धि होती है, तो

$$q \propto V$$

या

$$q = CV \qquad .....(1)$$

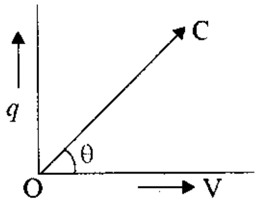
यहाँ C एक समानुपातिक नियतांक है जिसे चालक की धारिता कहते हैं। जिसका मान चालक की आकृति एवं आकार पर निर्भर करता है। इसका मान चालक के चारों ओर के माध्यम एवं उसके समीप किसी अन्य चालक की उपस्थिति पर भी निर्भर करता है।

किसी चालक की धारिता उसके द्वारा ग्रहण आवेश की अधिकतम मात्रा के द्वारा मापी जाती है यदि किसी चालक को एक महत्तम आवेश से अधिक आवेश दिया जाता है तो वह कांकरीट तरीके से माध्यम में से होकर पृथ्वी में चला जाता है।

समीकरण (1) से

$$C = \frac{q}{V} \qquad .....(2)$$

अतः किसी चालक की धारिता उसको दिए गये आवेश एवं विभव में वृद्धि के अनुपात के बराबर होती है।



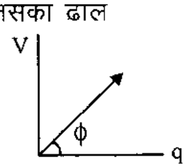
चित्र 4.5 (a)

यदि q व V के मध्य ग्राफ खींचे तो उसका ढ़ाल चालक की धारिता के बराबर होगा।

$$\frac{q}{V} = \tan\theta \qquad C = \tan\theta$$

यदि चालक के विभव V को उसे दिए गए आवेश q के साथ आलेखित करे तो यह भी एक सीधी रेखा प्राप्त होती है। जिसका ढाल

$$\tan\phi = \frac{1}{C} \quad \text{अतः} \quad C = \cot\phi$$



चित्र 4.6

SI पद्धति में आवेश की इकाई कूलॉम तथा विभव की इकाई वोल्ट है अतः धारिता की इकाई कूलॉम/वोल्ट जिसे फैरड कहते हैं, होती है।

$$1 \text{ फैरड} = \frac{1 \text{ कूलॉम}}{1 \text{ वोल्ट}}$$

अतः किसी चालक को 1 कूलॉम का आवेश देने पर यदि उसके विभव में 1 वोल्ट की वृद्धि हो जाती है तो उस चालक की धारिता 1 फैरड होती है।

क्योंकि फैरड धारिता की एक बहुत बड़ी इकाई है अतः इससे छोटी इकाईयां माइक्रोफैरड तथा पिकोफैरड व्यवहारिक रूप से उपयोग में लाई जाती है।

$$1\mu F = 10^{-6} \text{ फैरड}$$

तथा $1 PF = 10^{-12}$ फैरड

या $1\mu\mu F = 10^{-12}$ फैरड

विद्युत धारिता के मूल मात्रक तथा विमाएँ (Fundamental unit and dimensions of electrical capacitance)

$$\text{फैरड} = \frac{\text{कूलॉम}}{\text{वोल्ट}}$$

$$= \frac{\text{कूलॉम}}{\text{जूल/कूलॉम}}$$

$$= \frac{(\text{कूलॉम})^2}{\text{जूल}} = \frac{(\text{एम्पियर} \times \text{से.})^2}{\text{न्यूटन} \times \text{मी.}}$$

$$= \frac{\text{एम्पियर}^2 \times \text{से.}^2}{\text{कि.ग्रा.} \times \text{मी.}^2 \times \text{से.}^{-2}}$$

$$= \frac{\text{एम्पियर}^2 \times \text{से.}^4}{\text{कि.ग्रा.} \times \text{मी.}^2}$$

अतः धारिता की विमाएँ $[M^{-1}L^{-2}T^4A^2]$

C.G.S. मात्रकों में–

$$1 \text{ कूलॉम} = 3 \times 10^9 \text{ स्टैट कूलॉम}$$

$$1 \text{ वोल्ट} = \frac{1}{300} \text{ स्टैट वोल्ट}$$

$$\therefore \text{ फैरड} = \frac{\text{कूलॉम}}{\text{वोल्ट}}$$

$$= \frac{3\times10^9 \text{ स्टैट कूलॉम}}{1/300 \text{ स्टैट वोल्ट}}$$

$$= 900\times10^9 \frac{\text{स्टैट कूलॉम}}{\text{स्टैट वोल्ट}}$$

अतः $1 \text{ फैरड} = 9 \times 10^{11}$ स्टैट फैरड

किसी चालक की विद्युत धारिता को प्रभावित करने वाले कारक

किसी चालक की धारिता निम्न बातों पर निर्भर करती है–

1. चालक का क्षेत्रफल–यदि चालक पर आवेश की मात्रा को स्थिर रखते हुए उसका क्षेत्रफल बढ़ाया जाये तो उसका विभव घट जाता है अतः धारिता बढ़ जाती है।

2. चालक के समीप अन्य चालक की उपस्थिति पर– किसी चालक के समीप अन्य अनावेशित चालक को लाने पर आवेशित चालक का विभव घट जाता जिससे धारिता बढ़ जाती है।

3. चालक के चारों ओर के माध्यम पर–यदि किसी चालक की धारिता C हो जबकि उसके चारों ओर हवा हो तथा हवा के अलावा अन्य माध्यम जिसका परावैद्युतांक ϵ_r है चालक के चारों ओर उपस्थित हो तो इस स्थिति में धारिता $\epsilon_r C$ हो जाती है, क्योंकि चालक का विभव ϵ_r हो जाता है।

विशेष–(i) किसी वस्तु की धारिता, वस्तु को दिए गए आवेश अथवा

उसके विभव में होने वाले परिवर्तन पर निर्भर नहीं करती है।

(ii) धारिता सदैव धनात्मक होती है।

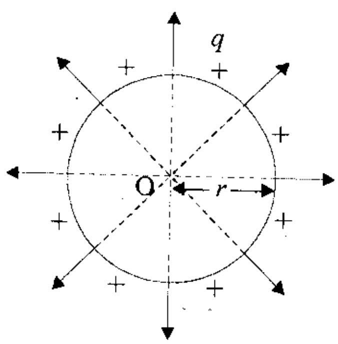
(iii) C_1 तथा C_2 धारिता वाले दो चालकों को जोड़ देने पर उनके संयोग से बने निकाय की नैट धारिता $C = C_1 + C_2$ होती है, यदि एक चालक पर आवेश की उपस्थिति का दूसरे चालक के विभव पर कोई प्रभाव नहीं होता हो।

(iv) किसी चालक को सतत् आवेश देकर इसका विभव एक सीमा से अधिक नहीं बढ़ाया जा सकता है, क्योंकि विभव का मान इस सीमा से अधिक होने पर आवेश वायु में रिसने (leak) लगता है। अतः चालक को एक सीमा से अधिक आवेश नहीं दिया जा सकता है।

(v) किसी चालक की धारिता चालक के पदार्थ पर निर्भर नहीं करती है।

4.5 विलगित गोलीय चालक की धारिता (Capacitance of an isolated Spherical Conductor)

माना r त्रिज्या का एक विलगित गोला है। इसे q आवेश प्रदान किया जाता है।



चित्र 4.7

यह आवेश चालक की प्रकृति के अनुसार गोले की सतह पर समान रूप से फैल जाता है तथा गोले की सतह के प्रत्येक बिन्दु पर विभव का मान एक समान होता है। अतः एक आवेशित गोलीय चालक इस तरह व्यवहार करता है जैसे कि उसका संपूर्ण आवेश उसके केन्द्र पर समाहित हो। इस अवस्था में गोले की सतह पर विभव

$$V = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{r} \quad \text{होगा}$$

गोले की धारिता

$$C = \frac{q}{V} \qquad .....(2)$$

अतः

$$C = \frac{q \times 4\pi \epsilon_0 r}{q}$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 r \qquad .....(3)$$

यहाँ $4\pi\epsilon_0 = \frac{1}{9 \times 10^9} \frac{\text{कूलॉम}^2}{\text{न्यूटन} \times \text{मी.}^2}$ एक नियतांक है।

यहाँ से निर्वात् की विद्युतशीलता

$$\epsilon_0 = \frac{C}{4\pi r} \text{ फैरड/मी. होगी।}$$

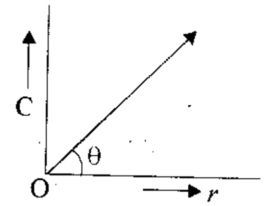
इस प्रकार $\frac{\text{कूलॉम}^2}{\text{न्यूटन} \times \text{मी.}^2}$ तथा फैरड/मी. दोनों ही विद्युतशीलता के मात्रक हैं।

समी. (3) से $\quad C \propto r$

इस प्रकार किसी गोलाकार चालक की धारिता उसकी त्रिज्या के समानुपाती होती है।

$$\Rightarrow \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

यदि धारिता (C) व त्रिज्या (r) के मध्य ग्राफ खींचे तो निम्न चित्रानुसार प्राप्त होगा–



चित्र 4.8

यदि चालक गोला परावैद्युतांक ϵ_r वाले माध्यम में रख दिया जाता है तो गोलीय चालक की धारिता–

$$C_m = 4\pi\epsilon_0 \, \epsilon_r \times r \quad \text{होगा}$$

$4\pi\epsilon_0 r = C$ रखने पर

$$C_m = \epsilon_r \times C \quad \text{या} \quad \frac{C_m}{C} = \epsilon_r \qquad .....(4)$$

अतः माध्यम में धारिता का मान बढ़ जायेगा तथा माध्यम का परावैद्युतांक माध्यम की विद्युतधारिता एवं निर्वात् की विद्युतधारिता के अनुपात के बराबर होता है।

विशेष–(i) पृथ्वी के विभव को शून्य मान लिया जाता है, अतः पृथ्वी की धारिता अथवा पृथ्वी से जुड़े किसी भी आकृति तथा किसी भी आवेश वाले, चालक की धारिता अनन्त होती है।

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{0} = \infty$$

परन्तु पृथ्वी को 6400 किलोमीटर त्रिज्या का गोलीय चालक मान लेने पर, पृथ्वी की धारिता

$$C = 4\pi\epsilon_0 r = \frac{r}{1/4\pi\epsilon_0} = \frac{1}{9 \times 10^9} \times (6.4 \times 10^6)$$

$$= 711 \mu F$$

(ii) छोटे गोलीय (अथवा अन्य आकृति के) चालक की धारिता, बड़े गोलीय (अथवा उसी आकृति के अन्य) चालक की धारिता से कम होती है। अतः आवेश तथा ऊर्जा का संचय करने के लिए बड़े चालक उत्तम होते हैं।

उदा.1. पृथ्वी को एक गोलाकार चालक मानते हुए इसकी धारिता की गणना कीजिए। (पृथ्वी की त्रिज्या = 6.4×10^6 m.)

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.1

हल– ∵ गोलाकार चालक की धारिता

$$C = 4\pi\epsilon_0 r$$

$$C = \frac{r}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}} = \frac{6.4 \times 10^6}{9 \times 10^9}$$

$$= 0.711 \times 10^{-3} \text{ फैरड}$$

$$= 711 \times 10^{-6} \text{ फैरड}$$

$$= 711 \text{ माइक्रोफैरड}$$

यह धारिता कम है। अत: किसी एकल चालक की धारिता को बहुत अधिक नहीं बढ़ाया जा सकता है। इससे यह भी स्पष्ट होता है, कि फैरड धारिता का बहुत बड़ा मात्रक है।

उदा.2. 1F धारिता के गोलीय चालक की त्रिज्या कितनी होगी? क्या आप इसे अपनी अलमारी में रख सकते हैं? स्पष्ट कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.2

हल—∵ गोलीय चालक की धारिता

$$C = 4\pi \epsilon_0 r$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} C = 9 \times 10^9 \times 1$$

$$= 9 \times 10^9 \text{ मीटर}$$

यह त्रिज्या पृथ्वी की त्रिज्या से लगभग 1400 गुना अधिक है। अतः इस गोलीय चालक को अलमारी में रखा जाना संभव नहीं है।

उदा.3. यदि किसी समावेशित गोलीय चालक की त्रिज्या पहले से दुगुनी कर दी जाये तो गोलीय चालक की धारिता पहले की अपेक्षा कितनी हो जायेगी ?

हल—

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{r_2}{r_1} \quad \because r_2 = 2r_1$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{2r_1}{r_1}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = 2, \quad C_2 = 2C_1$$

उदा.4. यदि एक गोलीय चालक की वायु में धारिता 2pF है तथा इसे किसी माध्यम में रखने पर इसकी धारिता 12pF हो जाती है, तो माध्यम के परावैद्युतांक का मान कितना होगा?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.3

हल—दिया गया है- $C = 2pF, C_m = 12pF$

∵ परावैद्युतांक $\epsilon_r = \frac{C_m}{C} = \frac{12}{2} = 6$

उदा.5. दो भिन्न-भिन्न त्रिज्या के गोलीय चालकों को समान आवेश से आवेशित करने पर इनके पृष्ठों पर विभवों का अनुपात 1 : 2 है, तो इनकी धारिताओं का अनुपात कितना होगा?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.4

हल- ∵ धारिता $C = \frac{q}{V}$

$\therefore \quad C_1 = \frac{q}{V_1}$ तथा

$$C_2 = \frac{q}{V_2}$$

$$\therefore \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

∵ दिया गया है- $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow \quad C_1 : C_2 = 2 : 1$$

4.6 संधारित्र (Capacitor)

किसी चालक को सतत् आवेश देकर इसका विभव एक सीमा से अधिक नहीं बढ़ाया जा सकता है, क्योंकि विभव का मान इस सीमा से अधिक होने पर, आवेश वायु में रिसने अथवा लीक (leak) करने लगता है। अतः चालक को एक सीमा से अधिक आवेश नहीं दिया जा सकता है अर्थात् कोई चालक एक निश्चित सीमा तक ही आवेश तथा विद्युत ऊर्जा को अपने भीतर संचित कर सकता है।

प्रायः चालक की धारिता कम होती है जिसे एक विशेष युक्ति/व्यवस्था (device/arrangement) द्वारा बढ़ा लिया जाता है तथा चालक पर आवेश तथा विद्युत ऊर्जा की अधिक मात्रा संचित कर ली जाती है, इस युक्ति को ही संधारित्र कहते हैं। अतः **संधारित्र विपरीत आवेश के चालकों का ऐसा युग्म जिस पर आवेश की पर्याप्त मात्रा संचित की जा सकती है।**

इसमें किसी भी निश्चित आकार की ऐसी दो चालक प्लेटें एक दूसरे के समीप समान्तर व्यवस्थित रहती है जिन पर समान परिमाण व विपरीत प्रकृति का आवेश उपस्थित होता है। साधारणतया प्रथम प्लेट कुचालक स्टैण्ड से तथा द्वितीय प्लेट भूसम्पर्कित रहती है।

यदि प्रथम चालक प्लेट को q आवेश देने पर उसके विभव में वृद्धि V होती है तो चालक की धारिता

$$C = \frac{q}{V} \quad ...(1)$$

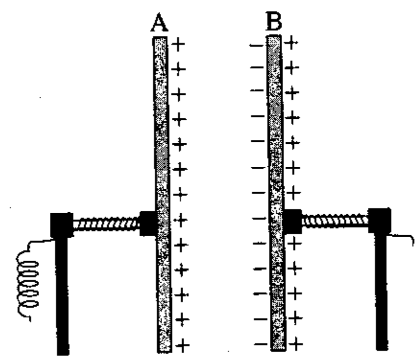
अब यदि चालक प्लेट के समीप भूसम्पर्कित प्लेट व्यवस्थित कर दी जाये तो संधारित्र की प्लेटों के मध्य उत्पन्न विभवान्तर ΔV हो जायेगा इस अवस्था में संधारित्र की धारिता

$$C = \frac{q}{\Delta V} \quad .....(2)$$

साधारणतया प्लेटों के मध्य विभवान्तर को V से व्यक्त किया जाता है अतः संधारित्र की धारिता

$$C = \frac{q}{V} \quad .....(3)$$

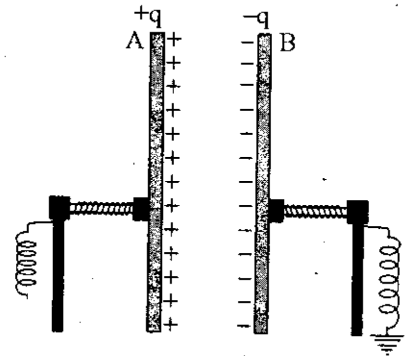
4.6.1 संधारित्र का सिद्धांत (Principle of Capacitor)



(अ)

किसी चालक प्लेट के विभव को (आवेश नियत रखकर) कम करके धारिता बढ़ाने की क्रिया कों संधारित्र का सिद्धांत कहते हैं।

सबसे पहले एक चालक प्लेट A लेते हैं जिसे कुचालक स्टैण्ड से व्यवस्थित कर देते हैं अब इस प्लेट को आवेश q देते हैं, जो कि उसके सम्पूर्ण क्षेत्रफल A पर एक समान रूप से फैल जाता है फलतः उस पर विभव V उत्पन्न हो जाता है। अब इस चालक प्लेट के समीप अन्य दूसरी अनावेशित चालक प्लेट B लाते हैं, जो कि कुचालक स्टैण्ड से जुड़ी रहती है इस प्लेट B पर विद्युत प्रेरण प्रभाव से भीतरी पृष्ठ पर $-q$ आवेश तथा बाहर की ओर $+q$ आवेश उत्पन्न हो जाता है। $-q$ आवेश के कारण चालक प्लेट A के विभव में कुछ कमी हो जाती है, और $+q$ आवेश के कारण विभव में वृद्धि हो जाती है परन्तु $+q$ आवेश $-q$ आवेश की अपेक्षा पहली प्लेट से दूर होता है जिससे धनावेश का प्रभाव $-q$ आवेश की अपेक्षा कम होता है फलतः चालक A का विभव कम हो जाता है।



चित्र 4.9 (ब)

अब यदि चालक प्लेट B के बाह्य पृष्ठ को भू-सम्पर्कित कर दिया जाता है तो बाह्य पृष्ठ पर उपस्थित $+q$ आवेश पृथ्वी से उत्सर्जित e^- के द्वारा निरस्त हो जाता है और प्लेट के अन्दर वाले पृष्ठ पर उपस्थित $-q$ आवेश प्रभाव में बना रहता है जिससे चालक प्लेट A का विभव कम हो जाता है। जिससे उसे पहले के विभव पर लाने के लिए और अधिक आवेश दिया जा सकता है फलस्वरूप चालक की धारिता बढ़ जाती है।

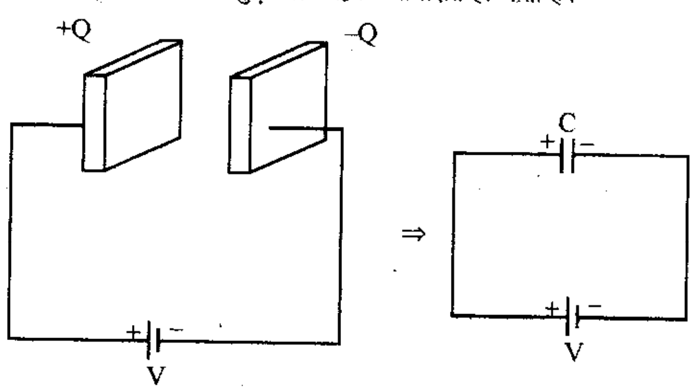
महत्वपूर्ण–**(i)** संधारित्र की दोनों प्लेटों पर सदैव बराबर तथा विपरीत आवेश होने के कारण संधारित्र पर नैट आवेश सदैव शून्य होता है। अतः संधारित्र आवेश का संचय नहीं करता है किन्तु संधारित्र द्वारा इसकी प्रत्येक प्लेट पर आवेश की अधिक मात्रा का संचय होता है।

(ii) यदि दो प्लेटों पर समान परिमाण के विपरीत आवेश नहीं हो तो भी इन दोनों प्लेटों के निकाय में धारिता तो होती ही है, परन्तु इस निकाय को संधारित्र नहीं कहा जाता है। संधारित्र की दोनों प्लेटों पर सदैव समान परिमाण के विपरीत आवेश होते हैं।

(iii) प्रत्येक चालक को एक ऐसा संधारित्र माना जा सकता है जिसमें शून्य विभव वाला दूसरा चालक, इस चालक से अनन्त दूरी पर स्थित होता है।

(iv) परिभाषा के अनुसार धारिता सदैव धनात्मक होती है।

(v) संधारित्र का आवेशन–**जब एक संधारित्र की प्लेटों को एक बैटरी से जोड़ते हैं तो यह आवेशित हो जाता है तथा बैटरी के धन सिरे से जुड़ी प्लेट धन-आवेशित एवं ऋण सिरे से जुड़ी प्लेट ऋण- आवेशित हो जाती है।**



चित्र 4.10

संधारित्र के पूर्ण आवेशित होने पर परिपथ में आवेश प्रवाह बन्द हो जाता है। इस स्थिति पर संधारित्र की प्लेटों के बीच विभवान्तर बैटरी के सिरों पर विभवान्तर (V) के तुल्य हो जाता है।

(vi) समी. (1) से स्पष्ट होता है कि यदि आवेश q नियत हो तो C के अधिक मान के लिए V अल्प होता है, अर्थात् एक अधिक धारिता का संधारित्र अल्प विभव V पर अपेक्षाकृत अधिक आवेश q को परिबद्ध कर सकता है। यही संधारित्र की व्यावहारिक उपयोगिता है।

(vii) किसी पृथक्कित चालक की विद्युत धारिता अपने भीतर विद्युत आवेश को एकत्रित करने की क्षमता से सम्बन्धित होती है, परन्तु एक निश्चित सीमा से अधिक आवेश देने पर चारों ओर के माध्यम में विद्युत का विसर्जन होने लगता है। वायु की परावैद्युत शक्ति **(dielectric power)** केवल 3×10^6 वोल्ट/मीटर है अर्थात् यदि किसी चालक को इतना आवेश दे दिया जाये कि विद्युत क्षेत्र की तीव्रता 3×10^6 वोल्ट/मीटर से अधिक हो जाये तो वायु में विद्युत का विसर्जन होने लगता है।

(viii) किसी चालक की विद्युत धारिता बढ़ाने पर उसमें अधिक मात्रा में विद्युत आवेश (अथवा विद्युत ऊर्जा) संचित हो जाता है। यह ध्यान रखने योग्य है कि किसी संधारित्र को एक निश्चित सीमा से अधिक आवेश नहीं दिया जा सकता, क्योंकि लगातार आवेश देने पर उनकी प्लेटों के मध्य विभवान्तर बढ़ता जाता है। एक निश्चित सीमा से अधिक विभवान्तर होने पर उनके बीच के माध्यम का रोधन (Insulation) टूट जाता है तथा पहली प्लेट से दूसरी प्लेट की ओर विद्युत विसर्जन हो जाता है।

(ix) नियत धारिता के संधारित्र को संकेत —||— तथा परिवर्ती धारिता के संधारित्र को संकेत —╫— द्वारा व्यक्त करते है।

संधारित्र की धारिता को प्रभावित करने वाले कारक (Factors Effecting the Capacity of a Capacitor)

संधारित्र की धारिता निम्न बातों पर निर्भर करती है–

(1) प्लेटों के क्षेत्रफल पर

प्रयोगों के आधार पर यह पाया गया है कि किसी संधारित्र की धारिता उसकी प्लेटों के प्रभावी क्षेत्रफल के समानुपाती होती है।

$$C \propto A$$

(2) प्लेटों के बीच की दूरी पर

यदि संधारित्र की प्लेटों के बीच की दूरी d को बढ़ाया जाता है तो संधारित्र की धारिता का मान घट जाता है। यह पाया गया है कि संधारित्र की धारिता उसकी प्लेटों के बीच की दूरी के व्युत्क्रमानुपाती होती है–

या $$C \propto \frac{1}{d}$$

(3) प्लेटों के बीच माध्यम की प्रकृति पर

यह देखा गया है कि यदि संधारित्र की प्लेटों के बीच का स्थान किसी कुचालक पदार्थ जैसे अभ्रक, पैराफिन, मोम, तेल आदि से भर दिया जाए तो संधारित्र की धारिता बढ़ जाती है यदि प्लेटों के बीच की दूरी को स्थिर रखा जाये। अतः संधारित्र की धारिता का मान प्लेटों के बीच रखे परावैद्युत पदार्थ के परावैद्युतांक पर निर्भर करती है। यदि संधारित्र की प्लेटों के मध्य वायु होने पर संधारित्र की विद्युत धारिता C हो तो प्लेटों के मध्य K परावैद्युतांक का माध्यम होने पर संधारित्र की विद्युत धारिता KC हो जाती है अर्थात् धारिता K गुना बढ़ जाती है।

महत्वपूर्ण तथ्य

संधारित्र की धारिता ज्ञात करने के लिए निम्न पदों को काम में लेते हैं–

1. सर्वप्रथम दोनों प्लेटों पर $+q$ व $-q$ आवेश मानते हैं।
2. इन आवेशों की उपस्थिति के कारण प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र E ज्ञात करते हैं।
3. दोनों प्लेटों के मध्य विभवान्तर या प्रथम प्लेट पर विभव V की गणना करते हैं।
4. संधारित्र की धारिता के सूत्र $C = \frac{q}{V}$ में V का मान रखकर C को गणना करते हैं।

4.7 समान्तर पट्टिका संधारित्र या समान्तर प्लेट संधारित्र (The parallel plate capacitor)

ऐसी व्यवस्था जिसमें समान ज्यामिती तथा समान क्षेत्रफल की दो धातु की प्लेटें अल्प दूरी पर परस्पर समान्तर व्यवस्थित हो, समान्तर प्लेट संधारित्र कहलाती है। इसमें मुख्यतः धातु की समान आकृति एवं समान क्षेत्रफल की दो चालक प्लेटें P_1 व P_2 होती हैं। प्लेटें वृत्ताकार, आयताकार, वर्गाकार या किसी अन्य सरल ज्यामितीय आकृति की होती है। ये दोनों प्लेटें एक–दूसरे से पूर्णतया पृथक् होती है अर्थात् इनमें कोई विद्युत सम्पर्क (electric contact) नहीं होता है। माना कि इन प्लेटों के मध्य माध्यम हवा या निर्वात है। प्लेट P_1 को धनात्मक आवेश देते हैं तथा प्लेट P_2 के बाहरी सतह को भूसम्पर्कित करते हैं।

माना कि प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल A व उनके बीच की दूरी d है। प्लेट P_1 को $+q$ आवेश देने से प्लेट P_2 की भीतरी सतह पर प्रेरण के कारण $-q$ आवेश तथा बाहरी सतह पर $+q$ आवेश उत्पन्न होता है। प्लेट P_2 की बाहरी सतह पृथ्वी से जुड़ी होने के कारण वह निरावेशित हो जाती है।

इस प्रकार दोनों प्लेटों पर बराबर व विपरीत आवेश $+q$ तथा $-q$ आ जाते हैं। प्लेट P_1 से चलने वाली सभी क्षेत्र रेखायें प्लेट P_2 तक पहुंचती है तथा किनारों को छोड़कर प्लेटों के बीच में सर्वत्र एक समान विद्युत क्षेत्र E उत्पन्न हो जाता है। प्लेटों के बाहर क्षेत्र शून्य होता है। किनारों पर पारस्परिक हटाव के कारण कुछ क्षेत्र रेखायें बाहर निकली रहती हैं। इस प्रभाव को **'क्षेत्र का उपान्त प्रभाव'** कहते हैं। (इन्हें कम करने के लिए प्लेटों की लम्बाई अधिक व उनके मध्य की दूरी को कम रखते हैं)

धारिता की गणना–

माना कि प्लेट P_1 पर पृष्ठ आवेश घनत्व $+\sigma$ तथा प्लेट P_2 पर पृष्ठ आवेश घनत्व $-\sigma$ है।

हम जानते हैं कि एकसमान आवेशित समतल प्लेट के समीप किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ होती है। धनावेशित प्लेट के कारण विद्युत क्षेत्र की दिशा प्लेट के लम्बवत् दूर की ओर तथा ऋणावेशित प्लेट के कारण विद्युत क्षेत्र की दिशा प्लेट के लम्बवत् प्लेट की ओर होगी। अतः चित्रानुसार

बिन्दु P पर प्लेट P_1 के कारण विद्युत क्षेत्र

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{(प्लेट } P_1 \text{ से परे)}$$

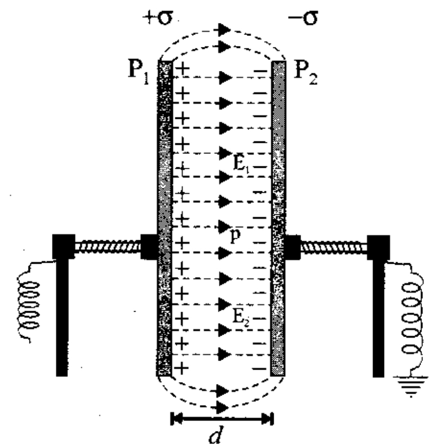
तथा बिन्दु P पर प्लेट P_2 के कारण विद्युत क्षेत्र

$$E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{(प्लेट } P_2 \text{ की ओर)}$$

∵ विद्युत क्षेत्र E_1 व E_2 समान दिशा में है अतः बिन्दु P पर परिणामी विद्युत क्षेत्र

$$E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad ...(1)$$

(प्लेट A से प्लेट B की ओर)



चित्र 4.11

यहाँ ϵ_0 निर्वात की विद्युतशीलता है। प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल A तथा आवेश q है अतः पृष्ठ आवेश घनत्व

$$\sigma = \frac{q}{A} \quad .....(2)$$

$$\therefore E = \frac{q}{\epsilon_0 A} \quad .....(3)$$

इस विद्युत क्षेत्र के कारण प्लेटों के मध्य विभवान्तर V वोल्ट हो तो–

$$E = \frac{V}{d} \text{ या}$$

$$V = E \times d$$

$$\therefore V = \frac{qd}{\epsilon_0 A} \quad .....(4)$$

अतः समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता C है तो–

$$C = \frac{q}{V} \quad .....(5)$$

समी. (4) से V का मान समी. (5) में रखने पर

$$C = \frac{q\,\epsilon_0 A}{qd}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad .....(6)$$

समी. (6) से स्पष्ट है कि C के अधिक मान के लिये (i) प्लेटों का क्षेत्रफल A अधिक तथा (ii) प्लेटों के मध्य की दूरी d कम होनी चाहिए। समी. (6) से

$$C \propto A$$

अर्थात् धारिता ∝ प्लेटों का क्षेत्रफल

तथा $C \propto \frac{1}{d}$

अर्थात् धारिता ∝ $\frac{1}{\text{प्लेटों के मध्य की दूरी}}$

उदा.6. एक 20 μF धारिता के संधारित्र को 10kV विभवांतर से आवेशित किया जाता है। संधारित्र की प्रत्येक प्लेट पर आवेश का मान क्या होगा? **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.5**

हल–दिया गया है–

$$C = 20\mu F = 20 \times 10^{-6} F$$

$$V = 10 \text{ किलोवोल्ट} = 10 \times 10^3 \text{ वोल्ट}$$

$$\because \text{ आवेश } q = CV = 20 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^3$$

$$q = 0.2 \text{ कलॉम}$$

उदा.7. एक समांतर प्लेट संधारित्र की प्लेटों का क्षेत्रफल A तथा इनके मध्य दूरी d है। अब यदि प्लेटों का क्षेत्रफल दोगुना तथा प्लेटों के मध्य की दूरी आधी कर दी जाए, तो संधारित्र की धारिता अपने प्रारम्भिक मान की तुलना में कितनी हो जायेगी? पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.6

हल– ∵ प्रारम्भिक धारिता $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

परिवर्तित धारिता $C' = \frac{\epsilon_0 A'}{d'}$

प्रश्नानुसार $A' = 2A, d' = \frac{d}{2}$

$$\therefore \quad C' = \frac{\epsilon_0 .2A}{d/2} = 4.\frac{\epsilon_0 A}{d} = 4\,C$$

अर्थात् परिवर्तित धारिता अपने प्रारम्भिक मान की तुलना में 4 गुनी हो जायेगी।

उदा.8. एक C धारिता के संधारित्र को V वोल्ट विभवांतर की बैटरी से संयोजित करने पर इसके प्लेटों पर आवेश ±360μC है। विभवांतर के मान में 120V से कमी करने पर आवेश ±120μC है तब ज्ञात कीजिए :

(अ) संधारित्र की प्लेटों के मध्य आरोपित विभवांतर V

(ब) संधारित्र की धारिता C

(स) आवेश का मान जबकि आरोपित विभवांतर को 120V से बढ़ा दिया जाए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.7

हल–दिया गया है–

$$q = 360\,\mu C = 360 \times 10^{-6}\,C$$
$$V' = V - 120$$
$$q' = 120\mu C = 120 \times 10^{-6}\,C$$

(अ) ∵ आवेश $q = CV = 360 \times 10^{-6}\,C$ ...(1)

$$q' = CV' = C(V-120) = 120 \times 10^{-6}\,C \quad ...(2)$$

समी. (1) में समी. (2) का भाग देने पर

$$\frac{CV}{C(V-120)} = \frac{360 \times 10^{-6}}{120 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{V-120} = 3$$
$$\Rightarrow 3V - 360 = V$$
$$\Rightarrow 2V = 360$$
$$\Rightarrow V = 180 \text{ वोल्ट}$$

(ब) समी. (1) से $C \times 180 = 360 \times 10^{-6}$

$$\Rightarrow C = 2 \times 10^{-6} \text{ फैरड}$$

(स) समी. (1) से यदि विभवांतर 120 वोल्ट बढ़ा दिया जाए, तब आवेश q" हो, तो

$$q'' = C(V+120)$$
$$= 2 \times 10^{-6}(180+120)$$
$$= 2 \times 300 \times 10^{-6}$$
$$= 600 \times 10^{-6} \text{ कूलॉम}$$

उदा.9. परस्पर 1 mm दूरी पर स्थित दो 5 सेमी. त्रिज्या की वृत्ताकार चकतियों द्वारा निर्मित संधारित्र की धारिता ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.8

हल– दिया गया है– $d = 1$ मिमी $= 10^{-3}$ मी.

