विद्युत धारा का चुम्बकीय प्रभाव
MAGNETIC EFFECT OF ELECTRIC CURRENT

7 CHAPTER

भूमिका (Introduction)

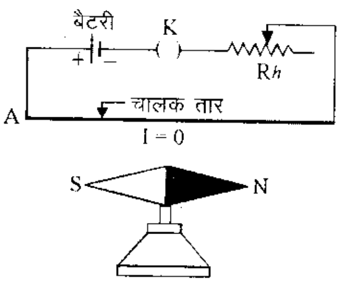
18वीं शताब्दी के प्रारम्भ में इटली के दो वैज्ञानिकों डोमीनोको एवं रोमेग्नासी ने यह पाया कि जब किसी चालक तार में धारा प्रवाहित की जाती है तो तार के पास रखी चुम्बकीय सुई विक्षेपित होती है, लेकिन इस घटना पर तत्काल कोई कार्य नहीं हुआ।

सन् 1820 में Danish वैज्ञानिक ऑरस्टेड ने प्रयोग किए तथा यह बताया कि जब किसी चालक तार में से विद्युत धारा प्रवाहित की जाती है तो चालक तार के चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है और इसी कारण चुम्बकीय सुई विक्षेपित होती है।

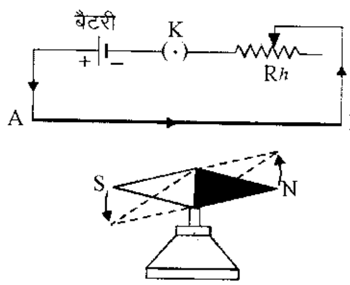
इस अध्याय में हम किसी धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का अध्ययन करेंगे। इसके लिए हम बीओ–सावर्त्त नियम तथा एम्पियर परिपथीय नियम प्रयुक्त करेंगे। साथ ही कुछ युक्तियों साइक्लोट्रॉन अमीटर, वोल्टमीटर की बनावट व कार्यप्रणाली का भी अध्ययन करेंगे।

7.1 ऑरस्टेड का प्रयोग (Oersted's Experiment)

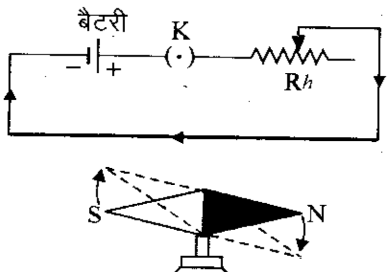
ऑरस्टेड द्वारा किए गए प्रयोगों को इस तरह समझा जा सकता है–



विक्षेप नहीं
चित्र (i)



विक्षेप आता है
चित्र (ii)



विपरीत दिशा में विक्षेप आता है।
चित्र 7.1 (iii)

ऑरस्टेड ने प्रयोगों द्वारा यह पाया कि जब किसी चालक तार में से कोई धारा नहीं बहती है तो चुम्बकीय सुई अविक्षेपित अवस्था में ही रहती है। [चित्र (i)]

जब चालक तार से धारा प्रवाहित होती है तो चुम्बकीय सुई विक्षेप देती है। (चित्र (ii)) और धारा की दिशा को बदल देने पर चुम्बकीय सुई में विक्षेप की दिशा भी बदल जाती है। (चित्र (iii)) सुई के विक्षेपित होने से पता चलता है कि तार में विद्युत धारा बहने से इसके चारों ओर एक चुम्बकीय क्षेत्र स्थापित हो जाता है। इन प्रयोगों से यह स्पष्ट होता है कि विद्युत धारा से चुम्बकीय क्षेत्र की उत्पत्ति होती है। विद्युत धारा, गतिमान आवेश के कारण होती है अत: गतिमान आवेश चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करते हैं।

7.1.1 ऑरस्टेड के प्रयोग से प्राप्त निष्कर्ष (Conclusions of Oersted Experiment)

ऑरस्टेड के प्रयोग से निम्न निष्कर्ष प्राप्त होते हैं–

(i) चालक तार में धारा प्रवाहित करने पर तार के चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र स्थापित हो जाता है।

(ii) तार में धारा की प्रबलता बढ़ाने पर स्थापित चुम्बकीय क्षेत्र की प्रबलता भी बढ़ जाती है।

(iii) धारावाही चालक के कारण स्थापित चुम्बकीय क्षेत्र की प्रबलता तार से प्रेक्षण बिन्दु की स्थिति पर निर्भर करती है। तार के समीप अपेक्षाकृत प्रबल चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है, जबकि प्रेक्षण बिन्दु की तार से दूरी बढ़ने पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता कम होती जाती है।

(iv) तार में प्रवाहित धारा की दिशा दक्षिण से उत्तर की ओर होने पर चुम्बकीय सुई का उत्तरी ध्रुव, पश्चिम दिशा की ओर विक्षेपित होता है, जबकि धारा की दिशा उत्तर से दक्षिण की ओर होने पर चुम्बकीय सुई का उत्तरी ध्रुव, पूर्व दिशा की ओर विक्षेपित होता है।
इस प्रकार धारा की दिशा बदलने पर चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा भी बदल जाती है।

(v) धारावाही तार के ऊपर तथा नीचे स्थापित चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा परस्पर विपरीत होती है।

7.2 चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field)

हम यह पढ़ चुके हैं कि एक स्थिर आवेश अपने चारों ओर एक विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है। किसी स्थिर आवेश के चारों ओर वह क्षेत्र जहाँ विद्युत प्रभाव अनुभव किया जा सकता है, विद्युत क्षेत्र कहलाता है। किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र एकल आवेश अथवा आवेश समुदाय के कारण हो सकता है। यदि आवेश समुदाय के कारण विद्युत क्षेत्र उत्पन्न होता है तो किसी बिन्दु पर परिणामी विद्युत क्षेत्र, अध्यारोपण के सिद्धान्त के अनुसार प्रत्येक भिन्न-भिन्न आवेश के कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्रों का सदिश योग होता है। यदि किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ है तो उस बिन्दु पर स्थित परीक्षण आवेश q_0 एक बल $\vec{F} = q_0\vec{E}$ अनुभव करता है। ठीक इसी प्रकार एक गतिशील आवेश या धारावाही चालक अपने चारों ओर एक चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है, जो ठीक एक चुम्बक के चारों ओर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र के समान होता है। किसी धारावाही चालक अथवा चुम्बक के चारों ओर वह

क्षेत्र जिसमें चुम्बकीय प्रभाव अनुभव किया जा सकता है, चुम्बकीय क्षेत्र कहलाता है। चुम्बकीय क्षेत्र में यदि किसी कम्पास बॉक्स (Compass box) को रखा जाता है तो इसकी चुम्बकीय सुई स्वयं को चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में संरेखित कर लेती है। भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर यदि चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा भिन्न-भिन्न होती है, तो कम्पास बॉक्स की चुम्बकीय सुई भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर भिन्न-भिन्न दिशाओं में ठहरती है। जैसे ही चालक में धारा प्रवाह बन्द किया जाता है अथवा आवेश गति करना बन्द करता है, चुम्बकीय क्षेत्र समाप्त हो जाता है। चुम्बकीय क्षेत्र को सदिश $\vec{B}$ द्वारा व्यक्त करते हैं। किसी बिन्दु पर उत्पन्न कुल चुम्बकीय क्षेत्र, अध्यारोपण के सिद्धान्त के अनुसार उस बिन्दु पर भिन्न-भिन्न धारावाही चालकों (अथवा चुम्बकों) से उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्रों के सदिश योग के तुल्य होता है।

जब कोई आवेश किसी चुम्बकीय क्षेत्र में गति करता है तो आवेश पर एक बल आरोपित होता है, जिसे चुम्बकीय बल कहते हैं। इस बल की दिशा, चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा तथा कण के गति की दिशा दोनों के लम्बवत् होती है।

यदि q कूलॉम आवेश का आवेशित कण, $\vec{v}$ वेग से किसी चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ में गतिशील है तब विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में आवेशित कण पर आरोपित चुम्बकीय बल निम्न सूत्र द्वारा दिया जाता है–

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \qquad ...(1)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F} = qvB\sin\theta\hat{n}$$

जहाँ θ, $\vec{v}$ तथा $\vec{B}$ के मध्य कोण है, जबकि $\hat{n}$, $\vec{v}$ तथा $\vec{B}$ के लम्बवत् एकांक सदिश है, जो बल $\vec{F}$ की दिशा में है।

$$\therefore \quad F = qvB\sin\theta \qquad ...(2)$$

यदि आवेशित कण की गति चुम्बकीय क्षेत्र B के लम्बवत् है तो समी. (2) के अनुसार कण पर लगने वाला लॉरेन्ज बल

$$F = qvB$$

या
$$B = \frac{F}{qv}$$

चूँकि SI पद्धति में F का मात्रक न्यूटन, q का मात्रक कूलॉम तथा v का मात्रक मी/सेकण्ड है अतः चुम्बकीय क्षेत्र

$$B \text{ का मात्रक} = \frac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलॉम} \times \text{मीटर/सेकण्ड}}$$

$$= \frac{\text{न्यूटन}}{\text{मीटर} \times (\text{कूलॉम/सेकण्ड})} = \frac{\text{न्यूटन}}{\text{मीटर} \times \text{एम्पियर}}$$

इस प्रकार **चुम्बकीय क्षेत्र का मात्रक न्यूटन/(एम्पियर × मीटर) है। इसे 'टेसला' (tesla) भी कहते है और T से व्यक्त करते है।**

अब यदि $B = \frac{F}{qv}$ सूत्र में

F = 1 न्यूटन, q = 1 कूलॉम तथा v = 1मीटर/सेकण्ड तो B = 1 न्यूटन/(एम्पियर × मीटर) या B = 1 टेसला अर्थात, **"यदि 1 कूलॉम का आवेश किसी चुम्बकीय क्षेत्र में क्षेत्र के लम्बवत् 1 मीटर/सेकण्ड के वेग से गति करे और आवेश पर 1 न्यूटन का लॉरेन्ज बल कार्य करे तो चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता 1 न्यूटन/(एम्पियर × मीटर) होगी।"**

टेसला चुम्बकीय क्षेत्र का बड़ा मात्रक है अतः चुम्बकीय क्षेत्र को C.G.S. मात्रक गॉस (gauss) में व्यक्त किया जा सकता है जिसका टेसला से निम्नलिखित सम्बन्ध है–

$$1 \text{ टेसला} = 10^4 \text{ गॉस}$$

चुम्बकीय क्षेत्र का एक अन्य मात्रक वेबर/मीटर^2 भी है अतः

1 टेसला = 1 वेबर/मीटर^2 = 10^4 गॉस

पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र लगभग 0.5 गॉस है। प्रयोगशाला में सामान्य विद्युत चुम्बकों द्वारा 1 टेसला की कोटि चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न किया जाता है। 200–400 टेसला की कोटि का चुम्बकीय क्षेत्र बहुत अल्प समय के लिए ही उत्पन्न किया जाता है। ऐसा विश्वास किया जाता है कि कुछ तारों में इनसे भी कहीं प्रबल चुम्बकीय क्षेत्र पाये जाते है। इन तारों को न्यूट्रॉन तारें (neutron stars) कहते हैं।

चुम्बकीय क्षेत्र B के मूल मात्रक एवं विमा

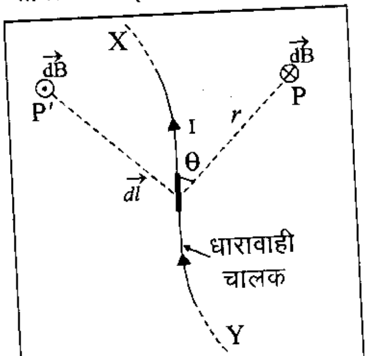
$$B \text{ का मात्रक} = \frac{\text{न्यूटन}}{\text{एम्पियर} \times \text{मीटर}} = \frac{\text{किग्रा.} \times \text{मी./से.}^2}{\text{एम्पियर} \times \text{मीटर}}$$

$$= \text{किग्रा-सेकण्ड}^2 \text{ एम्पियर}^{-1}$$

$$\therefore \quad B \text{ का विमीय सूत्र} = [M^1L^0T^{-2}A^{-1}]$$

7.3 बीओ–सावर्त्त नियम (Biot-Savart's Law)

फ्रांस के वैज्ञानिकों बीओ तथा सावर्त ने सन् 1820 ई. में धारामापी चालक द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात करने के लिए एक व्यंजक प्रदान किया। माना कि XY एक चालक तार है जिसमें से I धारा प्रवाहित हो रही है।



चित्र 7.2

चित्र में बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र कागज के लम्बवत् नीचे की ओर है। बिन्दु P पर लगाया गया क्रॉस ⊗ कागज के भीतर प्रवेश करते हुए तीर की पूंछ को व्यक्त करता है। बिन्दु P' पर चुम्बकीय क्षेत्र कागज के तल के लम्बवत् 'ऊपर की ओर' है। P' पर लगाया गया डॉट ⊙ कागज से बाहर आते हुये तीर की 'नोंक' को व्यक्त करता है।

इस कारण इसके चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है। चालक से r दूरी पर एक बिन्दु P है। जिस पर चुम्बकीय क्षेत्र की गणना करनी है।

इसके लिए बीओ-सावर्त्त ने धारावाही चालक में dl अल्पांश लिया। इससे r दूरी पर स्थित चुम्बकीय क्षेत्र dB निम्न बातों पर निर्भर करता है।

(i) dB, चालक में प्रवाहित धारा I के समानुपाती होता है–

$$dB \propto I \qquad .....(1)$$

(ii) dB, अल्पांश की लम्बाई dl के समानुपाती होता है–

$$dB \propto dl \qquad .....(2)$$

(iii) dB, धारा तथा अल्पांश को P बिन्दु से मिलाने वाली रेखा के मध्य बने कोण θ की ज्या के समानुपाती होता है–

$$dB \propto \sin\theta \qquad .....(3)$$

(iv) dB, अल्पांश तथा P बिन्दु के मध्य दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है–

$$dB \propto \frac{1}{r^2} \qquad .....(4)$$

∴ समी. (1), (2), (3) व (4) से

$$dB \propto \frac{I\,dl \sin\theta}{r^2}$$

$$dB = \frac{K_m I dl \sin\theta}{r^2}$$ (जहां K_m समानुपाती नियतांक है)

इस नियतांक K_m का मान चालक तथा प्रेक्षण बिन्दु (P) के मध्य के माध्यम की प्रकृति पर तथा मात्रक पद्धति पर निर्भर करता है।
यदि चालक तथा प्रेक्षण बिन्दु के मध्य, निर्वात हो तो

$$K_m = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

जहाँ μ_0 को निर्वात् की **'चुम्बकशीलता'** या **'पारगम्यता'** (Permeability) कहते हैं। इसका S.I. में मान $4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{न्यूटन}}{\text{एम्पियर}^2}$ तथा C.G.S. में मान 1 होता है।

μ_0 के अन्य मात्रक $\frac{\text{हेनरी}}{\text{मी.}}$ या $\frac{\text{टेसला} \times \text{मी.}}{\text{एम्पियर}}$ या $\frac{\text{वेबर}}{\text{एम्पियर} \times \text{मी.}}$ है।

$$K_m = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{4\pi}$$
$$= 10^{-7} \text{ वेबर/एम्पियर-मीटर}$$

अर्थात् $$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,dl \sin\theta}{r^2} \quad .....(5)$$

सदिश संकेतन में

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{I(\vec{dl} \times \hat{r})}{r^2} \quad .....(6) \quad [\because dl \sin\theta = |\vec{dl} \times \hat{r}|]$$