$r = 5$ सेमी. $= 5 \times 10^{-2}$ मी.

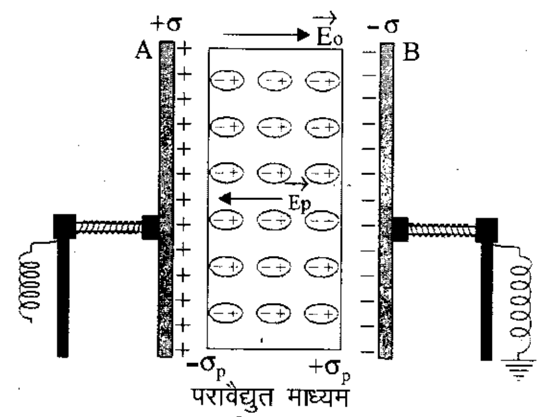
$$\because \quad C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon_0(\pi r^2)}{d}$$

$$C = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 3.14 \times (5 \times 10^{-2})^2}{10^{-3}}$$

$$C = 69.5 \times 10^{-12}\,F$$
$$F = 69.5\,pF$$

4.8 संधारित्र की प्लेटों के मध्य परावैद्युत माध्यम की उपस्थि का प्रभाव (Effect of dielectric medium filled tween the plates of capacitor)

यदि किसी संधारित्र की प्लेटों को आवेशित किया जाये तो उ मध्य विभवान्तर उत्पन्न हो जाता है। यदि प्लेटों के मध्य कोई परावैद्युत यम रख दिया जाये तो उसके अन्दर एक विद्युत क्षेत्र उत्पन्न हो जात इस विद्युत क्षेत्र के कारण माध्यम के अणुओं का ध्रुवीकरण (polarizat हो जाता है अर्थात् उनके धनात्मक एवं ऋणात्मक आवेशों के केन्द्र अ अलग हो जाते हैं। अणुओं का ध्रुवण चित्र में दिखाया गया है। इस प्र परावैद्युत माध्यम का संधारित्र की धनात्मक प्लेट की तरफ वाला ऋणावेशित और विपरीत सिरा धनावेशित हो जाता है। इस प्रकार परावै माध्यम के अन्दर एक और विद्युत क्षेत्र $\vec{E}_p$ उत्पन्न हो जाता है जो संध की प्लेटों के कारण उत्पन्न क्षेत्र $\vec{E}_0$ के विपरीत होता है। फलस्वरूप परावै माध्यम के कारण प्लेटों के मध्य प्रभावी विद्युत क्षेत्र कम $(E_0 - E_p)$ हो ज है।



चित्र 4.12

जहाँ $E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ जबकि $E_p = \frac{\sigma_p}{\epsilon_0}$

जहाँ σ = संधारित्र की प्लेट पर पृष्ठ आवेश घनत्व तथा

σ_p = परावैद्युत माध्यम की पट्टिका के किनारे पर प्रेरित पृष्ठ आवेश घ

∴ प्रभावी विद्युत क्षेत्र $E = E_0 - E_p = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\epsilon_0}$

$$E = \frac{\sigma - \sigma_p}{\epsilon_0} \quad ...($$

परावैद्युतांक की परिभाषा से–

$$E = \frac{E_0}{\epsilon_r} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad ...($$

∴ समी. (1) से $$E = \frac{\sigma - \sigma_p}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad ...(3)$$

इस प्रकार समी. (3) से स्पष्ट है, कि परावैद्युत पदार्थ के भीतर परिणामी विद्युत क्षेत्र, संधारित्र की प्लेटों के मध्य पहले से उपस्थित विद्युत क्षेत्र की तुलना में कम होता है, जिससे विभवांतर भी कम हो जाता है और संधारित्र की धारिता बढ़ जाती है।

समी. (3) से

$$\sigma - \sigma_p = \frac{\sigma}{\epsilon_r}$$

$$\Rightarrow \quad \sigma_p = \sigma - \frac{\sigma}{\epsilon_r} = \sigma\left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)$$

अर्थात् प्रेरित पृष्ठ आवेश घनत्व

$$\sigma_p = \sigma\left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right) \quad ...(iv)$$

∵ ध्रुवण सदिश $\vec{p} = \chi_e \vec{E}$

ध्रुवण सदिश का परिमाण परावैद्युत माध्यम की पट्टिका के किनारों पर प्रेरित पृष्ठ आवेश घनत्व के बराबर होता है।

$$\therefore \quad P = \chi_e E = \chi_e \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \sigma_p$$

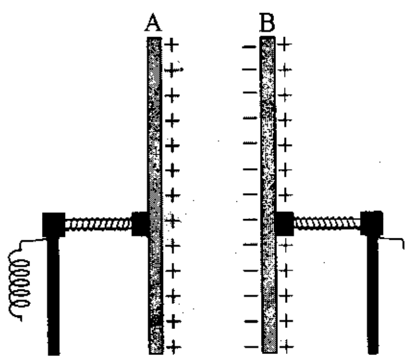
समी. (4) की सहायता से

$$\chi_e \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \sigma\left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)$$

$$\chi_e = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \quad ...(5)$$

समी. (5) विद्युत प्रवृत्ति (χ) तथा परावैद्युतांक (ϵ_r) के मध्य संबंध को व्यक्त करता है।

[illegible] plate [illegible] filled [illegible] tric



चित्र 4.13

चित्र में परावैद्युत पदार्थ से पूर्णतया भरे समांतर प्लेट संधारित्र को दर्शाया गया है। पदार्थ का परावैद्युतांक ϵ_r, संधारित्र की प्लेटों का क्षेत्रफल A तथा प्लेटों के मध्य की दूरी d है।

संधारित्र की प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{q}{A \epsilon_0 \epsilon_r} \quad ...(1)$$

यदि संधारित्र की दोनों प्लेटों के मध्य विभवांतर V हो, तो

$$E = \frac{V}{d}$$

$$\Rightarrow \quad V = Ed = \frac{qd}{A \epsilon_0 \epsilon_r}$$

अत: संधारित्र की धारिता $C = \frac{q}{V}$

$$\Rightarrow \quad C = \frac{q}{qd / A \epsilon_0 \epsilon_r} = \epsilon_r \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$= \epsilon_r C_0$$

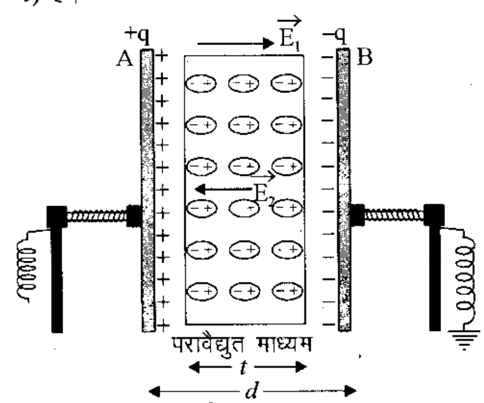
$$\Rightarrow \quad C = \epsilon_r C_0 \quad ...(2)$$

जहाँ $C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ संधारित्र की प्लेटों के मध्य केवल वायु या निर्वात् होने पर धारिता है।

अत: यह स्पष्ट होता है कि संधारित्र की दोनों प्लेटों के बीच में सम्पूर्ण स्थान को परावैद्युतांक ϵ_r वाले परावैद्युत पदार्थ से पूर्ण रूप से भर देने पर संधारित्र की धारिता C, परावैद्युत की अनुपस्थिति में धारिता C_0 से ϵ_r गुना हो जाती है क्योंकि ϵ_r का मान सदैव एक से अधिक होता है, अतः संधारित्र की धारिता बढ़ जाती है। इस निष्कर्ष के लिए प्रतिबन्ध यह है कि प्लेटों के बीच का सम्पूर्ण स्थान पूर्णरूप से परावैद्युत से भरा हो, आंशिक रूप से नहीं।

4.8.2 समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता जबकि परावैद्युत पदार्थ आंशिक रूप से भरा हो (Capacitance of a Parallel Plate Capacitor if it is Partially filled with dielectric substance) :

माना एक समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों का क्षेत्रफल A है तथा इनके बीच की दूरी d है। t मोटाई ($t < d$) की एक स्लेब जिसका परावैद्युतांक ϵ_r है प्लेटों के बीच चित्र के अनुसार रखी हुयी है। हवा में प्लेटों के बीच की दूरी ($d - t$) है।



चित्र 4.14

अत: प्लेटों के बीच हवा में विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_1 = \frac{q}{\epsilon_0 A} \quad .....(1)$$

तथा परावैद्युत पदार्थ की स्लेब के भीतर तीव्रता

$$E_2 = \frac{q}{\epsilon_r \epsilon_0 A} \quad .....(2)$$

यदि प्लेटों के बीच विभवान्तर V हो, तो

$$V = E_1 (d-t) + E_2 t$$

$$= \frac{q}{\epsilon_0 A}(d-t) + \frac{q}{\epsilon_r \epsilon_0 A} t \quad .....(3)$$

या

$$V = \frac{q}{\epsilon_0 A}\left[(d-t) + \frac{t}{\epsilon_r}\right]$$

अतः इस संधारित्र की धारिता

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{\epsilon_0 A}\left[d - t + \frac{t}{\epsilon_r}\right]}$$

या

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d - t\left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)} \quad .....(4)$$

समी. (4) आंशिक रूप से परावैद्युत पदार्थ की उपस्थिति में एक समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता का व्यंजक है।

∵ ϵ_r का मान सदैव एक से अधिक होता है, अतः $\left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)$ सदैव धनात्मक होगा। अतः संधारित्र की प्लेटों के बीच t मोटाई की परावैद्युत प्लेट रखने का प्रभाव यह होता है कि प्लेटों के बीच की दूरी d, आभासी रूप से $t\left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)$ कम हो जाती है। फलस्वरूप संधारित्र की धारिता बढ़ जाती है। यदि संधारित्र की किसी प्लेट को दूसरी प्लेट से $t\left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)$ दूर विस्थापित कर दिया जाये तो संधारित्र की धारिता का मान वही हो जायेगा जो प्रारंभ में परावैद्युत की अनुपस्थिति में था।

विशेष स्थितियाँ–

1. यदि प्लेटों के बीच का पूरा स्थान ϵ_r परावैद्युतांक वाले पदार्थ से भरा हो, तो $t = d$

$$C_m = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d}$$

2. यदि प्लेटों के बीच पूरे भाग में हवा हो तो $\epsilon_r = 1, t = 0$ अतः समी. (4) से

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

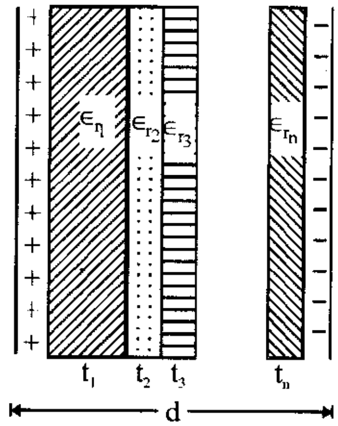
3. यदि प्लेटों के बीच धातु की प्लेट रख दी जाए जिसकी मोटाई t हो, तो

$$C' = \frac{\epsilon_0 A}{(d-t)}$$

क्योंकि धातु के लिए $\epsilon_r = \infty$

4.8.3 समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता जबकि विभिन्न मोटाई के भिन्न–भिन्न परावैद्युत पदार्थ भरे हों (Capacitance of a Parallel Plate Capacitor if it is filled with different dielectrics of different thickness) :

माना कि एक समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य का रिक्त स्थान $t_1, t_2, t_3, ..., t_n$ मोटाई के n भिन्न–भिन्न परावैद्युत पदार्थ की पट्टिकाओं से भरा है। इन परावैद्युत पदार्थों के परावैद्युतांक क्रमशः $\epsilon_{r_1}, \epsilon_{r_2}, \epsilon_{r_3}, ..., \epsilon_{r_n}$ है। (चित्र)



चित्र 4.15

अब यदि संधारित्र की प्लेटों के मध्य कुछ वायु क्षेत्र शेष रह जाता तो प्लेटों के मध्य वायु क्षेत्र की मोटाई = $[d - (t_1 + t_2 + t_3 + ...+ t_r$

इस स्थिति में संधारित्र की प्लेटों के मध्य प्रभावी विभवांतर

V = वायु क्षेत्र में विभवांतर + विभिन्न परावैद्युत पट्टिकाओं के कार विभवांतर

$$V = E_0[d - (t_1 + t_2 + t_3 + ...+ t_n)] + \frac{E_0}{\epsilon_{r_1}} t_1 + \frac{E_0}{\epsilon_{r_2}} t_2 + \frac{E_0}{\epsilon_{r_3}} t_3 + ... + \frac{E_0}{\epsilon_{r_n}} t$$

जहाँ $E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{q}{A\epsilon_0}$ वायु क्षेत्र में विद्युत क्षेत्र है।

$$V = E_0[d - (t_1 + t_2 + t_3 + ...+ t_n) + \frac{t_1}{\epsilon_{r_1}} + \frac{t_2}{\epsilon_{r_2}} + \frac{t_3}{\epsilon_{r_3}} + ... + \frac{t_n}{\epsilon_{r_n}}$$

$$\Rightarrow V = \frac{q}{A\epsilon_0}[d - (t_1 + t_2 + t_3 + ...+ t_n) + \frac{t_1}{\epsilon_{r_1}} + \frac{t_2}{\epsilon_{r_2}} + \frac{t_3}{\epsilon_{r_3}} + ... + \frac{t_n}{\epsilon_{r_n}}$$

इस प्रकार संधारित्र की धारिता

$$C = \frac{q}{V}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{\left[d - (t_1 + t_2 + t_3 + ... + t_n) + \frac{t_1}{\epsilon_{r_1}} + \frac{t_2}{\epsilon_{r_2}} + \frac{t_3}{\epsilon_{r_3}} + ... + \frac{t_n}{\epsilon_{r_n}}\right]}$$

यदि $d = t_1 + t_2 + t_3 + ... + t_n$

अर्थात् प्लेटों के मध्य वायुक्षेत्र शेष नहीं हो तो

$$\therefore \quad C = \frac{\epsilon_0 A}{\left[\frac{t_1}{\epsilon_{r_1}} + \frac{t_2}{\epsilon_{r_2}} + \frac{t_3}{\epsilon_{r_3}} + ... + \frac{t_n}{\epsilon_{r_n}}\right]}$$

∵ **स्थिति-(1)** यदि प्लेटों के बीच परावैद्युत पदार्थों की समान मोटाई की n पट्टियाँ हों तो $t_1 = t_2 = t_3 = ... = \frac{d}{n}$

तब $$C = \frac{n \epsilon_0 A}{d\left[\frac{1}{\epsilon_{r_1}} + \frac{1}{\epsilon_{r_2}} + \frac{1}{\epsilon_{r_3}} + ... + \frac{1}{\epsilon_{r_n}}\right]}$$

(2) यदि समान मोटाई की केवल दो पट्टियाँ हों तो $n = 2$

तब $$C = \frac{2 \epsilon_0 A}{d\left(\frac{1}{\epsilon_{r_1}} + \frac{1}{\epsilon_{r_2}}\right)}$$

$$C = \frac{2 \epsilon_0 A \epsilon_{r_1} \epsilon_{r_2}}{d(\epsilon_{r_1} + \epsilon_{r_2})}$$

उदा.10. एक समांतर प्लेट संधारित्र की प्लेट का क्षेत्रफल 100 वर्ग सेमी. तथा प्लेटों के मध्य दूरी 1 mm है। संधारित्र को 120 वोल्ट की बैटरी से संयोजित करने पर 0.12μC आवेश संचित होता है। प्लेटों के मध्य भरे पदार्थ का परावैद्युतांक ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.9

हल—दिया गया है—

$A = 100$ वर्ग सेमी.

$= 100 \times 10^{-4}$ मी^{2}. $= 10^{-2}$ मी^{2}

$d = 1$ मिमी $= 10^{-3}$ मी.

$V = 120$ वोल्ट

$q = 0.12\ \mu C = 0.12 \times 10^{-6}$ कूलॉम

∵ धारिता $C = \frac{q}{V} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d}$

$\Rightarrow \quad \epsilon_r = \frac{qd}{\epsilon_0 AV}$

$= \frac{0.12 \times 10^{-6} \times 10^{-3}}{8.85 \times 10^{-12} \times 10^{-2} \times 120}$

$\epsilon_r = 11.3$

उदा.11. एक वायु संधारित्र की समान्तर प्लेटों का क्षेत्रफल 0.20 मी.^{2} तथा उनके बीच की दूरी 0.01 मीटर है। इन प्लेटों के बीच विभवान्तर 3000 वोल्ट है। जब दोनों प्लेटों के मध्य किसी परावैद्युत पदार्थ की 0.01 मीटर मोटी स्लेब रखी जाती है तो विभवान्तर घटकर 1000 वोल्ट रह जाता है। निम्न की गणना कीजिए-

(i) स्लेब रखने से पहले संधारित्र की धारिता।

(ii) प्रत्येक प्लेट पर आवेश।

(iii) पदार्थ का परावैद्युतांक।

(iv) परावैद्युत पदार्थ रखने के बाद संधारित्र की धारिता।

हल— (i) स्लेब रखने से पहले संधारित्र की धारिता C है तो—

$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

दिया है— $A = 0.20$ मी.^{2}

$d = 0.01$ मी.

$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ फै./मी.

$V = 3000$ वोल्ट

$V_m = 1000$ वोल्ट

$C = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 0.20}{0.01}$

$= 1.77 \times 10^{-10}$ फैरड

(ii) प्लेटों पर आवेश q है तो

$q = CV$

$= 1.77 \times 10^{-10} \times 3000$

$= 5.3 \times 10^{-7}$ कूलॉम

(iii) पदार्थ का परावैद्युतांक

$\epsilon_r = \frac{C_m}{C} = \frac{q / V_m}{q / V} = \frac{V}{V_m}$

$= \frac{3000}{1000} = 3$

(iv) परावैद्युत माध्यम में धारिता

$C_m = \epsilon_r \times C$

$= 3 \times 1.77 \times 10^{-10}$

$= 5.31 \times 10^{-10}$ फैरड

उदा.12. एक समान्तर प्लेट संधारित्र जिसकी प्लेट का क्षेत्रफ 2×10^{-2} m^2 है तथा प्लेटों के मध्य दूरी 0.01 m. है, की प्लेटों के म 6 mm मोटाई की एबोनाइट प्लेट (परावैद्युतांक = 3) रखी जाती संधारित्र की धारिता कितनी होगी?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.1

हल— दिया गया है—

$A = 2 \times 10^{-2}$ m^2

$d = 0.01$ m.

$t = 6$ mm $= 6 \times 10^{-3}$ m.

$\epsilon_r = 3$

∵ $t < d$

∴ धारिता $C = \frac{\epsilon_0 A}{d - t\left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)}$

$= \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 2 \times 10^{-2}}{0.01 - 6 \times 10^{-3}\left(1 - \frac{1}{3}\right)}$

$= \frac{17.7 \times 10^{-14}}{5.98 \times 10^{-3}}$

$= 2.95 \times 10^{-11}$ F

$= 29.5 \times 10^{-12}$ F $= 29.5$ pF

उदा.13. एक समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता C है। इस प्लेटों के मध्य दूरी d है। यदि प्लेटों के मध्य $\frac{3d}{4}$ दूरी में एक परावैद्युतांक वाला पदार्थ भरा जाए, तो संधारित्र की धारिता क्या हो

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.1

हल— ∵ परावैद्युत माध्यम की मोटाई $\frac{3d}{4} < d$

∴ नवीन धारिता $C_m = \frac{\epsilon_0 A}{d - t\left(1 - \frac{1}{\epsilon r}\right)}$ से

$$C_m = \frac{\epsilon_0 A}{d - \frac{3d}{4}\left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)}$$

$$C_m = \frac{\epsilon_0 A}{d - \frac{3d}{4} + \frac{3d}{4\epsilon_r}}$$

$$= \frac{\epsilon_0 A}{\frac{d}{4} + \frac{3d}{4\epsilon_r}}$$

$$C_m = \frac{\epsilon_0 A}{d}\left[\frac{4\epsilon_r}{\epsilon_r + 3}\right]$$

परंतु $$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$\therefore \quad C_m = \left(\frac{4\epsilon_r}{\epsilon_r + 3}\right)C$$

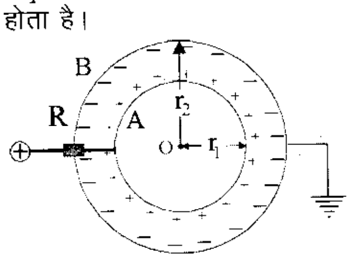
स्पष्टत: धारिता के मान में $\frac{4\epsilon_r}{\epsilon_r + 3}$ गुना वृद्धि हो जायेगी।

4.9 गोलीय संधारित्र की धारिता (Capacitance of spherical capacitor)

ऐसी व्यवस्था जिसमें परस्पर समान तथा विपरीत प्रकृति के आवेश से युक्त लगभग समान आकार वाले संकेन्द्रीय चालक गोले होते हैं, गोलीय संधारित्र कहलाती है।

इनमें धातु के दो संकेन्द्रीय गोले A तथा B की त्रिज्यायें मान r_1 तथा r_2 है जबकि $r_2 > r_1$ । आंतरिक गोले A से धातु की छड़ R जुड़ी होती है तथा बाह्य गोले B से पृथक्कित होती है। गोले B को पृथ्वीकृत कर दिया जाता है।

धातु की छड़ R के द्वारा भीतर वाले गोले A को आवेशित करते हैं। मान गोले A को $+q$ आवेश दिया जाता है तो गोले B की आंतरिक सतह पर प्रेरण के द्वारा $-q$ आवेश उत्पन्न हो जाता है तथा बाहरी सतह पर $+q$ आवेश उत्पन्न हो जाता है जो पृथ्वी में चला जाता है। A का विभव उसके स्वयं के आवेश $+q$ के कारण तथा गोले B के आवेश $-q$ के कारण (दोनों ही के कारण) होता है।



चित्र 4.16

अपने स्वयं के आवेश के कारण A का विभव

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_1} \text{ वोल्ट} \quad .....(1)$$

गोले के अंदर प्रत्येक बिन्दु पर विभव का मान वही होगा जो उसकी सतह का है। अतः गोले B के अंदर प्रत्येक बिन्दु पर विभव $= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_2}$ चूंकि गोला A गोला B के अंदर है अतः गोले A पर गोले B की आंतरिक सतह पर आवेश $-q$ के कारण विभव

$$V_2 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_2} \quad .....(2)$$

अतः A का परिणामी विभव $V = V_1 + V_2$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_1} + \left(\frac{-1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_2}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

चूंकि B पृथ्वीकृत है अतः B का विभव शून्य होगा। अतः A और B के बीच विभवान्तर

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right) \quad .....(3)$$

अतः गोलीय संधारित्र की धारिता

$$C = \frac{q}{V}$$

$$= \frac{q}{\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right)}$$

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1 r_2}{(r_2 - r_1)} \text{ फैरड} \quad .....(4)$$

समी. (4) एक गोलीय संधारित्र की धारिता के लिए व्यंजक है। यदि गोलों के मध्य का भाग ϵ_r परावैद्युतांक वाले पदार्थ से भरा हुआ हो तो गोलीय संधारित्र की धारिता

$$C_m = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r_1 r_2}{(r_2 - r_1)} \text{ फैरड} \quad .....(5)$$

$$C_m = \epsilon_r C \quad ...(6)$$

समी. (4) से स्पष्ट है, कि गोलीय संधारित्र की धारिता गोलों के आकार पर निर्भर करती है। धारिता बढ़ाने के लिए लगभग समान त्रिज्या के उपयुक्त आकार के गोले प्रयुक्त किये जाने चाहिए।

समी. (4) से स्पष्ट है, कि

$$C \propto \frac{1}{r_2 - r_1}$$

अर्थात् दोनों गोलों के मध्य दूरी घटाकर गोलीय संधारित्र बढ़ायी जा सकती है।

समी. (4) से

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}$$

अब यदि $r_1 = R$ तथा $r_2 = \infty$ लिये जायें, तब

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

यह एक गोलीय चालक की धारिता का सूत्र है। इस प्रकार गोलीय चालक एक ऐसा गोलीय संधारित्र जिसका एक गोला अनन्त पर भूसम्पर्कित माना गया है।

उदा.14. एक गोलीय संधारित्र के बाहरी एवं भीतरी गोलों की त्रिज्यायें क्रमशः 2m तथा 1m है। परावैद्युतांक $\epsilon_r = 8$ वाला काँच दोनों गोलों के मध्य भरा है। संधारित्र की धारिता ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.12

हल–दिया गया है– $r_1 = 1m, r_2 = 2m, \in_r = 8$

∵ गोलीय संधारित्र की धारिता

$$C = \frac{4\pi \in_0 \in_r r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

$$= \frac{1}{9\times10^9}\times\frac{8\times1\times2}{(2-1)}$$

$$C = \frac{16}{9}\times10^{-9}F$$

$$C = 1.78 \times 10^{-9}F = 1.78 \text{ nF}$$

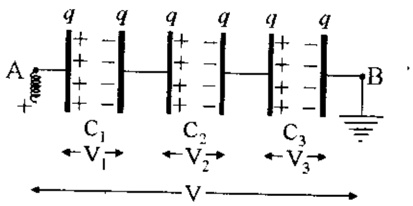
4.10 संधारित्रों का संयोजन (Combination of Capacitors)

जब इच्छित मान का संधारित्र उपलब्ध नहीं होता है तो दो या दो से अधिक संधारित्रों को जोड़कर उस मान को प्राप्त किया जा सकता है। संधारित्रों को दो प्रकार से जोड़ा जा सकता है–

(i) श्रेणीक्रम संयोजन (ii) समान्तरक्रम संयोजन

4.10.1 संधारित्रों का श्रेणीक्रम संयोजन (Series Combination of Capacitors)

धारिता को कम करने के लिए संधारित्रों को श्रेणी क्रम में जोडा जाता है। इसमें एक संधारित्र की दूसरी प्लेट दूसरे संधारित्र की पहली प्लेट से दूसरे की दूसरी प्लेट तीसरे की पहली प्लेट से, इसी प्रकार शेष सभी को जोड़ देते हैं। अंतिम संधारित्र की दूसरी प्लेट को पृथ्वी से सम्बन्धित कर देते हैं। इस प्रकार का संयोजन नीचे चित्र में दिखाया गया है–



चित्र 4.17

यदि पहले संधारित्र की पहली प्लेट को +q आवेश दिया जाता है तो प्रेरण द्वारा सभी संधारित्रों की सभी प्लेटों पर चित्र की भाँति समान परिमाण (q) एकत्र होगा, चाहे संधारित्र की धारिता कितनी ही क्यों न हो। धारिताओं के मान अलग-अलग होने के कारण प्रत्येक संधारित्र की प्लेटों का विभवान्तर अलग-अलग होगा। पूरे संयोजन का विभवान्तर यदि V हो तो

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad .....(1)$$

∵ प्रत्येक संधारित्र पर एकत्र आवेश समान है।

∴ $q = C_1V_1 = C_2V_2 = C_3V_3$ होगा।

अतः $V_1 = \frac{q}{C_1}$

$V_2 = \frac{q}{C_2}$

$V_3 = \frac{q}{C_3}$ होंगे।

यदि संयोजन की तुल्य धारिता C मान लें तो

$$V = \frac{q}{C}$$

समी. (1) में सभी विभवों के मान रखने पर

$$\frac{q}{C} = \frac{q}{C_1}+\frac{q}{C_2}+\frac{q}{C_3}$$

या $\frac{q}{C} = q\left[\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right]$

या $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}$ .....(2)

इसी प्रकार जितने भी संधारित्र होंगे सभी उक्त सूत्र की भाँति जुड़ जायेंगे।

∴ n संधारित्रों के संयोजन की तुल्य धारिता–

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+............+\frac{1}{C_n} \text{ होगी} \quad .....(3)$$

अतः कहा जा सकता है कि–

(a) संयोजन की तुल्य धारिता का व्युत्क्रम, संयोजन में लगे सभी संधारित्रों की अलग-अलग धारिताओं के व्युत्क्रम योग के बराबर होता है।

(b) तुल्य धारिता का मान प्रत्येक संधारित्र की धारिता से भी कम होता है।

विशेष तथ्य–

(i) सभी संधारित्रों पर आवेश की मात्रा समान होती है चाहे धारिता कुछ भी हो।

अतः $q_1 : q_2 : q_3 : ..... = 1:1:1:.....$

(ii) भिन्न-भिन्न धारिता वाले सभी श्रेणीबद्ध संधारित्रों का विभवान्तर भिन्न होता है।

∴ $V = \frac{q}{C}$ और q सभी पर समान है

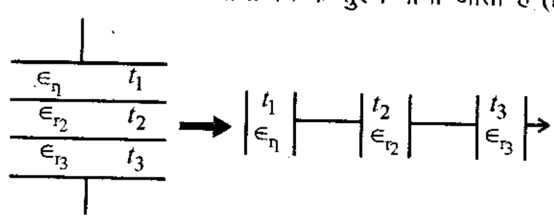
अतः $V \propto \frac{1}{C}$

∴ $V_1 : V_2 : V_3 : ..... = \frac{1}{C_1}:\frac{1}{C_2}:\frac{1}{C_3}:........$

(iii) समान धारिता (C) के n संधारित्रों की श्रेणीक्रम संयोजन की तुल्य धारिता एक संधारित्र की धारिता एवं संधारित्रों की संख्या के अनुपात के बराबर होती है अर्थात्

$$C_S = \frac{C}{n}$$

(iv) यदि संधारित्र की प्लेटों के मध्य प्लेटों के समान्तर $\in_{r_1}, \in_{r_2}, \in_{r_3}$ ......परावैद्युतांक की कई पट्टियाँ रखी हों तो यह संधारित्र उसी संधारित्र की प्लेटों के बीच उन पट्टियों को अलग-अलग रखकर बने संधारित्रों के श्रेणीक्रम संयोजन के तुल्य माना जाता है (चित्र)।



चित्र 4.18

अतः
$$C = \frac{\in_0 A}{\left(\frac{t_1}{\in_{r_1}}+\frac{t_2}{\in_{r_2}}+\frac{t_3}{\in_{r_3}}+....\right)}$$

या $$\frac{1}{C} = \frac{1}{\epsilon_0 A}\left(\frac{t_1}{\epsilon_{r_1}}+\frac{t_2}{\epsilon_{r_2}}+\frac{t_3}{\epsilon_{r_3}}+\cdots\right)$$

$$= \frac{t_1}{\epsilon_0\epsilon_{r_1} A}+\frac{t_2}{\epsilon_0\epsilon_{r_2} A}+\frac{t_3}{\epsilon_0\epsilon_{r_3} A}+\cdots\cdots$$

या $$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\cdots \qquad \left[\because C = \frac{\epsilon_0\epsilon_r A}{t}\right]$$

$$C = \frac{\epsilon_0\epsilon_r A}{t} \text{ फैरड}$$

यहाँ ϵ_{r_1} परावैद्युतांक वाले पदार्थ से भरे संधारित्र की धारिता C_1 है, ϵ_{r_2} परावैद्युत पदार्थ युक्त की C_2 है, इत्यादि।

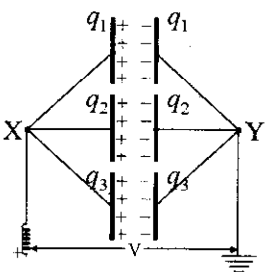
4.10.2 संधारित्रों का पार्श्वक्रम अथवा समान्तर क्रम संयोजन (Parallel Combination of Capacitors)

इस संयोजन में सभी संधारित्रों की पहली प्लेटें एक बिन्दु X पर और दूसरी प्लेटें Y पर जोड़ दी जाती हैं। Y को पृथ्वी से सम्बन्धित कर देते हैं और X को आवेश $+q$ देते हैं तो धारिताओं के अनुसार यह आवेश क्रमशः q_1, q_2, q_3, ... आदि भागों में बँट जाता है। चूँकि सभी संधारित्रों की एक-एक प्लेट X और दूसरी प्लेटें Y के मध्य जुड़ी हैं अतः सभी का विभवान्तर (V) समान होगा।

$\therefore \quad q = q_1 + q_2 + q_3$ .....(1)

$\because$ आवेश $q = CV$ होता है।

अतः $\quad q_1 = C_1V, q_2 = C_2V, q_3 = C_3V$



चित्र 4.19

अतः समी. (1) से

$$q = C_1V + C_2V + C_3V$$

या $\quad q = V(C_1 + C_2 + C_3)$ .....(2)

यदि संयोजन की तुल्य धारिता C मान लें तो

$$q = CV \quad .....(3)$$

समी. (2) व (3) की तुलना करने पर

$$CV = V(C_1 + C_2 + C_3)$$

या $\quad C = C_1 + C_2 + C_3$

अतः कहा जा सकता है कि संधारित्रों के समान्तर क्रम संयोजन की तुल्य धारिता (C) विभिन्न संधारित्रों की धारिताओं के बीजीय योग के बराबर होती है।

इसी प्रकार यदि अन्य संधारित्र जोड़े जाते हैं तो

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + C_n$$

यदि सभी n संधारित्रों की धारिताएँ C_1 हों तो

$$C = C_1 + C_1 + C_1 + \ldots\ldots\ldots + C_1 \ (n \text{ तक})$$

या $\quad C_P = nC_1$

संयोजन की तुल्य धारिता प्रत्येक संधारित्र की धारिता की n गुनी होगी।

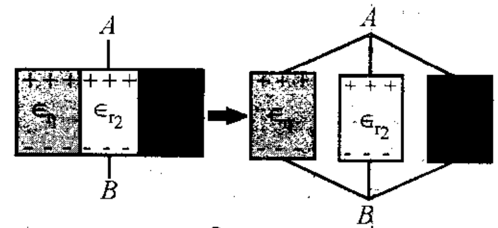
विशेष तथ्य–

(i) समान्तर क्रम संयोजन में प्रत्येक संधारित्र का विभवान्तर समान होता है और यह बैटरी के विभवान्तर के बराबर होता है।

$\therefore \quad V_1 : V_2 : V_3 = 1 : 1 : 1$

(ii) इस संयोजन को तब प्रयोग करते हैं जब धारिता बढ़ानी होती है।

(iii) यदि किसी संधारित्र की प्लेटों के बीच समान क्षेत्रफल तथा समान मोटाई के विभिन्न परावैद्युतांकों वाले पदार्थ रखे जायें तो उसकी धारिता मध्य-परावैद्युतांक वाले पदार्थ से भरे संधारित्र की धारिता के तुल्य होती है।



चित्र 4.20

इसे सिद्ध करने के लिए माना कि समान्तर पट्ट संधारित्र की प्लेटों का क्षेत्रफल A तथा उनके बीच की दूरी d है। प्लेटों के बीच समान क्षेत्रफल (A/3) तथा समान मोटाई d के ϵ_{r_1}, ϵ_{r_2} व ϵ_{r_3} परावैद्युतांक वाले पदार्थ रखे हैं। इस संधारित्र को समान्तर क्रम में जुड़े तीन संधारित्रों के तुल्य माना जा सकता है जिनमें पृथक-पृथक परावैद्युत भरा है, (चित्र)।

यदि इन संधारित्रों की धारिताएँ क्रमशः C_1, C_2 व C_3 हैं तो–

$$C_1 = \frac{\epsilon_0\epsilon_{r_1} A}{3d}, C_2 = \frac{\epsilon_0\epsilon_{r_2} A}{3d}, C_3 = \frac{\epsilon_0\epsilon_{r_3} A}{3d}$$

समान्तर क्रम के संयोजन से कुल धारिता

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

अतः $$C = \frac{\epsilon_0\epsilon_{r_1} A}{3d}+\frac{\epsilon_0\epsilon_{r_2} A}{3d}+\frac{\epsilon_0\epsilon_{r_3} A}{3d}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}\left(\frac{\epsilon_{r_1}+\epsilon_{r_2}+\epsilon_{r_3}}{3}\right)$$

यदि भिन्न परावैद्युतांक के पदार्थों द्वारा भरा गया क्षेत्रफल भिन्न हो अर्थात् क्रमशः A_1, A_2, A_3..... हो तो

$$C_1 = \frac{\epsilon_0\epsilon_{r_1} A}{3d}, C_2 = \frac{\epsilon_0\epsilon_{r_2} A}{3d}, C_3 = \frac{\epsilon_0\epsilon_{r_3} A}{3d}, \ldots \text{ होंगे}$$

फलतः परिणामी धारिता

$$C = \frac{\epsilon_0}{d}(\epsilon_{r_1} A_1 + \epsilon_{r_2} A_2 + \cdots\cdots + \epsilon_{r_n} A_n) \quad \text{होगी।}$$

[illegible]

संधारित्रों से बने परिपथ की तुल्य धारिता ज्ञात करने के लिए निम्न तरीकों को काम में लेना चाहिए–

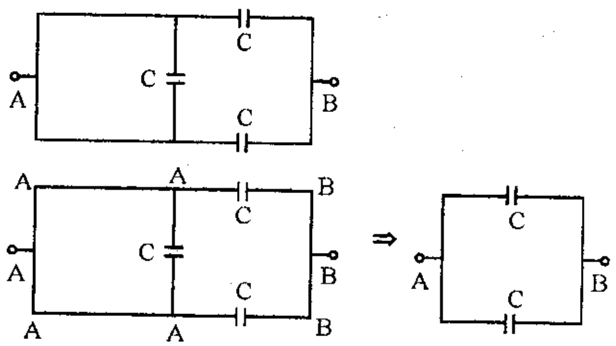
Method 1.- उन दो बिन्दुओं को निर्धारित करें जिनके बीच तुल्य धारिता ज्ञात करनी है।

Method 2.- दोनों बिन्दुओं के बीच बैटरी जोड़ें (कल्पना से)

Method 3. - उस बिन्दु से परिपथ को हल करें जो दिये गये बिन्दुओं से (जिनके बीच तुल्य धारिता ज्ञात करनी है) अधिकतम दूरी पर हो।

(1) परिपथ जिनमें अतिरिक्त तार जुड़े हुए हों: यदि परिपथ की किसी शाखा में कोई संधारित्र न हो तो इस शाखा का प्रत्येक बिन्दु समान विभव पर होगा। मान लीजिए कि निम्न परिपथों में तुल्य धारिता ज्ञात करनी है-

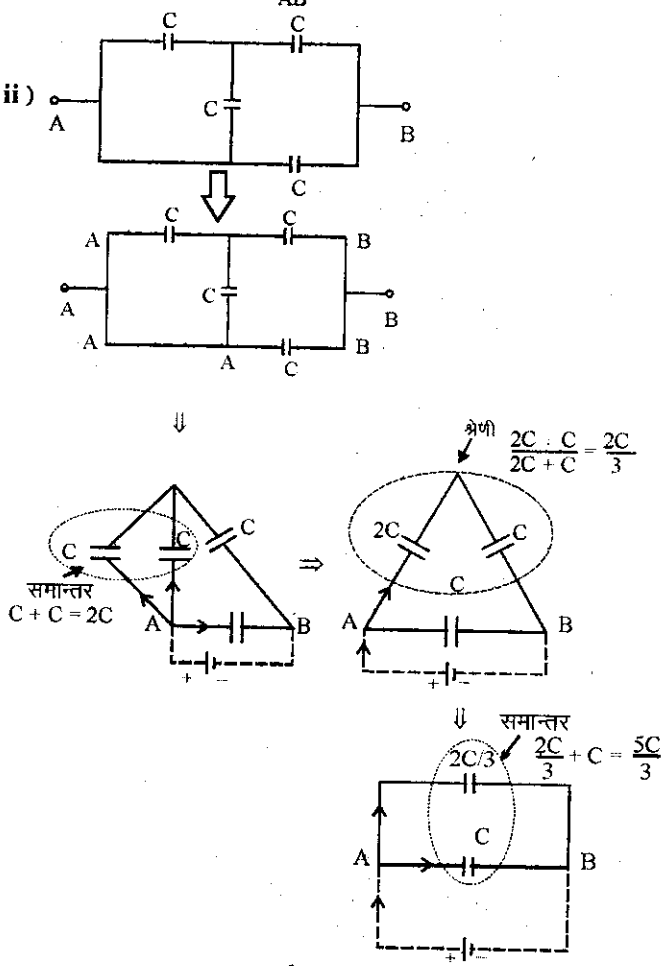
(i)



चित्र 4.21

ऊर्ध्वाधर शाखा में लगे संधारित्र C पर कोई विभवान्तर नहीं है इसलिए इसे हटा देते हैं अतः $C_{AB} = 2C$

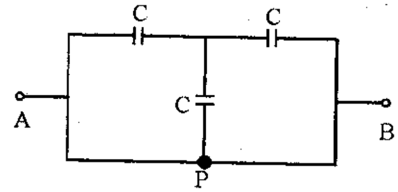
(ii)



चित्र 4.22

अतः A तथा B के बीच तुल्य धारिता $\frac{5C}{3}$ है।

(iii)



चित्र 4.23

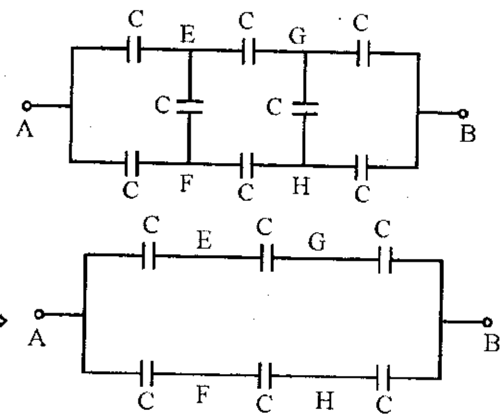
संलग्न परिपथ में शाखा APB में कोई संधारित्र नहीं है अतः बिन्दु A, P एवं B विद्युतीय रूप से एक ही बिन्दु हैं अर्थात् प्रवेश बिन्दु (Inp point) तथा निर्गत बिन्दु (Output point) सीधे जुड़े हुए हैं अर्था परिपथ लघुपथित है।

अतः सम्पूर्ण आवेश पथ APB से होकर जाएगा इसका अर्थ है f परिपथ में जुड़े संधारित्रों में आवेश का संचय नहीं होगा अर्थात् परिप की परिणामी धारिता शून्य होगी।

(2) विस्तृत व्हीटस्टोन परिपथ: संलग्न परिपथ परस्पर जुड़े दो व्हीटस्टो सेतुओं को प्रदर्शित करता है। एक सेतु AEGHFA के मध्य तथा दूसरा से EGBHFE के बीच जुड़ा है। यह परिपथ व्हीटस्टोन परिपथ का विस्तृत रू है।

इसमें दो शाखाओं EF तथा GH के बाँयी तथा दाँयी ओर धारिताओं व अनुपात में सममितता (Symmetry) है।

चित्र से, शाखाओं AE तथा EG में जुड़ें संधारित्रों की धारिताओं का अनुपा शाखाओं AF तथा FH में जुड़े संधारित्रों की धारिताओं के अनुपात के बराब है। अतः सेतु AEGHFA में से शाखा EF को हटाया जा सकता है। इस प्रकार सेतु EGBHFE में से शाखा GH को हटाया जा सकता है।

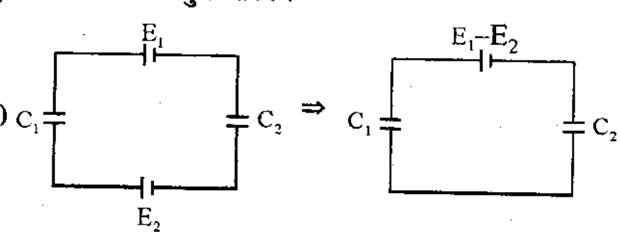


चित्र 4.24

$$C_{AB} = \frac{2C}{3}$$

(3) एक से अधिक सेल युक्त परिपथ

(i)

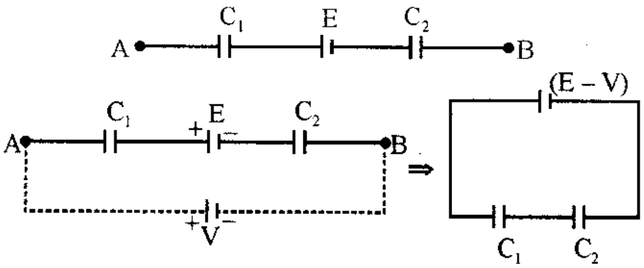


चित्र 4.25

C_1 के सिरों पर विभवान्तर $= \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)(E_1 - E_2)$ तथा

C_2 के सिरों पर विभवान्तर $= \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2}\right)(E_1 - E_2)$

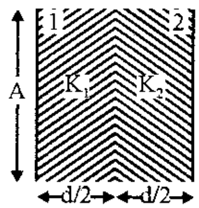
(ii) नीचे दिये गये परिपथ में यदि सिरों (A तथा B) बीच विभवान्तर V है तब



चित्र 4.26

(4) परावैद्युतांकों का संयोजन : यदि विभिन्न परावैद्युत माध्यम चित्रानुसार समान्तर प्लेट संधारित्र में विभिन्न प्रकार से भरे हुए है–

(i)



चित्र 4.27

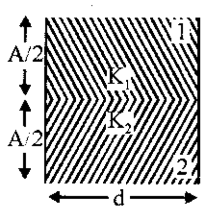
इस संयोजन को दो संधारित्रों C_1 व C_2 के श्रेणी क्रम संयोजन के तुल्य माना जा सकता है।

$$C_1 = \frac{K_1\varepsilon_0 A}{d/2}, \qquad C_2 = \frac{K_2\varepsilon_0 A}{d/2}.$$

तथा $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_{eq} = \left(\frac{2K_1K_2}{K_1+K_2}\right)\frac{\varepsilon_0 A}{d}$

$$K_{eq} = \frac{2K_1K_2}{K_1+K_2}$$

(ii)



चित्र 4.28

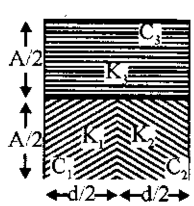
यह संयोजन दो संधारित्रों के समान्तर क्रम संयोजन के तुल्य है

$$C_1 = \frac{K_1\varepsilon_0 A}{2d}, \qquad C_2 = \frac{K_2\varepsilon_0 A}{2d}$$

अत: $C_{eq} = C_1 + C_2 \Rightarrow C_{eq} = \left(\frac{K_1+K_2}{2}\right)\frac{\varepsilon_0 A}{d}$

$$K_{eq} = \frac{K_1+K_2}{2}$$

(iii)



चित्र 4.29

इस निकाय में C_1 व C_2 श्रेणीक्रम में तथा दोनों C_3 के समान्तर क्रम में हैं

$$C_1 = \frac{K_1\varepsilon_0 A/2}{d/2} = \frac{K_1\varepsilon_0 A}{d}, \qquad C_2 = \frac{K_1\varepsilon_0 A/2}{d/2} = \frac{K_2\varepsilon_0 A}{d}$$

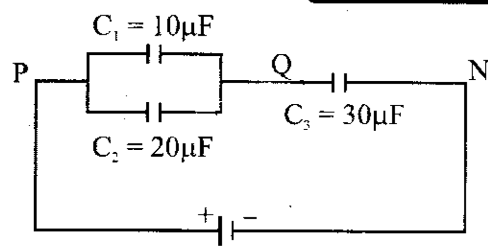
तथा $C_3 = \frac{K_3\varepsilon_0 A/2}{d/2} = \frac{K_3\varepsilon_0 A}{2d}$

$$\therefore C_{eq} = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} + C_3 = \frac{\frac{K_1\varepsilon_0 A}{d}\times\frac{K_2\varepsilon_0 A}{d}}{\frac{K_1\varepsilon_0 A}{d}+\frac{K_2\varepsilon_0 A}{d}} + \frac{K_3\varepsilon_0 A}{2d}$$

$$\Rightarrow C_{eq} = \left(\frac{K_1K_2}{K_1+K_2} + \frac{K_3}{2}\right)\frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$$\Rightarrow K_{eq} = \left(\frac{K_3}{2} + \frac{K_1K_2}{K_1+K_2}\right)$$

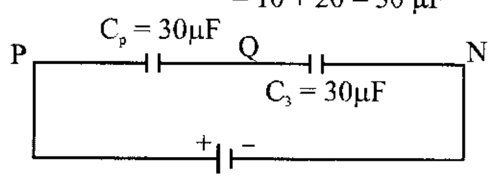
उदा.15. चित्र में दर्शाये गये संयोजन की बिन्दु P व N के मध्य तुल्य धारिता ज्ञात कीजिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.13**



चित्र 4.30

हल– दिए गए परिपथ में C_1 व C_2 संधारित्र समान्तर क्रम में संयोजित है। अत: इनकी तुल्य धारिता

$$C_p = C_1 + C_2 = 10 + 20 = 30\ \mu F$$



चित्र 4.31

अब C_p तथा C_3 श्रेणीक्रम में संयोजित है अत: P व N के मध्य तुल्य धारिता

$$C = \frac{C_p \times C_3}{C_p + C_3} = \frac{30\times 30}{30+30} = 15\ \mu F$$

उदा.16. तीन संधारित्र जिनकी धारिता 10, 15 तथा 30 μF है, श्रेणीक्रम में जोड़े गये हैं। इस संयोजन के सिरों पर 60 वोल्ट की बैटरी लगाई गई है। बैटरी से लिये गये आवेश, तुल्य धारिता तथा प्रत्येक संधारित्र पर विभवान्तर की गणना करो।

हल– $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

दिया गया है–

$C_1 = 10\ \mu F$, $C_2 = 15\ \mu F$, $C_3 = 30\ \mu F$, V = 60 वोल्ट

$$\therefore \frac{1}{C} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30}$$

$$= \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

$\therefore \quad C = 5\,\mu F = 5 \times 10^{-6}$ F

क्योंकि संधारित्र श्रेणीक्रम में जोड़े गये हैं, अतः प्रत्येक संधारित्र पर आवेश q समान होगा।

$\therefore$ बैटरी से लिये गये आवेश का मान $q = CV$

$$q = 5 \times 10^{-6} \times 60$$
$$= 300\,\mu C$$

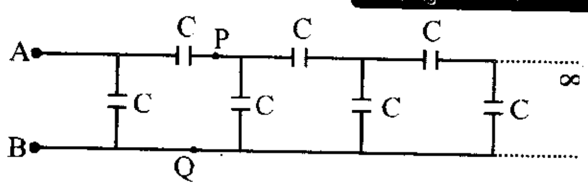
संधारित्रों पर विभवान्तर V_1, V_2 व V_3 है तो

$$V_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{300}{10} = 30 \text{ वोल्ट}$$

$$V_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{300}{15} = 20 \text{ वोल्ट}$$

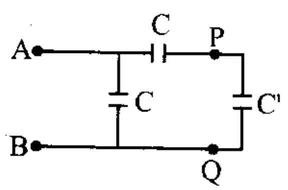
$$V_3 = \frac{q}{C_3} = \frac{300}{30} = 10 \text{ वोल्ट}$$

उदा.17. C धारिता वाले अनेक संधारित्र चित्र में दर्शाये अनुसार अनन्त संख्या में संयोजित है। बिन्दु A तथा B के मध्य कुल धारिता का मान ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.14



चित्र 4.32

हल—माना कि बिन्दुओं P व Q के दांयी ओर की श्रेणी की धारिता C' है अतः A व B के मध्य की तुल्य धारिता भी C' होगी। इसका कारण है, कि श्रेणी अनन्त लम्बाई की है।



चित्र 4.33

अब A तथा B के मध्य कुल धारिता

$$C' = C + \frac{CC'}{C + C'}$$

$$C' = \frac{C(C + C') + CC'}{C + C'}$$

$$\Rightarrow \quad CC' + C'^2 = C^2 + CC' + CC'$$

$$\Rightarrow \quad C'^2 - CC' - C^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad C' = \frac{C \pm \sqrt{C^2 + 4C^2}}{2}$$

$$= \frac{C \pm \sqrt{5C^2}}{2} = \left(\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}\right)C$$

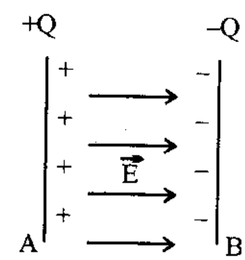
$\because$ धारिता का मान सदैव धनात्मक होता है अतः धन चिह्न लेने पर

$$C' = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)C$$

4.11 संधारित्र में संचित ऊर्जा (Energy Stored in a Capacitor)

किसी संधारित्र को आवेश देने की क्रिया में कार्य करना पड़ता है। यह कार्य स्थितिज विद्युत ऊर्जा के रूप में संधारित्र में उत्पन्न विद्युत क्षेत्र में संचित हो जाता है।

संधारित्र में दो चालक (माना A व B) होते है जिन पर आवेश क्रमशः +Q तथा –Q होता है। संधारित्र में संचित ऊर्जा की गणना करने के लिए हम मानते हैं कि प्रारंभ में दोनों चालक अनावेशित है। अब माना कि चालक A से चालक B पर इलेक्ट्रॉन स्थानान्तरण द्वारा चालक A को धनावेशित तथा चालक B को ऋणावेशित किया जाता है। स्पष्ट है कि चालक A पर जितना धन आवेश आयेगा, ठीक उतना ही चालक B पर ऋणावेश आयेगा।



चित्र 4.34

किसी संधारित्र को आवेश एक साथ नहीं दिया जाता है। उसकी मात्रा में शून्य से Q आवेश तक थोड़ी मात्रा में वृद्धि करते हैं। इस कारण संधारित्र का विभव भी शून्य से V तक बढ़ता है। माना कि किसी क्षण संधारित्र का विभव V' है और उसे आवेश dq दिया जाता है। V' विभव पर आवेश dq देने के लिए किया गया कार्य dW स्थितिज ऊर्जा के रूप में संधारित्र में संचित हो जायेगा। अतः स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि

$$dW = V'\,dq \qquad .....(1)$$

अतः संधारित्र को शून्य से Q तक आवेश प्रदान करने में स्थितिज ऊर्जा में कुल वृद्धि

$$U = \Sigma\, dW = \Sigma\, V'\, dq \qquad .....(2)$$

संधारित्र की प्लेटों को शून्य से +Q आवेश तक आवेशित करने के लिए कुल कार्य की गणना समी. (1) का $q = 0$ से $q = Q$ के लिए समाकलन करके प्राप्त करते हैं।

$$\text{अतः} \quad W = U = \int_0^Q dW$$

समी. (1) से

$$W = \int_0^Q V'\, dq \qquad .....(3)$$

संधारित्र की धारिता C है तो V' विभव के संगत संधारित्र में संचित आवेश

$$q = CV'$$

$$\text{या} \quad V' = \frac{q}{C} \qquad .....(4)$$

समी. (3) में (4) से मान रखने पर

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C}\, dq$$

$$W = \frac{1}{C}\left[\frac{q^2}{2}\right]_0^Q = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad .....(5)$$

समी. (5) में Q का मान रखने पर

पुनः $$W = \frac{1}{2}(CV)^2 \times \frac{1}{C}$$

$$= \frac{1}{2}CV^2 \qquad .....(6)$$

समी. (5) में C का मान रखने पर

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2 V}{Q} = \frac{QV}{2} \qquad .....(7)$$

समी. (5), (6), (7) आवेशित संधारित्र की स्थितिज ऊर्जा है

$$U = W = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{QV}{2} \qquad .....(8)$$

4.11.1 समान्तर प्लेट संधारित्र का ऊर्जा घनत्व (Energy density of a Parallel Plate Capacitor)

यदि समान्तर पट्ट संधारित्र की प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल A हो और उसकी प्लेटों को आवेश Q दिया जाता है तब उसकी प्लेटों के मध्य उत्पन्न विद्युत क्षेत्र

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \text{परन्तु} \quad \sigma = \frac{Q}{A}$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{Q}{A\epsilon_0} \quad \therefore \quad Q = A\epsilon_0 E \quad \text{होगा} \qquad .....(9)$$

अतः संधारित्र की ऊर्जा $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ से–

यदि प्लेटों के बीच की दूरी d हो तो उसकी धारिता

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \qquad .....(10)$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{(A\epsilon_0 E)^2 d}{\epsilon_0 A}$$

$$U = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 A d \qquad .....(11)$$

परन्तु Ad = क्षेत्रफल × दूरी = प्लेटों के मध्य आयतन V_0

$$\therefore \quad U = \left(\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2\right)V_0$$

अतः ऊर्जा घनत्व–

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{W}{V_0} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

इस प्रकार समान्तर पट्ट संधारित्र के मध्य विद्युत क्षेत्र E है तो उसमें निहित ऊर्जा प्रति एकांक आयतन या ऊर्जा घनत्व $\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$ होती है।

आवेशित संधारित्र में ऊर्जा उसके प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र में संग्रहित रहती है।

उदा.18. समान्तर प्लेट संधारित्र की प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल 90 cm² है तथा उनके मध्य की दूरी 2.5 mm है। इसको 400 V आपूर्ति से जोड़कर आवेशित किया जाता है। संधारित्र द्वारा संचित स्थिर विद्यु ऊर्जा का मान ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.15

हल– दिया गया है–

$A = 90\ cm^2 = 90 \times 10^{-4}\ m^2$
$d = 2.5\ mm = 2.5 \times 10^{-3}\ m,$
$V = 400$ वोल्ट

$\because$ संधारित्र की धारिता $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

$$C = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 90 \times 10^{-4}}{2.5 \times 10^{-3}}$$

$C = 31.9 \times 10^{-12}\ F$

संधारित्र द्वारा संचित स्थिर विद्युत ऊर्जा

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 31.9 \times 10^{-12} \times (400)^2$$

$= 2.55 \times 10^{-6}$ जूल

उदा.19. किसी संधारित्र की प्लेटों के मध्य की दूरी को दु कर देने से इसकी ऊर्जा में कितना परिवर्तन होगा ?