समी. (6) सदिश रूप में बीओ-सावर्त के नियम को व्यक्त करता है। बीओ-सावर्त का नियम लाप्लास का नियम भी कहा जाता है।

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{I(\vec{dl} \times \vec{r})}{r^3} \quad .....(7) \quad \left[\because \hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}\right]$$

नोट- $d\vec{B}$ की दिशा अल्पांश $\vec{dl}$ तथा $\vec{r}$ के तल के लम्बवत् होगी। (दक्षिणावर्त पेंच नियम के अनुसार)

विशेष परिस्थितियां (Special cases)–

(i) यदि $\theta = 0°$ हो तो $\sin 0° = 0$

अत: $d\vec{B} = 0$

अर्थात् अल्पांश के (लम्बाई के) अनुदिश समस्त बिन्दुओं पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान शून्य होता है।

(ii) यदि $\theta = 90°$

$\sin 90° = 1$

अत: $$(dB)_{max} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{r^2}$$

अर्थात् अल्पांश के लम्बवत् बिन्दुओं पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान अधिकतम होता है।

(iii) किसी लम्बे धारावाही चालक द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करने के लिए, चालक को बहुत से लघु धारा खण्डों का बना मानकर, बीओ-सावर्त्त नियम की सहायता से प्रत्येक लघु धारा खण्ड द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करके, इन क्षेत्रों का सदिश योग अथवा चालक की पूरी लम्बाई पर समाकलन ही नैट चुम्बकीय क्षेत्र होता है। अत: संपूर्ण चालक तार xy के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करने के लिए समी. (6) का समाकलन करना होगा–

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I(\vec{dl} \times \hat{r})}{r^2}$$

या $$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I(\vec{dl} \times \vec{r})}{r^3}$$

(iv) धारा की परिभाषा

समी. (5) में यदि $dl = 1$ मी. $r = 1$ मी., $\sin\theta = 1$ और $dB = 10^{-7}$ वेबर/मी.^{2} हो तो

$$I = 1 \text{ एम्पियर}$$

अतः 1 एम्पियर धारा वह धारा है जिसे 1 मी. त्रिज्या के तथा 1 मी. लम्बाई के चाप में प्रवाहित करने पर चाप के केन्द्र पर 10^{-7} वेबर/मी.^{2} का चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न कर दें।

1 एम्पियर के दसवें भाग को धारा के विद्युत चुम्बकीय मात्रक के रूप में चुना गया है जिसे emu (electromagnetic unit) के द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

$$1 \text{ एम्पियर} = \frac{1}{10} \text{emu}$$

धारा के और छोटे मात्रक मिली एम्पियर और माइक्रो एम्पियर होते है।

1 मिली एम्पियर (mA) = 10^{-3} एम्पियर
तथा 1 माइक्रो एम्पियर (μA) = 10^{-6} एम्पियर

बीओ-सावर्त्त नियम तथा कूलॉम नियम में समानताएँ तथा अन्तर:

समानताएँ

(a) धारा अवयव $I\vec{dl}$ चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है जबकि एक स्थिर बिन्दुवत् आवेश अथवा आवेश अवयव विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है।

(b) बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र के समान ही धारा अवयव के कारण चुम्बकीय क्षेत्र दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\vec{dl} \times \hat{r}}{r^2} \quad \text{बीओ-सावर्त्त नियम}$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \quad \text{कूलॉम नियम}$$

(c) दोनों नियम दीर्घ परास (Long range) के है।

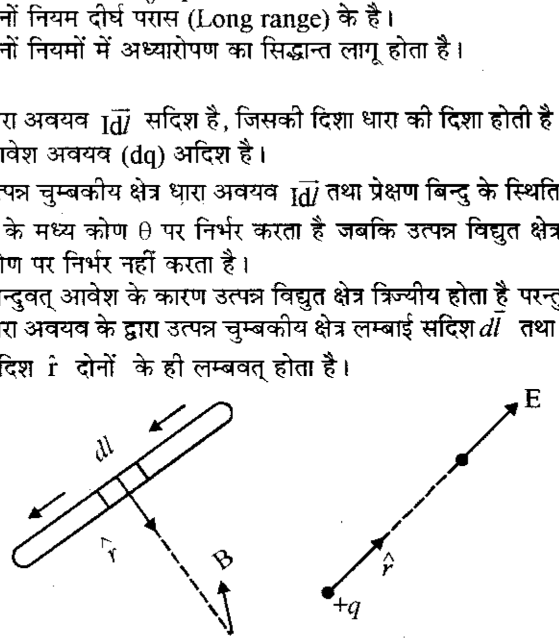
(d) दोनों नियमों में अध्यारोपण का सिद्धान्त लागू होता है।

अन्तर

(a) धारा अवयव $I\vec{dl}$ सदिश है, जिसकी दिशा धारा की दिशा होती है जबकि आवेश अवयव (dq) अदिश है।

(b) उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र धारा अवयव $I\vec{dl}$ तथा प्रेक्षण बिन्दु के स्थिति सदिश $\vec{r}$ के मध्य कोण θ पर निर्भर करता है जबकि उत्पन्न विद्युत क्षेत्र किसी कोण पर निर्भर नहीं करता है।

(c) बिन्दुवत् आवेश के कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्र त्रिज्यीय होता है परन्तु किसी धारा अवयव के द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र लम्बाई सदिश $\vec{dl}$ तथा एकांक सदिश $\hat{r}$ दोनों के ही लम्बवत् होता है।



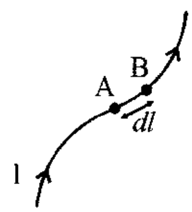
चित्र 7.3

(d) बीओ-सावर्त नियम में धारा अवयव के अनुदिश (θ = 0° अथवा 180°) उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होता है जबकि स्थिर विद्युत क्षेत्र में कोण पर

निर्भरता नहीं होती है।

महत्वपूर्ण तथ्य

(1) **धारा अवयव:** धारावाही चालक तार के किसी अल्पांश की लम्बाई तथा उसमें से बहने वाली धारा के गुणनफल को धारा अवयव कहते हैं। धारा अवयव एक सदिश राशि है। इसकी दिशा धारा प्रवाह की दिशा में होती है।



धारा अवयव AB = Idl

2. **धारा घनत्व के रूप में बीओ- सावर्त्त का नियम:** धारा घनत्व के रूप में

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{J}\times\vec{r}}{r^3}dV$$

यहाँ $J = \frac{I}{A} = \frac{Idl}{Adl} = \frac{Idl}{dV}$ = धारा अवयव के किसी बिन्दु पर धारा घनत्व तथा dV = धारा अवयव का आयतन

3. **आवेश तथा वेग के रूप में बीओ-सावर्त्त का नियम:** आवेश तथा वेग के रूप में

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}q\frac{(\vec{v}\times\vec{r})}{r^3}$$

$$\because \quad I d\vec{l} = \frac{q}{dt}d\vec{l} = q\frac{d\vec{l}}{dt} = q\vec{v}$$

4. **पारगम्यता (Permeability)—**
पारगम्यता अभीष्ट माध्यम में अवस्थित इकाई प्राबल्यता के ध्रुव से निर्गमित चुम्बकीय फ्लक्स को प्रदर्शित करता है।
इसका विमीय सूत्र $[M^1L^1T^{-2}A^{-2}]$ है।
पारगम्यता का मान माध्यम के गुणों पर निर्भर करता है।
माध्यम की पारगम्यता $\mu = \mu_0\mu_r$ जहाँ μ_r सापेक्षिक पारगम्यता है।

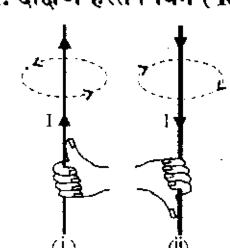
5. अन्य माध्यम के लिए चुम्बकीय प्रेरण

$$dB = \frac{\mu}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा (Direction of Magnetic Field) :

धारा की दिशा तथा चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में सम्बन्ध बताने वाले प्रमुख नियम निम्न हैं–

1. दक्षिण हस्त नियम (Right hand Rule)

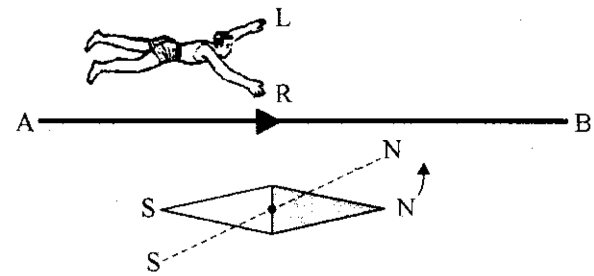


चित्र 7.4

"दक्षिण हस्त नियम के अनुसार **यदि सीधे धारावाही चालक को चित्रानुसार इस प्रकार पकड़ा जाए कि अंगुठा धारा की दिशा में रहे तो मुड़ी हुई अंगुलियां चुम्बकीय क्षेत्र (चुम्बकीय बल रेखाओं) की दिशा को प्रदर्शित करेगी।**"

2. एम्पियर के तैरने का नियम (Ampere's swimming law)

इस नियम के अनुसार यदि कोई व्यक्ति धारा की दिशा में तैर रहा है (अर्थात् धारा पैर से सिर की ओर प्रवाहित हो रही है) तथा उसका मुँह चुम्बकीय सुई की ओर है तो चुम्बकीय सुई का उत्तरी ध्रुव तैराक के बायें हाथ (Left hand) की ओर विक्षेपित होगा। (चित्र से)

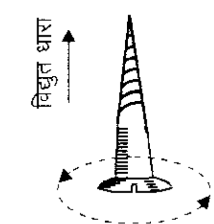


चित्र 7.5 एम्पियर के तैरने के नियम का प्रदर्शन

इस नियम को शब्द **SNOW** की सहायता से याद किया जा सकता हैं। इसके अनुसार यदि धारा S ध्रुव से N ध्रुव की ओर प्रवाहित होती है तथा धारावाही चालक तार सुई के ऊपर (O-Over) की ओर स्थित हो तो चुम्बकीय सुई का उत्तरी ध्रुव, पश्चिम (W-West) की ओर विक्षेपित होगा।

3. दक्षिणावर्त पेंच- नियम या मैक्सवेल का कॉर्क-स्क्रू नियम (Right handed Cork screw Rule or Maxwell's Cork screw Rule)

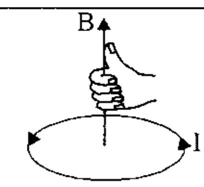
"दक्षिणावर्त पेंच नियम के अनुसार यदि दक्षिणावर्त्त पेंच को इस प्रकार घुमाया जाए कि पेंच धारा की दिशा में आगे बढ़े तो, पेंच को घुमाने की दिशा, चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को प्रदर्शित करेगी।"



चित्र 7.6
चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा

4. वृत्तीय धाराओं के लिए दांयी हथेली का नियम (Right hand palm rule for circular currets)

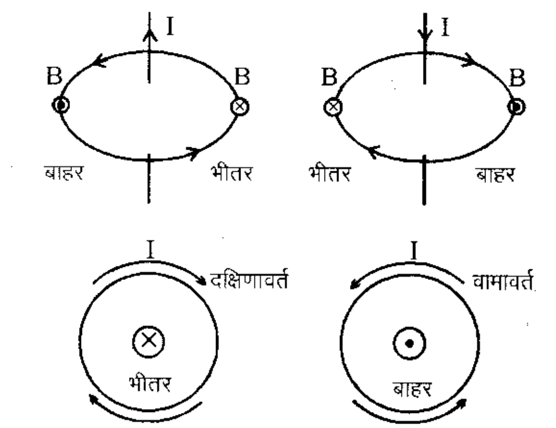
यदि दाहिने हाथ की अंगुलियां वृत्तीय धाराओं की दिशा को व्यक्त करें तो अंगूठा चुम्बकीय बल रेखाओं की दिशा को व्यक्त करेगा।



चित्र 7.7

महत्त्वपूर्ण तथ्य

यदि चुम्बकीय क्षेत्र कागज के तल के लम्बवत् भीतर की ओर हो, तो इसे क्रॉस ⊗ से निरूपित किया जाता है। यदि चुम्बकीय क्षेत्र कागज के तल के लम्बवत् बाहर की ओर हो तब इसे डॉट (•) से व्यक्त किया जाता है।



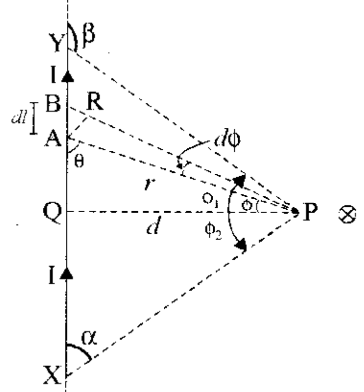
भीतर : चुम्बकीय क्षेत्र प्रेक्षक से दूर या अभिलम्बवत् भीतर की ओर

बाहर : चुम्बकीय क्षेत्र प्रेक्षक की ओर या अभिलम्बवत् बाहर की ओर।

7.4 लम्बे तथा सीधे धारावाही चालक तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field due to a Long Straight Current Carrying Conductor Wire)

7.4.1 परिमित लम्बाई के सीधे धारावाही चालक तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field due to Straight Current Carrying Conductor Wire of Finite Length)

माना एक सीधे चालक XY में I मान की धारा प्रवाहित हो रही है। चालक तार से d दूरी पर स्थित P बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात करना है। इसके लिए हम एक AB अल्पांश की कल्पना करते हैं, जिसकी लम्बाई dl है।



चित्र 7.8

बीओ-सावर्त्त के नियम से अल्पांश AB के कारण P बिन्दु पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र निम्न होगा–

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\vec{dl}\times\hat{r}}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\sin\theta}{r^2} \quad .....(1)$$

चूंकि अल्पांश AB अल्प है अत:

$$\angle QBP \simeq \angle QAP = \theta$$

अत: ΔABR में

$$\sin\theta = \frac{AR}{AB}$$

$$AR = AB\sin\theta \qquad [\because AB = dl]$$

$$AR = dl\sin\theta \quad .....(2)$$

माना $\angle APQ = \phi$ व $\angle APB = d\phi$

अत: $AR = r d\phi$ .....(3) [∵ चाप = त्रिज्या × कोण]

समी. (2) व (3) से

$$dl\sin\theta = r\,d\phi$$

समी. (1) में मान रखने पर

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,r\,d\phi}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\phi}{r} \quad .....(4)$$

Δ APQ में $\cos\phi = \frac{d}{r}$

$$r = \frac{d}{\cos\phi}$$

समी. (4) में मान रखने पर

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\phi}{\frac{d}{\cos\phi}}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cos\phi\,d\phi}{d}$$

प्रेक्षण बिन्दु P को X तथा Y से मिलाने पर

माना $\angle YPQ = +\phi_1$ (in clock wise direction)

तथा $\angle XPQ = -\phi_2$ (in Anti clock wise direction)

सम्पूर्ण चालक तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करने के लिए dB का $-\phi_2$ से $+\phi_1$ तक समाकलन करना होगा।

$$B = \int_{-\phi_2}^{+\phi_1} dB$$

$$B = \int_{-\phi_2}^{+\phi_1} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{d}\cos\phi\,d\phi$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\int_{-\phi_2}^{+\phi_1}\cos\phi\,d\phi$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi d}[\sin\phi]_{-\phi_2}^{+\phi_1}$$

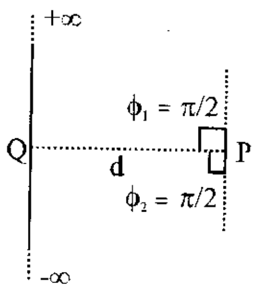
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi d}[\sin\phi_1 - \sin(-\phi_2)]$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}[\sin\phi_1 + \sin\phi_2] \quad ......(5)$$

उक्त समीकरण एक सीधे-लम्बे सीमित लम्बाई के धारावाही चालक तार के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र को प्रकट करती है।

7.2 अनन्त लम्बाई के सीधे धारावाही चालक तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field due to Straight Current Carrying Wire of Infinite Length)

यदि चालक तार अनन्त लम्बाई का हो, तो तार के सिरे X तथा Y असीमित दूरी पर होंगे। अत: इनके द्वारा अभीष्ट बिन्दु P पर अंतरित कोण



$$\phi_1 = \phi_2 = \frac{\pi}{2}$$

अत: P बिन्दु पर कुल चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\left[\sin\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}\right]$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}[1+1]$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{d} \quad .....(6)$$

या $$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

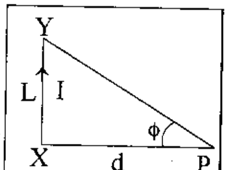
उक्त समीकरण एक अनन्त लम्बाई के धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र को प्रदर्शित करती है।

विशेष स्थिति– जब तार सीमित लम्बाई का हो तथा तार की लम्बाई L हो तब $\phi_1 = 0$ तथा $\phi_2 = \phi$ होगा।

इस अवस्था में तार के सिरे से d लम्बवत् दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\sin 0 + \sin\phi)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\sin\phi \quad .....(7)$$



चित्र 7.9

चित्र से $$\sin\phi = \frac{L}{\sqrt{L^2+d^2}}$$

∴ समी. (7) से $$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\cdot\frac{L}{\sqrt{L^2+d^2}} \quad .....(8)$$

इस स्थिति में तार के अनन्त लम्बाई का होने पर समी. (5) में $\phi_1 = 0$ तथा $\phi_2 = \pi/2$ होगा।

इस अवस्था में अनन्त लम्बाई के धारामापी चालक तार के एक सिरे से d लम्बवत् दूरी पर

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\left[\sin 0 + \sin\frac{\pi}{2}\right]$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \quad .....(9)$$

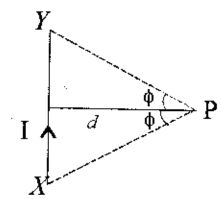
महत्त्वपूर्ण तथ्य

(i) चित्र से $\alpha = (90° - \phi_2)$

तथा $\beta = (90° + \phi_1)$

अत: $$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\cos\alpha - \cos\beta)$$

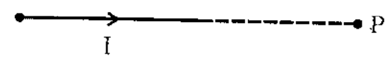
(ii) यदि सरल रेखीय चालक तार XY निश्चित लम्बाई का है तथा बिन्दु P इस तार के लम्बार्द्धक पर स्थित है, तब



$$\phi_1 = \phi_2 = \phi$$

अत: $$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}(2\sin\phi)$$

(iii) यदि बिन्दु P धारावाही चालक की अक्षीय स्थिति पर हो, तब P पर चुम्बकीय क्षेत्र B = 0

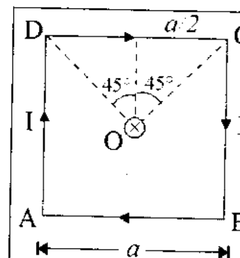


उदा.1. एक a भुजा वाले वर्गाकार धारावाही फ्रेम ABCD के केन्द्र O पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात कीजिये जबकि फ्रेम में I ऐम्पियर मान की धारा प्रवाहित है। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.1**

हल– फ्रेम की प्रत्येक भुजा में प्रवाहित धारा I एम्पियर है। प्रत्येक भुजा के कारण केन्द्र O पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B' = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{a/2}(\sin 45° + \sin 45°)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2\sqrt{2}I}{a}$$



चित्र 7.10

चुम्बकीय क्षेत्र B कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर होगा। फ्रेम की प्रत्येक भुजा के कारण केन्द्र O पर चुम्बकीय क्षेत्र परिमाण व दिशा में समान है। अत: केन्द्र O पर चारों धारावाही भुजाओं के कारण परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = 4B' = 4\times\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2\sqrt{2}I}{a}$$

$$= \frac{8\sqrt{2}\times 10^{-7} I}{a}$$

$$= 8\sqrt{2}\times 10^{-7}\frac{I}{a} \text{ टेसला}$$

(कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर)

उदा.2. किसी a मीटर लम्बाई के धारावाही तार में I एम्पियर की धारा प्रवाहित हो रही है। इस तार से $\sqrt{3a}/2$ दूरी स्थित किसी बिन्दु पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की गणना करो। बिन्दु धारावाही चालक के समद्विभाजक पर स्थित हैं।

हल–
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\sin\phi_1 + \sin\phi_2)$$

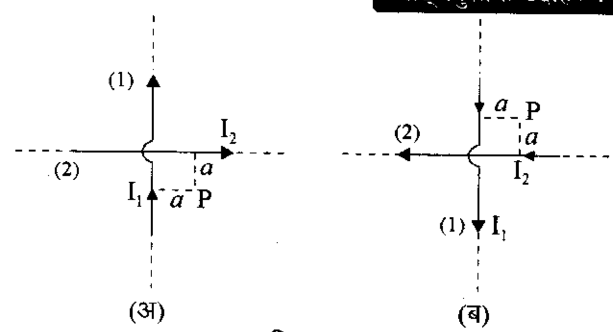
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi\times\frac{\sqrt{3a}}{2}}[\sin 30° + \sin 30°]$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3a}}\times\frac{\mu_0}{4\pi}I\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right] \text{ जहाँ } d = \frac{\sqrt{3a}}{2}$$

$$\therefore \quad B = \frac{2}{\sqrt{3a}}\times 10^{-7} I \text{ वेबर/मी.}^2$$

उदा.3. चित्र में प्रदर्शित दो अनन्त लम्बाई के धारावाही चालक तारों के कारण बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र निर्धारित कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.2



चित्र 7.11

हल– चित्र (अ) में दर्शाये अनुसार अनन्त लम्बाई के धारावाही चालक तार संख्या (1) द्वारा बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi a}$ जिसकी दिशा कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर होगी। इसी प्रकार चालक तार संख्या (2) द्वारा बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi a}$; जिसकी दिशा भी कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर होगी।

अतः बिन्दु P पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र

$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$$

या
$$|\vec{B}| = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} = \frac{\mu_0}{2\pi a}(I_1 + I_2)$$

पुनः चित्र (ब) के अनुसार बिन्दु P पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र क्रमशः $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$ तथा $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}$ जिसमें B_1 की दिशा, कागज के तल के लम्बवत् ऊपर की ओर है जबकि B_2 की दिशा कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर है। अतः परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र

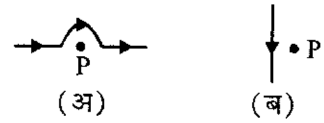
$$\vec{B} = \vec{B_1} - \vec{B_2}$$

$$|\vec{B}| = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} = \frac{\mu_0}{2\pi a}(I_1 - I_2)$$

यदि $I_1 > I_2$

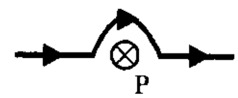
उदा.4. दिए गए चित्रों में बिन्दु P पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा ⊗ एवं ⊙ के रूप में लिखिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.3



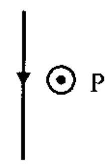
चित्र 7.12

हल–(अ) वृत्तीय धाराओं के लिए दांयी हथेली के नियम से बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा कागज के तल के लम्बवत् अंदर की ओर होगी, जिसे ⊗ द्वारा व्यक्त किया गया है।



चित्र 7.13

(ब) दक्षिण हस्त नियम के अनुसार बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा कागज के तल के लम्बवत् बाहर की ओर होगी, जिसे ⊙ द्वारा व्यक्त किया गया है–

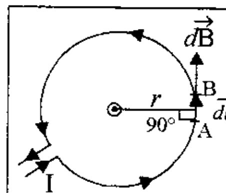


चित्र 7.14

7.5 धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के कारण चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field due to Current Carrying circular coil)

7.5.1 धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic field at the centre of a current carrying circular coil)

चित्र में एक r त्रिज्या की वृत्ताकार कुण्डली दर्शाई गई है। इसमें प्रवाहित धारा I है। इसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान परिकलित करना है। इसके लिए एक dl लम्बाई के अल्पांश AB की कल्पना करते हैं।



चित्र 7.15

बीओ सावर्त नियम के अनुसार dl अल्पांश के कारण केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

$\theta = 90°$ रखने पर

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin 90°}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2} \quad .....(1) \quad [\because \sin 90° = 1]$$

केन्द्र O पर सम्पूर्ण वृत्ताकार कुण्डली के कारण चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करने के लिए उक्त समीकरण का समाकलन करने पर

$$B = \int dB$$

$$B = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\int dl \qquad .....(1)$$

$\int dl$ = कुण्डली की परिधि = $2\pi r$ (एक फेरे वाली कुण्डली के लिए)

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \times 2\pi r$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} \qquad .....(2)$$

यदि कुण्डली में फेरों की संख्या N हो तो

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2r} \qquad .....(3)$$

चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा कुण्डली के तल के लम्बवत् है।

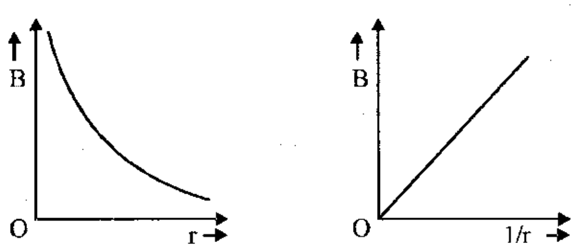
$$\Rightarrow \qquad B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}$$

C.G.S. में $\quad \frac{\mu_0}{4\pi} = 1$

$$\therefore \qquad B = \frac{2\pi I}{r}$$

B की त्रिज्या पर निर्भरता—समी. (3) से स्पष्ट है कि, $B \propto \frac{1}{r}$

अर्थात् धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र, कुण्डली की त्रिज्या के व्युत्क्रमानुपाती होता है। जिससे B तथा r के मध्य खींचा गया आलेख अतिपरवलय जबकि B तथा $\frac{1}{r}$ के मध्य खींचा गया आलेख सीधी रेखा प्राप्त होता है।



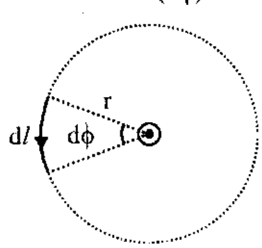
चित्र 7.16

विशेष—यदि धारावाही वृत्ताकार कुण्डली का चाप खण्ड जिसकी लम्बाई dl है, कुण्डली के केन्द्र पर $d\phi$ कोण अंतरित करता है, तो

$$\because \qquad \text{कोण} = \frac{\text{चाप}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$\Rightarrow \qquad d\phi = \frac{dl}{r}$$

$$\Rightarrow \qquad dl = r(d\phi) \qquad ...(4)$$



चित्र 7.17

∵ समी. (1) से

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\int dl$$

$$\therefore \qquad B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} r\int d\phi$$

$$B = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{I}{r}\phi \qquad ...(5)$$

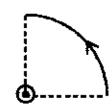
स्थिति (i) : सम्पूर्ण धारावाही कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षे

$$\because \qquad \phi = 2\pi$$

$$\therefore \qquad B = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{I}{r}.2\pi$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

स्थिति (ii) यदि धारावाही खण्ड, वृत्त का एक चौथाई भाग है, तो



चित्र 7.18

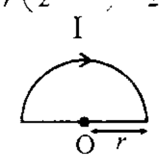
$\int d\phi = \frac{1}{4} \times 2\pi$, अतः

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{r}\left(\frac{1}{4}\times 2\pi\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{\mu_0 I}{2r}\right)$$

स्थिति (iii) यदि धारावाही खण्ड, वृत्त का आधा भाग है, तो

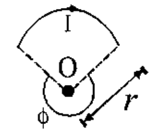
$\int d\phi = \frac{1}{2} \times 2\pi$ अतः

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{r}\left(\frac{1}{2}\times 2\pi\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_0 I}{2r}\right)$$



चित्र 7.19

स्थिति (iv) $B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{(2\pi - \phi)I}{r}$



चित्र 7.20

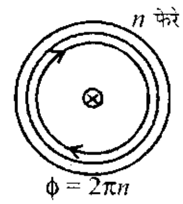
विशेष परिणाम : यदि किसी धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के केन्द्र प चुम्बकीय क्षेत्र $B_0 = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2\pi I}{r}$ के द्वारा व्यक्त किया जाये तब एक च जो केन्द्र पर ϕ कोण बनाती है, के द्वारा केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

$$B_{\text{चाप}} = \left(\frac{B_0}{2\pi}\right)\cdot\phi$$

केन्द्र पर कोण		केन्द्र पर B_o के रूप में चुम्बकीय क्षेत्र
360°	(2π)	B_o
180°	(π)	$B_o/2$
120°	$(2\pi/3)$	$B_o/3$
90°	$(\pi/2)$	$B_o/4$
60°	$(\pi/3)$	$B_o/6$
30°	$(\pi/6)$	$B_o/12$

नोट– धारावाही वृत्ताकार कुण्डली में N फेरे हों, तो इस कुण्डली के द्वारा केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r}(2\pi N) = \left(\frac{\mu_0 I}{2r}\right)N$$

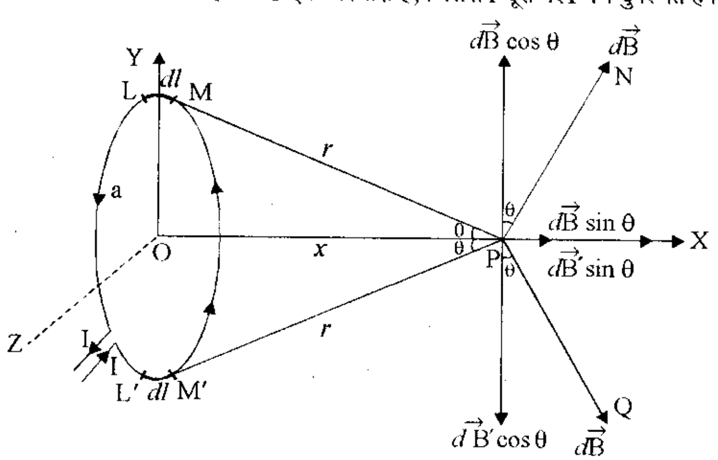


चित्र 7.21

7.5.2 धारावाही वृत्ताकार कुण्डली की अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic field on the axis of Current Carrying Circular loop)

चित्र में एक a त्रिज्या कि धारावाही वृत्ताकार कुण्डली yz तल में दिखाई गई है, जिसमें I धारा प्रवाहित हो रही है। इस कुण्डली के X अक्ष पर कुण्डली के केन्द्र से x दूरी पर एक बिन्दु P स्थित है, जहां चुम्बकीय क्षेत्र की गणना करनी है।

चुम्बकीय क्षेत्र की गणना करने के लिए हम कुण्डली को छोटे-छोटे अल्पांशों में विभक्त करते हैं। LM एक अल्पांश है, जिससे r दूरी पर P बिन्दु स्थित है।



चित्र 7.22

बीओ-सावर्त के नियम से LM अल्पांश के कारण P बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र स्थित होगा–

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}\times\hat{r}}{r^2} \qquad [\because |\vec{dl}\times\hat{r}| = dl\sin\theta] \text{ तथा } \theta = 90^0$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin 90°}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2} \qquad .....($$