हल– जब संधारित्र की प्लेटों के मध्य की दूरी d है तो धारिता $C = \frac{\epsilon_0}{}$

संधारित्र की प्लेटों की दूरी को दुगुना करने पर धारिता C' है

$$C' = \frac{\epsilon_0 A}{2d} = \frac{C}{2} \qquad ...$$

इस प्रकार दूरी को दुगुना करने से धारिता का मान आधा हो ज है।

विलगित संधारित्र की प्लेटों पर दोनों स्थितियों में आवेश स रहेगा। माना कि आवेश Q है। प्रथम स्थिति में ऊर्जा $U_1 = \frac{1}{2}$

दूसरी स्थिति में ऊर्जा $U_2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C'}$

समी (1) से C' का मान रखने पर $= \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{Q^2}{C}$

$$U_2 = 2U_1$$

अतः संधारित्र की स्थितिज ऊर्जा का मान दुगुना हो जाता है।

4.11.2 संधारित्रों के संयोजन में संचित ऊर्जा (Energy stored in combinations of capacitors)

(अ) श्रेणीक्रम संयोजन–यदि $C_1, C_2, C_3, ..., C_n$ धारिता संधारित्र श्रेणीक्रम में संयोजित है, तब तुल्य धारिता C_s हो, तो

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ... + \frac{1}{C_n}$$

संधारित्रों के श्रेणीक्रम संयोजन में सभी संधारित्रों पर आवेश की समान रहती है, जिससे तुल्य धारिता के संधारित्र में संचित ऊर्जा

$$U = \frac{Q^2}{2C_s} = \frac{Q^2}{2} \times \frac{1}{C_s}$$

$$U = \frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+....+\frac{1}{C_n}\right)$$

$$U = \frac{Q^2}{2C_1}+\frac{Q^2}{2C_2}+\frac{Q^2}{2C_3}+....+\frac{Q^2}{2C_n}$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + ...+U_n \qquad ...(1)$$

(ब) समान्तरक्रम संयोजन– यदि $C_1, C_2, C_3,...., C_n$ धारिता के n संधारित्र समान्तरक्रम में संयोजित है। तब तुल्य धारिता C_p हो, तो

$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 +.....+ C_n$$

संधारित्रों के समान्तरक्रम संयोजन में सभी संधारित्रों पर विभवांतर V समान होता है, जिससे तुल्य धारिता के संधारित्र में संचित ऊर्जा

$$U = \frac{1}{2}C_pV^2$$

$$U = \frac{1}{2}(C_1+C_2+C_3+....+C_n)V^2$$

$$U = \frac{1}{2}C_1V^2+\frac{1}{2}C_2V^2+\frac{1}{2}C_3V^2+......+\frac{1}{2}C_nV^2$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n \qquad ....(2)$$

इस प्रकार समी. (1) व (2) से स्पष्ट है, कि संधारित्रों के श्रेणीक्रम या समान्तरक्रम संयोजन में संचित कुल ऊर्जा का मान प्रत्येक संधारित्र में संचित ऊर्जाओं के योगफल के बराबर होता है।

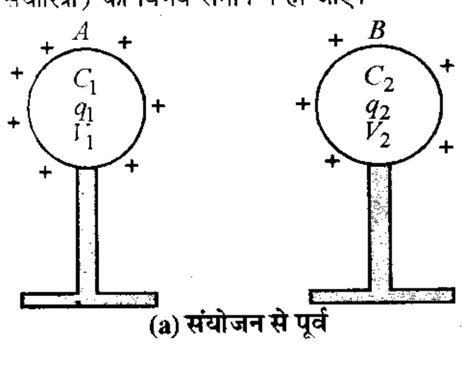
4.12 आवेशित चालकों के संयोजन से आवेशों का पुनर्वितरण तथा ऊर्जा हानि (Redistribution of charges and loss of energy by combination of charged conductors)

4.12.1 आवेश पुनर्वितरण (Redistribution of charges)

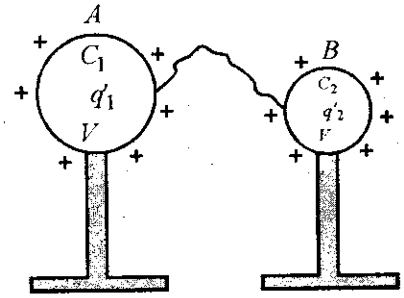
माना के दो विलगित चालकों (या संधारित्रों) A व B की धारिताएँ क्रमशः C_1 व C_2 है। चालक A को आवेश q_1 देने पर इसका विभव V_1 हो जाता है तथा चालक B को आवेश q_2 देने पर इसका विभव V_2 हो जाता है, तब

$$q_1 = C_1 V_1 \quad \text{तथा} \quad q_2 = C_2V_2$$

अब यदि इन दोनों आवेशित चालकों (या संधारित्रों) को एक सुचालक तार द्वारा परस्पर जोड़ा जाता है तब आवेश सदैव अधिक विभव वाले चालक से कम विभव वाले चालक की ओर तब तक प्रवाहित होता है जब तक कि दोनों चालकों (या संधारित्रों) का विभव समान न हो जाए।



(a) संयोजन से पूर्व



चित्र 4.35 (b) संयोजन के पश्चात्

(i) उभयनिष्ठ विभव- यदि उभयनिष्ठ विभव V है तब,

$$V = \frac{\text{कुल आवेश}}{\text{संयुक्त धारिता}}$$

$$V = \frac{q_1+q_2}{C_1+C_2} = \frac{C_1V_1+C_2V_2}{C_1+C_2} \qquad ...(1)$$

(ii) आवेशों का पुनर्वितरण-आवेशों के पुनर्वितरण के पश्चात् यदि चालक A पर आवेश q'_1 व चालक B पर आवेश q'_2 है तब आवेश संरक्षण के नियमानुसार,

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2$$

$$q'_1 = C_1V \quad \text{तथा} \quad q'_2 = C_2V$$

जिससे $$\frac{q'_1}{q'_2} = \frac{C_1V}{C_2V} = \frac{C_1}{C_2} \qquad ...(2)$$

इस प्रकार **दो आवेशित चालकों को परस्पर जोड़ने पर आवेशों के पुनर्वितरण में पुनर्वितरित आवेशों का अनुपात उनकी धारिताओं के अनुपात के बराबर होता है।**

माना कि $V_1 > V_2$

तब $V_1 > V > V_2$

∴ प्रथम चालक A के विभव में परिवर्तन

$$\Delta V_1 = V_1 - V$$

$$\Delta V_1 = V_1 - \left(\frac{C_1V_1+C_2V_2}{C_1+C_2}\right)$$

$$\Delta V_1 = \frac{V_1(C_1+C_2)-(C_1V_1+C_2V_2)}{C_1+C_2}$$

$$\Delta V_1 = \frac{C_2(V_1-V_2)}{C_1+C_2} \qquad ...(3)$$

इसी प्रकार द्वितीय चालक B के विभव में परिवर्तन

$$\Delta V_2 = V - V_2$$

$$\Delta V_2 = \left(\frac{C_1V_1+C_2V_2}{C_1+C_2}\right) - V_2$$

$$\Delta V_2 = \frac{(C_1V_1+C_2V_2)-V_2(C_1+C_2)}{C_1+C_2}$$

$$\Delta V_2 = \frac{C_1(V_1-V_2)}{C_1+C_2} \qquad ...(4)$$

∴ समी. (3) व (4) से

$$\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} = \frac{C_2}{C_1}$$

इस प्रकार आवेशों के पुनर्वितरण के पश्चात् चालकों के विभव परिवर्तनों का अनुपात उनकी धारिताओं के अनुपातों के व्युत्क्रम के बराबर होता है।

4.13 ऊर्जा हानि (Energy Loss) :

जब आवेशित चालकों को परस्पर जोड़ा जाता है। तब आवेशों के पुनर्वितरण में कम विभव वाले चालक का विभव बढ़ता है। तब इस चालक को आवेश देने के लिए, चालक पर उपस्थित आवेश एवं चालक को दिए जाने वाले आवेश के मध्य प्रतिकर्षण बल के विरुद्ध कार्य करना पड़ता है अर्थात् कुल स्थितिज ऊर्जा में कमी आ जाती है। ऊर्जा में यह कमी, चालकों को परस्पर संयोजित करने वाले तार में ऊष्मा के रूप में प्राप्त होती है।

अब संयोजन से पूर्व दोनों चालकों की सम्पूर्ण स्थितिज ऊर्जा

$$U=\frac{1}{2}C_1V_1^2+\frac{1}{2}C_2V_2^2$$

संयोजन के पश्चात् दोनों चालकों की सम्पूर्ण स्थितिज ऊर्जा

$$U'=\frac{1}{2}C_1V^2+\frac{1}{2}C_2V^2=\frac{1}{2}(C_1+C_2)V^2$$

$V=\dfrac{C_1V_1+C_2V_2}{C_1+C_2}$ प्रतिस्थापित करने पर

$$U'=\frac{1}{2}(C_1+C_2)\left(\frac{C_1V_1+C_2V_2}{C_1+C_2}\right)^2$$

$$U'=\frac{1}{2}\frac{(C_1V_1+C_2V_2)^2}{C_1+C_2}$$

$\therefore$ ऊर्जा हानि ΔU = संयोजन से पूर्व ऊर्जा-संयोजन के पश्चात् ऊर्जा = U–U'

$$=\frac{1}{2}(C_1V_1^2+C_2V_2^2)-\frac{1}{2}\frac{(C_1V_1+C_2V_2)^2}{C_1+C_2}$$

$$=\frac{C_1^2V_1^2+C_2^2V_2^2+C_1C_2V_1^2+C_1C_2V_2^2-C_1^2V_1^2-C_2^2V_2^2-2C_1C_2V_1V_2}{2(C_1+C_2)}$$

$$\Delta U=\frac{C_1C_2(V_1^2+V_2^2-2V_1V_2)}{2(C_1+C_2)}$$

$$\Delta U=\frac{1}{2}\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}(V_1-V_2)^2 \quad ....(1)$$

$\because$ $(V_1-V_2)^2$ सदैव धनात्मक होता है अत: आवेशित चालकों (या संधारित्रों) को परस्पर संयोजित करने पर आवेशों के पुनर्वितरण में सदैव ऊर्जा की हानि होती है। ऊर्जा में यह हानि ऊष्मा, ध्वनि आदि के रूप में होती है।

स्थिति- यदि $V_1 = V_2$ हो तब समी. (1) से $\Delta U = 0$

अर्थात् यदि दो समान विभव के चालकों (या संधारित्रों) को परस्पर संयोजित किया जाता है। तब उनमें आवेशों का प्रवाह नहीं होता है तथा ऊर्जा हानि भी नहीं होती है।

V विद्युत वाहक बल की बैटरी द्वारा संधारित्र को आवेशित करने में प्रदाय ऊर्जा QV का आधा भाग अर्थात् $\frac{1}{2}QV$ संधारित्र में संचित हो जाता है जबकि शेष आधा भाग अर्थात् $\frac{1}{2}QV$ ऊष्मा के रूप में व्यय हो जाता है।

उदा.20. एक 600 pF धारिता वाले संधारित्र को 200V की बैटरी से आवेशित किया जाता है। अब संधारित्र को बैटरी से हटाकर संधारित्र को अनावेशित 600 pF धारिता के अन्य संधारित्र से जोड़ा जाता है। इस प्रक्रिया में कितनी स्थिर विद्युत स्थितिज ऊर्जा की हानि हुई?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.16

हल– दिया है-

$C_1 = 600pF = 600 \times 10^{-12}$ फैरड

$V_1 = 200$ वोल्ट

$C_2 = 600pF = 600 \times 10^{-12}$ फैरड

$V_2 = 0$ वोल्ट

ऊर्जा ह्रास $\Delta U=\dfrac{1}{2}\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}(V_1-V_2)^2$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{600\times10^{-12}\times600\times10^{-12}}{600\times10^{-12}+600\times10^{-12}}(200-0)^2$$

$= 6 \times 10^{-6}$ जूल

उदा.21. एक 900 pF धारिता का संधारित्र 100 V की बैटरी से आवेशित किया जाता है।

(अ) संधारित्र में संचित विद्युत स्थितिज ऊर्जा का मान ज्ञात कीजिए।

(ब) यदि संधारित्र से बैटरी को हटाकर इस संधारित्र को एक अन्य 900 pF धारिता के संधारित्र से जोड़ा जाता है। निकाय में संचित स्थिर विद्युत स्थितिज ऊर्जा का मान ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 4.17

हल–(a) दिया है– $C = 900\ pF = 900 \times 10^{-12}$ फैरड, V = 100 वोल्ट

अत: संधारित्र पर आवेश

$Q = CV = 900 \times 100 \times 10^{-12} = 9 \times 10^{-8}$ कूलॉम

तथा संधारित्र में संचित ऊर्जा

$$U_i=\frac{1}{2}CV^2=\frac{900\times10^{-12}\times100\times100}{2}$$

$= 4.5 \times 10^{-6}$ जूल

(b) संधारित्र को बैटरी से वियोजित कर, समान धारिता के दूसरे संधारित्र से संयोजित करने पर, आवेश का दोनों संधारित्रों पर समान विभव (उभयनिष्ठ विभव) होने तक पुनः वितरण होता है माना उभयनिष्ठ विभव V' है तथा चूंकि दोनों की धारिता समान है अत: आवेश के पुनः वितरण के पश्चात् इन पर आवेश भी समान होगा माना यह Q' है

तब आवेश संरक्षण से $Q'+Q'=Q \Rightarrow Q'=\dfrac{Q}{2}$

तथा स्पष्टत: उभयनिष्ठ विभव $V'=\dfrac{V}{2}$

अत: संधारित्रों में संचित ऊर्जा

$$U_f=2\times\frac{1}{2}Q'V'=Q'=\frac{QV}{4}$$

या

$$U_f=\frac{9\times10^{-8}\times100}{4}=2.25\times10^{-6}J$$

यह ऊर्जा प्रारम्भिक ऊर्जा की आधी है अर्थात् इस प्रक्रिया में ऊर्जा

की हानि होती है जो कि ऊष्मा एवं विद्युत–चुम्बकीय विकिरणों के रूप में उत्पन्न होती है।

महत्वपूर्ण तथ्य

संधारित्रों के उपयोग (Uses of Capacitors)

(i) आवेश के संचायक के रूप में– संधारित्रों का मुख्य कार्य आवेश के संचायक के रूप में हैं। प्रत्येक संधारित्र अपनी धारिता के अनुसार आवेश संचित करता है। यदि आवेशित-संधारित्र को किसी परिपथ में जोड़ दिया जाये तो क्षणिक परन्तु बहुत प्रबल धारा बहेगी। स्पंदित विद्युत चुम्बक (pulsed electromagnets) क्षणिक परन्तु तीव्र चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करते हैं। ये विद्युत चुम्बक आवेशित संधारित्रों से धारा प्राप्त करके बनते हैं।

(ii) ऊर्जा के संचायक के रूप में– संधारित्र ऊर्जा के भी संचायक होते हैं क्योंकि आवेशित प्लेटों के मध्य काफी ऊर्जा संचित हो जाती है। इलेक्ट्रॉनों को त्वरित करने के लिए प्रयुक्त सिन्क्रोसाइक्लोट्रॉन (synchrocyclotron) आवेशित संधारित्रों की ऊर्जा से ही {संधारित्रों को लघु पथित (short circuit) करके} कार्य करते हैं।

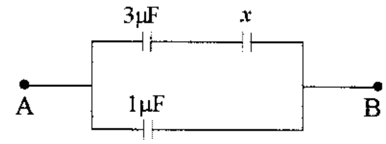
(iii) विद्युत उपकरणों में–यदि किसी प्रेरकीय (inductive) विद्युत परिपथ को अचानक तोड़ दें तो तोड़ने के स्थान पर प्रायः चिनगारी उत्पन्न हो जाती है। यदि इस प्रेरित धारा से एक संधारित्र आवेशित कर दिया जाय तो चिनगारी उत्पन्न नहीं होगी। प्रेरण कुण्डली (induction coil) तथा मोटर इंजन के ज्वलन यंत्र (ignition system) में इसी कार्य के लिए संधारित्र लगाते हैं। बिजली के पंखे में, जो कि एक विद्युत मोटर है, संधारित्र लगाया जाता है।

(iv) वैज्ञानिक अध्ययन में–वैज्ञानिक अध्ययन में भी संधारित्र का काफी महत्व है। संधारित्रों में विभिन्न रूपों व आकार की प्लेटें प्रयुक्त करके उनके बीच विभिन्न संरूपण (configuration) की विद्युत उत्पन्न करके उनके मध्य विभिन्न परावैद्युत रखकर उनके व्यवहारों का अध्ययन किया जाता है।

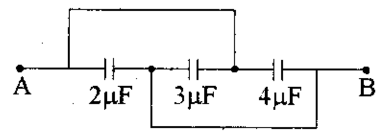
(v) इलेक्ट्रॉनिक परिपथों में–सभी इलेक्ट्रॉनिक परिपथों में संधारित्र का उपयोग होता है। जैसे पावर सप्लाई में वोल्टता के उच्चावच कम करने में (voltage regulation), स्पंदित संकेतों (pulsed signals) के संचरण में, रेडियो आवृत्ति की विद्युत चुम्बकीय तरंगों के उत्पादन तथा संसूचन अर्थात् प्रसारण एवं अभिग्रहण आदि में संधारित्रों का प्रयोग किया जाता है।

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

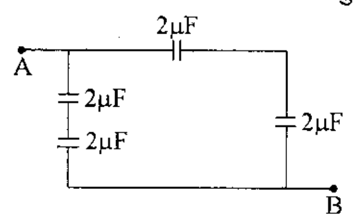
1. परावैद्युत पदार्थ के कुछ उदाहरण लिखिए।
2. परावैद्युत पदार्थ से क्या तात्पर्य है?
3. परावैद्युत पदार्थ के प्रकार लिखिए।
4. ध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ के कोई दो उदाहरण लिखिए।
5. अध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ के कोई दो उदाहरण लिखिए।
6. विद्युत प्रवृत्ति को परिभाषित कीजिए।
7. विद्युत धारिता का विमीय सूत्र लिखिए।
8. क्या किसी वस्तु की धारिता वस्तु को दिए गए आवेश अथवा उसके विभव में होने वाले परिवर्तन पर निर्भर करती है?
9. नियत धारिता के संधारित्र का संकेत बनाइए।
10. यदि संधारित्र की प्लेटों के मध्य वायु होने पर संधारित्र की धारिता C हो तब प्लेटों के मध्य ϵ_r परावैद्युतांक का माध्यम होने पर संधारित्र की विद्युत धारिता कितनी हो जायेगी?
11. गोलीय संधारित्र की धारिता का सूत्र लिखिए।
12. समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य आंशिक रूप से परावैद्युत माध्यम रखने पर धारिता का सूत्र लिखिए।
13. समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य t मोटाई की धातु (चालक) प्लेट रखने पर धारिता का सूत्र लिखिए।
14. यदि तुल्य धारिता बढ़ानी हो तो संधारित्रों को किस क्रम में संयोजित करना होगा?
15. दो आवेशित चालकों को परस्पर जोड़ने पर आवेशों के पुनर्वितरण में ऊर्जा हानि का सूत्र लिखिए।
16. संधारित्रों के कोई दो उपयोग लिखिए।
17. तीन संधारित्र, परिपथ चित्र में दिखाये अनुसार व्यवस्थित है। बिन्दु A व B के मध्य कुल धारिता 3μF है, तो x संधारित्र की धारिता का मान होगा–



18. नीचे दिये गये परिपथ चित्र में A व B के बीच तुल्य धारिता है



19. एक आवेशित संधारित्र की प्लेटों को एक दूसरे से दूर हटाने से प्लेटों के बीच विभान्तर पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
20. दिये गये परिपथ चित्र में A व B के बीच तुल्य धारिता है।



21. r त्रिज्या के गोलीय चालक की धारिता निर्वात में कितनी होती है।
22. दो गोलीय चालकों की त्रिज्याओं का अनुपात 1 : 4 है। उनकी धारिताओं का अनुपात होगा।
23. किसी आवेशित चालक की धारिता C विभव V एवं आवेश q में सम्बन्ध है।
24. C_1 तथा C_2 धारिता के दो आवेशित चालकों को परस्पर सम्बद्ध कर पर उनका कुल आवेश किस अनुपात में वितरित होता है?
25. गोलाकार चालक की त्रिज्या तथा धारिता के मध्य सम्बन्ध दर्शाने वाला ग्राफ बनाओ।
26. समान त्रिज्या के तांबे के दो गोले जिनमें एक खोखला तथा दूसरा ठोस है, समान विभव तक आवेशित किये गये हैं। कौनसे गोले पर अधिक आवेश होगा?
27. किसी संधारित्र की धारिता 30μF है। यदि उसकी प्लेटों के क्षेत्रफल को आधा कर दिया जावे तो संधारित्र की धारिता क्या होगी?
28. किसी समान्तर पट्ट संधारित्र की धारिता 12 μF है। यदि प्लेटों के मध्य की दूरी आधी कर दी जाये तो धारिता होगी।
29. 3 μF धारिता के तीन संधारित्र को श्रेणीक्रम में जोड़ने पर तुल्य धारिता होगी।
30. 6 μF के तीन संधारित्र है। इनसे प्राप्त की जाने वाली न्यूनतम व अधिकतम धारितायें कितनी होगी।
31. 0.1 μF धारिता के संधारित्र को 1 μC आवेश से आवेशित किया

जाता है, इसका विभव का मान कितना होगा।

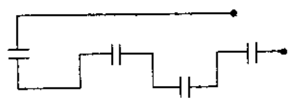
32. 100 μF धारिता के एक समान्तर पट्ट संधारित्र को 500 वोल्ट तक आवेशित किया गया है। यदि इसकी प्लेटों के बीच की दूरी घटाकर पहले से आधी कर दी जाये तो नयाविभव क्या होगा ? संचित ऊर्जा में कितना परिवर्तन होगा ?

33. तीन संधारित्र, प्रत्येक का मान 1 μF है, तो समान्तर क्रम में जोड़ने पर तुल्य धारिता क्या होगी ?

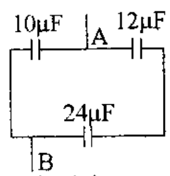
34. श्रेणीक्रम में जुड़े 0.2 μF व 0.3 μF वाले संधारित्र के संयोजन को 6.0 वोल्ट की बैटरी से जोड़ते हैं। किस संधारित्र पर अधिक ऊर्जा संग्रहित होगी ?

35. किसी धातु का परावैद्युतांक कितना होता है ?

36. चार समान धारिता के संधारित्रों का संयोजन निम्न प्रकार है। यदि P व Q के मध्य संयोजन की धारिता 1 μF है तो प्रत्येक संधारित्र की धारिता कितनी होगी ?



37. 10, 12 व 24 μF के तीन संधारित्र चित्र के अनुसार जोड़े गये हैं। A व B बिन्दुओं के मध्य धारिता ज्ञात करो।



38. r_1 व r_2 त्रिज्याओं के दो गोले पर क्रमशः q_1 तथा q_2 आवेश है, उन्हें लघुपथित करने पर तन्त्र की ऊर्जा में परिवर्तन नहीं होगा यदि q_1r_2 =........... है।

39. एक समान्तर प्लेट संधारित्र को तेल में डुबोने से उसकी प्लेटों के मध्य क्षेत्र की तीव्रता में किस प्रकार परिवर्तन होगा ? तेल का परावैद्युतांक 2 है।

40. एक संधारित्र में संग्रहित ऊर्जा 10 जूल है। इसकी प्लेटों के मध्य की दूरी दुगुनी करने पर इसकी ऊर्जा जूल में कितनी हो जायेगी।

41. एक संधारित्र को 0.5 μC आवेश देने पर उसमें 0.25 माइक्रो जूल ऊर्जा संग्रहित होती है। संधारित्र की धारिता है।

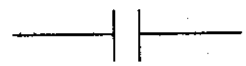
42. समान धारिता के दो संधारित्रों को श्रेणीक्रम में जोड़ने पर उनकी तुल्य धारिता C_1 तथा समान्तर क्रम में जोड़ने पर C_2 है तो C_1/C_2 का मान होगा।

43. R व 2R त्रिज्या के दो चालक गोलों पर क्रमशः q_1 और q_2 आवेश है। उन्हें सुचालक तार द्वारा जोड़ने पर तन्त्र की ऊर्जा में परिवर्तन नहीं होगा यदि q_1/q_2 का मान होगा।

44. एक आवेशित संधारित्र की प्लेटों को एक वोल्ट मीटर से जोड़ा गया है यदि संधारित्र की प्लेटों को एक-दूसरे से दूर हटाया जाये तो वोल्टमीटर के पाठ्यांक पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?

45. किसी समान्तर पट्ट संधारित्र में प्लेटों का क्षेत्रफल आधा पर दिया जाये तो धारिता कितनी हो जायेगी ?

उत्तरमाला

1. एबोनाइट, काँच, मोम, कागज, तेल, अभ्रक आदि।
2. वे पदार्थ जो विद्युतरोधी होते हैं तथा बाह्य विद्युत क्षेत्र में रखे जाने पर ध्रुवित हो जाते हैं परावैद्युत पदार्थ कहलाते हैं।
3. (i) ध्रुवीय परावैद्युत तथा
   (ii) अध्रुवीय परावैद्युत।
4. HCl, H_2O
5. H_2, O_2
6. रैखिक समदैशिक परावैद्युत पदार्थों के लिए ध्रुवण सदिश $(\vec{P})$ तथा विद्युत क्षेत्र $(\vec{E})$ के अनुपात को विद्युत प्रवृत्ति कहते हैं अर्थात् विद्युत प्रवृत्ति
$$\chi_e = \frac{\vec{P}}{\vec{E}}$$
7. $[M^{-1}L^{-2}T^4A^2]$
8. नहीं।
9. 
10. $C_m = \epsilon_r C$
   $\because \epsilon_r > 1$
   $\therefore C_m > C$ अर्थात् धारिता ϵ_r गुनी बढ़ जायेगी।
11. $C = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1 r_2}{(r_2 - r_1)}$ जबकि $r_2 > r_1$
12. $$C = \frac{\epsilon_0 A}{d - t\left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)}$$
13. $C = \frac{\epsilon_0 A}{d - t}$
14. समान्तर क्रम।
15. $\Delta U = \frac{1}{2}\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}(V_1 - V_2)^2$
16. (i) आवेश के संचायक के रूप में।
   (ii) ऊर्जा के संचायक के रूप में।
17. $$\frac{1}{C} = \frac{1}{3} + \frac{1}{x} = \frac{x+3}{3x}$$
$$C = \frac{3x}{x+3}$$
$$\therefore \frac{3x}{x+3} + 1 = 3$$
$$\therefore \frac{3x}{x+3} = 2$$
$$x = 6$$
18. $$C = C_1 + C_2 + C_3$$
$$= 2 + 3 + 4$$
$$C = 9\mu F$$
19. प्लेटों के बीच में विभवान्तर बढ़ेगा।
20. A पर तुल्य धारिता श्रेणीक्रम में होने के कारण
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$
$$C = 1\ \mu F$$
इसी प्रकार B पर $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ से
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1\ \mu F$$

$C = 1\ \mu F$

इसलिये A तथा B के बीच में तुल्य धारिता = 1 + 1 = 2 μF

21. $C = 4\pi\epsilon_0 r$

22. $\frac{C_1}{C_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{4}$

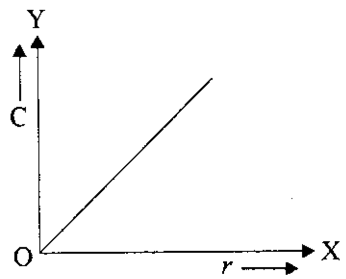
$\therefore C_1 : C_2 = 1 : 4$

23. $q = CV$

या $C = \frac{q}{V}$

24. $C_1 : C_2$ में।

25.



26. दोनों गोलों पर समान आवेश होगा।

27. क्षेत्रफल आधा कर देने पर संधारित्र की धारिता का मान आधा हो जायेगा अर्थात् 15 μF.

28. मध्य दूरी आधी कर देने पर धारिता का मान दुगुना हो जायेगा अर्थात् 24 μF

29. श्रेणीक्रम के लिये

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$C = 1\ \mu F$$

30. न्यूनतम धाराओं के लिये संधारित्रों को श्रेणीक्रम में जोड़ते हैं।

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$\therefore$ C = 2 μF अधिकतम धारितायें प्राप्त करने के लिये हम समान्तर क्रम में जोड़ते हैं।

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$
$$= 6 + 6 + 6 = 18\ \mu F$$

31. $q = CV$

$$\therefore \quad V = \frac{q}{C} = \frac{1}{0.1}$$

V = 10 वोल्ट

32. 250 वोल्ट, ऊर्जा आधी रह जायेगी।

33. तुल्य धारिता का मान = 3 μF

34. 0.2 μF.

35. अनन्त।

36. प्रत्येक संधारित्र की धारिता का मान 4 μF होगा।

37. समान्तर क्रम के लिये $C_1 + C_2$ लेने पर श्रेणीक्रम के लिये $\frac{1}{12} + \frac{1}{24}$

$$\frac{1}{C} = \frac{2+1}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

$$C = 8\ \mu F$$

समान्तर क्रम के लिये 10 + 8 = 18 μF

38. $q_2 r_1$

39. क्षेत्र आधा रह जायेगा।

40. प्लेटों के मध्य की दूरी को दुगुना करने पर ऊर्जा भी दुगुनी हो जायेगी।

41. दिया गया है–

$q = 0.5\ \mu C = 0.5 \times 10^{-6}$ कूलॉम

W = 0.25 माइक्रो जूल

C = ?

$$\because \quad W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$C = \frac{Q^2}{2W}$$

$$= \frac{0.5 \times 10^{-6} \times 0.5 \times 10^{-6}}{2 \times 0.25 \times 10^{-6}}$$

$= 0.5 \times 10^{-6}$ फैरड

42. $\frac{1}{C_1} = \frac{C+C}{C \times C} = \frac{2C}{C^2} = \frac{2}{C}$

$$\therefore \quad C_1 = \frac{C}{2}$$

समान्तर क्रम में C = C + C = 2C

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{C}{2} \times \frac{1}{2C} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = 1 : 4$$

43. $\frac{q_1}{q_2} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$

$q_1 : q_2 = 1 : 2$

44. $V = \frac{Q}{C}$ व $C \propto \frac{1}{d}$

अतः $V \propto d$ बढ़ेगा।

45. धारिता का मान आधा हो जायेगा।

विविध उदाहरण

Basic Level

उदा.22. 0.004 μF धारिता के समान्तर प्लेट संधारित्र को बनाने में कागज के कितने क्षेत्रफल की आवश्यकता होगी यदि कागज का परावैद्युतांक 2.5 और मोटाई 0.025 मिमी हो ? ($\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ फैरड/मीटर)।

हल– परावैद्युत (कागज) K वाले समान्तर-प्लेट संधारित्र की धारिता

$$C = \frac{K\varepsilon_0 A}{d}$$

जहां A प्रत्येक प्लेट का (कागज का भी) क्षेत्रफल है तथा d प्लेटों के बीच दूरी (कागज की मोटाई) है।

$$\therefore \quad A = \frac{Cd}{K\varepsilon_0}$$

$$= \frac{0.004 \times 10^{-6} \times 0.025 \times 10^{-3}}{2.5 \times 8.85 \times 10^{-6}}$$

$= 4.5 \times 10^{-3}$ मीटर²

उदा.23. 3 माइक्रोफैरड धारिता वाले तीन संधारित्रों को किस प्रकार जोड़ा जाये कि उनकी सम्मिलित धारिता (i) 9 माइक्रोफैरड, (ii) 4.5 माइक्रोफैरड हो ?