इस चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा $\vec{dl}$ तथा $\vec{r}$ के तल के लम्बवत् चित्रानु PN दिशा में होगी।

इस चुम्बकीय क्षेत्र को घटकों के रूप में विभक्त करने पर x-अ के अनुदिश घटक $dB\sin\theta$ तथा अक्ष के लम्बवत् घटक $dB\cos$ प्राप्त होते हैं।

अब हम एक और समान अल्पांश L′M′ जो कि अल्पांश LM के ठी विपरीत है की कल्पना करते हैं इस अल्पांश के कारण P बिन्दु पर उत्प चुम्बकीय क्षेत्र

$$dB' = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2} \qquad .....($$

समी. (1) व (2) से

$$dB = dB'$$

dB' चुम्बकीय क्षेत्र को घटकों के रूप में विभक्त करने पर अक्ष अनुदिश घटक $dB'\sin\theta$ तथा अक्ष के लम्बवत् घटक $dB'\cos$ प्राप्त होते है। चुम्बकीय क्षेत्र dB व dB' के अक्ष के अनुदिश घट एक ही दिशा में होने के कारण परस्पर जुड़ जाते हैं जबकि अक्ष लम्बवत् घटक बराबर व विपरीत होने के कारण निरस्त हो जाते है इसी प्रकार कुण्डली की सम्पूर्ण परिधि को अल्पांशों में विभक्त कर य परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात किया जाए तो यह निम्न प्रकार प्राप्त होगा

$$B = \int dB\sin\theta$$

$$B = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\sin\theta$$

चित्र से $\sin\theta = \frac{a}{r}$

$$B = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\times\frac{a}{r}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ia}{r^3}\int dl$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ia}{r^3}\times 2\pi a \qquad \left[\because \int dl = 2\pi a\right]$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\times\frac{2\pi I a^2}{r^3}$$

यदि फेरों की संख्या N हो तो कुल चुम्बकीय क्षेत्र–

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi N I a^2}{r^3} \text{ वेबर/मीटर}^2 \quad [\text{PX दिशा में}]$$

चित्र से

$$r^2 = a^2 + x^2$$
$$r = (a^2 + x^2)^{1/2}$$
$$r^3 = (a^2 + x^2)^{3/2}$$

अत:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\times\frac{2\pi N I a^2}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \text{ वेबर/मीटर}^2 \qquad .....(3$$

$$B = \frac{\mu_0 N I a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}} \text{ वेबर/मीटर}^2 \qquad .....(4$$

सदिश रूप में $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi N I a^2}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \hat{x}$ .....(5)

उक्त परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा x–अक्ष के अनुदिश होगी।

विशेष परिस्थितियां (Special cases)

(i) कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

$x = 0$ रखने पर

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi N I a^2}{a^{2\times 3/2}} \hat{x}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2a} \hat{x} \quad .....(5)$$

अत: स्पष्ट है कि कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान अधिकतम होता है।

(ii) यदि प्रेक्षण बिन्दु कुण्डली के अक्ष पर त्रिज्या की तुलना में दूर स्थित हो तो

$$x >> a$$

अत: समी (4) में a^2 पद को नगण्य मानने पर

$$\vec{B} \approx \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi N I a^2}{x^3} \hat{x}$$

या $\pi a^2 = A$ (कुण्डली के एक फेरे का क्षेत्रफल) रखने पर

$$\vec{B} \approx \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2NIA}{x^3} \hat{x} \quad .....(6)$$

(iii) यदि बिन्दु P, कुण्डली के केन्द्र से उसकी त्रिज्या के बराबर दूरी पर स्थित हो अर्थात् $x = a$, तो

$$B_{x=a} = \frac{\mu_0 N I a^2}{2\left(a^2 + a^2\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0 N I a^2}{2\left(2a^2\right)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 N I a^2}{2 \times 2^{3/2} \cdot a^{2\times 3/2}} = \frac{\mu_0 N I a^2}{4\sqrt{2} a^3}$$

$$B_{x=a} = \frac{\mu_0 N I}{4\sqrt{2} a} = \frac{\sqrt{2}\mu_0 N I}{8\,a} \quad .....(7)$$

(iv) यदि P बिन्दु $x = a/2$ दूरी पर है तब चुम्बकीय क्षेत्र

$$B_{x=a/2} = \frac{\mu_0 N I a^2}{2\left[a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]^{3/2}}$$

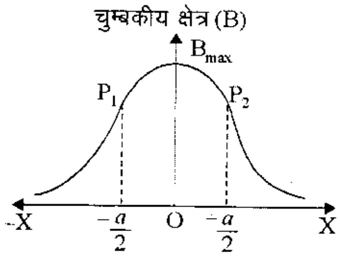
$$= \frac{\mu_0 N I a^2}{2\left[a^2 + \frac{a^2}{4}\right]^{3/2}} = \frac{\mu_0 N I a^2}{2\left(\frac{5a^2}{4}\right)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 N I a^2}{2\left(\frac{\sqrt{5}a}{2}\right)^{2\times\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0 N I a^2 \times 2^3}{2(\sqrt{5})^3 a^3}$$

$$= \frac{4}{5\sqrt{5}} \cdot \frac{\mu_0 N I}{a} = 0.716\ B_{\text{केन्द्र}} \quad .....(8)$$

अक्ष पर दूरी के साथ चुम्बकीय क्षेत्र में परिवर्तन–

समी. (4), (5), (6) से स्पष्ट है कि कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान अधिकतम होता है तथा जैसे-जैसे x का मान बढ़ाया जाता है, B का मान घटने लगता है। x के विभिन्न मानों के लिए अलग-अलग B का मान प्राप्त करके वक्र खींचने पर यह निम्न प्रकार प्राप्त होता है-



चित्र 7.23

वक्र के लिये $x < a/2$ पर वक्रता धनात्मक, $x > a/2$ पर वक्रता ऋणात्मक तथा $x = a/2$ पर वक्रता शून्य होती है।

नति परिवर्तन बिन्दु (Point of inflexion) P_1 तथा P_2 : इन्हें वक्रता परिवर्तन बिन्दु या शून्य वक्रता बिन्दु भी कहते हैं।

(i) इन बिन्दुओं पर B का मान x साथ रैखिक रूप में बदलता है।

$$\Rightarrow \frac{dB}{dx} = \text{नियत} \qquad \Rightarrow \frac{d^2B}{dx^2} = 0$$

(ii) ये बिन्दु केन्द्र O से $x = \pm\frac{a}{2}$ दूरियों पर स्थित होते हैं।

(iii) इन बिन्दुओं के बीच की दूरी कुण्डली की त्रिज्या a के बराबर होती है।

(iv) इन बिन्दुओं का अनुप्रयोग **'हेल्महोल्ट्ज कुण्डलियों'** में होता है।

महत्वपूर्ण तथ्य

$B_{\text{केन्द्र}}$ तथा $B_{\text{अक्ष}}$ की तुलना: धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के केन्द्र तथा अक्ष पर तीव्रताओं का अनुपात

$$\frac{B_C}{B_a} = \left(1 + \frac{x^2}{a^2}\right)^{3/2}$$

(i) यदि $x = \pm a$ $\Rightarrow$ $B_C = 2\sqrt{2}\,B_a$

(ii) यदि $x = \pm\frac{a}{2}$ $\Rightarrow$ $B_C = \frac{5\sqrt{5}}{8} B_a$

(iii) यदि $x = \pm\frac{a}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow$ $B_C = \left(\frac{3}{2}\right)^{3/2} B_a$

(iv) यदि $B_a = \frac{B_c}{N}$

तब $x = \pm a\sqrt{(N^{2/3} - 1)}$

तथा यदि $B_a = \frac{B_c}{\sqrt{N}}$ तब $x = \pm a\sqrt{(N^{1/3} - 1)}$

7.5.3 छोटे धारावाही लूप की चुम्बकीय द्विध्रुव से तुलना (Comparison of Small Current Carrying Loop with a Magnetic Dipole)

अत्यन्त छोटी धारावाही वृत्ताकार कुण्डली (लूप) के अक्षीय बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र (त्रिज्या $a << x$) –

समी. $B = \frac{\mu_0 NIa^2}{2(a^2+x^2)^{3/2}}$ में $a << x$ लेने पर

$$B \approx \frac{\mu_0 NIa^2}{2(x^2)^{3/2}}$$ में $a << x$ लेने पर

a^2 को x^2 की तुलना में नगण्य मानने पर

$$B \approx \frac{\mu_0 NIa^2}{2x^3}$$

$$\approx \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2NI(\pi a^2)}{x^3}$$

$$\approx \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2NIA}{x^3}$$

यहाँ $\pi a^2 = A$ (कुण्डली के एक फेरे का क्षेत्रफल)

$$B \approx \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2M}{x^3} \quad .....(1)$$

यहाँ $M = NIA$ (धारावाही लूप का चुम्बकीय आघूर्ण)

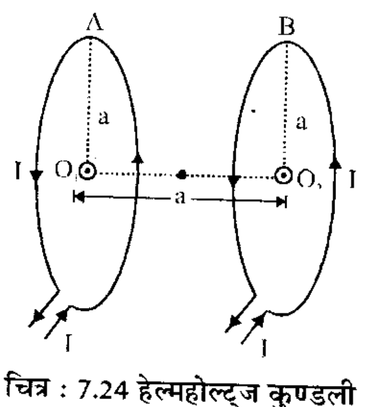
समी. (1) एक छोटे छड़ चुम्बक द्वारा इसके केन्द्र से अक्षीय रेखा पर x दूरी पर स्थित बिन्दु पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता के बराबर है। इस प्रकार एक छोटा धारावाही लूप एक छोटे छड़ चुम्बक (चुम्बकीय द्विध्रुव) की तरह व्यवहार करता है।

7.5.4 हैल्महोल्ट्ज कुण्डली (Helmholtz Coil)

दो समाक्षीय तथा एक समान वृत्ताकार कुण्डलियाँ जिनमें समान परिमाण की विद्युत धारा समान दिशा में प्रवाहित की जाये, जबकि कुण्डलियों के केन्द्रों के मध्य की दूरी उनकी त्रिज्या के बराबर हो, तो कुण्डलियों के इस व्यवस्थित युग्म को हैल्महोल्ट्ज कुण्डली कहते हैं।

हैल्म होल्ट्ज कुण्डली का उपयोग एक समान चुम्बकीय क्षेत्र प्राप्त करने के लिए किया जाता है।

रचना (Construction) : हैल्महोल्ट्ज कुण्डली का निर्माण दो एक समान धारावाही वृत्ताकार कुण्डलियों से होता है। चित्र में A तथा B समान त्रिज्या, समान फेरों वाली दो कुण्डलियाँ है। जिनमें समान मान की धारा (I) प्रवाहित हो रही है। ये कुण्डलियाँ एक ही उभयनिष्ठ अक्ष पर ऊर्ध्वाधर रखी हुई है तथा इन कुण्डलियों के केन्द्रों के मध्य दूरी, इनकी त्रिज्या के समतुल्य होती है। इन दोनों कुण्डलियों के मध्य, जैसा कि ग्राफ में दर्शाया गया है, एक समान चुम्बकीय क्षेत्र (Uniform Magnetic Field) प्राप्त होता है। यह व्यवस्था हैल्महोल्ट्ज कुण्डली कहलाती है।



चित्र : 7.24 हेल्महोल्ट्ज कुण्डली

हेल्महोल्ट्ज कुण्डली में चुम्बकीय क्षेत्र की गणना (Calculation of Magnetic field inside a helmholtz coil)

माना प्रत्येक कुण्डली में फेरों की संख्या (N) तथा प्रत्येक कुण्डली की त्रिज्या (a) है। दोनों कुण्डलियों में प्रवाहित धारा का मान (I) समान किसी भी धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के अक्ष पर x दूरी पर स्थित बिन्दु चुम्बकीय क्षेत्र का मान निम्न सूत्र से ज्ञात कर सकते हैं–

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi NIa^2}{(a^2+x^2)^{3/2}} \quad ...(1)$$

हमें हैल्महोल्ट्ज कुण्डली के मध्य बिन्दु O पर चुम्बकीय क्षेत्र मान ज्ञात करना है। यह मध्य बिन्दु, दोनों कुण्डलियों के केन्द्र से a/2 दूरी स्थित है। अत: किसी एक कुण्डली के कारण O बिन्दु पर चुम्बकीय क्षे का मान निम्न होगा–

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi NIa^2}{\left[a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right]^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi NIa^2}{\left[a^2+\frac{a^2}{4}\right]^{3/2}} = \frac{\mu_0 NIa^2}{2\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} a^3}$$

$$= \frac{\mu_0 NIa^2 \times 4\sqrt{4}}{2\times 5\sqrt{5}a^3} = \frac{4\mu_0 NI}{5\sqrt{5}a} \quad ...(2)$$

दूसरी कुण्डली में भी फेरों की संख्या, धारा का मान तथा O बिन्दु की दूरी समान है, अत: दूसरी कुण्डली के कारण O बिन्दु पर चुम्बकीय क्षे का मान भी $\vec{B}_1$ के बराबर होगा–

$$B_2 = \frac{4\mu_0 NI}{5\sqrt{5}a} \quad ...(3)$$

दोनों कुण्डलियों में प्रवाहित धारा की दिशा समान होने के कारण O बिन्दु पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र का मान B_1 व B_2 के योग के बराब होगा–

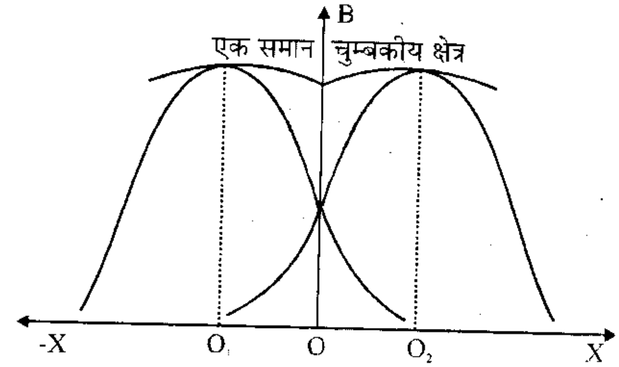
$$B = B_1 + B_2$$

$$B = 2\times\frac{4\mu_0 NI}{5\sqrt{5}a}$$

$$B = \frac{8\mu_0 NI}{5\sqrt{5}a} = 0.716\frac{\mu_0 NI}{a}$$

$$= 1.432\frac{\mu_0 NI}{2a} = 1.432\, B_{केन्द्र}$$

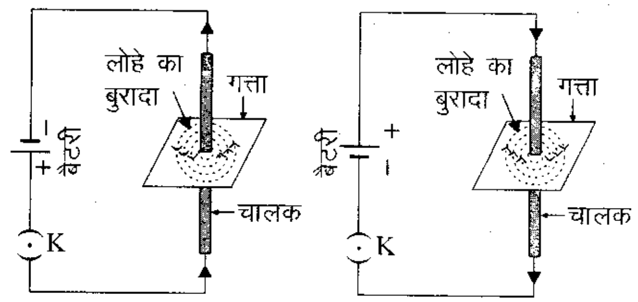
अर्थात् हेल्महोल्ट्ज कुण्डली में प्राप्त एक समान चुम्बकीय क्षेत्र का मान प्रत्येक कुण्डली द्वारा इसके केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र (अधिकतम चुम्बकीय क्षेत्र) का 1.432 गुना होता है।



चित्र 7.25

7.5.5 धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा (Direction of Magnetic field due to a Current Carrying Conductor)