हल– संधारित्रों को समान्तर-क्रम में जोड़ने पर तुल्य-धारिता अधिकतम तथा श्रेणीक्रम में जोड़ने पर न्यूनतम होती है। $C = 3\ \mu F$, धारिता वाले तीन संधारित्रों को समान्तर में जोड़ने पर (अधिकतम) तुल्य-धारिता तथा श्रेणी क्रम में जोड़ने पर (न्यूनतम) तुल्य-धारिता $C/3 = 1\ \mu F$ होगी।

(i) तुल्य-धारिता $9\ \mu F$ (अधिकतम) है। अतः तीनों संधारित्र समान्तर-क्रम में जोड़े जायेंगे।

(ii) तुल्य-धारिता $4.5\ \mu F$ अधिकतम व न्यूनतम के बीच में हैं। अतः दो संधारित्र श्रेणीक्रम में तथा तीसरा इनके समान्तर में जुड़ेगा।

$$\frac{C}{2} + C = 1.5 + 3 = 4.5\ \mu F$$

उदा.24. 2.0 μF धारिता वाले कितने संधारित्र किस प्रकार सम्बद्ध किये जायें कि उन्हें 75 माइक्रोकूलॉम आवेश देने पर संयोजन का कुल विभवान्तर 300 वोल्ट हो ?

हल– संयोजन की धारिता $C = \frac{75}{300} = 0.25\mu F$

दिये गये प्रत्येक संधारित्र की धारिता $2.0\ \mu F$ है, हमें केवल $0.25\ \mu F$ चाहिये। माना हम इसके लिए n संधारित्र श्रेणीक्रम में जोड़ेंगे।

तब $0.25\mu F = \frac{2.0\mu F}{n}$

$\therefore\ n = 8$

हम 8 संधारित्र श्रेणीक्रम में जोड़ेंगे।

उदा.25. एक 5 μF धारिता के संधारित्र को 2 वोल्ट के सेल से जोड़ा जाता है। संधारित्र पर कितना आवेश संचित होगा ? यदि सेल हटाकर, आवेशित संधारित्र के समान्तर में एक 20 μF धारिता का संधारित्र जोड़ दें तो संधारित्रों पर कितना-कितना आवेश होगा तथा उनकी प्लेटों के बीच विभवान्तर कितना-कितना होगा ? संचित ऊर्जा कितनी होगी ?

हल– $5\ \mu F$ धारिता के संधारित्र पर आवेश

$$q = CV = 5 \times 10^{-6} \times 2$$
$$= 10 \times 10^{-6} \text{ कूलॉम} = 10\ \mu C$$

सेल हटाने पर आवेश अपरिवर्तित रहेगा। $5\ \mu F$ के समान्तर में $20\ \mu F$ संधारित्र जोड़ने पर कुल धारिता

$$C' = 5\ \mu F + 20\ \mu F = 25\ \mu F$$

$\therefore$ उभयनिष्ट विभव

$$V' = \frac{q}{C'} = \frac{10}{25} = 0.4 \text{ वोल्ट}$$

चूँकि संधारित्र समान्तर में है, अतः प्रत्येक की प्लेटों के बीच विभवान्तर 0.4 वोल्ट ही होगा।

पहले व दूसरे संधारित्रों पर आवेश

$$q_1 = \text{धारिता} \times \text{विभवान्तर}$$
$$= 5 \times 0.4 = 2\ \mu C$$
$$q_2 = 20 \times 0.4 = 8\ \mu C$$
$$U_1 = \frac{1}{2} q_1 V$$
$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} \times 0.4$$
$$= 0.4 \times 10^{-6} \text{ जूल}$$
$$U_2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-6} \times 0.4$$
$$= 1.6 \times 10^{-6} \text{ जूल}$$

उदा.26. समान धारिता के तीन संधारित्र समान्तर-क्रम में जुड़े हैं। जब इन्हें 2 वोल्ट के सेल से जोड़ते हैं तो इन पर कुल 1.8 माइक्रोकूलॉम आवेश संचित हो जाता है। यदि इन्हें श्रेणीक्रम में जोड़कर उसी सेल से आवेशित करें तब कितना आवेश संचित होगा ?

हल– माना प्रत्येक संधारित्र की धारिता C है। समान्तर-क्रम में जोड़ने पर तुल्य-धारिता 3C होगी। अतः संचित आवेश

$$q = 3C \times V$$
$$\therefore\quad C = \frac{q}{3V} = \frac{1.8}{3 \times 2}$$
$$= 0.3 \text{ माइक्रोफैरड}$$

माना कि श्रेणीक्रम में जोड़ने पर तुल्य-धारिता C′ है। तब

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{0.3} + \frac{1}{0.3} + \frac{1}{0.3} = \frac{3}{0.3}$$
$$\therefore\quad C' = \frac{0.3}{3} = 0.1 \text{ माइक्रोफैरड}$$
$$\therefore\quad \text{संचित आवेश} = C' \times V = (0.1) \times (2)$$
$$= 0.2 \text{ माइक्रोकूलॉम}$$

श्रेणी-क्रम में प्रत्येक संधारित्र पर $0.2\ \mu C$ आवेश होगा।

उदा.27. 25 μF व 100 μF के दो संधारित्र 120 वोल्ट के स्रोत से श्रेणीक्रम में जुड़े हैं। उन्हें उनके आवेशों को अपरिवर्तित रखते हुए, अलग-अलग करके परस्पर समान्तर-क्रम में जोड़ दिया जाता है। ज्ञात करिये-(1) प्रत्येक संधारित्र के सिरों के बीच विभवान्तर, (ii) इस प्रक्रिया में ऊर्जा-हानि।

हल– (i) माना श्रेणीक्रम में तुल्य धारिता C है। तब

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{25} + \frac{1}{100} = \frac{5}{100}$$

प्रत्येक संधारित्र पर आवेश

$$q = CV = 20 \times 120$$
$$= 2400 \text{ माइक्रोकूलॉम}$$

समान्तर क्रम में जोड़ने पर

$$\text{तुल्य धारिता} = 25 + 100 = 25 \text{ माइक्रोफैरड}$$
$$\text{कुल आवेश} = 2400 + 2400 = 4800 \text{ माइक्रोकूलॉम}$$
$$\therefore\quad \text{विभवान्तर} = \frac{\text{आवेश}}{\text{धारिता}} = \frac{4800}{125}$$
$$= 38.4 \text{ वोल्ट}$$

प्रत्येक संधारित्र के सिरों के बीच यही विभवान्तर होगा।

(ii) संधारित्रों की प्रारम्भिक ऊर्जा

$$\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times (20 \times 10^{-6}) \times (120)^2$$

$= 0.144$ जूल।

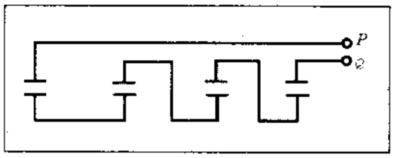
संधारित्रों की अन्तिम ऊर्जा

$$= \frac{1}{2} \times (125 \times 10^{-6}) \times (38.4)^2$$

$$= 0.09216 \text{ जूल।}$$

$$\therefore \text{ ऊर्जा-हानि } = 0.144 - 0.09216 = 0.05184 \text{ जूल।}$$

उदा॰28. चार समान धारिता के संधारित्रों का संयोजन चित्रानुसार है। यदि P व Q बिन्दुओं के बीच संयोजन की धारिता 1 μF हो तो प्रत्येक संधारित्र की धारिता क्या होगी ?



चित्र 4.36

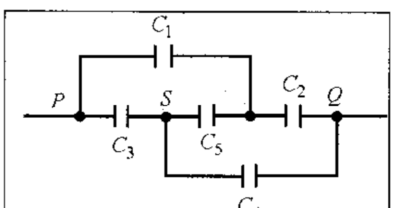
हल– माना प्रत्येक संधारित्र की धारिता C है। चित्रानुसार, पहले संधारित्र की दूसरी प्लेट दूसरे संधारित्र की पहली प्लेट से जुड़ी हैं, दूसरे की दूसरी प्लेट से जुड़ी है, इस प्रकार आगे। चारों संधारित्र बिन्दुओं P व Q के बीच श्रेणीक्रम में है, यदि P व Q के बीच तुल्य-धारिता C′ हो, तब

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{4}{C}$$

अथवा $\quad C' = \frac{C}{4} = 1\ \mu F$ (दिया है)

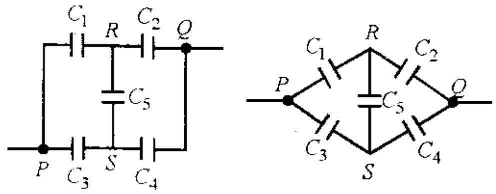
$\therefore \quad C = 4\ \mu F$

उदा॰29. संलग्न चित्र में धारिताओं के मान इस प्रकार है– $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 4\ \mu F$ तथा $C_5 = 5\ \mu F$। बिन्दुओं P व Q के बीच तुल्य-धारिता ज्ञात कीजिये। यदि इन बिन्दुओं के बीच 10 वोल्ट की बैटरी जोड़े तो प्रत्येक संधारित्र पर कितना-कितना आवेश संचित होगा ?



चित्र 4.37

हल– दिये गये चित्र में संधारित्रों के दो बन्द परिपथ है, एक C_1, C_3 व C_5 से बना है, दूसरा C_2, C_4 व C_5 से। इस प्रकार C_5 दोनों में उभयनिष्ठ है। हम दिये गये परिपथ को क्रमानुसार निम्न चित्रों (अ) तथा फिर (ब) से प्रतिस्थापित कर सकते हैं।



(अ) (ब)

चित्र 4.38

स्पष्ट है कि दिया गया परिपथ एक व्हीटस्टोन सेतु व्यवस्था है–

C_1, C_2, C_3 व C_4 के मान बराबर दिये गये हैं। इस प्रकार

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{C_3}{C_4}$$

अतः संधारित्रों से निर्मित सेतु सन्तुलित है अर्थात् बिन्दु R व S ए
ही विभव पर है। इस प्रकार संधारित्र C_5 पर कोई आवेश संचित न
हो सकता अर्थात् यह संधारित्र प्रभावहीन है।

बिन्दुओं P व Q के बीच C_1 व C_2 परस्पर श्रेणीक्रम में है तथा इ
प्रकार C_3 व C_4 भी श्रेणीक्रम में हैं। मान कि C_1 व C_2 की तुल्
धारित C′ तथा C_3 व C_4 की C′ है। तब

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$\therefore \quad C' = 2\ \mu F$

इसी प्रकार $\quad C'' = 2\ \mu F$

अब P व Q के बीच धारितायें C′ व C″ परस्पर समान्तर क्रम है
अतः तुल्य-धारिता

$$C = C' + C'' = 2 + 2 = 4\ \mu F$$

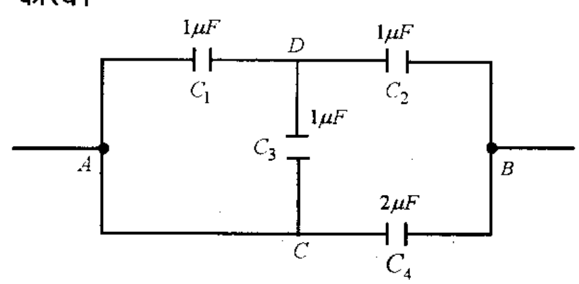
बिन्दुओं P व Q के बीच विभवान्तर 10 वोल्ट है तथा श्रेणीब
संधारित्रों C_1 व C_2 की तुल्य-धारिता $C' = 2\ \mu F$ है। अतः इनमें
प्रत्येक संधारित्र पर आवेश

$$q = C'V = 2 \times 10$$

$$= 20 \text{ माइक्रोकूलॉम।}$$

इसी प्रकार, C_3 व C_4 में भी प्रत्येक पर आवेश 20 माइक्रोकूलॉ
है। C_5 पर आवेश शून्य है।

उदा॰30. संलग्न चित्र में बिन्दुओं A व B के बीच तुल्य-धारिता ज्ञा करिये।

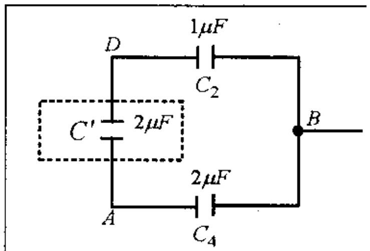


चित्र 4.39

हल– दिये गये परिपथ में बिन्दुओं A व D के C_1 व C_3 परस्पर समान्त
में हैं। अतः A व D के बीच तुल्य-धारिता

$$C' = C_1 + C_2 = 1 + 1 = 2\ \mu F$$

अतः उपरोक्त परिपथ को संलग्न परिपथ से प्रतिस्थापित कर सकते हैं। अब, A व B के बीच C′ व C_2 का श्रेणी संयोग तथा C_4 परस्पर समान्तर में हैं। अतः A व B के बीच तुल्य धारिता

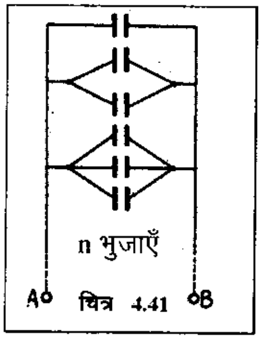


चित्र 4.40

$$= \frac{C'C_2}{C' + C_2} + C_4$$

$= \frac{2\times1}{2+1}+2=\frac{8}{3}\ \mu F$

उदा॰31. संलग्न चित्र में प्रत्येक संधारित्र की धारिता 1 μF है। A व B के बीच तुल्य धारिता ज्ञात कीजिये।



चित्र 4.41

हल– माना इस संयोग की समान्तर भुजाओं की धारितायें $C_1, C_2, C_3, \ldots\ldots, C_n$ है। तब

$C_1 = 1\ \mu F,$
$C_2 = 1+1 = 2\ \mu F$
$C_3 = 1+1+1 = 3\ \mu F$
.... = ...
$C_n = +1+1$ ...... $+ n$ तक $= n\ \mu F$

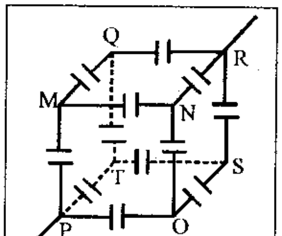
∴ A व B के बीच तुल्य धारिता

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots\ldots + C_n$$
$$= 1+2+3+\ldots\ldots+n$$

यह एक समान्तर श्रेणी है जिसका पहला पद 1 तथा उभयनिष्ठ अन्तर 1 है। अतः योग $S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ से

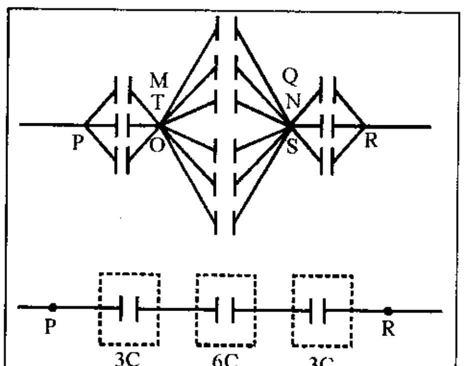
$$C = \frac{n}{2}[2\times1+(n-1)\ 1]$$
$$= \frac{n\ (n-1)}{2}\ \mu F$$

उदा.32. संलग्न चित्र में एक घन की प्रत्येक भुजा में C धारिता का संधारित्र लगा है। बिन्दुओं P व R के बीच तुल्य-धारिता ज्ञात करिये।



चित्र 4.42

हल– माना बिन्दुओं P व R के बीच एक बैटरी जुड़ी है तथा सभी संधारित्र आवेशित है। P तथा बिन्दुओं M, T व O के बीच एक एक संधारित्र है, अतः M, T व O एक ही विभव पर है। इसी प्रकार, बिन्दुओं Q, N व S तथा बिन्दु R के बीच एक एक संधारित्र है, अतः Q, N व S भी एक ही विभव पर है। M, T, O व Q, N, S के बीच छः संधारित्र परस्पर समान्तर क्रम में हैं। अतः दिये गये परिपथ को हम संलग्ल परिपथ से प्रतिस्थापित कर सकते हैं। इसमें P व MTO के बीच तुल्य धारिता 3C, MTO व QNS के बीच 6C तथा QNS व R के बीच 3C है। ये तीनों तुल्य-धारितायें बिन्दुओं P व R के बीच श्रेणीक्रम में हैं। अतः यदि P व R के बीच तुल्य-धारिता C हो, तब

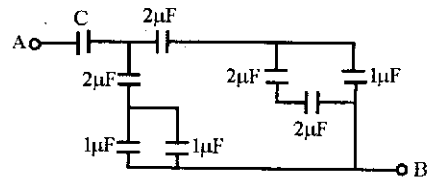


चित्र 4.43

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{3C}+\frac{1}{6C}+\frac{1}{3C}=\frac{5}{6C}$$

∴ $C' = \frac{5}{6}C = 1.2\ C$

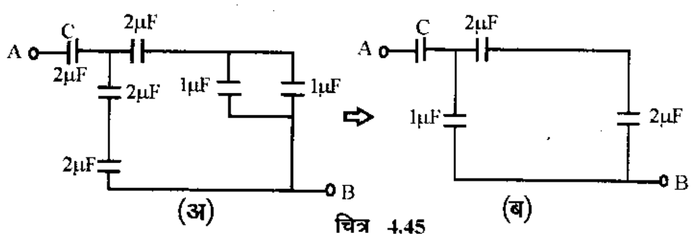
उदा.33. संलग्न चित्र में A व B के बीच तुल्य-धारिता 1 μF है। संधारित्र C की धारिता ज्ञात करिए।



चित्र 4.44

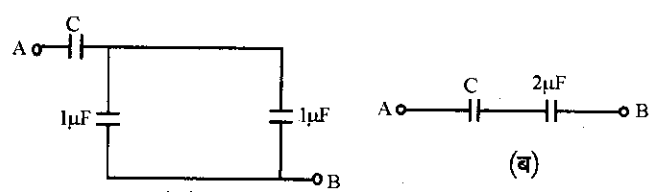
हल– दी गई व्यवस्था में 1 μF व 1 μF के संधारित्र परस्पर समान्तरक्रम में हैं, जिनकी तुल्य धारिता 2 μF है। तथा 2 μF व 2 μF के संधारित्र श्रेणीक्रम में हैं जिनकी तुल्य धारिता 1 μF है। इस व्यवस्था को निम्न चित्र (अ) से प्रतिस्थापित कर सकते हैं।

पुनः चित्र (अ) में 2 μF व 2 μF श्रेणीक्रम में है जिनकी तुल्य धारिता 1 μF है, तथा 1 μF व 1 μF समान्तक्रम में हैं जिनकी तुल्य धारिता 2 μF है। अतः चित्र (अ) को चित्र (ब) से प्रतिस्थापित कर सकते हैं।



चित्र 4.45

चित्र (ब) 2μF व 2μF श्रेणीक्रम में है जिनकी तुल्य-धारिता 1 μF है (चित्र स) में 1 μF व 1μF समान्तर क्रम में हैं तथा तुल्य-धारिता 2μF है (चित्र द)।



चित्र 4.46

चित्र (द) में A व B के बीच तुल्य-धारिता माना C′ है। तब

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C}+\frac{1}{2}$$

परन्तु $C' = 1\mu F$ (दिया गया है)

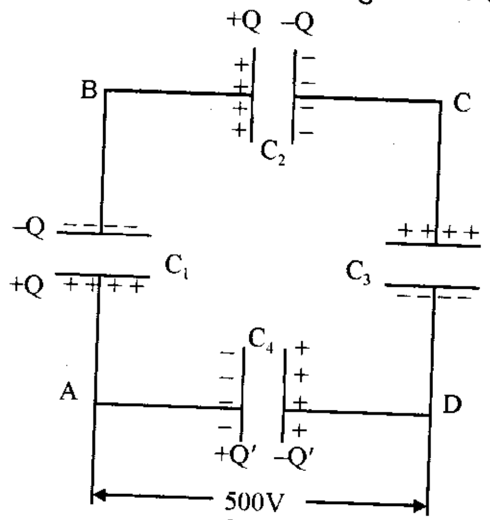
∴ $$1 = \frac{1}{C}+\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{C} = 1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

अतः $C = 2\mu F$

उदा.34. चित्र में दर्शाए अनुसार 10μF के चार संधारित्रों के किसी नेटवर्क को 500V के स्रोत से संयोजित किया गया है। (a) नेटवर्क की तुल्य धारिता, तथा (b) प्रत्येक संधारित्र पर आवेश ज्ञात कीजिए।

(नोट-किसी संधारित्र पर आवेश उसकी उच्च विभव की पट्टिका पर आवेश के बराबर होता है तथा वह आवेश निम्न विभव की पट्टिका पर आवेश के परिमाण में समान, परंतु विजातीय होता है।)



चित्र 4.47

हल–(a) दिए गए जाल में संधारित्र C_1, C_2 व C_3 परस्पर श्रेणीक्रम में संयोजित हैं अतः इनकी तुल्य धारिता C' है तो

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3} = \frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}$$

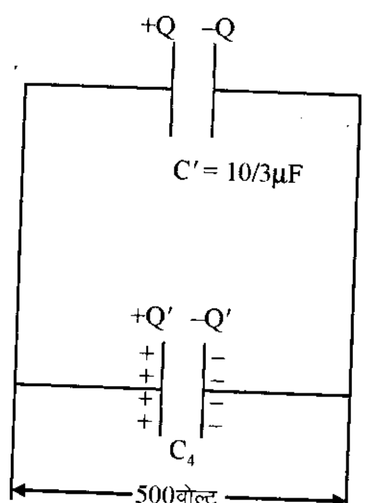
$$= \frac{3}{10}$$

या $$C' = \frac{10}{3}\mu F = \frac{10}{3}\times 10^{-6} \text{ फैरड}$$

अतः दिए गए संयोजन को निम्नानुसार व्यक्त किया जा सकता है संयोजन में C' एवं C_4 परस्पर समान्तर क्रम में संयोजित है अतः संयोजन की तुल्य धारिता

$$C = C'+C_4 = \frac{10}{3}+10 = \frac{40}{3}\mu F$$

या $$C = 13.3\ \mu F$$



चित्र 4.48

(b) चूंकि श्रेणीक्रम संयोजन में प्रत्येक संधारित्र पर आवेश की मात्रा समान होती है अतः माना C_1, C_2 व C_3 प्रत्येक पर आवेश Q है। चूंकि इनके सिरों पर 500 वोल्ट विभवान्तर आरोपित है अतः

$$\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}+\frac{Q}{C_3} = 500 \text{ या } Q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right) = 500$$

या $$Q\times\frac{1}{C'} = 500$$

$$\Rightarrow \quad Q = 500\,C' = 500\times\frac{10}{3}\times 10^{-6}$$

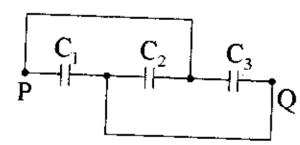
या $$Q = 1.667\times 10^{-3} \text{ कूलॉम}$$

पुनः यदि संधारित्र C_4 पर आवेश Q' है तो चूंकि इसके सिरों पर भी 500 वोल्ट विभवान्तर आरोपित है अतः

$$Q' = C_4\times 500$$

या $$Q' = 10\times 10^{-6}\times 500 = 5\times 10^{-3} \text{ कूलॉम}$$

उदा.35. संलग्न चित्र में बिन्दुओं P व Q के बीच तुल्य-धारिता का परिकलन करिये।



चित्र 4.49

हल– चित्र में प्रत्येक संधारित्र की एक-एक प्लेट (C_1 की पहली, C_2 की दूसरी, C_3 की पहली) बिन्दु P से जुड़ी है, तथा एक-एक (C_1 की दूसरी, C_2 की पहली, C_3 की दूसरी) बिन्दु Q से जुड़ी है। इस प्रकार, तीनों संधारित्र, P व Q के बीच परस्पर समान्तरबद्ध है। अतः P व Q के बीच तुल्य-धारिता

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

उदा.36. दो विद्युतरोधी धातु के गोले जिनकी धारितायें 3.0 तथा 5.0 μF है, क्रमशः 300 तथा 500 वोल्ट के विभव तक आवेशित किये गये हैं। इन्हें एक तार द्वारा जोड़ने पर उभनिष्ठ विभव, प्रत्येक गोले पर आवेश तथा ऊर्जा की हानि की गणना कीजिये।

हल–पहले गोले की धारिता C = 3.0 माइक्रोफैरड = 3.0×10^{-6} फैरड

दूसरे गोले की धारिता C = 5.0 माइक्रोफैरड = 5.0×10^{-6} फैरड

पहले गोले की ऊर्जा

$$\frac{1}{2}C_1V_1^2 = \frac{1}{2}\times(3.0\times 10^{-6})\times(300)^2$$

$$= 135\times 10^{-3} \text{ जूल।}$$

दूसरे गोले की ऊर्जा

$$\frac{1}{2}C_2V_2^2 = \frac{1}{2}\times(5.0\times 10^{-6})\times(500)^2$$

$$= 625\times 10^{-3} \text{ जूल।}$$

जोड़ने से कुल ऊर्जा

$$= (135+625)\times 10^{-3} = 760\times 10^{-3} \text{ जूल}$$

जोड़ने पर उभयनिष्ठ विभव,

$$V = \frac{C_1V_1+C_2V_2}{C_1+C_2}$$

$$= \frac{(3.0\times 10^{-6})\times 300+(5.0\times 10^{-6})\times 500}{(3.0\times 10^{-6})+(5.0\times 10^{-6})}$$

$$= \frac{34 \times 10^{-4}}{8.0 \times 10^{-6}} = 425$$

जोड़ने पर, पहले गोले पर आवेश

$q_1 = (3.0 \times 10^{-6}) \times 425 = 1275 \times 10^{-6}$ कूलॉम
$= 1275$ माइक्रोकूलॉम।

दूसरे गोले पर आवेश

$q_2 = (5.0 \times 10^{-6}) \times 425 = 2125 \times 10^{-6}$ कूलॉम
$= 2125$ माइक्रोकूलॉम।

जोड़ने पर ऊर्जा $= \frac{1}{2}(C_1 + C_2)\, V^2$

$$= \frac{1}{2}(8.0 \times 10^{-6})\,(425)^2$$

$= 722.5 \times 10^{-3}$ जूल

$\therefore$ ऊर्जा में हानि $= 760 \times 10^{-3} - 722.5 \times 10^{-3}$
$= 37.5 \times 10^{-3}$ जूल।

Advance Level

उदा.37. एक समान्तर-प्लेट वायु संधारित्र की प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल 150 सेमी^{2} है। इसकी प्लेटों के बीच 0.800 मिमी. की दूरी है। इसे 1200 वोल्ट विभवान्तर तक आवेशित किया गया है। इसकी ऊर्जा तब कितनी होगी यदि इसे 3.0 परावैद्युतांक के माध्यम से भरकर फिर आवेशित किया जाता है? यदि इसे पहले वायु संधारित्र के रूप में आवेशित किया जाये और फिर इसे परावैद्युत से भरा जाये तब? ($\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ फैरड/मीटर)।

हल–समान्तर-प्लेट वायु संधारित्र की धारिता

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

यहाँ $A = 150$ सेमी$^2 = 150 \times 10^{-4}$ मीटर^2

$d = 0.800$ मिमी $= 0.800 \times 10^{-3}$ मीटर

तथा $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ फैरड/मीटर

$$\therefore \quad C_0 = \frac{(8.85 \times 10^{-12}) \times (150 \times 10^{-4})}{0.800 \times 10^{-3}}$$

$= 1.66 \times 10^{-10}$ फैरड

वायु संधारित्र की ऊर्जा,

$U = \frac{1}{2} C_0 V_0^2$, जहाँ V_0 विभवान्तर है,

$$= \frac{1}{2}(1.66 \times 10^{-10}) \times (1200)^2$$

$= 1.2 \times 10^{-4}$ जूल

दोनों प्लेटों के बीच परावैद्युत (K) भरने पर संधारित्र की धारिता,

$C = KC_0$

$\therefore$ ऊर्जा $U = \frac{1}{2} C V_0^2 = \frac{1}{2} K C V_0^2 = K U_0$

$= 3.0 \times (1.2 \times 10^{-4}) = 3.6 \times 10^{-4}$ जूल

यदि संधारित्र को पहले आवेशित करते हैं और फिर परावैद्युत पदार्थ से भरते हैं तो आवेश नियत रहता है परन्तु उसकी प्लेटों के बीच विभवान्तर घट जाता है। नया विभवान्तर,

$V = \frac{V_0}{K}$ वोल्ट

अतः अब संधारित्र की ऊर्जा

$$U' = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2}(KC_0)\,(V_0 / K)^2$$

$$= \frac{1}{K}\left(\frac{1}{2} C_0 V_0^2\right)$$

$= \frac{U_0}{K} = \frac{1.2 \times 10^{-4}}{3.0} = 4.0 \times 10^{-5}$ जूल

उदा.38. एक समान्तर-प्लेट संधारित्र की धारिता 50 pF व प्लेटों के बीच दूरी 4 मिमी है। इसे बैटरी द्वारा 200 वोल्ट तक आवेशित करके बैटरी को हटा दिया जाता है। फिर प्लेटों के बीच 2 मिमी मोटी परावैद्युत (K =4) पट्टी रखी जाती है। ज्ञात करिये- (अ) प्रत्येक प्लेट पर अन्तिम आवेश, (ब) प्लेटों के बीच अन्तिम विभवान्तर, (स) संधारित्र में अन्तिम ऊर्जा, (द) ऊर्जा-हानि।

हल–समान्तर प्लेट वायु-संधारित्र की धारिता

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \quad .....(1)$$

जहाँ A प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल है तथा d प्लेटों के बीच दूरी है। प्लेटों के बीच t मोटाई की परावैद्युत (K) पट्टी रखने पर धारिता

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d - t + \frac{t}{K}} \quad .....(2)$$

(अ) माना बैटरी पर (पट्टी रखने से पहले) प्लेटों के बीच विभवान्तर V_0 है। प्रत्येक प्लेट पर आवेश

$q = C_0 V_0 = (50 \times 10^{-12}) \times (200)$
$= 10^{-8}$ कूलॉम

चूँकि आवेशन के बाद बैटरी हटा दी जाती है, अतः आवेश 10^{-8} कूलॉम ही रहेगा।

(ब) माना परावैद्युत K की पट्टी रखने पर धारिता C तथा विभवान्तर V हो जाता है तब

$q = C_0 V_0 = CV$

अथवा $V = \frac{C_0}{C} V_0 = \frac{d - t + \frac{t}{K}}{d} V_0$

समी. (1) व (2) से

$= \frac{4 - 2 + \frac{2}{4}}{4} \times 200 = 125$ वोल्ट

(स) संधारित्र में अन्तिम ऊर्जा

$$U = \frac{1}{2} q V = \frac{1}{2} 10 \times 10^{-8} \times 125$$

$= 6.25 \times 10^{-7}$ जूल

(द) माना प्रारम्भिक ऊर्जा U_0 थी। तब ऊर्जा-हानि

$$U_0 - U = \frac{1}{2} q (V_0 - V)$$

$$= \frac{1}{2} 10 \times 10^{-8} \times (200 - 125)$$

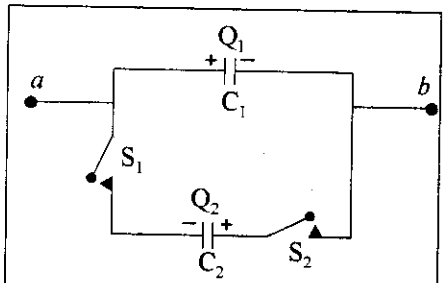
$= 3.75 \times 10^{-7}$ जूल।

उदा.39. C_1 व C_2 ($C_1 > C_2$) धारिता के संधारित्रों को एक ही विभवान्तर (V) पर आवेशित किया गया है। अब संधारित्रों का बैटरी से सम्बन्ध विच्छेद कर, इनकी प्लेटों को चित्रानुसार जोड़ा जाता है। स्विच S_1 व S_2 को बन्द करने पर, ज्ञात कीजिए–