(1) सीधे धारावाही चालक तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र निम्न प्रयोग द्वारा समझा जा सकता है–



चित्र (i) (ii)

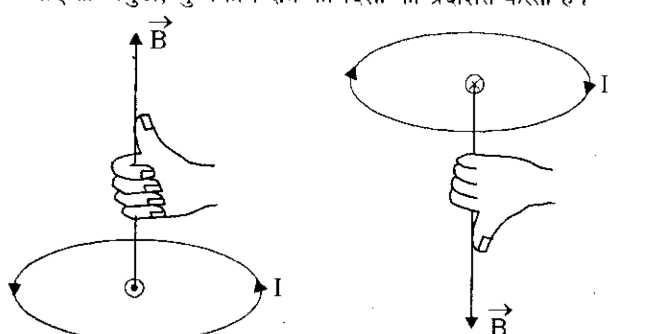
चित्र 7.26

हम एक गत्ता लेते हैं जिसमें से एक चालक को उर्ध्वाधर खड़ा कर देते हैं और तार की सहायता से विद्युत परिपथ चित्रानुसार पूर्ण कर देते हैं। गत्ते पर लोहे का बुरादा (Iron-Fillings) फैला देते हैं और परिपथ में लगी कुंजी का डाट लगाकर चालक में से धारा प्रवाहित करते हैं तथा गत्ते को अंगुली से धीरे-धीरे थपथपाते हैं। ऐसा करने पर गत्ते पर पड़ा बुरादा संकेन्द्रीय वृत्तों (Concentric circles) का रूप ग्रहण कर लेता है।

चुम्बकीय सुई की सहायता से चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा ज्ञात करने पर गत्ते पर दर्शाए गए तीर के निशान के अनुसार दिशा प्राप्त होती है। वास्तव में लोहे का बुरादा, चुम्बकीय बल रेखाओं को प्रदर्शित करता है।

इस प्रकार यह स्पष्ट होता है कि चालक तार में धारा प्रवाह के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की बल रेखायें चालक तार के चारों ओर संकेन्द्रीय वृत्तों के रूप में होती है।

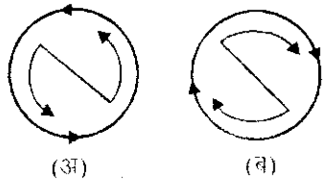
(2) धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा ज्ञात करने के लिए दक्षिण हस्त नियम का उपयोग किया जा सकता है। इसके अनुसार यदि अंगुलियों को धारा की दिशा के अनुसार मोड़ दिया जाए तो अंगुठा, चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को प्रदर्शित करता है।



(अ) (ब)

चित्र 7.27

नोट-कुण्डली के जिस ओर से देखने पर धारा वामावर्त (Anti clock wise) दिशा में बहती है वह तल कुण्डली का उत्तरी ध्रुव (N) की तरह व्यवहार करता है इसके विपरीत यदि धारा दक्षिणावर्त (clock wise) दिशा में बहती है तो यह तल चुम्बक के दक्षिण ध्रुव (S) की तरह व्यवहार करता है।



(अ) (ब)

चित्र 7.28

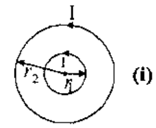
महत्वपूर्ण तथ्य

(1) संकेन्द्रीय वृत्तीय लूप (n=1)

(i) समतलीय तथा संकेन्द्रीय: इसका तात्पर्य है कि दोनों लूप एक ही तल में है तथा इनका केन्द्र उभयनिष्ठ है।

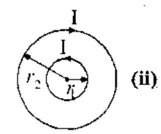
(a) धारा समान दिशा में

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} 2\pi I\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$



(b) धारा विपरीत दिशा में

$$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} 2\pi I\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$



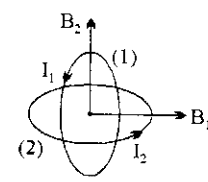
विशेष: $\frac{B_1}{B_2} = \left(\frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1}\right)$

(ii) असमतलीय तथा संकेन्द्रीय: यदि दो लूपों के तल एक दूसरे से परस्पर, लम्बवत् हो

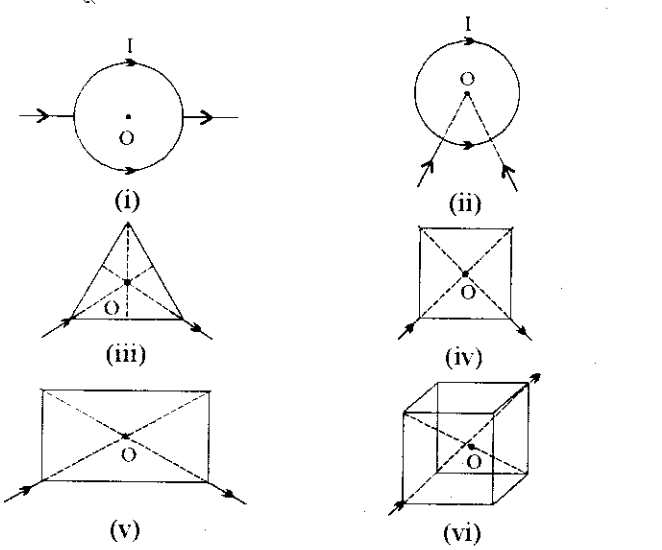
उभयनिष्ठ केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{2r}\sqrt{I_1^2 + I_2^2}$$



(2) शून्य चुम्बकीय क्षेत्र: यदि किसी सममित आकृति में धारा एक सिरे से प्रवेश करके दूसरे सिरे से बाहर निकले, तब केन्द्र पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होगा।



उदा.5. 10 cm त्रिज्या की 100 कसकर लपेटे गए फेरों की किसी ऐसी कुण्डली पर विचार कीजिए, जिसमें 1A की विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है? पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.4

हल– दिया है- त्रिज्या a = 10 सेमी. = 10×10^{-2} मी.,

N = 100, I = 1 एम्पियर

चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 NI}{2a} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times 1}{2 \times 10 \times 10^{-2}} = 6.28 \times 10^{-4} \text{ टेसला}$$

उदा.6. 100 फेरों की 16 सेमी. व्यास वाली एक वृत्ताकार कुण्डली में से 5 एम्पियर धारा प्रवाहित होती है। कुण्डली के अक्ष पर केन्द्र से 0.06 मी. दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करो। क्षेत्र की दिशा क्या होगी ?

हल– दिया है– I = 5 एम्पियर, N = 100, a = 0.08 मीटर, x = 0.06 मीटर

कुण्डली के अक्ष पर क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 N a^2 I}{2(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times 0.08^2 \times 5}{2(0.08^2 + 0.06^2)^{3/2}}$$

इसमें $(0.08^2 + 0.06^2)^{3/2} = (0.0064 + 0.0036)^{3/2} = (0.01)^{3/2}$
$= (0.1)^3 = 10^{-3}$

$$\therefore \quad = \frac{4 \times 3.14 \times 10^{-7} \times 3.2}{2 \times 10^{-3}}$$

$B = 2.01 \times 10^{-3}$ वेबर/मीटर^2

क्षेत्र की दिशा अक्ष के अनुदिश होगी।

उदा.7. हीलियम का एक नाभिक 0.8 मीटर त्रिज्या के वृत्त का 2 सेकण्ड में एक पूरा चक्कर लगा लेता है। वृत्त के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात कीजिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.5**

हल– हीलियम के नाभिक पर आवेश q = +2e; अतः r त्रिज्या के वृत्त में चक्कर लगाता हुआ हीलियम नाभिक एक धारा लूप के तुल्य है जिसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}, \quad \text{जहाँ} \quad I = \frac{q}{t} = \frac{2e}{t} \text{ एम्पियर}$$

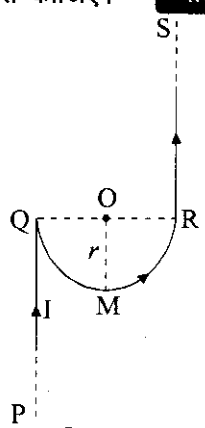
अतः $B = \frac{\mu_0(2e)}{2rt} = \frac{\mu_0 e}{rt} = \frac{\mu_0 \times 1.6 \times 10^{-19}}{0.8 \times 2}$

या $B = 10^{-19}\,\mu_0$ टेसला

$B = 10^{-19} \times 4 \times 3.14 \times 10^{-7}$

$= 12.56 \times 10^{-26}$ टेसला

उदा.8. चित्र में प्रदर्शित तार में प्रवाहित धारा I के कारण बिन्दु O पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात कीजिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.6**



चित्र 4.29

हल– r मीटर त्रिज्या के वृत्ताकार तार में I एम्पियर धारा प्रवाहित होने पर वृत्त के केन्द्र O पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

अतः अर्द्धवृत्ताकार चालक के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 I}{4r}$$

चित्र में प्रदर्शित तार के सीधे भागों के कारण केन्द्र O पर चुम्बकीय क्षेत्र परस्पर बराबर तथा विपरीत होंगे अतः इनके कारण परिणामी क्षेत्र शून्य होगा।

इस प्रकार पूरे तार के कारण केन्द्र O पर चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ का मान

$$B = \frac{\mu_0 I}{4r} \text{ टेसला}$$

$\vec{B}$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत् ऊपर की ओर होगी।

उदा.9. एक R त्रिज्या वाली धारावाही कुण्डली के अक्ष पर कितनी दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान इसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का 1/27वाँ भाग होगा? **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.7**

हल– केन्द्र पर $B_{\text{केन्द्र}} = \frac{\mu_0 NI}{2R}$

माना अक्ष पर (x) दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र, केन्द्र के मान का 1/27वाँ रह जाता है तो

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{2\pi NIR^2}{[R^2 + x^2]^{3/2}}$$

प्रश्न से

$$B_x = \frac{1}{27} B_{\text{केन्द्र}}$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi NIR^2}{[R^2 + x^2]^{3/2}} = \frac{1}{27} \times \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

$$\frac{R^2}{[R^2 + x^2]^{3/2}} = \frac{1}{27} \times \frac{1}{R}$$

$$[R^2 + x^2]^{3/2} = 27R^3$$

$$[R^2 + x^2]^{3/2} = [3R]^3$$

$$[R^2 + x^2]^{1/2} = 3R$$

वर्ग करने पर

$$R^2 + x^2 = 9R^2$$

$$x^2 = 8R^2$$

$$x = \pm\sqrt{8R^2}$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}R$$

अर्थात् अक्ष पर केन्द्र से $2\sqrt{2}R$ दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान केन्द्र के मान का 1/27वाँ भाग रह जाएगा।

उदा.10. हेल्महोल्ट्ज कुण्डलियों की व्यवस्था में प्रत्येक कुण्डली में 25 फेरे हैं तथा त्रिज्या 10 cm एवं प्रवाहित विद्युत धारा 0.1 A है। कुण्डलियों के मध्य क्षेत्र के मध्य बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात कीजिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.8**

हल– दिया गया है–

N = 25 फेरे,
a = 10 cm = 0.1 m
I = 0.1 A

∵ हेल्महोल्ट्ज कुण्डलियों के मध्य क्षेत्र में चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 NI}{a}$$

$$B = \frac{8}{5\sqrt{5}} \times \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 25 \times 0.1}{0.1}$$

$B = 2.25 \times 10^{-5}$ टेसला

उदा.11. किसी समरूप तार को दो वृतीय घेरों में लपेटा जाता है। अब इसी तार को तीन घेरों में लपेटते हैं। यदि दोनों अवस्थाओं में समान मान की धारा प्रवाहित की जाए तो दोनों के केन्द्रों पर उत्पन्न

चुम्बकीय क्षेत्रों का अनुपात ज्ञात करो।

हल— माना कि तार की लम्बाई l मीटर है।

अतः $N_1 = \frac{l}{2\pi r_1}$ $\qquad N_2 = \frac{l}{2\pi r_2}$

$\therefore \frac{N_1}{N_2} = \frac{r_2}{r_1}$

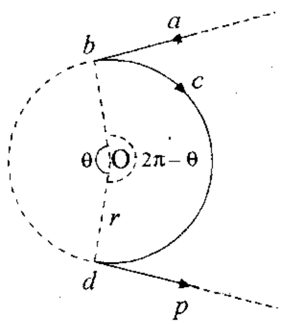
$\because B = \frac{\mu_0 NI}{2r}$ $\qquad$ अतः यहाँ $B \propto \frac{N}{r}$

या $\frac{B_1}{B_2} = \frac{N_1}{N_2} \times \frac{r_2}{r_1} = \frac{N_1}{N_2} \times \frac{N_1}{N_2}$

$= \frac{N_1^2}{N_2^2} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

उदा.12. एक अनन्त लम्बाई के तार को, जिसमें धारा I प्रवाहित हो रही है, चित्र में दर्शाये अनुसार मोड़ा गया है यदि केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय प्रेरण शून्य हो तो θ का मान ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.9



चित्र 7.30

हल— चित्रानुसार $\vec{B}_0 = \vec{B}_{ab} + \vec{B}_{bcd} + \vec{B}_{dp}$

यहाँ $B_{ab} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$, $B_{dp} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$

तथा बीओ सावर्त्त नियम से

$$B_{bcd} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\delta l$$

$$\because 2\pi - \theta = \frac{bcd}{r} = \frac{\delta l}{r}$$

$\delta l = (2\pi - \theta)r$ $\qquad B_{bcd} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}(2\pi - \theta) \times r$

दाँये हाथ के पेच के नियम से, B_{ab} तथा B_{dp} की दिशायें, कागज के तल के लम्बवत् ऊपर की ओर तथा B_{bcd} की दिशा कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर होगी,

अतः प्रश्नानुसार

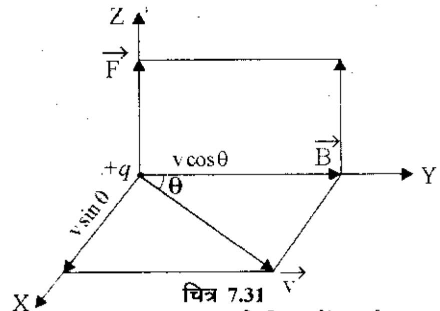
$$B_0 = \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi r} - \frac{\mu_0 I(2\pi - \theta)}{4\pi r} + \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\right) = 0$$

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi r}[1 - (2\pi - \theta) + 1] = 0$$

या $2 - (2\pi - \theta) = 0$ या $\theta = 2(\pi - 1)$ रेडियन

7.6 चुम्बकीय क्षेत्र में आवेश की गति (Motion of Charge in a Magnetic Field)

चित्र के अनुसार एक $+q$ आवेश X-Y तल में v वेग से चुम्बकीय क्षेत्र ($\vec{B}$) के साथ θ कोण बनाते हुए गतिशील है।



चित्र 7.31

आवेश $+q$ पर एक बल Z अक्ष की दिशा में कार्य करता है जिसका मान निम्नानुसार चुम्बकीय क्षेत्र B. आवेश q तथा वेग के घटक $v \sin\theta$ से सम्बद्ध रहता है-

(i) चुम्बकीय क्षेत्र B के मान के समानुपाती होता है-

$$F \propto B \qquad .....(1)$$

(ii) आवेश के मान के समानुपाती होता है-

$$F \propto q \qquad .....(2)$$

(iii) वेग का वह घटक ($v \sin\theta$) जो कि चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् है के समानुपाती होता है-

$$F \propto v \sin\theta \qquad .....(3)$$

समी. (1), (2), (3) से

$$F \propto B q v \sin\theta$$

$$F = KB q v \sin\theta \qquad .....(4)$$

जहां K समानुपाती स्थिरांक है।

इसका मान 1 प्राप्त होता है अर्थात् K = 1 रखने पर

$$F = qv B \sin\theta$$

सदिश रूप में

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \qquad .....(5)$$

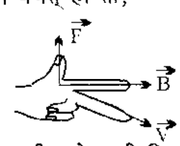
यदि आवेशित कण उस चुम्बकीय क्षेत्र में गति करता है जहाँ विद्युत क्षेत्र भी उपस्थित है तो आवेश पर परिणामी बल $\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m$