(अ) बिन्दु a व b के मध्य विभवान्तर

(ब) स्विच बन्द करने से पूर्व व उसके बाद संधारित्रों में संचित ऊर्जा का मान तथा

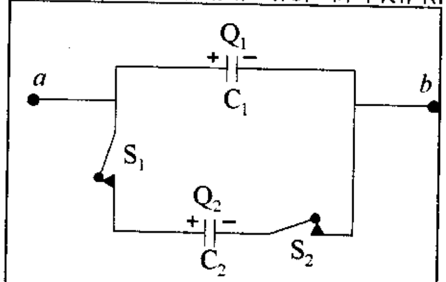
(स) संधारित्रों में संचित ऊर्जा के अन्तिम व प्रारम्भिक मानों का अनुपात।



चित्र 4.50

हल– स्विच बन्द करने से पहले संधारित्रों की बायीं प्लेटों को विलगित निकाय के रूप में माना जा सकता है। इन प्लेटों पर आवेश की मात्रायें क्रमशः होगी $Q_1 = C_1V$ तथा $Q_2 = -C_2V$

अतः निकाय पर कुल आवेश



चित्र 4.51

$$Q = C_1V - C_2V = (C_1 - C_2)V$$

जब स्विचों को बन्द किया जाता है तो संधारित्र की प्लेटों के मध्य आवेशों के पुनर्वितरण के पश्चात् दोनों संधारित्रों पर विभवान्तर का मान समान हो जाता है। माना इस विभवान्तर का मान V' है। इस प्रकार स्विचों को बन्द करने के पश्चात् संधारित्रों पर आवेशों की मात्राएं $Q'_1 = C_1V'$ तथा $Q'_2 = C_2V'$ होंगी। अब निकाय पर कुल आवेश

$$Q = Q'_1 + Q'_2 = C_1V' + C_2V' = (C_1 + C_2)V'$$

अतः बिन्दु a व b के मध्य विभवान्तर, $V' = \frac{Q}{C_1 + C_2}$

स्विचों को बन्द करने से पहले संधारित्रों में संग्रहित ऊर्जा का मान

$$U_i = \frac{1}{2}C_1V^2 + \frac{1}{2}C_2V^2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)V^2$$

स्विचों को बन्द करने के पश्चात् संधारित्रों में संग्रहित ऊर्जा का मान

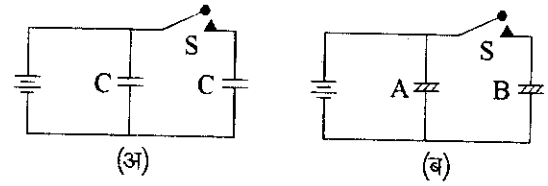
$$U_f = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)V'^2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)\left(\frac{Q}{C_1 + C_2}\right)^2$$

या $$U_f = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{2(C_1 + C_2)}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{(C_1 - C_2)^2V^2}{2(C_1 + C_2)} \quad [\because Q = (C_1 - C_2)V]$$

$$\therefore \quad \frac{U_f}{U_i} = \frac{\frac{1}{2}\frac{(C_1 - C_2)^2V^2}{(C_1 + C_2)}}{\frac{1}{2}(C_1 + C_2)V^2} = \left(\frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2}\right)^2$$

उदा.40. समान धारिता के दो संधारित्र चित्रानुसार एक बैटरी से जुड़े हुये हैं। स्विच S प्रारम्भ में बन्द अवस्था में है। अब स्विच S को खुला कर संधारित्र की प्लेटों के मध्य $\epsilon_r = 3$ परावैद्युतांक के पदार्थ को भरा जाता है। परावैद्युत पदार्थ को रखने से पूर्व व उसके पश्चात् संधारित्रों में संग्रहित विद्युत ऊर्जा के मानों का अनुपात ज्ञात कीजिए।



चित्र 4.52

हल– प्रारम्भ में स्विच S बन्द होने पर दोनों संधारित्रों के समान्तर क्रम में जुड़े होने के कारण, ये दोनों समान विभव (V) पर होंगे। अर्थात्

$$U_i = \frac{1}{2}C_1V^2 + \frac{1}{2}C_2V^2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)V^2 = CV^2$$

जब स्विच S को खुला रख कर संधारित्र की प्लेटों के मध्य परावैद्युत पदार्थ रखा जाता है तो प्रत्येक संधारित्र की धारिता ϵ_r गुणा हो जायेगी और क्योंकि संधारित्र A अब भी बैटरी से जुड़ा हुआ है अतः इस पर विभवान्तर, प्रारम्भिक विभवान्तर V के तुल्य ही होगा। जबकि संधारित्र B पर विभवान्तर का नया मान $V' = \frac{V}{\epsilon_r}$ जायेगा। अतः इस स्थिति में निकाय की विद्युत ऊर्जा होगी–

$$U_f = \frac{1}{2}C'V^2 + \frac{1}{2}C'V^2$$

$$= \frac{1}{2}\epsilon_r CV^2 + \frac{1}{2}\epsilon_r C\left(\frac{V}{\epsilon_r}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}CV^2\left(\epsilon_r + \frac{1}{\epsilon_r}\right)$$

अतः $$\frac{U_f}{U_i} = \frac{\frac{1}{2}CV^2\left(\epsilon_r + \frac{1}{\epsilon_r}\right)}{CV^2} = \frac{\left(\epsilon_r + \frac{1}{\epsilon_r}\right)}{2} = \frac{\epsilon_r^2 + 1}{2\epsilon_r}$$

या $$\frac{U_f}{U_i} = \frac{9+1}{2 \times 3} = \frac{10}{6} = 1.66$$

पाठ्यपुस्तक के प्रश्न-उत्तर

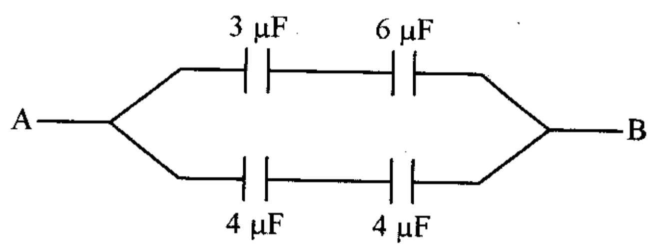
वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. किसी गोलीय चालक की धारिता का मान समानुपाती होता है

(अ) $C \propto R$ (ब) $C \propto R^2$

(स) $C \propto R^{-2}$ (द) $C \propto R^{-1}$

2. दिये गये चित्र में बिन्दु **A** तथा **B** के मध्य तुल्य धारिता का मान होगा



चित्र 4.53

(अ) 2 μF (ब) 4 μF
(स) 25 μF (द) 3 μF

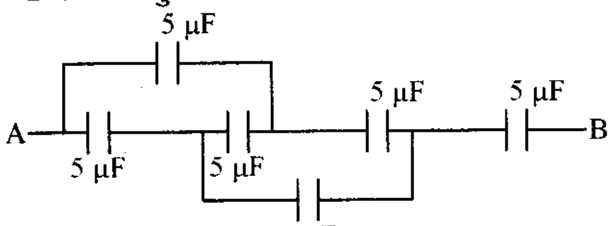
3. एक आवेशित संधारित्र की दोनों प्लेटों को एक तार से जोड़ दिया जाये तब

(अ) विभव अनन्त हो जायेगा (ब) आवेश अनन्त हो जायेगा

(स) आवेश पूर्व मान का दुगुना हो जायेगा

(द) संधारित्र निरावेशित हो जायेगा

4. दिये गये चित्र में संयोजित संधारित्रों के लिये बिन्दु **A** तथा **B** के मध्य तुल्य धारिता का मान होगा



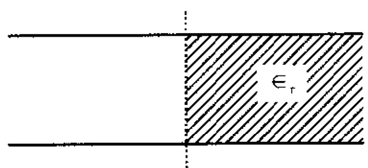
चित्र 4.54

(अ) 5 μF (ब) 2.5 μF (स) 10 μF (द) 20 μF

5. दो गोलाकार चालकों की त्रिज्याओं का अनुपात **1 : 2** है तो उनकी धारिताओं का अनुपात होगा

(अ) 4 : 1 (ब) 1 : 4 (स) 1 : 2 (द) 2 : 1

6. चित्र के अनुसार एक समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य आधे भाग में किसी परावैद्युत पदार्थ जिसका परावैद्युतांक $\in_r$ है, सरकाया जाता है। यदि संधारित्र की प्रारम्भिक धारिता C हो तब नवीन धारिता का मान होगा



चित्र 4.55

(अ) $\frac{C}{2}(\in_r+1)$ (ब) $\frac{1}{2}\cdot\frac{C}{(\in_r+1)}$

(स) $\frac{(1+\in_r)}{2C}$ (द) $C(1+\in_r)$

7. समान त्रिज्या तथा समान आवेश की पारे की आठ बूँदें परस्पर मिलकर एक बड़ी बूँद बनाती हैं। बड़ी बूँद की धारिता प्रत्येक छोटी बूँद की धारिता की तुलना में होगी

(अ) 2 गुना (ब) 8 गुना

(स) 4 गुना (द) 16 गुना

8. एक संधारित्र की धारिता C है। इसे V विभवान्तर तक आवेशित किया गया है। यदि अब इसे प्रतिरोध से सम्बन्धित कर दिया जाये तब ऊर्जा क्षय की मात्रा होगी

(अ) CV^2 (ब) $\frac{1}{2}CV^2$

(स) $\frac{1}{3}CV^2$ (द) $\frac{1}{2}QV^2$

9. यदि एक संधारित्र को आवेश Q देने पर संग्रहित ऊर्जा **W** है। आवेश दुगुना करने पर संग्रहित ऊर्जा होगी।

(अ) 2 W (ब) 4 W

(स) 8 W (द) $\frac{1}{2}W$

10. **3 μF** व **5 μF** के दो गोलों को क्रमशः **300 V** तथा **500 V** तक आवेशित कर जोड़ दिया जाता है। उभयनिष्ठ विभव होगा

(अ) 400 V (ब) 375 V

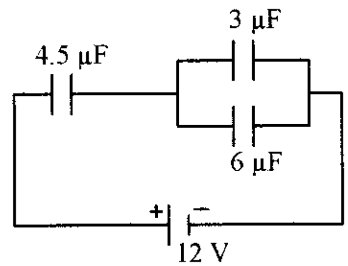
(स) 425 V (द) 350 V

11. एक आवेशित समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य स्थितिज ऊर्जा U_0 है यदि एक $\in_r$ परावैद्युतांक वाली पट्टिका मध्य में रख दी जाये तब नवीन स्थितिज ऊर्जा होगी

(अ) $\frac{U_0}{\in_r}$ (ब) $U_0 \in_r^2$

(स) $\frac{U_0}{\in_r^2}$ (द) U_0

12. चित्र में दिखाये गये परिपथ में **4.5 μF** वाले संधारित्र पर विभवान्तर है



चित्र 4.56

(अ) $\frac{8}{3}V$ (ब) 4 V

(स) 6 V (द) 8 V

उत्तरमाला

1.(अ) 2.[illegible] 3.[illegible] 4.[illegible] 5.[illegible]
6.[illegible] 7.(अ) 8.[illegible] 9.[illegible] 10.[illegible]
11.[illegible] 12.[illegible]

हल एवं संकेत (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

1.(अ) ∵ गोलीय चालक की धारिता

$$C = 4\pi\in_0 R$$

$$C \propto R$$

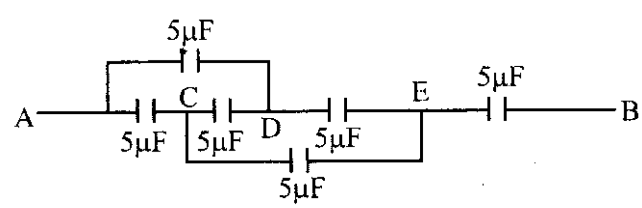
2.(ब) बिन्दु A तथा B के मध्य तुल्य धारिता

$$C = \frac{3\times6}{3+6}+\frac{4\times4}{4+4}=2+2$$

$$=4\mu F$$

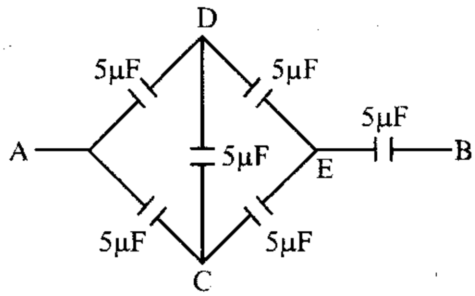
3.(द) संधारित्र लघुपथित होकर निरावेशित हो जायेगा।

4.(ब)



चित्र 4.57

संधारित्रों की दी गई परिपथ व्यवस्था को निम्न व्यवस्था से प्रतिस्थापित किया जा सकता है–



चित्र 4.58

स्पष्ट है, कि दिया गया परिपथ एक व्हीटस्टोन सेतु व्यवस्था है, जो कि संतुलन की अवस्था में है। अत: भुजा DC का संधारित्र प्रभावहीन है।

∴ बिन्दु A व E के मध्य तुल्य धारिता

$$= \frac{5\times5}{5+5} + \frac{5\times5}{5+5}$$

$$= 2.5 + 2.5 = 5\mu F$$

अब बिन्दु A व E के मध्य 5μF धारिता तथा बिन्दु E व B के मध्य 5μF धारिता श्रेणीक्रम में है। अत: बिन्दु A व B के मध्य तुल्य धारिता

$$= \frac{5\times5}{5+5} = 2.5\ \mu F$$

5.(स) ∵ गोलीय चालक की धारिता

$$C = 4\pi\epsilon_0 .R$$

$$C \propto R$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2}$$

6.(अ) चित्र में प्रबंध समांतर क्रम में जुड़े दो संधारित्रों के तुल्य है। प्रत्येक संधारित्र में प्लेट का क्षेत्रफल A/2 है।

∴ तुल्य धारिता $= C_1 + C_2$

$$= \frac{\epsilon_0 A/2}{d} + \frac{\epsilon_0\epsilon_r A/2}{d}$$

$$= \frac{C}{2} + \epsilon_r\frac{C}{2}$$

$$= \frac{C}{2}(\epsilon_r + 1)$$

7.(अ) माना कि पारे की एक छोटी बूँद की त्रिज्या r तथा एक बड़ी बूँद की त्रिज्या R है।

1 बड़ी बूँद का आयतन = 8 छोटी बूँदों का आयतन

$$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 8\times\frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\Rightarrow R^3 = 8r^3$$

$$\Rightarrow R = 2r$$

$$\therefore \frac{\text{बड़ी बूँद की धारिता}}{\text{एक छोटी बूँद की धारिता}} = \frac{C_f}{C_i}$$

$$= \frac{4\pi\epsilon_0 R}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{2r}{r} = \frac{2}{1}$$

∴ बड़ी बूँद की धारिता = 2 × एक छोटी बूँद की धारिता

8.(ब) ऊर्जा क्षय की मात्रा $= \frac{1}{2}CV^2$

9.(ब)

$$W = \frac{Q^2}{2C}$$

$Q' = 2Q$ प्रश्नानुसार

$$W' = \frac{Q'^2}{2C} = \frac{(2Q)^2}{2C}$$

$$= \frac{4.Q^2}{2C} = 4W$$

10.(स) उभयनिष्ठ विभव

$$V = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2}$$

$$V = \frac{3\times300 + 5\times500}{3+5}$$

$$V = \frac{3400}{8} = 425 \text{ वोल्ट}$$

11.(अ) ∵

$$U_0 = \frac{q^2}{2C}$$

$$U_m = \frac{q^2}{2C_m}$$

$$\therefore C_m = \epsilon_r C$$

$$\therefore U_m = \frac{q^2}{2\epsilon_r C} = \frac{1}{\epsilon_r}\cdot\frac{q^2}{2C}$$

$$= \frac{U_0}{\epsilon_r}$$

12.(द) दिये गये परिपथ की कुल धारिता

$$C = \frac{(4.5)(3+6)}{4.5+3+6}$$

$$= \frac{40.5}{13.5} = 3\mu F$$

कुल आवेश $q = CV = 3\times12 = 36\mu C$

∴ 4.5μF धारिता के संधारित्र पर विभवांतर

$$= \frac{q}{4.5} = \frac{36}{4.5} = 8 \text{ वोल्ट}$$

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. एक समान्तर प्लेट संधारित्र की एक प्लेट का क्षेत्रफल आधा कर दिया जाये तो क्या यह युक्ति संधारित्र का कार्य करेगी?

उत्तर– एक समान्तर प्लेट संधारित्र की एक प्लेट का क्षेत्रफल आधा कर दिया जाये, तब यह युक्ति संधारित्र का कार्य नहीं करेगी क्योंकि दोनों प्लेटों पर न तो विपरीत प्रकृति का समान पृष्ठ आवेश घनत्व होगा और न ही प्लेटों के मध्य समविद्युत क्षेत्र स्थापित होगा।

प्र.2. तीन संधारित्रों जिनके प्रत्येक की धारिता **6 μF** है, के संयोजनों से प्राप्त अधिकतम व न्यूनतम धारिताओं का मान क्या होगा?

उत्तर– अधिकतम धारिता
$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 = 6 + 6 + 6 = 18\mu F$$

यह समांतर क्रम संयोजन में होगी।

यदि न्यूनतम धारिता C_s हो, तो

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}$$

$$= \frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6} = \frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

$$C_s = 2\mu F$$

यह श्रेणीक्रम संयोजन में होगी।

प्र.3. किसी चालक की धारिता का मान किन कारकों पर निर्भर करता है।

उत्तर– किसी चालक की धारिता का मान चालक की आकृति, आकार, चालक के चारों ओर के माध्यम तथा चालक के समीप अन्य चालक की उपस्थिति पर निर्भर करता है।

प्र.4. पृथ्वी को गोलीय चालक मानने पर पृथ्वी की धारिता कितनी होती है?

उत्तर– पृथ्वी की धारिता
$$C = 4\pi\epsilon_0 R = \frac{R}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}}$$

यहाँ पृथ्वी की त्रिज्या $R = 6.4 \times 10^6$ मीटर

$$C = \frac{1}{9\times10^9}\times6.4\times10^6$$

$$= 711\ \mu F$$

प्र.5. आवेशित समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य परिणामी विद्युत क्षेत्र कितना होता है जबकि प्लेटों पर पृष्ठ आवेश घनत्व σ है?

उत्तर– आवेशित समांतर प्लेट संधारित्र की प्लेटों पर पृष्ठ आवेश घनत्व σ होने पर प्लेटों के मध्य परिणामी विद्युत क्षेत्र

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

प्र.6. यदि समान धारिता **C** के **n** संधारित्र श्रेणीक्रम में जोड़े जायें तब तुल्य धारिता कितनी होगी?

उत्तर– तुल्य धारिता $C_s = \frac{C}{n}$

प्र.7. समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य ऊर्जा घनत्व का सूत्र लिखिये।

उत्तर– ऊर्जा घनत्व $u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$

प्र.8. ऊर्जा घनत्व का मात्रक लिखिये।

उत्तर– ऊर्जा घनत्व का SI मात्रक $\frac{\text{जूल}}{\text{मीटर}^3}$

प्र.9. दो संधारित्र जिनकी धारितायें C_1 व C_2 हैं यदि उन्हें समान आवेश दिये जायें तब उनमें एकत्रित स्थिरविद्युत स्थितिज ऊर्जाओं का अनुपात लिखिये।

उत्तर– ∵ विद्युत स्थितिज ऊर्जा $U = \frac{q^2}{2C}$

$$U_1 = \frac{q^2}{2C_1},\ U_2 = \frac{q^2}{2C_2}$$

$$\therefore \frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1}$$

प्र.10. ऐसा चालक बताइये जिसको लगभग असीमित (अनन्त) आवेश दिया जा सकता हो।

उत्तर– पृथ्वी, पृथ्वी की धारिता बहुत अधिक होने के कारण पृथ्वी को लगभग असीमित (अनन्त) आवेश दिया जा सकता है।

प्र.11. किसी आवेशित संधारित्र की ऊर्जा किस रूप में कहाँ संचित रहती है?

उत्तर– किसी आवेशित संधारित्र की ऊर्जा विद्युत स्थितिज ऊर्जा के रूप में प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र में संचित होती है।

प्र.12. किसी आवेशित संधारित्र पर नेट विद्युत आवेश कितना होता है?

उत्तर– किसी आवेशित संधारित्र पर नेट विद्युत आवेश शून्य होता है, क्योंकि प्रत्येक प्लेट पर समान परिमाण तथा विपरीत प्रकृति का आवेश होता है।

प्र.13. किसी समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के सम्पूर्ण स्थान में कोई परावैद्युत भरने से उसकी धारिता 5 गुनी हो जाती है। परावैद्युत का परावैद्युतांक क्या है?

उत्तर– प्रश्नानुसार $C_m = 5C$

परंतु $C_m = \epsilon_r C$

∴ परावैद्युत का परावैद्युतांक $\epsilon_r = 5$

प्र.14. संधारित्र का मूल उपयोग क्या है?

उत्तर– संधारित्र का मूल उपयोग विद्युत आवेश तथा विद्युत ऊर्जा के अधिक मात्रा में संचय के रूप में होता है।

प्र.15. एक समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य की दूरी ***d*** है। यदि ***d* / 2** मोटाई की कोई धात्विक प्लेट संधारित्र के प्लेटों के मध्य रख दी जाये तब धारिता पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

उत्तर– $\because \frac{d}{2} < d$

अत: धात्विक प्लेट आंशिक रूप से संधारित्र की प्लेटों के मध्य रखी गयी है।

$$\therefore \quad \text{धारिता } C_m = \frac{\epsilon_0 A}{d-t} = \frac{\epsilon_0 A}{d-d/2}$$

$$= \frac{\epsilon_0 A}{d/2} = \frac{2\epsilon_0 A}{d}$$

$$= 2C$$

अर्थात् धारिता दुगुनी हो जाएगी।

प्र.16. **24 μF** धारिता के संधारित्र को आवेशित करने में कितना कार्य करना पड़ेगा जबकि प्लेटों के मध्य विभवान्तर **500 V** है।

उत्तर– धारिता $C = 24\,\mu F = 24 \times 10^{-6}\,F$

प्लेटों के मध्य विभवांतर $V = 500$ वोल्ट

आवेशित करने में किया गया कार्य

$$W = \frac{1}{2}CV^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 24 \times 10^{-6} \times 500 \times 500$$

$$= 3J$$

प्र.17. यदि आपको कम धारिता के संधारित्र दिये हैं तो इनसे अधिक धारिता किस प्रकार प्राप्त करेंगे?

उत्तर– दिये गये संधारित्रों को समांतर क्रम में संयोजित कर अधिक धारिता प्राप्त की जा सकती है।

प्र.18. **2 μF** धारिता वाले दो संधारित्रों को श्रेणीक्रम में जोड़ने पर तुल्य धारिता कितनी होगी?

उत्तर– $$C_s = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2 \times 2}{2+2} = 1\mu F$$

प्र.19. एक समान्तर प्लेट संधारित्र को तेल में डुबोने से उसकी धारिता पर क्या प्रभाव पड़ेगा? तेल का परावैद्युतांक 2 है।

उत्तर– $\because \quad C_m = \epsilon_r C = 2C$

$V = 1000$ वोल्ट

अर्थात् धारिता दुगुनी हो जायेगी।

प्र.20. वृत्ताकार समान्तर प्लेट संधारित्र की त्रिज्या ***r*** है। प्ले के मध्य हवा भरी है। यदि संधारित्र की धारिता ***R*** त्रिज के गोले की धारिता के बराबर है तब प्लेटों के मध्य दू बताइये।

उत्तर– प्रश्नानुसार समांतर प्लेट संधारित्र की धारिता = गोले की धारिता

$$\Rightarrow \quad \frac{\epsilon_0 (\pi r^2)}{d} = 4\pi\epsilon_0 R$$

$$\Rightarrow \quad d = \frac{\epsilon_0 \times \pi r^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{r^2}{4R}$$

लघुत्तरात्मक प्रश्न

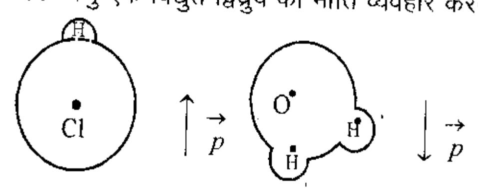
प्र.1. चालक एवं विद्युतरोधी को उदाहरण सहित समझाइये।

उत्तर–चालक : ऐसे पदार्थ जिनमें से इलेक्ट्रॉनों का प्रवाह आसानी से हं जाता है, चालक कहलाते हैं। चालकों में मुक्त इलेक्ट्रॉन बड़ी संख्या में पार जाते हैं, जो पूरे चालक में गति करने के लिये स्वतंत्र होते हैं और बहुत कम प्रयास से ये चालक के बाहर स्थानान्तरित किये जा सकते हैं। धातुएँ चालव होती है।

विद्युतरोधी–ऐसे पदार्थ जिनमें होकर इलेक्ट्रॉनों का प्रवाह नहीं होता है, विद्युतरोधी कहलाते हैं। इनमें मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या, नगण्य होती है उदाहरण: काँच, रबर, प्लास्टिक, चीनी मिट्टी, लकड़ी (सूखी) आदि।

प्र.2. ध्रुवीय तथा अध्रुवीय परावैद्युत में अन्तर स्पष्ट कीजिये।

उत्तर–ध्रुवीय परावैद्युत (Polar dielectrics)–वे पदार्थ जिनके अणुओं के धनावेशों का केन्द्र तथा ऋणावेशों का केन्द्र सम्पाती नहीं होता है, ध्रुवीय परावैद्युत कहलाते है। उदाहरण के लिए, HCl, H_2O आदि ध्रुवीय परावैद्युत है। इनका प्रत्येक अणु एक विद्युत द्विध्रुव की भाँति व्यवहार करता है। (चित्र)

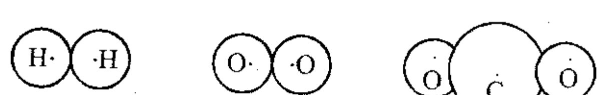


(i) HCl (ii) H_2O

चित्र 4.59

अध्रुवीय परावैद्युत (Non-polar dielectrics)

वे पदार्थ जिनके अणुओं के धनावेशों का केन्द्र तथा ऋणावेशों का केन्द्र सम्पाती होता है, अध्रुवीय परावैद्युत कहलाते है। उदाहरण के लिए, H_2, O_2, CO_2, N_2 आदि अध्रुवीय परावैद्युत है। इनके प्रत्येक अणु का द्विध्रुव आघूर्ण शून्य होता है। (चित्र)



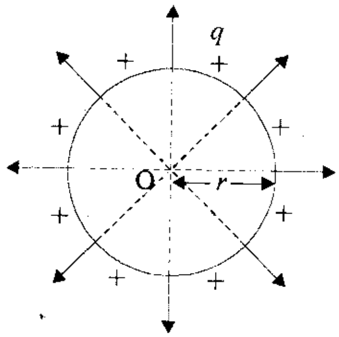
(i) H_2 (ii) O_2 (iii) CO_2

चित्र 4.60

प्र.3. किसी गोलीय चालक की धारिता का व्यंजक स्थापित

कीजिये।

उत्तर–माना r त्रिज्या का एक विलगित गोला है। इसे q आवेश प्रदान किया जाता है।



चित्र 4.61

यह आवेश चालक की प्रकृति के अनुसार गोले की सतह पर समान रूप से फैल जाता है तथा गोले की सतह के प्रत्येक बिन्दु पर विभव का मान एक समान होता है। अतः एक आवेशित गोलीय चालक इस तरह व्यवहार करता है जैसे कि उसका संपूर्ण आवेश उसके केन्द्र पर समाहित हो। इस अवस्था में गोले की सतह पर विभव

$$V = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{r} \quad \text{होगा}$$

गोले की धारिता

$$C = \frac{q}{V} \qquad .....(2)$$

अतः $$C = \frac{q \times 4\pi \epsilon_0 r}{q}$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 r$$

यहाँ $4\pi\epsilon_0 = \frac{1}{9 \times 10^9} \frac{\text{कूलॉम}^2}{\text{न्यूटन} \times \text{मी.}^2}$

एक नियतांक है।

प्र.4. एक आवेशित समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों को निकट लाने पर उसकी प्लेटों के मध्य विभवान्तर पर क्या प्रभाव पड़ेगा? जबकि आवेश नियत रखा जाता है। समझाइये।

उत्तर– $\because V = \frac{q}{C}$, जबकि $C \propto \frac{1}{d}$

आवेशित संधारित्र की प्लेटों को निकट लाने पर धारिता बढ़ जाती है तथा प्लेटों के मध्य विभवांतर कम हो जाता है।

प्र.5. एक समान्तर प्लेट संधारित्र एक स्रोत (बैटरी) से V विभवान्तर तक आवेशित किया गया है, जबकि प्लेटों के मध्य वायु है। संधारित्र को बैटरी से अलग किये बिना वायु के स्थान पर $\in_r$ परावैद्युतांक का परावैद्युत माध्यम भर दिया गया है। कारण सहित बताइये कि निम्नलिखित में क्या परिवर्तन होगा?

(i) विभवान्तर (ii) प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र (iii) धारिता (iv) आवेश (v) ऊर्जा

उत्तर– (i) इस स्थिति में प्लेटों के मध्य का विभवांतर बैटरी के विभवान्तर के बराबर होगा, अर्थात् प्लेटों के मध्य विभवांतर का मान परिवर्तित नहीं होगा।

(ii) प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र $E = \frac{V}{d}$ का मान अपरिवर्तित रहेगा

(iii) धारिता का मान बढ़कर प्रारम्भिक धारिता का $\in_r$ गुना हो जायेगा

$$C_m = \in_r C$$

(iv) आवेश का मान बढ़कर प्रारम्भिक आवेश का $\in_r$ गुना हो जायेगा

$$q_m = \in_r q$$

(v) $\because$ ऊर्जा $U = \frac{1}{2} CV^2$

$$\Rightarrow \quad U_m = \frac{1}{2} C_m V^2 = \frac{1}{2} \in_r CV^2$$

$$= \in_r U$$

अर्थात् ऊर्जा का मान बढ़कर प्रारम्भिक ऊर्जा का $\in_r$ गुना हो जायेगा।

प्र.6. एक समान्तर प्लेट वायु संधारित्र एक विद्युत संभरण से जुड़ा है तथा V_0 विभवान्तर तक आवेशित किया गया है इसको विद्युत संभरण [Supply] से अलग करके इसकी प्लेटों के मध्य परावैद्युत पदार्थ भर दिया जाता है। कारण सहित बताइये कि निम्नलिखित में क्या परिवर्तन होगा?