$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}) = q[\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})]$$

इस बल को **लॉरेन्ज बल (Lorentz force)** कहते हैं।

बल की दिशा: आवेशित कण पर बल की दिशा फ्लेमिंग के बाँये हाथ के नियम (FLHR) से ज्ञात की जा सकती है-

यदि बाँये हाथ का अंगूठा, तर्जनी तथा मध्यमा को इस प्रकार फैलायें कि तीनों परस्पर लम्बवत् हो तो,



चित्र 7.32

तर्जनी → चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा

मध्यमा → धनावेशित कण की गति की दिशा या ऋणावेशित कण की गति की विपरीत दिशा

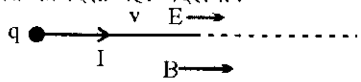
अंगूठा → बल की दिशा व्यक्त करेगा।

लॉरेन्ज बल की विभिन्न स्थितियाँ

(i) यदि $\vec{v}$, $\vec{E}$ तथा $\vec{B}$ तीनों समरैखिक हो-इस स्थिति में यदि कण चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर या प्रति समान्तर गतिमान है तब इस पर कार्यरत चुम्बकीय बल शून्य होगा तथा इस पर केवल विद्युतीय बल कार्य करेगा तथा

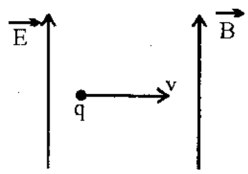
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

कण क्षेत्र से सरल रेखीय पथ के अनुदिश बदली हुयी चाल से गुजर जायेगा। अत: इस स्थिति में चाल, वेग, संवेग गतिज ऊर्जा सभी बदल जायेंगे जबकि कण की गति की दिशा नहीं बदलेगी।



चित्र 4.33

(ii) यदि $\vec{E}$ तथा $\vec{B}$ एक दूसरे से समान्तर हों तथा दोनों क्षेत्र $\vec{v}$ के लम्बवत् हो-इस स्थिति में बल $\vec{F_e} = q\vec{E}$ की दिशा $\vec{F_m} = q(\vec{v}\times\vec{B})$ की दिशा के लम्बवत् होगी तथा ये एक दूसरे को निरस्त नहीं कर सकते। कण का पथ वक्रीय होगा।



चित्र: 7.34

चुम्बकीय बल की विशेष परिस्थितियां (Special cases) –

जब आवेश केवल चुम्बकीय क्षेत्र में गतिशील है तब आवेश पर लॉरेन्ज बल केवल चुम्बकीय बल $\vec{F_m} = q(\vec{v}\times\vec{B})$ ही कार्य करता है तथा

(i) यदि θ = 0° या π हो तो

$$F = qv\,B\sin 0^\circ$$

$$F = 0 \qquad .....(6)$$

अर्थात् जब आवेश, चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में या विपरीत दिशा में गतिशील हो तो आवेश पर लगने वाला चुम्बकीय बल शून्य होगा। इस स्थिति में अभीष्ट कण बिना विक्षेपित हुये यथावत गति करता है। इस स्थिति में कण की गति की दिशा चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को व्यक्त करती है।

(ii) यदि θ° = 90° हो तो

$$F = qv\,B\sin 90^0$$

$$F = qv\,B$$

$$F_{max} = qv\,B \qquad .....(7)$$

अर्थात् जब आवेश, चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के लम्बवत् गतिशील होता है तो उस पर लगने वाला चुम्बकीय बल qvB अधिकतम होगा।

(iii) यदि +q आवेश स्थिर हो

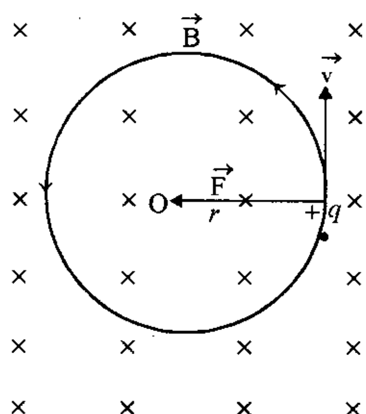
$$v = 0$$

अर्थात् जब $\quad F = 0 \qquad .....(8)$

अत: स्थिर आवेश पर कोई चुम्बकीय बल कार्य नहीं करता है।

7.6.1 लम्बवत् चुम्बकीय क्षेत्र में आवेश की गति (Motion of Charge in Perpendicular Magnetic Field)

माना कि एक धनावेशित कण (+q) एक समान चुम्बकीय क्षेत्र B के लम्बवत् v वेग से प्रवेश करता है। चित्र में चुम्बकीय क्षेत्र को क्रॉस (×) द्वारा दर्शाया गया है। जिसकी दिशा कागज के तल के लम्बवत् भीतर की ओर है। चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् गति के कारण आवेश qvB बल अनुभव करता है जिससे कण वृत्ताकार



चित्र 7.35

पथ में गति करने लगता है।

माना आवेशित कण का द्रव्यमान m है तथा वृत्ताकार पथ की त्रिज्या r आवेशित कण को वृत्ताकार पथ में गति करने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल लॉरेन्ज बल से प्राप्त होता है।

लॉरेन्ज बल = अभिकेन्द्रीय बल

अर्थात् $$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{qB} \quad \text{मात्रक-मीटर} \qquad .....$$

कण के परिभ्रमण का आवर्तकाल

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$T = \frac{2\pi}{v}\times\frac{mv}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \quad \text{मात्रक- सेकण्ड} \qquad .....$$

कण के परिभ्रमण की आवृत्ति

$$n = \frac{1}{T}$$

$$n = \frac{1}{2\pi m/qB}$$

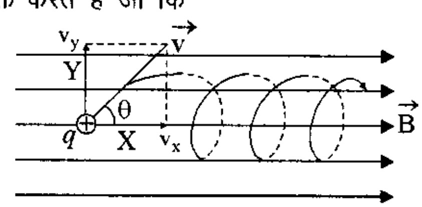
$$n = q\frac{B}{2\pi m} \quad \text{मात्रक-कम्पन्न/से.} \qquad .....$$

कण का आवर्तकाल (या आवृत्ति) कण की चाल v पर निर्भर न करती है। अत: कण की चाल बढ़ती है तो उसके वृत्ताकार पथ त्रिज्या भी उतनी ही बढती है जिससे कि एक चक्कर में लगा स वही रहे। इलेक्ट्रॉन के लिए यह आवृत्ति **साइक्लोट्रोन आवृ** (cyclotron frequency) कहलाती है।

यदि कण ऋणावेशित हो तो चुम्बकीय क्षेत्र में उस पर कार्य चुम्बकीय बल का परिमाण तो समान होता है किन्तु उस दिशा धनावेशित कण पर कार्यरत बल की दिशा की विपरीत होग

7.6.2 आवेशित कण की चुम्बकीय क्षेत्र में θ कोण पर गति अर्थात् 0° < θ < 90° (Motion of Charge in Magnetic Field at a angle θ when 0° < θ < 90°)

माना कि एक धनावेशित कण $\vec{v}$ वेग से चुम्बकीय क्षेत्र ($\vec{B}$) θ कोण बनाते हुए प्रवेश करता है। चुम्बकीय क्षेत्र में वेग $\vec{v}$ को घटकों में विभक्त करते हैं जो कि



चित्र 7.36 कण का कुण्डलिनी पथ

$$v_X = v\cos\theta$$

व $$v_Y = v\sin\theta$$

यहाँ वेग घटक $v_x = v\cos\theta$, चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में है अर्थात् v_x, B के समान्तर है, अतः यह घटक अप्रभावित रहते हुए सरल रेखीय गति करेगा। वेग घटक $v_y = v\sin\theta$, चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् है, अतः इस वेग का पथ वृत्ताकार होगा। यहाँ आवेशित कण की परिणामी गति, दोनों गतियों के अध्यारोपण के कारण होगी तथा उसका परिणामी पथ उपरोक्त चित्र के अनुसार कुण्डलीनुमा (helix) होगा।

(i) वृत्ताकार कक्ष की त्रिज्या

$$r = mv_y/qB = mv\sin\theta/qB \qquad ....(1)$$

(ii) आवर्तकाल $T = 2\pi r/v_y$

या $\qquad T = 2\pi r/v\sin\theta = 2\pi\, m/qB \qquad ....(2)$

(iii) चुम्बकीय क्षेत्र में एक चक्र में आवेशित कण द्वारा तय की गई क्षैतिज दूरी कुण्डलिनी अन्तराल (Pitch of helical path) या हैलीकल पथ की पिच या चूड़ी अंतराल कहलाती है तथा यह दूरी

$$X = v_x T = v\cos\theta . T$$
$$= v\cos\theta .\ 2\pi m/qB$$
$$\therefore \quad X = 2\pi mv\cos\theta/qB \qquad ...(3)$$

समी. (1) से $\qquad r = \dfrac{mv\sin\theta}{qB}$

$$\therefore \quad \frac{mv}{qB} = \frac{r}{\sin\theta}$$

$\therefore$ समी. (3) से $\qquad X = 2\pi\cos\theta . \dfrac{r}{\sin\theta}$

$$X = \frac{2\pi r}{\tan\theta} \qquad ...(4)$$

ध्रुवीय क्षेत्रों जैसे अलास्का तथा उत्तरी कनाड़ा में कभी–कभी आकाश में रंगों का सुंदर दृश्य दिखाई देता है। नृत्य करते हुए हरे तथा गुलाबी प्रकरण दिखाई देते हैं। इस घटना को **उत्तर ध्रुवीय ज्योति (Polar Aura)** कहते हैं। इस घटना की व्याख्या चुम्बकीय क्षेत्र में आवेशित कणों की गति द्वारा की जा सकती है।

महत्वपूर्ण तथ्य

(1) यदि p = आवेशित कण का संवेग तथा K= आवेशित कण की गतिज ऊर्जा (जो कि कण को V वोल्ट से त्वरित करने पर उसके द्वारा प्राप्त की जाती है) तब

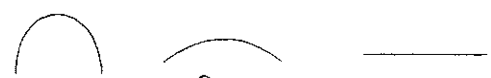
$$p = mv = \sqrt{2mK} = \sqrt{2mqV}$$

$$\text{अतः} \quad r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB} = \frac{\sqrt{2mK}}{qB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mV}{q}}$$

$\Rightarrow$ $r \propto v \propto p \propto \sqrt{K}$ अर्थात् चाल या गतिज ऊर्जा बढ़ने पर कक्षा की त्रिज्या भी बढ़ जाती है।

विशेष: कम त्रिज्या (r) अर्थात् अधिक वक्रता (C)

$$\Rightarrow \quad C \propto \frac{1}{r}$$

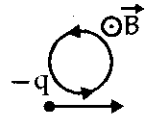
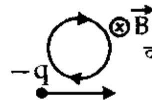
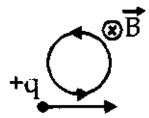
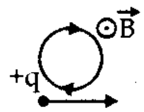


कम: r, अधिक: C | अधिक: r, कम: C | $r = \infty$, C = 0

(2) यदि प्रोटॉन (P), ड्यूट्रॉन (D) तथा α-कण एक समान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ में, क्षेत्र की दिशा के लम्बवत् गतिमान है (P, D तथा α कणों के आवेश क्रमशः $+e$, $+e$ तथा $+2e$ तथा इनके द्रव्यमान क्रमशः m, $2m$ तथा $4m$ होते हैं, यहाँ e इलेक्ट्रॉनिक आवेश तथा m एक प्रोटॉन का द्रव्यमान है), तो विभिन्न स्थितियों में इन कणों के वृत्ताकार पथों की त्रिज्याओं के अनुपात निम्न सारणी में प्रदर्शित हैं:

इन कणों से सम्बन्धित राशि जो समान है	त्रिज्या (r)	r के मान			r के मानों के अनुपात
		r_P	r_D	r_α	$r_P : r_D : r_\alpha$
चाल v	$\dfrac{mv}{qB}$	$\dfrac{mv}{eB}$	$\dfrac{2mv}{eB}$	$\dfrac{4mv}{2eB}$	1 : 2 : 2
संवेग p	$\dfrac{p}{qB}$	$\dfrac{p}{eB}$	$\dfrac{p}{eB}$	$\dfrac{p}{2eB}$	$1 : 1 : \dfrac{1}{2}$ या 2 : 2 : 1
गतिज ऊर्जा K	$\dfrac{\sqrt{2Km}}{qB}$	$\dfrac{\sqrt{2Km}}{eB}$	$\dfrac{\sqrt{2K2m}}{eB}$	$\dfrac{\sqrt{2K4m}}{2eB}$	$1 : \sqrt{2} : 1$
त्वरित विभवान्तर V	$\dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2mV}{q}}$	$\dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2mV}{e}}$	$\dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2(2m)V}{e}}$	$\dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2(4m)V}{2e}}$	$1 : \sqrt{2} : \sqrt{2}$

(3) पथ की दिशा: यदि कोई आवेशित कण किसी चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् प्रवेश करता है तो विभिन्न स्थितियों में इसके द्वारा बनाये गये पथों की दिशायें निम्न होगी–

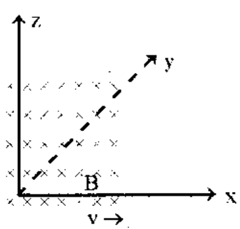
आवेश का प्रकार	चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा	कण की वृत्तीय गति की दिशा
ऋणात्मक	बाहर की ओर ⊙	 वामावर्त
ऋणात्मक	भीतर की ओर ⊗	 दक्षिणावर्त
धनात्मक	भीतर की ओर ⊗	 वामावर्त
धनात्मक	बाहर की ओर ⊙	 दक्षिणावर्त

(4) (i) पिचों की संख्या = चक्करों की संख्या = पुनरावृत्तियों की संख्या = हैलीकल फेरों की संख्या

(ii) यदि पिच का मान P है, तब l लम्बाई में प्राप्त पिचों की संख्या = $\dfrac{l}{P}$

तथा आवश्यक समय $t = \dfrac{l}{v\cos\theta}$

उदा.13. यदि चुंबकीय क्षेत्र धनात्मक Y- अक्ष के समान्तर है तथा आवेशित कण धनात्मक X- अक्ष के अनुदिश गतिमान है। (चित्र), तो लारेंज बल किस ओर लगेगा जबकि गतिमान कण (a) इलेक्ट्रॉन (ऋण आवेश) (b) प्रोटॉन (धन आवेश) है।



चित्र 7.37

हल- दिया है- $\vec{v} = v\hat{i}$ तथा $\vec{B} = B\hat{j}$

अत: लॉरेन्ज बल $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ से

(a) इलेक्ट्रॉन पर लॉरेन्ज बल $\vec{F} = -e(v\hat{i} \times B\hat{j}) = -evB(\hat{i} \times \hat{j}) = -evB\hat{k}$

अत: इलेक्ट्रॉन पर लॉरेन्ज बल ऋणात्मक Z- अक्ष के अनुदिश होगा।

(b) प्रोटॉन पर लॉरेन्ज बल $\vec{F} = e(v\hat{i} \times B\hat{j}) = evB(\hat{i} \times \hat{j}) = evB\hat{k}$

अत: प्रोटॉन पर लॉरेन्ज बल धनात्मक Z- अक्ष के अनुदिश होगा।

उदा.14. एक 10^{-5} टेसला के एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में 10 इलेक्ट्रॉन वोल्ट ऊर्जा वाला एक इलेक्ट्रॉन वृत्ताकार मार्ग पर परिक्रमण कर रहा है। इलेक्ट्रॉन की चाल तथा पथ की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.10

हल– इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = 10\,eV$$

$$\therefore \quad v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2\times10\times1.6\times10^{-19}}{9.1\times10^{-31}}}$$

$$= 1.875 \times 10^6 \text{ m/s}$$

तथा पथ की त्रिज्या

$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{\sqrt{2mE_k}}{eB}$$

$$r = \frac{\sqrt{2\times9.1\times10^{-31}\times10\times1.6\times10^{-19}}}{1.6\times10^{-19}\times10^{-5}}$$

$$= 1.066 \text{ m}$$

उदा.15. एक प्रोटॉन पुंज 4×10^5 मीटर/सेकण्ड के वेग से 0.3 टेसला के समचुम्बकीय क्षेत्र में क्षेत्र की दिशा से 60° कोण पर प्रवेश करता है। प्रोटोन पथ के लिए (i) पथ की त्रिज्या तथा (ii) पिच (चूड़ी अंतराल) ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.11

हल– प्रोटोन वेग v के, चुम्बकीय क्षेत्र के अनुदिश तथा लम्बवत् घटक क्रमशः हैं–

$$v_{11} = v\cos60° = 4\times10^5\times\frac{1}{2} = 2\times10^5 \text{ m/s}$$

$$v_{\perp} = v\sin60° = 4\times10^5\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}\times10^5 \text{ m/s}$$

तब प्रोटोन के कुण्डलिनी पथ के लिए

(i) त्रिज्या $r = \dfrac{mv_{\perp}}{qB} = \dfrac{(1.67\times10^{-27})\times(2\sqrt{3}\times10^5)}{1.6\times10^{-19}\times0.3}$

$= 12 \times 10^{-3}$ m = 12 mm

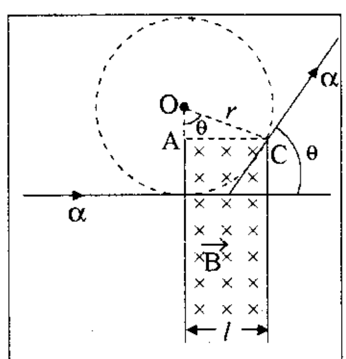
(ii) पिच $= v_{11} \times T$

$$= 2\times10^5\times\frac{2\pi m}{qB}$$

$$= \frac{2\times10^5\times2\pi\times1.67\times10^{-27}}{1.6\times10^{-19}\times0.3}$$

$$= 43.5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

उदा.16. एक α कण को 10^4 वोल्ट विभवान्तर से त्वरित किया जाता है। यदि वह 0.1 मीटर मोटाई वाले क्षेत्र में 0.1 टेसला के अनुप्रस्थ चुम्बकीय क्षेत्र में लम्बवत् प्रवेश करता है, तो उसकी गति की दिशा में परिवर्तन की गणना कीजिए।



चित्र 7.38

हल– किसी q आवेश के कण को V वोल्ट से त्वरित करने पर, कण द्वारा प्राप्त ऊर्जा

$$qV = \frac{1}{2}mv^2$$

या $$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

तथा l मोटाई के अनुप्रस्थ चुम्बकीय क्षेत्र में लम्बवत् प्रवेश करने पर, लॉरेन्ज बल से, वृत्तीय पथ की त्रिज्या,

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

या $$r = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mV}{q}}$$

इस क्षेत्र में वृत्तखण्ड पर गति करने के बाद आवेशित कण पुनः सरल रेखा में गति करने लगता है। अतः चित्रानुसार

$$\sin\theta = \frac{AC}{OC} = \frac{l}{r} = \frac{lB}{\sqrt{\frac{2mV}{q}}}$$

$$= 0.1 \times 0.1\sqrt{\frac{2\times(1.6\times10^{-19})}{2\times(6.4\times10^{-27})\times10^{4}}}$$

या $\sin\theta = 0.5$

अतः $\theta = 30°$

उदा.17. 6×10^{-4} T के चुंबकीय क्षेत्र के लम्बवत् 3×10^{7} m/s की चाल से गतिमान किसी इलेक्ट्रॉन (द्रव्यमान 9×10^{-31}kg तथा आवेश 1.6×10^{-19} C) के पथ की त्रिज्या क्या है? इसकी क्या आवृत्ति होगी? इसकी ऊर्जा KeV में परिकलित कीजिए। (1eV = 1.6×10^{-19}J)

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.12

हल- दिया है- $B = 6\times10^{-4}$ टेसला, $v = 3\times10^{7}$ मी./से.,
$m = 9\times10^{-31}$ किग्रा.
तथा आवेश $q = 1.6\times10^{-19}$ कूलॉम

पथ की त्रिज्या $$r = \frac{mv}{qB} = \frac{9\times10^{-31}\times3\times10^{7}}{1.6\times10^{-19}\times6\times10^{-4}}$$

$= 28.1\times10^{-2}$ मी. = 28 सेमी

आवृत्ति $$n = \frac{v}{2\pi r} = \frac{3\times10^{7}}{2\times3.14\times28.1\times10^{-2}}$$

$= 1.7\times10^{7}$ Hz = 17 MHz

तथा ऊर्जा

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times9\times10^{-31}\times9\times10^{14} = 40.5\times10^{-17}\,J$$

$$E = \frac{40.5\times10^{-17}}{1.6\times10^{-19}}\,eV$$

$= 25.3\times10^{2}$ eV $= 2.53\times10^{3}$eV = 2.53 KeV

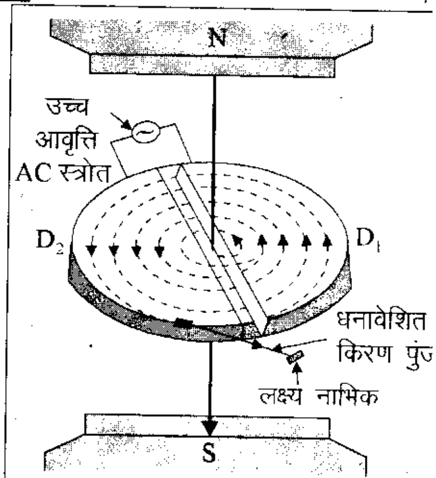
7.7 साइक्लोट्रॉन (Cyclotron)

साइक्लोट्रॉन का निर्माण लॉरेन्स व लीविंगस्टोन (Lawrence and Livingstone) ने 1931 में किया था। यह एक ऐसी विद्युत-चुम्बकीय युक्ति है जो अपेक्षाकृत कम ऊर्जा वाले भारी धनावेशित कणों जैसे- प्रोटॉन, ड्यूटॉन तथा α-कण को उच्च ऊर्जा में त्वरित करके इन्हें उच्च वेग प्रदान करने के लिये प्रयुक्त की जाती है।

इन त्वरित कणों का उपयोग नाभिकीय भौतिकी में बहुत अधिक महत्व का है।

[illegible] (Principle)

साइक्लोट्रॉन की कार्य प्रणाली इस सिद्धान्त पर आधारित है जिसमें किसी स्पंन्दन-शील (oscillating) विद्युत क्षेत्र में धन आवेशित कण को त्वरित करते हैं। अनेक बार उसी समान विद्युत क्षेत्र से धन आवेशित कण को गुजारते हैं तथा शक्तिशाली चुम्बकीय क्षेत्र की सहायता से कण को प्रत्येक बार वृत्ताकार पथ में विक्षेपित करके, इसकी गतिज ऊर्जा में बहुत अधिक वृद्धि प्राप्त करते हैं।



चित्र 7.39

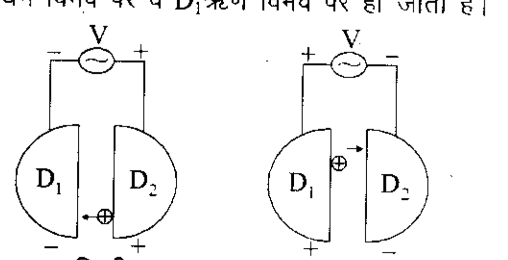
[illegible] (Construction)

इसमें दो अंग्रेजी के अक्षर 'D' के आकार के खोखले, निर्वातित धातु के कक्ष D_1 व D_2 होते हैं। यह कक्ष D_1 व D_2 इनके व्यास के समान्तर, एक दूसरे से थोड़ी दूरी पर रखे होते हैं। इन D_1 व D_2 कक्षों को एक उच्च आवृत्ति के दोलित्र (oscillator) से जोड़ दिया जाता है। यह दोलित्र bu D_1 व D_2 कक्षों के मध्य उच्च विभान्तर 10^4 वोल्ट की परास व आवृत्ति लगभग 10^7 हर्ट्ज की उत्पन्न करने में सक्षम होता है। यह दोनों कक्ष D_1 व D_2 एक स्टील के निर्वातित बक्स में रख दिये जाते हैं जिसमें कि 10^{-6} मिमी. पारे के अल्प दाब पर उपयुक्त गैस भरी होती है। यदि इस प्रकार की व्यवस्था नहीं कि जाये तो धनावेशित कण लगातार गैस के अणुओं से टकराते रहेंगे।

यह बक्स एक शक्तिशाली विद्युत चुम्बक NS के चुम्बकीय ध्रुवों के मध्य रख दिया जाता है। जो कि शक्तिशाली चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है ($B\approx1.6$ वेबर/मी^{2}) यह चुम्बकीय क्षेत्र दोनों डी D_1 व D_2 के तल के लम्बवत् होता है। धन आवेशित कण का स्त्रोत है जो केन्द्र पर स्थित है।

कार्यप्रणाली (Working)

जिस धन आयन को त्वरित करना है उसे आयन स्त्रोत P द्वारा उत्सर्जित करते हैं। माना कि इस क्षण पर D_1 ऋणात्मक विभव पर है तथा D_2 धनात्मक विभव पर। इस अवस्था में धनायन D_1 की ओर त्वरित होगा तथा उसके भीतर अर्धवृत्ताकार पथ पर गति करेगा। यह D_2 समय पश्चात् अर्धवृत्त पूर्ण करेगा तथा डी के मध्य रिक्त स्थान में प्रवेश करेगा। यहाँ पर T आवेश का आवर्तकाल है। इसी प्रकार समय T दोनों डी के मध्य आरोपित प्रत्यावर्ती विभवान्तर का आवर्तकाल भी है। जब धनावेशित कण रिक्त स्थान में प्रवेश करता है तो D_1 व D_2 की ध्रुवता बदल जाती है अर्थात् D_1 धन विभव पर व D_1 ऋण विभव पर हो जाता है।



(अ) किसी क्षण (ब) T/2 समय पश्चात्

चित्र 7.40 डी पर T/2 समय पश्चात् ध्रुवता परिवर्तन

अतः आवेशित कण अब D_2 कक्ष में त्वरित गति से प्रवेश करता है तथा इसकी चाल बढ़ जाती है। यह चाल D_2 कक्ष में गति के पथ पर नियत रहती है। अब आवेशित कण बड़ी त्रिज्या का अर्द्ध वृत्ताकार पथ, चुम्बकीय क्षेत्र की उपस्थिति के कारण निर्मित करता है। यह आवेशित कण पुनः अर्द्ध वृत्ताकार पथ पर चल कर D_1 व D_2 के मध्य रिक्त स्थान पर उस समय पहुँचता है, जब D_1 व D_2 की ध्रुवता पुनः परिवर्तित हो जाती है। यह धन आवेशित कण प्रत्येक बार त्वरित होता जायेगा और चुम्बकीय क्षेत्र में इसके वृत्ताकार पथ की त्रिज्या बढ़ती जायेगी। अन्त में कण की ऊर्जा बहुत अधिक हो जायेगी। इस त्वरित आवेशित कण को खिड़की W से E व F प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र लगाकर बाहर निकाल लेते हैं।

साइक्लोट्रॉन का उपयोग हल्के कणों को त्वरित करने के लिए प्रयुक्त नहीं किया जाता क्योंकि हल्के कणों पर द्रव्यमान की सापेक्षिकता का प्रभाव अधिक होता है। इलेक्ट्रॉन को त्वरित करने के लिए बीटाट्रॉन का उपयोग करते हैं।

7.7.3 गणितीय विवेचना (Mathematical Analysis)

गति के प्राचल (Parameters of Motion)

(i) अर्द्ध-वृत्त की त्रिज्या–साइक्लोट्रॉन में धनावेशित कण अर्द्ध-वृत्ताकार कक्ष में गति करता है जहाँ चुम्बकीय क्षेत्र इस पर लम्बवत् लगता है। अतः इस पर कार्यरत चुम्बकीय बल, अभिकेन्द्रीय बल के बराबर होता है।

अतः $\frac{mv^2}{r} = qvB$

या $r = \frac{mv}{qB}$

इसी प्रकार धनावेशित कण का वेग $v = qBr/m$

(ii) डी के अन्दर अर्द्धवृत्ताकार पथ में लगा समय–

$\because$ t = अर्द्ध-वृत्ताकार पथ की लम्बाई/डी में धनावेशित कण का वेग

$$t = \frac{\pi r}{v} \quad \text{या} \quad t = \frac{\pi}{v}\cdot\frac{mv}{qB}$$

$$\therefore \quad t = \frac{\pi m}{qB}$$

यह समय, v व r पर निर्भर नहीं करता है।

(iii) आर्वतकाल–माना कि वृत्ताकार पथ का आवर्तकाल T है जो कि डी॰ के मध्य आरोपित प्रत्यावर्ती विभवान्तर के आवर्तकाल के बराबर है।

$\because$ अर्द्ध वृत्त में लगा समय $t = T/2$ $\quad\therefore T = 2t$

समीकरण से $T = \frac{2\pi m}{qB}$

(iv) साइक्लोट्रॉन की आवृत्ति (चुम्बकीय अनुनाद आवृत्ति)

$$\because \quad n = \frac{1}{T}, \quad n = \frac{qB}{2\pi m}$$

(v) कोणीय आवृत्ति–

$$\because \quad \omega = 2\pi n \quad\quad \omega = 2\pi \times \frac{qB}{2\pi m}$$

$$\omega = \frac{qB}{m}$$

(vi) धनावेशित कण की अधिकतम गतिज ऊर्जा–

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv_m^2$$

समीकरण से

$$K_{max} = \frac{1}{2}m\left(\frac{qBr_{max}}{m}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2B^2r^2_{max}}{m}$$

यहाँ r_{max} = डी से बाहर निकलने से पूर्व सबसे बड़े अर्द्ध-वृत्त की त्रिज्या।

(vii) वृत्ताकार चक्करों की कुल संख्या–माना कि N वृत्ताकार चक्करों की कुल संख्या है तथा V दोनों प्लेटों के मध्य आरोपित विभवान्तर है। प्रत्येक अर्द्ध-वृत्त में धनावेशित कण द्वारा ग्रहण की गई ऊर्जा qV होती अतः एक पूर्ण चक्कर में ग्रहण ऊर्जा $2qV$ होगी। वृत्ताकार चक्करों की कुल संख्या N है अतः कुल ऊर्जा

$$E = N \times 2qV$$

यह ऊर्जा, आवेशित कण द्वारा ग्रहण की गई अधिकतम् ऊर्जा के बराबर है अतः,

$$\frac{1}{2}\frac{q^2B^2r^2_{max}}{m} = N\cdot 2qV \quad \text{या} \quad N = \frac{qB^2r^2_{max}}{4mV}$$