(i) आवेश (ii) विभवान्तर (iii) धारिता (iv) विद्युत क्षेत्र (v) ऊर्जा

उत्तर– संधारित्र का बैटरी से संबंध विच्छेद करने पर संधारित्र एक विलगित निकाय की भाँति होता है।

(i) इस स्थिति में प्लेटों पर आवेश की मात्रा संरक्षित रहती है, अर्थात् आवेश का मान परिवर्तित नहीं होगा।

(ii) विभवांतर का मान $\in_r$ गुना कम हो जायेगा।

$$V_m = \frac{V}{\in_r}$$

(iii) धारिता का मान बढ़कर $\in_r$ गुना हो जायेगा।

$$C_m = \in_r C$$

(iv) विद्युत क्षेत्र का मान $\in_r$ गुना कम हो जायेगा।

$$E_m = \frac{V_m}{d} = \frac{V}{\in_r d} = \frac{E}{\in_r}$$

(v) ऊर्जा $$U = \frac{q^2}{2C},$$

$$U_m = \frac{q^2}{2C_m} = \frac{q^2}{2 \in_r C}$$

$$= \frac{U}{\in_r}$$

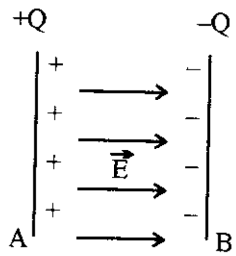
अर्थात् ऊर्जा का मान $\in_r$ गुना घट जायेगा।

$V_{..} = 1000$ वोल्ट

प्र.7. **आवेशित संधारित्र में संचित ऊर्जा का सूत्र व्युत्पन्न कीजिये।**

उत्तर– **किसी संधारित्र को आवेश देने की क्रिया में कार्य करना पड़ता है। यह कार्य स्थितिज विद्युत ऊर्जा के रूप में संधारित्र में उत्पन्न विद्युत क्षेत्र में संचित हो जाता है।**

संधारित्र में दो चालक (माना A व B) होते है जिन पर आवेश क्रमशः +Q तथा –Q होता है। संधारित्र में संचित ऊर्जा की गणना करने के लिए हम मानते हैं कि प्रारंभ में दोनों चालक अनावेशित है। अब माना कि चालक A से चालक B पर इलेक्ट्रॉन स्थानान्तरण द्वारा चालक A को धनावेशित तथा चालक B को ऋणावेशित किया जाता है। स्पष्ट है कि चालक A पर जितना धन आवेश आयेगा, ठीक उतना ही चालक B पर ऋणावेश आयेगा।



चित्र 4.62

किसी संधारित्र को आवेश एक साथ नहीं दिया जाता है। उसकी मात्रा में शून्य से Q आवेश तक थोड़ी मात्रा में वृद्धि करते हैं। इस कारण संधारित्र का विभव भी शून्य से V तक बढ़ता है। माना कि किसी क्षण संधारित्र का विभव V' है और उसे आवेश dq दिया जाता है। V' विभव पर आवेश dq देने के लिए किया गया कार्य dW स्थितिज ऊर्जा के रूप में संधारित्र में संचित हो जायेगा। अतः स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि

$$dW = V'\,dq \qquad .....(1)$$

अतः संधारित्र को शून्य से Q तक आवेश प्रदान करने में स्थितिज ऊर्जा में कुल वृद्धि

$$U = \Sigma\, dW = \Sigma\, V'\, dq \qquad .....(2)$$

संधारित्र की प्लेटों को शून्य से +Q आवेश तक आवेशित करने के लिए कुल कार्य की गणना समी. (1) का $q = 0$ से $q = Q$ के लिए समाकलन करके प्राप्त करते हैं।

अतः $$W = U = \int_0^Q dW$$

समी. (1) से

$$W = \int_0^Q V'\, dq \qquad .....(3)$$

संधारित्र की धारिता C है तो V' विभव के संगत संधारित्र में संचित आवेश

$$q = CV'$$

या $$V' = \frac{q}{C} \qquad .....(4)$$

समी. (3) में (4) से मान रखने पर

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C}\, dq$$

$$W = \frac{1}{C}\left[\frac{q^2}{2}\right]_0^Q = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad .....(5)$$

समी. (5) में Q का मान रखने पर

पुनः $$W = \frac{1}{2}(CV)^2 \times \frac{1}{C}$$

$$= \frac{1}{2}CV^2 \qquad .....(6)$$

समी. (5) में C का मान रखने पर

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2V}{Q} = \frac{QV}{2} \qquad .....(7)$$

समी. (5), (6), (7) आवेशित संधारित्र की स्थितिज ऊर्जा है

$$U = W = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{QV}{2} \qquad .....(8)$$

प्र.8. **C धारिता के तीन संधारित्र एक बार श्रेणीक्रम में व दूसरी बार समान्तर क्रम में जोड़े जाते हैं। इन स्थितियों में तुल्य धारिता का अनुपात क्या होगा?**

उत्तर– श्रेणीक्रम संयोजन में $C_s = \frac{C}{3}$

समांतर क्रम संयोजन में

$$C_p = 3C$$

$$\therefore \quad \frac{C_s}{C_p} = \frac{C}{3 \times 3C} = \frac{1}{9}$$

∴ तुल्य धारिताओं का अनुपात 1 : 9 होगा।

प्र.9. **समान धारिता के *n* संधारित्रों को श्रेणीक्रम में संयोजित करने पर तुल्य धारिता C_s तथा समान्तर क्रम में संयोजित करने पर तुल्य धारिता C_p है। $\frac{C_p}{C_s}$ का मान ज्ञात कीजिये।**

उत्तर– श्रेणीक्रम संयोजन में $C_s = \frac{C}{n}$

समांतर क्रम संयोजन में

$$C_p = nC$$

$$\therefore \quad \frac{C_p}{C_s} = \frac{nC}{C/n} = \frac{n^2}{1}$$

प्र.10. **विद्युत धारिता की परिभाषा लिखिये तथा इसका S.I. मात्रक लिखिये।**

उत्तर– किसी चालक द्वारा आवेश ग्रहण करने की क्षमता को विद्युत धारिता कहते हैं।

विद्युत धारिता का SI मात्रक = $\frac{\text{कूलॉम}}{\text{वोल्ट}}$ = फैरड

प्र.11. **एक गोलीय चालक पर आवेश की मात्रा तीन गुनी करने पर उसकी धारिता पर क्या प्रभाव पड़ेगा? कारण दीजिये।**

उत्तर– एक गोलीय चालक की धारिता का मान उसे दिए गए आवेश की मात्रा पर निर्भर नहीं करता है। अतः चालक पर आवेश की मात्रा तीन गुनी करने पर उसकी धारिता पर कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा।

प्र.12. **2 μF धारिता वाले वायु संधारित्र की प्लेटों के मध्य अभ्रक की प्लेट रखने से उसकी धारिता 5 μF हो जाती है। अभ्रक का परावैद्युतांक ज्ञात कीजिये।**

उत्तर– दिया गया है– $C = 2\mu F, C_m = 5\mu F$

परावैद्युतांक $\epsilon_r = \frac{C_m}{C} = \frac{5}{2} = 2.5$

प्र.13. दो आवेशित चालकों की त्रिज्यायें क्रमशः R_1 व R_2, धारितायें क्रमशः C_1 व C_2, आवेश क्रमशः Q_1 व Q_2 तथा विभव क्रमशः V_1 व V_2 हैं $(V_1 > V_2)$। यदि चालकों को परस्पर एक नगण्य धारिता वाले चालक तार से जोड़ दिया जाता है तब सिद्ध कीजिये कि चालकों के विभव में परिवर्तनों का अनुपात $\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} = \frac{C_2}{C_1}$ होगा।

उत्तर– चालकों को परस्पर जोड़ने पर उभयनिष्ठ विभव

$$V = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2}$$

$$\therefore \quad \Delta V_1 = V_1 - V$$

$$= V_1 - \left(\frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2}\right)$$

$$\Delta V_1 = \frac{C_1V_1 + C_2V_1 - C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2}$$

$$\Delta V_1 = \frac{C_2(V_1 - V_2)}{C_1 + C_2} \quad ...(1)$$

इसी प्रकार

$$\Delta V_2 = V - V_2$$

$$= \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2} - V_2$$

$$\Delta V_2 = \frac{C_1V_1 + C_2V_2 - C_1V_2 - C_2V_2}{C_1 + C_2}$$

$$\Delta V_2 = \frac{C_1(V_1 - V_2)}{C_1 + C_2} \quad ....(2)$$

समी. (1) व (2) से–

$$\therefore \quad \frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} = \frac{C_2}{C_1}$$

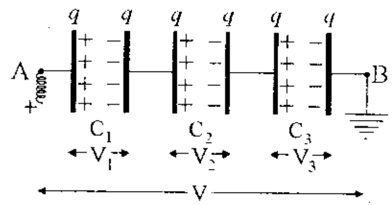
प्र.14. संधारित्र किसे कहते हैं? समझाइये।

उत्तर– संधारित्र विपरीत आवेश के चालकों का ऐसा युग्म जिस पर आवेश की पर्याप्त मात्रा संचित की जा सकती है।

इसमें किसी भी निश्चित आकार की ऐसी दो चालक प्लेटें एक दूसरे के समीप समान्तर व्यवस्थित रहती है जिन पर समान परिमाण व विपरीत प्रकृति का आवेश उपस्थित होता है। साधारणतया प्रथम प्लेट कुचालक स्टैण्ड से तथा द्वितीय प्लेट भूसम्पर्कित रहती है।

प्र.15. तीन संधारित्र जिनकी धारितायें क्रमशः C_1, C_2 व C_3 हैं, श्रेणीक्रम में जुड़े हैं। तुल्य धारिता का सूत्र व्युत्पन्न कीजिये।

उत्तर– धारिता को कम करने के लिए संधारित्रों को श्रेणी क्रम में जोडा जाता है। इसमें एक संधारित्र की दूसरी प्लेट दूसरे संधारित्र की पहली प्लेट से दूसरे की दूसरी प्लेट तीसरे की पहली प्लेट से, इसी प्रकार शेष सभी को जोड देते हैं। अंतिम संधारित्र की दूसरी प्लेट को पृथ्वी से सम्बन्धित कर देते हैं। इस प्रकार का संयोजन नीचे चित्र में दिखाया गया है–



चित्र 4.63

यदि पहले संधारित्र की पहली प्लेट को +q आवेश दिया जाता है तो प्रेरण द्वारा सभी संधारित्रों की सभी प्लेटों पर चित्र की भाँति समान परिमाण (q) एकत्र होगा, चाहे संधारित्र की धारिता कितनी ही क्यों न हो। धारिताओं के मान अलग-अलग होने के कारण प्रत्येक संधारित्र की प्लेटों का विभवान्तर अलग-अलग होगा। पूरे संयोजन का विभवान्तर यदि V हो तो

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad .....(1)$$

$\because$ प्रत्येक संधारित्र पर एकत्र आवेश समान है।

$\therefore \quad q = C_1V_1 = C_2V_2 = C_3V_3$ होगा।

अतः $V_1 = \frac{q}{C_1}$

$V_2 = \frac{q}{C_2}$

$V_3 = \frac{q}{C_3}$ होंगे।

यदि संयोजन की तुल्य धारिता C मान लें तो

$$V = \frac{q}{C}$$

समी. (1) में सभी विभवों के मान रखने पर

$$\frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

या $$\frac{q}{C} = q\left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right]$$

या $$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad .....(2)$$

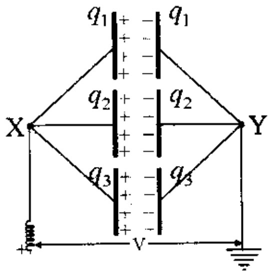
प्र.16. तीन संधारित्र जिनकी धारितायें क्रमशः C_1, C_2 व C_3 हैं, समान्तर क्रम में जुड़े हैं। तुल्य धारिता का सूत्र व्युत्पन्न कीजिये।

उत्तर– इस संयोजन में सभी संधारित्रों की पहली प्लेटें एक बिन्दु X पर और दूसरी प्लेटें Y पर जोड़ दी जाती हैं। Y को पृथ्वी से सम्बन्धित कर देते हैं और X को आवेश $+q$ देते हैं तो धारिताओं के अनुसार यह आवेश क्रमशः q_1, q_2, q_3, ... आदि भागों में बँट जाता है। चूँकि सभी संधारित्रों की एक-एक प्लेट X और दूसरी प्लेटें Y के मध्य जुड़ी हैं अतः सभी का विभवान्तर समान (V) होगा।

$\therefore \quad q = q_1 + q_2 + q_3$ .....(1)

$\because$ आवेश $q = CV$ होता है।

अतः $q_1 = C_1V, q_2 = C_2V, q_3 = C_3V$



चित्र 4.64

अतः समी. (1) से

$$q = C_1V + C_2V + C_3V$$

या $q = V(C_1 + C_2 + C_3)$ .....(2)

यदि संयोजन की तुल्य धारिता C मान लें तो

$$q = CV \quad .....(3)$$

समी. (2) व (3) की तुलना करने पर

$$CV = V(C_1 + C_2 + C_3)$$

या $C = C_1 + C_2 + C_3$

निबंधात्मक प्रश्न

प्र.1 समान्तर प्लेट संधारित्र का सिद्धान्त समझाते हुए इसकी धारिता का व्यंजक स्थापित कीजिये।

उत्तर– अनुच्छेद 4.6.1 तथा 4.7 पर देखें।

प्र.2 आंशिक रूप से भरे परावैद्युत पदार्थ के लिये समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिये।

उत्तर– अनुच्छेद 4.8.2 पर देखें।

प्र.3 किसी समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र के ऊर्जा घनत्व का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिये।

उत्तर– अनुच्छेद 4.11.1 पर देखें।

प्र.4 गोलीय संधारित्र क्या है? गोलीय संधारित्र की धारिता के लिये व्यंजक व्युत्पन्न कीजिये।

उत्तर– अनुच्छेद 4.9 पर देखें।

प्र.5 आवेशित चालकों के संयोजन से आवेशों का पुनर्वितरण समझाइये। आवेश के पुनर्वितरण के पश्चात आवेशों का अनुपात ज्ञात कीजिये तथा ऊर्जा हानि का सूत्र व्युत्पन्न कीजिये।

उत्तर– अनुच्छेद 4.12.1 तथा 4.13 पर देखें।

आंकिक प्रश्न

प्र.1. एक गोलाकार चालक की धारिता **1 pF** है। इसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

हल– दिया गया है– गोलाकार चालक की धारिता

$$C = 1pF = 10^{-12} F$$

$\because$ गोलाकार चालक की धारिता

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

$$\Rightarrow \quad R = \frac{C}{4\pi\epsilon_0} = 9\times10^{9}\times10^{-12}$$

$$= 9\times10^{-3} \text{ मी.}$$

$$R = 9 \text{ मिमी.}$$

प्र.2. एक समान्तर प्लेट संधारित्र की प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल **100 cm²** तथा दोनों प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र की तीव्रता **100 N/C** है। प्रत्येक प्लेट पर आवेश कितना है?

हल– दिया गया है– $A = 100\ cm^2 = 100\times10^{-4}\ m^2 = 10^{-2}\ m^2$

$$E = 100\frac{N}{C}$$

$$\because \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{q}{A\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \quad q = EA\epsilon_0$$

$$= 100\times10^{-2}\times8.85\times10^{-12}$$

$$q = 8.85\times10^{-12}\ C$$

एक प्लेट पर आवेश $+8.85\times10^{-12}C$ तथा दूसरी प्लेट पर आवेश $-8.85\times10^{-12}\ C$ होगा।

प्र.3. किसी समान्तर प्लेट संधारित्र को एक निश्चित विभवान्तर पर रखा जाता है। इसके विभवान्तर को समान रखते हुए प्लेटों के मध्य **3 mm** मोटी स्लैब रखी जाती है तो प्लेटों के मध्य दूरी **2.4 mm** बढ़ानी पड़ती है। स्लैब के परावैद्युतांक की गणना कीजिये।

हल– समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता–

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$t = 3$ मिमी. मोटी पट्टिका प्लेटों के मध्य रखने पर संधारित्र की धारिता

$$C_m = \frac{\epsilon_0 A}{\left(d - t + \frac{t}{\epsilon_r}\right)}$$

चूंकि परावैद्युत पट्टिका रखने से संधारित्र के आवेश में कोई परिवर्तन नहीं होता है अतः समान्तर प्लेटों के मध्य विभवान्तर को समान बनाये रखने के लिये उसकी धारिता को भी पूर्व मान के बराबर होना चाहिए। यदि अब उसकी प्लेटों के मध्य दूरी d' हो तो

अर्थात् $C = C_m$

$$\frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon_0 A}{\left(d' - t + \frac{t}{\epsilon_r}\right)}$$

या $d = d' - t + \frac{t}{\epsilon_r}$ या $(d' - d) = t\left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)$

प्रश्नानुसार, $t = 3$ मिमी. $= 3\times10^{-3}$ मी.

$(d' - d) = 2.4$ मिमी. $= 2.4\times10^{-3}$ मी.

$$\therefore \quad 1 - \frac{1}{\epsilon_r} = \frac{d' - d}{t} = \frac{2.4\times10^{-3}}{3\times10^{-3}}$$

या $1 - \frac{1}{\epsilon_r} = .8$ या $\frac{1}{\epsilon_r} = .2$ या $\epsilon_r = 5$

जिससे $\epsilon_r = 5$

प्र.4. दो संधारित्र की धारितायें क्रमशः **2 μF** तथा **4 μF** हैं। जब इनको क्रमशः श्रेणीक्रम में तथा समान्तर क्रम में जोड़ा जाता है तो इनकी तुल्य धारिताओं की तुलना कीजिये।

हल– दिया गया है– $C_1 = 2\mu F, C_2 = 4\mu F$

श्रेणीक्रम संयोजन में $C_s = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = \frac{2\times4}{2+4}$

$$= \frac{8}{6} = \frac{4}{3}\ \mu F$$

समांतर क्रम संयोजन में $C_p = C_1 + C_2$

$$= 2 + 4 = 6\mu F$$

$$\therefore \quad \frac{C_s}{C_p} = \frac{4/3}{6} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

अतः दिए गए संधारित्रों के श्रेणीक्रम तथा समांतर क्रम संयोजन में तुल्य धारिताओं का अनुपात = 2 : 9

प्र.5. दो आवेशित धातु के गोलों की त्रिज्यायें क्रमशः **0.05 m** तथा **0.10 m** हैं। प्रत्येक गोले पर **75 μC** आवेश है। इन गोलों को पतले तार द्वारा जोड़ने पर **(i)** उभयनिष्ठ विभव तथा **(ii)** आवेश प्रवाह की मात्रा ज्ञात करो।

हल– दिया गया है– $R_1 = 0.05$ m, $R_2 = 0.10$ m

$$q_1 = q_2 = q = 75\mu C$$
$$= 75 \times 10^{-6} C$$

(i) उभयनिष्ठ विभव $V = \frac{q_1+q_2}{C_1+C_2}$

$$= \frac{q+q}{4\pi\epsilon_0 R_1 + 4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{2q}{R_1+R_2}\right)$$

$$V = \frac{9\times10^9\times2\times75\times10^{-6}}{0.05+0.10}$$

$$V = \frac{18\times75\times10^3}{0.15} = 9\times10^6 \text{ वोल्ट}$$

(ii) $\because R_2 > R_1$

$\therefore C_2 > C_1$

प्रथम चालक से आवेश प्रवाह की मात्रा $= q_1 - q'_1$

$$= q_1 - C_1V$$
$$= q_1 - 4\pi\epsilon_0 R_1 V$$
$$= 75\times10^{-6} - \frac{0.05\times9\times10^6}{9\times10^9}$$
$$= 75\times10^{-6} - 50\times10^{-6} = 25\times10^{-6}C$$

द्वितीय चालक पर आवेश प्रवाह की मात्रा $= q'_2 - q_2 = C_2V - q_2$

$$= 4\pi\epsilon_0 R_2 V - q_2$$
$$= \frac{0.10\times9\times10^6}{9\times10^9} - 75\times10^{-6}$$
$$= 1\times10^{-4} - 75\times10^{-6}$$
$$= 100\times10^{-6} - 75\times10^{-6}$$
$$= 25\times10^{-6} C$$
$$= 25\mu C$$

अर्थात् 25 μC आवेश प्रथम चालक से द्वितीय चालक पर प्रवाहित होगा।

प्र.6. **150 वोल्ट पर आवेशित 2 μF धारिता के एक गोलीय चालक का सम्बन्ध 1 μF के किसी निरावेशित गोले से कर दिया जाता है। उभयनिष्ठ विभव की गणना करो। प्रत्येक चालक पर आवेश का मान भी ज्ञात करो।**

हल– दिया गया है– $V_1 = 150$ वोल्ट, $C_1 = 2\mu F$, $C_2 = 1\mu F$, $V_2 = 0$ वोल्ट

उभयनिष्ठ विभव $V = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1+C_2}$

$$V = \frac{2\times150+1\times0}{2+1}$$

$$= \frac{300}{3} = 100 \text{ वोल्ट}$$

$q'_1 = C_1V = 2\times100 = 200\mu C$

$q'_2 = C_2V = 1\times100 = 100\mu C$

प्र.7. **125 बूँदों को 200 वोल्ट के विभव तक आवेशित किया जाता है। इन बूँदों को मिलाकर एक बड़ी बूँद बनाते हैं। इससे विभव तथा ऊर्जा में परिवर्तन की गणना कीजिये।**

हल– माना कि प्रत्येक छोटी बूंद की त्रिज्या r व बड़ी बूंद की त्रिज्या R है। 125 छोटी बूंदों का आयतन = 1 बड़ी बूंद का आयतन

$$125\times\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

या $R^3 = 125\, r^3$

$\therefore R = 5r$ .....(1)

प्रत्येक छोटी बूंद की धारिता $C_i = 4\pi\epsilon_0 r$

बड़ी बूंद की धारिता $C_f = 4\pi\epsilon_0 R$

प्रत्येक छोटी बूंद पर आवेश $Q_i = C_i V_i$ .....(2)

बड़ी बूंद पर आवेश $Q_f = C_f V_f$ .....(3)

V_f बड़ी बूंद पर विभव = ?

V_i छोटी बूंदों का आवेश = 1 बड़ी बूंद का आवेश (समी. 2 व 3 से)

$$125\times C_iV_i = C_fV_f$$

या $125\times4\pi\epsilon_0 r\times200 = 4\pi\epsilon_0 R V_f$

$$\therefore \quad V_f = 125\times200\frac{r}{R}$$

समी. (1) से $R = 5r$

$$V_f = \frac{125\times200\times r}{5r} = 5000 \text{ वोल्ट}$$

एक छोटी बूंद पर ऊर्जा $= \frac{1}{2}C_iV_i^2 = \frac{1}{2}4\pi\epsilon_0 r(200)^2$

$\therefore$125 छोटी बूंदों की कुल ऊर्जा

$$U_i = 125\times\frac{1}{2}4\pi\epsilon_0 r\times(200)^2$$

तथा बड़ी बूंद की ऊर्जा

$$U_f = \frac{1}{2}C_fV_f^2$$
$$= \frac{1}{2}4\pi\epsilon_0 R\times(5000)^2$$

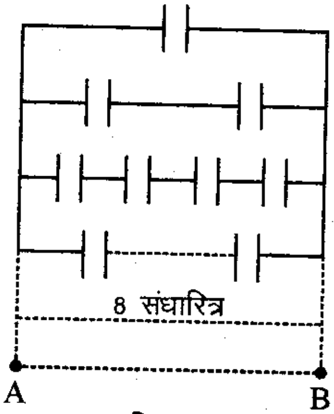
अतः $\frac{U_f}{U_i} = \frac{\frac{1}{2}4\pi\epsilon_0 \mathbf{R}\times(5000)^2}{\frac{1}{2}4\pi\epsilon_0 r\times(200)^2\times125}$

$$\frac{U_f}{U_i} = \frac{5r \times 25 \times 10^6}{125 \times r \times 4 \times 10^4} = 25$$

$$U_f = 25U_i$$

या $$\frac{U_f}{U_i} = 25$$

प्र.8. चित्र में प्रत्येक संधारित्र की धारिता **1 μF** है। **A** व **B** के मध्य तुल्य धारिता ज्ञात कीजिये।



चित्र 4.65

हल– दिए गए संयोजन में समान्तर भुजाओं में संधारित्र श्रेणीक्रम में संयोजित है। माना कि समान्तर भुजाओं की तुल्य धारिताएँ क्रमशः C_1, C_2, C_3, C_4, ... आदि है। तब

$$C_1 = 1\mu F$$

$$C_2 = \frac{1}{2}\mu F$$

$$C_3 = \frac{1}{4}\mu F$$

$$C_4 = \frac{1}{8}\mu F$$

∴ A व B के मध्य सभी भुजाएँ समान्तर क्रम में होने से तुल्य धारिता

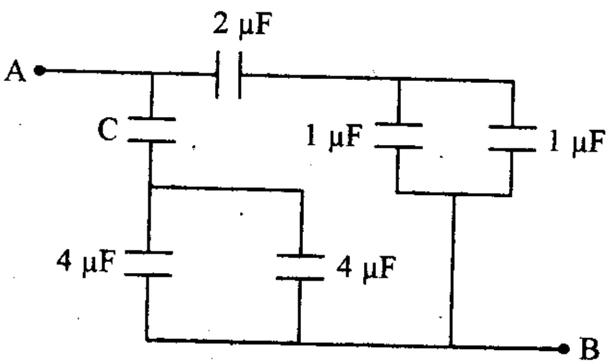
$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + ...$$

$$C = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + ...$$

∴ गुणोत्तर श्रेढ़ी से

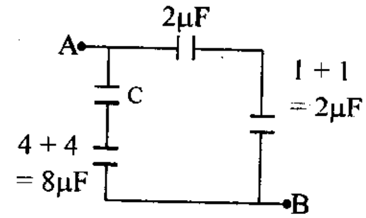
$$C = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2\mu F$$

प्र.9. चित्र में **A** व **B** के मध्य तुल्य धारिता **5 μF** है। संधारित्र **C** की धारिता ज्ञात करो।



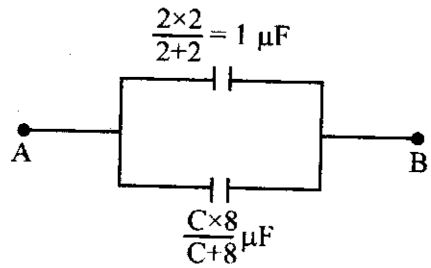
चित्र 4.66

हल– चित्र में दी गई व्यवस्था को निम्न प्रकार प्रतिस्थापित किया जा सकता है–



चित्र 4.67

∵ 1μF व 1μF के दोनों संधारित्र समांतर क्रम में संयोजित है। इसी प्रकार 4μF व 4μF के दोनों संधारित्र भी समांतर क्रम में संयोजित है। उपरोक्त परिपथ व्यवस्था को निम्न प्रकार प्रतिस्थापित किया जा सकता है–



चित्र 4.68

उपरोक्त दोनों संधारित्र समांतर क्रम में संयोजित है।

अतः $$1 + \frac{8C}{C+8} = 5 \text{ (प्रश्नानुसार)}$$

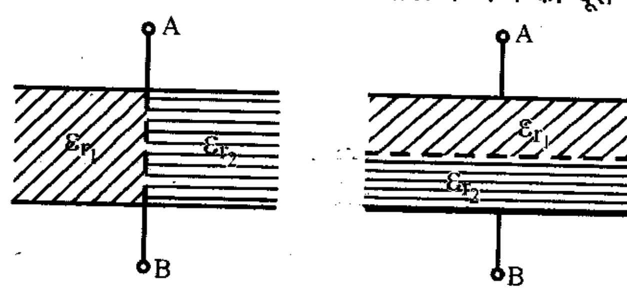
$$\frac{C + 8 + 8C}{C+8} = 5$$

$$\Rightarrow \quad 9C + 8 = 5C + 40$$

$$\Rightarrow \quad 4C = 32$$

$$C = 8\mu F$$

प्र.10. चित्र में दर्शाये गये संधारित्रों की धारिता ज्ञात कीजिये। प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल **A** व प्लेटों के मध्य की दूरी **d** है।



चित्र 4.69

हल– (अ) चित्र में दी गई व्यवस्था समांतर क्रम में जुड़े दो संधारित्रों के तुल्य है। प्रत्येक संधारित्र में प्लेट का क्षेत्रफल A/2 होगा।

∴ तुल्य धारिता $C = C_1 + C_2$

$$= \frac{\epsilon_{r_1} \epsilon_0 A/2}{d} + \frac{\epsilon_{r_2} \epsilon_0 A/2}{d}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{2d}(\epsilon_{r_1} + \epsilon_{r_2})$$

(ब) चित्र में दी गई व्यवस्था श्रेणीक्रम में जुड़े दो संधारित्रों के तुल्य है। प्रत्येक संधारित्र की प्लेटों के बीच की दूरी d/2 है।

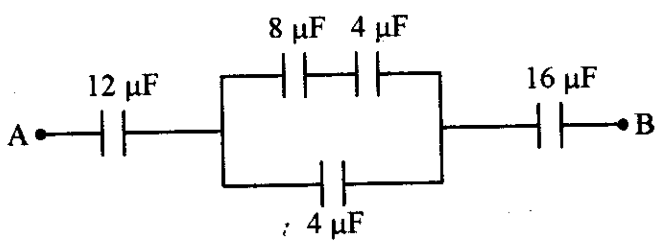
$$\therefore \quad \text{तुल्य धारिता } C = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$$

$$= \frac{\frac{\epsilon_{r_1}\epsilon_0 A}{d/2} \times \frac{\epsilon_{r_2}\epsilon_0 A}{d/2}}{\frac{\epsilon_{r_1}\epsilon_0 A}{d/2} + \frac{\epsilon_{r_2}\epsilon_0 A}{d/2}}$$

$$= \frac{\epsilon_0 A}{d/2}\left(\frac{\epsilon_{r_1}\epsilon_{r_2}}{\epsilon_{r_1}+\epsilon_{r_2}}\right)$$

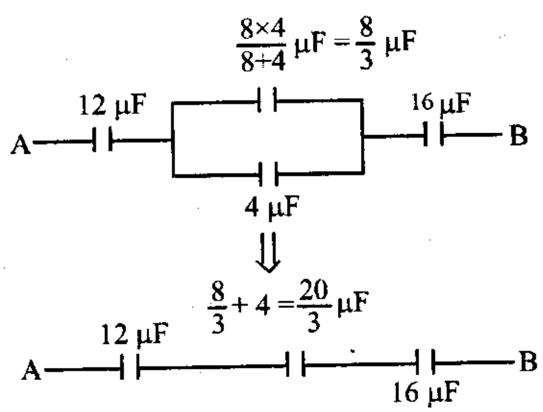
$$C = \frac{2\epsilon_0 A}{d}\left(\frac{\epsilon_{r_1}\epsilon_{r_2}}{\epsilon_{r_1}+\epsilon_{r_2}}\right)$$

प्र.11. चित्र में **A** तथा **B** के मध्य तुल्य धारिता ज्ञात कीजिये।



चित्र 4.70

हल– चित्र में दी गई परिपथ व्यवस्था को निम्न प्रकार प्रतिस्थापित किया जा सकता है–



चित्र 4.71

उपरोक्त तीनों संधारित्र श्रेणीक्रम में संयोजित है। अत: यदि A तथा B के मध्य तुल्य धारिता C हो, तो

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{12}+\frac{1}{20/3}+\frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{12}+\frac{3}{20}+\frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{20+36+15}{240}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{71}{240}$$

$$\Rightarrow \quad C = \frac{240}{71}\ \mu F = 3.38\ \mu F$$

प्र.12. एक विलगित चालक को दूसरे संकेन्द्रिय गोलीय चालक जिसका बाहरी पृष्ठ पृथ्वी से सम्बन्धित है, से ढक देते हैं। इन गोलीय चालकों की त्रिज्याओं का अनुपात $\frac{n}{n-1}$ है। सिद्ध कीजिये कि इस समायोजन से गोलीय चालक की धारिता n गुना बढ़ जाती है।

हल– माना कि विलगित गोलीय चालक की त्रिज्या r_1 है, तब इसकी धारिता

$$C = 4\pi\epsilon_0 r_1 \qquad ...(1)$$

प्रश्नानुसार जब इस गोलीय चालक को दूसरे संकेन्द्रीय गोलीय चालक जिसका बाहरी पृष्ठ पृथ्वी से संबंधित है से ढ़क देते हैं तो समायोजन एक गोलीय संधारित्र बन जाता है। यदि बाह्य संकेन्द्रीय गोलीय चालक की त्रिज्या r_2 हो, तो

प्रश्नानुसार $$\frac{r_2}{r_1} = \frac{n}{(n-1)}$$

या $$r_2 = \frac{n}{(n-1)}r_1 \qquad ...(2)$$

तथा गोलीय संधारित्र की धारिता निम्न सूत्र से दी जाती है

$$C' = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1.r_2}{(r_2-r_1)}$$

r_2 का मान रखने पर,

$$C' = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1.\frac{n}{(n-1)}.r_1}{\left(\frac{n}{(n-1)}r_1 - r_1\right)}$$

$$= \frac{\frac{n}{(n-1)}.4\pi\epsilon_0 r_1.r_1}{r_1\left(\frac{n-n+1}{n-1}\right)}$$

या $$C' = n4\pi\epsilon_0 r_1$$

समी. (1) से मान रखने पर,

या $$C' = n.C$$

अत: इस समायोजन से गोलीय चालक की धारिता n गुना बढ़ जार्त है।

प्र.13. एक समान्तर प्लेट संधारित्र द्वारा संचित ऊर्जा घनत्त $4.43\times10^{-10}\ J/m^3$ है। संधारित्र की प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिये।

$\epsilon_0 = 8.86\times10^{-12}\ F/m$

हल– दिया गया है–

ऊर्जा घनत्व $u = 4.43 \times 10^{-10}$ जूल/मी³

$$\because \quad u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

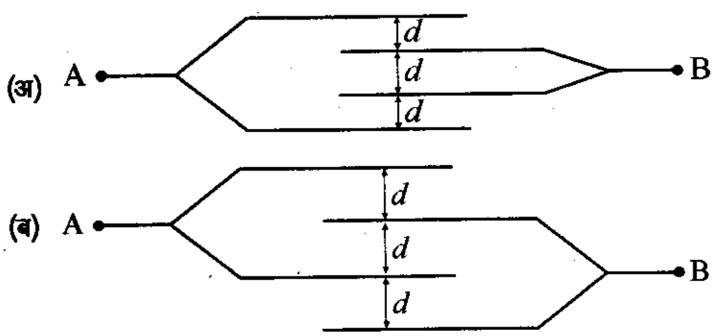
$$\Rightarrow \quad E^2 = \frac{2u}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \quad E = \sqrt{\frac{2u}{\epsilon_0}}$$

$$E = \sqrt{\frac{2 \times 4.43 \times 10^{-10}}{8.85 \times 10^{-12}}}$$

$$= \sqrt{10^2} = 10 \ \frac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलॉम}}$$

प्र.14. चित्र में प्रदर्शित निकाय के मध्य की धारिता कितनी होगी यदि प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल A तथा दो निकटवर्ती प्लेटों के मध्य की दूरी d हो।



चित्र 4.72

हल–(अ) दिये हुए संयोजन को दो संधारित्रों का समांतरक्रम मान सकते हैं।

$$\therefore \quad \text{तुल्य धारिता } C = \frac{\epsilon_0 A}{d} + \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$C = \frac{2\epsilon_0 A}{d}$$

(ब) दिये हुए संयोजन को तीन संधारित्रों का समांतर क्रम मान सकते हैं।

$$\therefore \quad \text{तुल्य धारिता } C = \frac{\epsilon_0 A}{d} + \frac{\epsilon_0 A}{d} + \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$C = \frac{3\epsilon_0 A}{d}$$

प्र.15. C धारिता के n संधारित्रों को श्रेणीक्रम में संयोजित करने पर तुल्य धारिता Cs तथा समान्तर क्रम में संयोजित करने पर तुल्य धारिता Cp है। सिद्ध कीजिये।

$$C_P - C_S = \frac{(n^2 - 1)}{n} C$$

हल– C धारिता के n संधारित्रों को श्रेणीक्रम में संयोजित करने पर तुल्य धारिता

$$C_s = \frac{C}{n}$$

C धारिता के n संधारित्रों को समांतर क्रम में संयोजित करने पर तुल्य धारिता

$$C_p = nC$$

$$\therefore \quad C_p - C_s = nC - \frac{C}{n} = \left(\frac{n^2 - 1}{n}\right) C$$

प्र.16. एक समान्तर प्लेट संधारित्र में प्रयुक्त प्लेट की त्रिज्या 10 cm है। यदि प्लेटों के मध्य की दूरी 10 cm हो तो हवा के लिये संधारित्र की धारिता ज्ञात कीजिये।

हल– दिया गया है–

$r = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$
$d = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon_0 (\pi r^2)}{d}$$

$$C = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 3.14 \times (0.1)^2}{0.1}$$

$$C = 2.78 \times 10^{-12} \text{ F}$$

$$C = 2.78 \text{ pF}$$

अन्य महत्त्वपूर्ण प्रश्न

महत्त्वपूर्ण वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. **कम से कम 2 माइक्रो फैरड धारिता वाले कितने संधारित्र 5 माइक्रो फैरड धारिता देंगे-**
   (अ) तीन (ब) चार (स) पाँच (द) सात।
2. **दो संधारित्र जिनकी धारिताएँ C_1 व C_2 हैं यदि उन्हें समान आवेश दिये जायें तो उनमें संग्रहित ऊर्जाओं का अनुपात होगा-**
   (अ) $\frac{C_2}{C_1}$ (ब) $\frac{C_1}{C_2}$ (स) $\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$ (द) $\sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$
3. दो समान संधारित्र समान्तर क्रम में V विभव से जुड़े हैं, उन्हें अलग कर श्रेणीक्रम में जोड़ने पर–
   (अ) मुक्त प्लेटों पर विभव दुगुना होगा।
   (ब) मुक्त प्लेटों पर आवेश बढ़ेगा।
   (स) सम्पर्क में जो प्लेटें हैं उन पर आवेश समाप्त हो जायेगा।
   (द) तंत्र में ऊर्जा अधिक इकट्ठी होगी।
4. C_1 तथा C_2 धारिता के दो संधारित्रों के समान्तर संयोजन को q आवेश दिया जाता है। C_1 पर q_1 तथा C_2 पर q_2 आवेश होने पर $\frac{q_1}{q_2}$ का अनुपात होगा–
   (अ) $\frac{C_2}{C_1}$ (ब) $\frac{C_1}{C_2}$ (स) $\frac{C_1 C_2}{1}$ (द) $\frac{1}{C_1 C_2}$
5. समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता का मान कम करने के लिए प्लेटों के बीच रिक्त स्थान–
   (अ) में परावैद्युत पदार्थ भर देते हैं।
   (ब) को कम कर प्लेटों का क्षेत्रफल बढ़ा देते हैं।
   (स) को बढ़ाकर प्लेटों का क्षेत्रफल घटा देते हैं।
   (द) भी बढ़ा देते हैं तथा क्षेत्रफल भी बढ़ा देते हैं।
6. दो संधारित्रों की धारिताएँ, C_1 तथा C_2 में संग्रहित ऊर्जाएँ समान है।

संधारित्रों पर विभवान्तर का अनुपात होगा–

(अ) $C_2 : C_1$ (ब) $\sqrt{C_2} : \sqrt{C_1}$

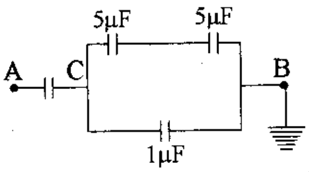
(स) $C_1 : C_2$ (द) $\sqrt{C_1} : \sqrt{C_2}$

7. 0.5 μF धारिता वाले गोलीय चालक को 100 वोल्ट से आवेशित किया गया है। इसे 0.2 μF धारिता वाले निरावेशित चालक गोले से धातु से बने पतले तार द्वारा जोड़ने पर ह्रास होने वाली ऊर्जा का मान होगा–

(अ) शून्य (ब) 1×10^{-3} जूल

(स) 0.52×10^{-3} जूल (द) 7.1×10^{-4} जूल

8. दिये गये परिपथ में बिन्दु A पर 200 वोल्ट विभव है, बिन्दु C पर विभव होगा–



चित्र 4.73

(अ) 100 वोल्ट (ब) 70 वोल्ट

(स) 50 वोल्ट (द) शून्य

हल एवं संकेत

1. **(ब)**

2. **(अ)** $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ यदि आवेश समान है तो

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1}$$

3. **(अ)** समान्तर क्रम से हटाकर श्रेणी क्रम में जोड़ने पर कुल विभव $(V + V = 2V)$ हो जायेगा।

4. **(ब)** $q = CV$ अतः $\frac{q_1}{q_2} = \frac{C_1}{C_2}$

5. **(स)** $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$, अतः प्लेटो के मध्य की दूरी बढ़ा दें तथा क्षेत्रफल कम कर दें तो धारिता कम हो जायेगी।

6. **(ब)** $U = \frac{1}{2}CV^2$ से

7. **(द)** ऊर्जा का ह्रास $\Delta U = \frac{1}{2}\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}(V_1 - V_2)^2$

यहाँ $V_1 = 100$ वोल्ट, $V_2 = 0$

$$\Delta U = \frac{1}{2}\frac{0.5\times10^{-6}\times0.2\times10^{-6}}{(0.5+0.2)\times10^{-6}}\times(100-0)^2$$

8. **(अ)** क्योंकि B बिन्दु भूसम्पर्कित है अतः C पर भी विभव 100 वोल्ट होगा।

लघुत्तरात्मक प्रश्न–

प्र.1. संधारित्र की धारिता पर परावैद्युत माध्यम का क्या प्रभाव पड़ता है?

उत्तर–परावैद्युत माध्यम की उपस्थिति में धारिता के मान के वृद्धि हो जाती है। लेकिन यह वृद्धि इस बात पर निर्भर करती है कि प्लेटों के मध्य का भाग परावैद्युत पदार्थ से पूर्णतः आंशिक या विभिन्न परतों के रूप में किस प्रकार भरा हुआ है।

प्र.2. एक गोलीय चालक पर आवेश की मात्रा दुगनी करने पर उसकी धारिता में कितने प्रतिशत वृद्धि होगी?

उत्तर–चालक पर आवेश में परिवर्तन करने पर उसके विभव में उसी अनुपात में परिवर्तन हो जाता है। अतः आवेश व विभव वृद्धि का अनुपात स्थिर रहता है। इसलिये चालक की धारिता के मान में कोई परिवर्तन नहीं होगा।

प्र.3. परावैद्युत पदार्थ से भरी समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता का मान, ठण्डे या गर्म दिन में से किसमें अधिक होगा?

उत्तर–परावैद्युत पदार्थ को समान्तर प्लेट संधारित्र में भरने पर धारिता के मान में वृद्धि होती है। पदार्थ का ताप बढ़ने पर परावैद्युत पदार्थ के ध्रुवित अणुओं में अपेक्षाकृत अधिक सम्पन्न होते हैं। फलतः ध्रुवित अणुओं की संरेखीय व्यवस्था, अव्यवस्थित हो जाती है और परिणामी ध्रुवण कम हो जाता है। अतः गर्म दिन में संधारित्र की धारिता का मान ठण्डे दिन की तुलना में कम होता है।

प्र.4. 3μF व 5μF धारिता के दो संधारित्रों के समान्तर संयोजन को Q आवेश दिया जाता है। यदि 3μF पर आवेश Q_1 तथा 5μF पर Q_2 हों तो, $\frac{Q_1}{Q_2}$ का मान होगा-

हल– $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{3}{5}$

प्र.5. एक संधारित्र की प्लेटों के बीच रखे पदार्थ का परावैद्युतांक 5 है, और इसकी धारिता C है। यदि इसको परावैद्युतांक 20 वाले पदार्थ से प्रतिस्थापित कर दिया जाये, तो संधारित्र की नयी धारिता कितनी होगी-

उत्तर–संधारित्र की नयी धारिता का मान पहले वाली धारिता के चार गुने के बराबर होगा।

प्र.6. पृथ्वी सतह और समताप मण्डल की ऊपरी सतह मिलकर गोलाकार संधारित्र बनाते हैं। इस गोलीय संधारित्र की धारिता का मान लिखिए।

हल– गोलीय संधारित्र की धारिता

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

यहाँ r_1 = पृथ्वी की त्रिज्या 6400 km $= 6.4 \times 10^6$ मी.

r_2 = समताप मण्डल की त्रिज्या = 6400 + 50 = 6450 km $= 6.45 \times 10^6$ मी.

$$\therefore \quad C = \frac{4 \times 3.14 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 6.4 \times 6.45 \times 10^6 \times 10^6}{(6.45 - 6.4) \times 10^6}$$

$= 0.091$ F

प्र.7. एक समान धारिता C वाले n संधारित्र समान्तर क्रम में जुड़े हैं, जिन्हें V विभव से आवेशित किया जाता है। इस संयोजन का कुल आवेश, कुल विभवान्तर तथा कुल ऊर्जा बताइये।

उत्तर– कुल आवेश $= q = nCV$

कुल विभवान्तर = V

कुल ऊर्जा $= \frac{1}{2}nCV^2$

प्र.8. दो धातु के गोले, जिनमें से एक बड़ा है तथा दूसरा छोटा, तार द्वारा जुड़े हैं। इस समायोजन को कुछ आवेश दिया जाता है। कौन-से गोले पर अधिक आवेश होगा ?

उत्तर– $C = \frac{r}{9 \times 10^9}$

से स्पष्ट है कि बड़े गोले की धारिता अधिक होगी। चूंकि $q = CV$ अतः बड़े गोले का पृष्ठ घनत्व σ_1 व छोटे का σ_2 मान लें तो

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi r_1^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{q_2}{4\pi r_2^2}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{q_1 r_2^2}{q_2 r_1^2}$$

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{C_1 V}{C_2 V} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$\therefore \quad \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_1}{r_2} \times \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$\because \quad r_2 < r_1$$

अतः $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} < 1$

या $\sigma_1 < \sigma_2$

या $\sigma_2 > \sigma_1$

अतः छोटे गोले पर आवेश का पृष्ठ घनत्व बड़े गोले से ज्यादा होगा।

प्र.9. धातु की पतली प्लेट रख दी जाती है। इससे संकाय की धारिता पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?

उत्तर– प्रारम्भ में संधारित्र की धारिता

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

जबकि A = प्लेटों का क्षेत्रफल

d = A

तथा B = प्लेटों के बीच की दूरी

धातु की प्लेट C रखने पर संकाय दो संधारित्रों AC तथा CB के समतुल्य है जो परस्पर श्रेणीबद्ध है। यदि इनकी धारितायें C_1 व C_2 हो, तो

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{\frac{d}{2}} = \frac{2\epsilon_0 A}{d}$$

$$C_2 = \frac{2\epsilon_0 A}{d}$$

यदि तुल्य धारिता C' हो, तो

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$= \frac{d}{2\epsilon_0 A} + \frac{d}{2\epsilon_0 A} = \frac{d}{\epsilon_0 A}$$

$$C' = \frac{d}{\epsilon_0 A}$$

अर्थात् संकाय की धारिता में कोई परिवर्तन नहीं होगा।

प्र.10. एक संधारित्र की प्लेटों को किसी तार से परस्पर जोड़ देने पर उसका विभवान्तर शून्य हो जाता है अर्थात् संचित ऊर्जा शून्य हो जाती है। इस ऊर्जा का क्या होगा ?

उत्तर–विद्युत ऊर्जा ⟶ ऊष्मीय ऊर्जा।

प्र.11. धारिता का क्या भौतिक महत्व है ?

उत्तर–किसी चालक में आवेश ग्रहण करने की क्षमता धारिता है। किसी दिये गये आवेश के लिये यदि विभव कम है तो धारिता अधिक होगी।

आंकिक प्रश्न–

प्र.1. एक समांतर पट्टिका संधारित्र, जिसकी पट्टिकाओं के बीच वायु है, की धारिता 8pF ($1pF = 10^{-12}F$) है। यदि पट्टिकाओं के बीच की दूरी को आधा कर दिया जाए और इनके बीच के स्थान में 6 परावैद्युतांक का एक पदार्थ भर दिया जाए तो इसकी धारिता क्या होगी?

हल–दिया है– $C_0 = \frac{A\epsilon_0}{d} = 8 \times 10^{-12}$ फैरड

अब यदि $d' = \frac{d}{2}$ तथा पट्टिकाओं के मध्य परावैद्युतांक $\epsilon_r = 6$ का पदार्थ भरा है तब

$$C_1 = \frac{A\epsilon_0\epsilon_r}{d/2} = \frac{2A\epsilon_0\epsilon_r}{d} = 2\epsilon_r C_0$$

$= 2 \times 6 \times 8 \times 10^{-12} = 96 \times 10^{-12}$ फैरड

या $C_1 = 96$ पिको फैरड

प्र.2. पट्टिकाओं के बीच वायु वाले एक समांतर पट्टिका संधारित्र की प्रत्येक पट्टिका का क्षेत्रफल 6×10^{-3} m² तथा उनके बीच की दूरी 3mm है। संधारित्र की धारिता को परिकलित कीजिए। यदि इस संधारित्र को 100V के संभरण से जोड़ दिया जाए तो संधारित्र की प्रत्येक पट्टिका पर कितना आवेश होगा?

हल–दिया है– $A = 6 \times 10^{-3}$ मी.², $d = 3$ मिमी. $= 3 \times 10^{-3}$ मी.

$V = 100$ वोल्ट

धारिता $C = \frac{A\epsilon_0}{d} = \frac{6\times10^{-3}\times8.85\times10^{-12}}{3\times10^{-3}}$

$= 17.7 \times 10^{-12}$ फैरड $= 17.7$ पिको फैरड

आवेश $Q = CV = 17.7 \times 10^{-12} \times 100$

$Q = 17.7 \times 10^{-10}$ कूलॉम $= 17.7$ नैनो कूलॉम

प्र.3. a और b त्रिज्याओं वाले दो आवेशित चालक गोले एक तार द्वारा एक-दूसरे से जोड़े गए हैं। दोनों गोलों के पृष्ठों पर विद्युत क्षेत्रों में क्या अनुपात है? प्राप्त परिणाम को, यह समझाने में प्रयुक्त कीजिए कि किसी एक चालक के तीक्ष्ण और नुकीले सिरों पर आवेश घनत्व, चपटे भागों की अपेक्षा अधिक क्यों होता है?

हल–माना संयोजन के पश्चात् गोले A तथा गोले B पर आवेशों की मात्राएँ क्रमशः Q_1 एवं Q_2 है तब

$Q_1 = C_1 V$ तथा $Q_2 = C_2 V$ (V= संयोजन का उभयनिष्ठ विभव)

परंतु $C_1 = 4\pi a$ तथा $C_2 = 4\pi b$

अतः $Q_1 = 4\pi a V$ तथा $Q_2 = 4\pi b V$

पृष्ठ आवेश घनत्व $\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi r^2}$

अतः $\sigma_1 = \frac{4\pi a V}{4\pi a^2} = \frac{V}{a}$ तथा $\sigma_2 = \frac{4\pi b V}{4\pi b^2} = \frac{V}{b}$

गोलीय चालकों के पृष्ठों पर वैद्युत क्षेत्र $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

अतः $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{V/a}{V/b} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{b}{a}$

उपरोक्त विश्लेषण से स्पष्ट है कि जिस गोले की त्रिज्या कम होती है उस पर पृष्ठ आवेश घनत्व अधिक होगा। एक तीक्ष्ण एवं नुकीले सिरे को बहुत कम त्रिज्या का गोला माना जा सकता है अतः चालक के शेष भाग की तुलना में उस पर पृष्ठ आवेश घनत्व अधिक होगा।

प्र.4. एक विद्युत टैक्नीशियन को 1kV विभवांतर के परिपथ में 2μF संधारित्र की आवश्यकता है। 1μF के संधारित्र उसे प्रचुर संख्या में उपलब्ध हैं जो 400V से अधिक का विभवांतर वहन नहीं कर

सकते। कोई संभव विन्यास सुझाइए जिसमें न्यूनतम संधारित्रों की आवश्यकता हो।

हल–दिया है–

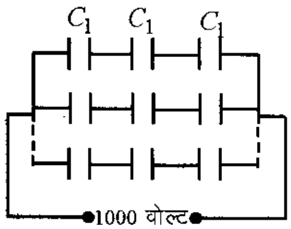
आरोपित विभवान्तर = 1KV = 1000 वोल्ट

उपलब्ध संधारित्र की धारिता = 1 μF,

विभवान्तर वहन क्षमता = 400 वोल्ट

आवश्यक धारिता = 2 μF

चूंकि संधारित्रों के श्रेणीक्रम संयोजन में विभवान्तर, विभाजित होता है अतः 1000 वोल्ट विभवान्तर वहन कराने के लिए कम से कम 3 संधारित्रों का श्रेणीक्रम संयोजन प्रयुक्त करना होगा जबकि उपलब्ध धारिता से अधिक धारिता प्राप्त करने के लिए संधारित्रों का समान्तर क्रम प्रयुक्त करना होगा–



चित्र 4.74

माना 3 संधारित्रों के श्रेणीक्रम संयोजन की n समान्तर पंक्तियों की तुल्य धारिता 2μF है तब

प्रत्येक पंक्ति की कुल धारिता $= \frac{1}{3}\mu F$

समान्तर क्रम में जुड़ी n पंक्तियों की कुल धारिता $C = n \times \frac{1}{3}\mu F$

परन्तु $C = 2\ \mu F$

$\Rightarrow \quad \frac{n}{3} = 2 \quad \Rightarrow n = 6$

अतः पंक्तियों की संख्या 6 होगी तथा प्रयुक्त संधारित्रों की संख्या = 6 × 3 = 18 होगी।

प्र.5. 2F वाले एक समांतर पट्टिका संधारित्र की पट्टिका का क्षेत्रफल क्या है, जबकि पट्टिकाओं का पृथकन 0.5 cm. है? (अपने उत्तर से आप यह समझ जाएंगे कि सामान्य संधारित्र μF या कम परिसर के क्यों होते हैं? तथापि विद्युत-अपघटन संधारित्रों (Electrolytic capacitors) की धारिता कहीं अधिक (0.1F) होती है क्योंकि चालकों के बीच अति सूक्ष्म पृथकन होता है।)

हल–दिया है– धारिता C = 2 फैरड, दूरी d = 0.5 सेमी. $= 0.5 \times 10^{-2}$ मी.

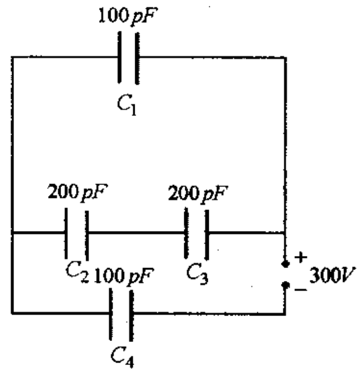
अतः प्लेटों का क्षेत्रफल $A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{2 \times 0.5 \times 10^{-2}}{8.85 \times 10^{-12}}$

$= 1.1299 \times 10^{+9}$ मी.^{2}

या $A = 1130 \times 10^6$ मी.^{2} = 1130 किमी.^{2}

जो कि अत्यधिक है। यही कारण है कि सामान्य संधारित्रों की धारिता माइक्रो फैरड कोटि की होती है।

प्र.6. चित्र के नेटवर्क (जाल) की तुल्य धारिता प्राप्त कीजिए। 300V संभरण (सप्लाई) के साथ प्रत्येक संधारित्र का आवेश व उसकी वोल्टता ज्ञात कीजिए।



चित्र 4.75

हल–चित्र से स्पष्ट है कि भुजा CD में दो संधारित्र श्रेणीक्रम में संयोजित हैं अतः भुजा CD में तुल्य धारिता

$$C_{CD} = \frac{C_2C_3}{C_2+C_3} = \frac{200 \times 200}{C_2+C_3} = 100\ pF$$

पुनः भुजा AB एवं CD के संधारित्र समान्तर क्रम में है अतः C व D बिन्दु के मध्य तुल्य धारिता

$$C' = C_1 + C_{CD} = 100 + 100 = 200\ pF$$

संधारित्र C', C_4 के साथ श्रेणीक्रम में संयोजित है अतः

जाल की तुल्य धारिता $C = \frac{C'C_4}{C'+C_4} = \frac{200 \times 100}{300} = \frac{200}{3}$ pF

$$C = \frac{200}{3} \times 10^{-12} \text{ फैरड}$$

सेल से प्रवाहित कुल आवेश $Q = CV = \frac{200}{3} \times 10^{-12} \times 300$

$= 2 \times 10^{-8}$ कूलॉम

पुनः चूंकि $V_{CD} + V_{EF} = 300$ वोल्ट

तथा संधारित्र C_4 पर आवेश $q_4 = Q = 2 \times 10^{-8}$ कूलॉम

अतः $V_{EF} = q_4/C_4 = \frac{2 \times 10^{-8}}{100 \times 10^{-12}} = 200$ वोल्ट

अतः $V_{CD} = 300 - V_{EF} = 300 - 200$ वोल्ट = 100 वोल्ट

संधारित्र C_1 की प्लेटों के मध्य विभवान्तर $V_1 = 100$ वोल्ट

तथा C_2 व C_3 के प्लेटों के मध्य विभवान्तर

$$V_2 = V_3 = \frac{100}{2} = 50 \text{ वोल्ट}$$

अतः प्रत्येक पर आवेश q = CV से

$q_1 = C_1V_1 = 100 \times 10^{-12} \times 100 = 10^{-8}$ कूलॉम

$q_2 = C_2V_2 = 200 \times 10^{-12} \times 50 = 10^{-8}$ कूलॉम

एवं $q_3 = C_3V_3 = 200 \times 10^{-12} \times 50 = 10^{-8}$ कूलॉम

प्र.7. किसी समांतर पट्टिका संधारित्र की प्रत्येक पट्टिका का क्षेत्रफल 90cm² है और उनके बीच पृथक्कन 2.5mm है। 400V संभरण से संधारित्र को आवेशित किया गया है।

(a) संधारित्र कितना स्थिरविद्युत ऊर्जा संचित करता है?

(b) इस ऊर्जा को पट्टिकाओं के बीच स्थिरविद्युत क्षेत्र में संचित

समझकर प्रति एकांक आयतन ऊर्जा u ज्ञात कीजिए। इस प्रकार, पट्टिकाओं के बीच विद्युत क्षेत्र **E** के परिमाण और u में संबंध स्थापित कीजिए।

हल–दिया है– क्षेत्रफल $A = 90$ सेमी.$^2 = 90 \times 10^{-4}$ मी.^{2},

$d = 2.5$ मिमी.

$= 2.5 \times 10^{-3}$ मी., वोल्टता $V = 400$ वोल्ट

(a) संचित ऊर्जा $E' = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{A\epsilon_0}{d}V^2$

$$\Rightarrow \quad E' = \frac{1}{2} \times \frac{90 \times 10^{-4} \times 8.85 \times 10^{-12}}{2.5 \times 10^{-3}} \times 160000$$

$E' = 2.548 \times 10^{-6}$ जूल

(b) संधारित्र का आयतन $= Ad$

अतः इकाई आयतन में संचित ऊर्जा $u = \frac{E'}{Ad}$

या $$u = \frac{2.548 \times 10^{-6}}{90 \times 10^{-4} \times 2.5 \times 10^{-3}} = 0.113 \text{ जूल/मी}^3$$

तथा $$u = \frac{1}{Ad} \times \frac{1}{2}\frac{A\epsilon_0}{d}.V^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0\left(\frac{V}{d}\right)^2$$

$\because$ $\frac{V}{d} = E$ (विद्युत क्षेत्र)

अतः $$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

प्र.8. एक 4μF के संधारित्र को 200V संभरण (सप्लाई) से आवेशित किया गया है। फिर संभरण से हटाकर इसे एक अन्य अनावेशित 2μF के संधारित्र से जोड़ा जाता है। पहले संधारित्र की कितनी स्थिरविद्युत ऊर्जा का ऊष्मा और विद्युत-चुंबकीय विकिरण के रूप में ह्रास होता है?

हल–दिया है– $C_1 = 4\mu F = 4 \times 10^{-6}$ फैरड, $V_1 = 200$ वोल्ट

अतः संधारित्र में संचित ऊर्जा $U_1 = \frac{1}{2}C_1V_1^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-6} \times 40000$

$U_1 = 8 \times 10^{-2}$ जूल

आरोपित विभवान्तर हटाकर, संधारित्र को दूसरे संधारित्र के साथ जोड़ने पर तुल्य धारिता

$$C = C_1 + C_2 = 4 + 2 = 6\mu F = 6 \times 10^{-6} \text{ फैरड}$$

उभयनिष्ठ विभव $$V = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{(C_1 + C_2)} = \frac{(4 \times 10^{-6} \times 200) + 0}{6 \times 10^{-6}}$$

$(\because V_2 = 0)$

या $$V = \frac{800}{6} \text{ वोल्ट}$$

अतः संयोजन के पश्चात् कुल ऊर्जा $E_2 = \frac{1}{2}CV^2$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 10^{-6} \times \frac{800}{6} \times \frac{800}{6}$$

$U_2 = 5.33 \times 10^{-2}$ जूल

अतः ऊर्जा ह्रास $\Delta U = U_1 - U_2 = (8 - 5.33) \times 10^{-2} = 2.67 \times 10^{-2}$ जूल