7.7.4 साइक्लोट्रॉन की कार्य-प्रणाली के सीमा बंधन (Limitation of Cyclotron)

(1) जब धन आवेशित कण त्वरित होता जाता है तो इसकी चाल बहुत अधिक हो जाती है। यदि यह चाल प्रकाश के समीप पहुँच जाती है तो आवेशित कण का द्रव्यमान निम्न समीकरण के अनुसार बढ़ जाता है।

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

जहाँ m_0 = कण का स्थिर द्रव्यमान

m = कण का गतिशील (v) अवस्था में द्रव्यमान

c = प्रकाश का वेग

अब इस स्थिति में आवेशित कण को अर्द्ध वृत्ताकार पथ को पूरा करने में लगा समय

$$t = \frac{\pi}{Bq}\frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

अतः v बढ़ने के साथ t का मान भी बढ़ेगा। अब आवेशित कण विद्युत दोलित्र की अर्द्ध आवृत्ति की तुलना में अधिक समय लेगा इस कारण आयन नियत समय में D_1 व D_2 के मध्य रिक्त स्थान पर नहीं पहुँचेगा, जब इनकी ध्रुवता परिवर्तित हो रही हो। अतः इसका त्वरण आगे सम्भव नहीं होगा। अतः साइक्लोट्रॉन द्वारा आवेशित कण को एक निश्चित सीमा से अधिक त्वरित नहीं किया जा सकता है।

(2) साइक्लोट्रॉन में भारी आवेशित कण जैसे प्रोटॉन, ड्यूट्रॉन, α-कण इत्यादि को ही त्वरित किया जा सकता है। इलेक्ट्रॉन को साइक्लोट्रॉन से त्वरित नहीं कर सकते हैं। क्योंकि इसका द्रव्यमान बहुत कम है।

(3) अनावेशित कण जैसे न्यूट्रॉन इत्यादि को इसकी सहायता से त्वरित नहीं कर सकते हैं।

साइक्लोट्रॉन के उपयोग–

(1) साइक्लोट्रॉन द्वारा उच्च ऊर्जा के त्वरित कण नाभिकीय विघटन में प्रयुक्त किये जाते हैं, जिससे इनका उपयोग नाभिकीय संरचना ज्ञात करने में किया जाता है।

(2) साइक्लोट्रॉन का उपयोग रेडियोएक्टिव समस्थानिकों को उत्पन्न करने में किया जाता है, जो कि विभिन्न रोगों के उपचार में प्रयुक्त किये जाते हैं।

(3) साइक्लोट्रॉन का उपयोग आयनों को ठोसों में व्यवस्थित कर नये पदार्थों को संश्लेषित करने में किया जाता है।

उदा.18. साइक्लोट्रॉन की दोलित्र आवृत्ति 10MHz है। प्रोटॉनों को त्वरित करने के लिए प्रचालन चुंबकीय क्षेत्र का मान कितना होना चाहिए? यदि डीज की त्रिज्या 60cm है तो त्वरक द्वारा उत्पन्न प्रोटॉन पुंज की गतिज ऊर्जा MeV में परिकलित कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.13

($e = 1.60 \times 10^{-19}$ C, $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg, 1 MeV = 1.6×10^{-13}J)

हल- आवृत्ति n = 10 मेगा हर्ट्ज = 10×10^6 हर्ट्ज, त्रिज्या r_{max} = 60 सेमी $= 60\times10^{-2}$ मी., आवेश $e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम,
द्रव्यमान $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ किग्रा

आवृत्ति $n = \dfrac{qB}{2\pi m}$ अत: $B = \dfrac{2\pi mn}{q}$

$$\Rightarrow B = \frac{2\times3.14\times1.67\times10^{-27}\times10\times10^6}{1.6\times10^{-19}} = 65.5\times10^{-2} \text{ टेसला}$$
= 0.655 टेसला

तथा प्रोटॉन का प्राप्त अधिकतम वेग $v_{max} = \dfrac{q\,B\,r_{max}}{m}$

$$\Rightarrow v_{max} = \frac{1.6\times10^{-19}\times0.655\times60\times10^{-2}}{1.67\times10^{-27}}$$
$= 37.6 \times 10^6$ मी./से. $= 3.76 \times 10^7$ मी./से.

अधिकतम गतिज ऊर्जा

$$K = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}\times1.67\times10^{-27}\times3.76\times3.76\times10^{14}$$
$= 11.25 \times 10^{-13}$ जूल

या $K = \dfrac{11.25\times10^{-13}}{1.6\times10^{-13}} = 7.02$ मेगा इलेक्ट्रॉन वोल्ट (MeV)

उदा.19. एक साइक्लोट्रॉन में कोई प्रोटॉन 1.4 टेसला के चुम्बकीय प्रेरण में त्वरित किया जाता है। कितने समय पश्चात् डी के मध्य उपस्थित विद्युत क्षेत्र की दिशा विपरीत हो जाएगी ? प्रोटॉन का द्रव्यमान 1.67×10^{-27} *kg* व आवेश 1.6×10^{-19} C हैं। निम्न की भी गणना करो-

(i) डी में एक पूर्ण वृत्त में लगा समय
(ii) आरोपित प्रत्यावर्ती विभवान्तर का आवर्तकाल
(iii) साइक्लोट्रॉन की आवृति

हल- चूँकि डी में जब प्रोट्रॉन एक अर्धवृत्त पूर्ण करेगा तो डी के मध्य उपस्थित विद्युत क्षेत्र की दिशा विपरीत हो जाएगी। अतः इस अर्द्ध वृत्त में लगा समय

$$t = \frac{\pi m}{qB} = \frac{3.14\times1.67\times0^{-27}}{1.6\times10^{-19}\times1.4}$$
$\therefore$ $t = 2.34 \times 10^{-8}\,s$

अतः डी में पूर्ण वृत्त में लगा समय $T = 2t = 4.68 \times 10^{-8}\,s$

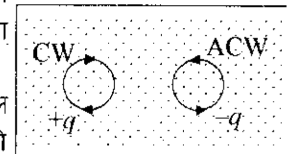
चूँकि डी में पूर्ण वृत्त में लगा समय ही आरोपित विभवान्तर का आवर्तकाल होगा, अर्थात् इसका मान
$T = 4.68 \times 10^{-8}$ सेकण्ड

साइक्लोट्रॉन आवृति $n = 1/T = 2.136 \times 10^7$ Hz

उदा.20. एक समअनुप्रस्थ चुम्बकीय क्षेत्र में आवेश q का एक कण वेग v से प्रवेश करता है। इसके पथ की विवेचना कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.14

हल- जब q आवेश का कोई अभीष्ट कण अनुप्रस्थ चुम्बकीय क्षेत्र B में वेग v से प्रवेश करता है तो कार्यरत लॉरेन्ज बल F = qvB; अभीष्ट कण की गति के लम्बवत् होने के कारण अभीष्ट कण वर्तुल पथ का अनुरेखण करता है।



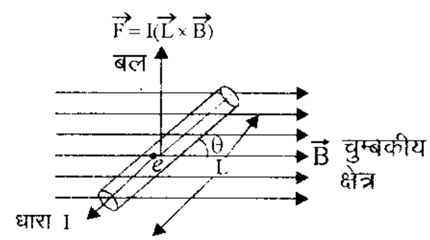
चित्र 7.41

यदि समचुम्बकीय क्षेत्र कागज के तल के लम्बवत् ऊपर की ओर इंगित हो तो कागज के तल में प्रवेश करने वाला ऋणावेशित कण वामावर्ती (anti clockwise) वृत्त में गति करेगा और यदि अभीष्ट कण धनावेशित है तो यह दक्षिणावर्त (clockwise) वृत्त में गति करेगा। (चित्र से)

7.8 चुम्बकीय क्षेत्र में धारावाही चालक पर चुम्बकीय बल (Magnetic force on current carrying conductor in a magnetic field)

जब चुम्बकीय क्षेत्र में कोई आवेश गतिशील होता है तब इस आवेश पर बल कार्य करता है। किसी चालक में विद्युत धारा उसमें उपस्थित मुक्त इलेक्ट्रॉनों की अपवहन गति (Drift velocity) के कारण होती है। जब इस धारावाही चालक को किसी समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में रखते हैं तो सभी गतिशील मुक्त इलेक्ट्रॉन एक दिशा में बल का अनुभव करते है। यह बल धारावाही चालक की लम्बाई तथा चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् आरोपित होता है। इन सभी इलेक्ट्रॉनों पर कार्यरत बलों का योग, धारावाही चालक पर कार्यरत कुल चुम्बकीय बल के बराबर होता है

माना कि L लम्बाई व A अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल का एक धारावाही चालक समरूप चुम्बकीय क्षेत्र θ कोण पर स्थित है (चित्र से)



चित्र 7.42 चुम्बकीय क्षेत्र में धारावाही चालक पर बल

माना कि कुल आवेश q, v_d अपवाह वेग से चालक में गतिशील है अतः चालक पर कार्यरत कुल चुम्बकीय बल

$$\vec{F} = q\,(\vec{v}_d\times\vec{B}) \quad .....(1)$$
$$F = qv_d B\sin\theta \quad .....(2)$$

$\because$ चालक के इकाई आयतन में उपस्थित मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या
$= n$

$\therefore$ चालक के V आयतन में उपस्थित मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या
$N = nV$

$\because$ चालक का आयतन
= चालक का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल × इसकी लम्बाई
$V = AL$

अतः चालक में उपस्थित कुल मुक्त आवेश (इलेक्ट्रॉन)
$$N = nAL \quad .....(3)$$

$\because$ एक इलेक्ट्रॉन का आवेश $= e$

$\therefore$ N इलेक्ट्रॉनों का आवेश $q = Ne$

समीकरण (3) से $q = nALe$ .....(4)

अतः कुल बल समीकरण (2) से,
$$F = nALev_d B\sin\theta \quad .....(5)$$

चालक का v_d लम्बाई का एक भाग लीजिए। इस भाग में विद्यमान सभी आवेश एक सेकण्ड में इस के अनुप्रस्थ काट को पार कर लेंगे। अतः

चालक में प्रवाहित धारा $I = \frac{q}{t}$ .....(6)

$\because$ मुक्त इलेक्ट्रॉनों की अपवाह गति $v_d = \frac{L}{t}$

अतः $t = \frac{L}{v_d}$ .....(7)

समीकरण (6) में (4) व (7) से मान रखने पर

धारा $I = \frac{nALe}{L/v_d}$ $\quad \therefore I = nAev_d$ .....(8)

समीकरण (5) व (8) से $\quad \because F = (nAev_d).LB\sin\theta$

$F = ILB\sin\theta$ .....(9)

सदिश रूप में $\vec{F} = I(\vec{L} \times \vec{B})$ .....(10)

यहाँ $\vec{L}$, धारा प्रवाह की दिशा में है। इस बल की दिशा $\vec{L}$ तथा $\vec{B}$ के तल में लम्बवत् होती है।

विशेष स्थितियाँ–(i) यदि $\theta = 0^\circ$ $\quad \sin\theta = \sin 0^\circ = 0.$

$\therefore$ बल $F = I\,LB\sin 0$ या $F = 0$

अर्थात् यदि धारावाही चालक, चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर स्थित हो तो उस पर कार्यरत चुम्बकीय बल शून्य होगा।

(ii) यदि $\theta = 90^\circ$ $\quad$ अतः $\sin\theta = \sin 90^\circ = 1$

इस गुण धर्म के आधार पर ही चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा व्यक्त की जाती है। अर्थात् "चुम्बकीय क्षेत्र में वह दिशा जिसमें स्थित सीधे धारावाही चालक पर कोई बल नहीं लगता, चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ की दिशा कहलाती है।"

$\therefore$ धारावाही चालक पर कार्यरत चुम्बकीय बल

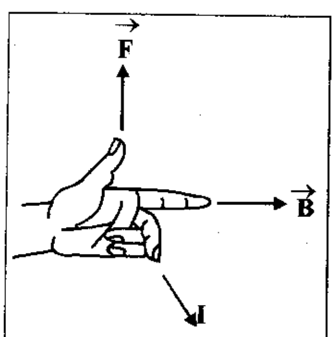
$$F = I\,LB = F_{max}$$

अर्थात् यदि धारावाही चालक चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् स्थित हो तो उस पर कार्यरत चुम्बकीय बल अधिकतम होगा तथा इसका मान $I\,LB$ के बराबर होगा।

7.8.1 चुम्बकीय क्षेत्र में धारावाही चालक पर बल की दिशा (Direction of Force on Current Carrying Conductor in a Magnetic Field)

7.8.1.1 फ्लेमिंग के बांये हाथ का नियम (Fleming's Left Hand Rule)

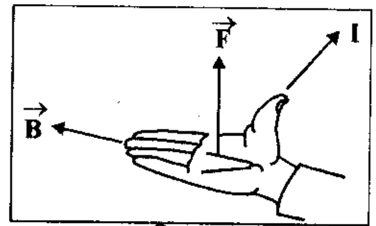
यदि बांये हाथ के अंगूठे, संकेत अंगुली तथा मध्यमा अंगुली (thumb, forefinger and central finger) को इस प्रकार फैलायें कि वे परस्पर लम्बवत् हों और संकेत अंगुली चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को तथा मध्यमा अंगुली धारा की दिशा को व्यक्त करे तब अंगूठा चालक पर लगने वाले बल की दिशा को व्यक्त करता है।



चित्र 7.43

7.8.1.2 दाहिने हाथ की हथेली का नियम (Right Hand Palm Rule)

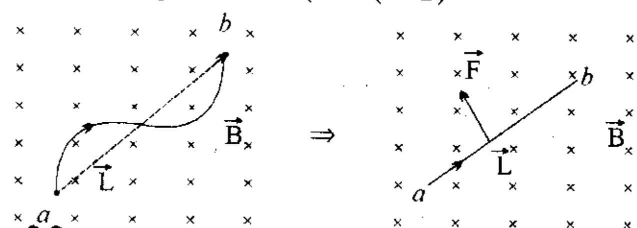
यदि दाहिने हाथ की हथेली को खुला रखकर अंगुलियों तथा अंगूठे को लम्बवत् इस तरह फैलायें कि अंगुलियों की दिशा चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को तथा अंगूठे की दिशा चालक में प्रवाहित धारा की दिशा को व्यक्त करें तो चालक पर लगने वाले बल की दिशा हथेली के लम्बवत् बाहर की दिशा में होगी।



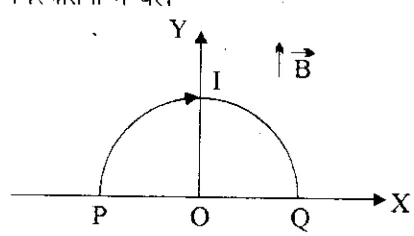
चित्र 7.44

महत्वपूर्ण तथ्य

वक्रीय तार पर बल: निम्न चित्र में दिखायें अनुसार किसी चुम्बकीय क्षेत्र में बिन्दुओं a तथा b को जोड़ने वाले एक वक्रीय धारावाही तार पर लगने वाला बल इन बिन्दुओं को जोड़ने वाले एक सरल रेखीय तार पर लगने वाले बल के तुल्य होगा अर्थात् $\vec{F} = I(\vec{L} \times \vec{B})$



विशिष्ट उदाहरण: यदि किसी धारावाही तार को R त्रिज्या की अर्द्धवृत्ताकार आकृति में मोड़कर किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ में रखा जाये तो इस पर विभिन्न स्थितियों में बल



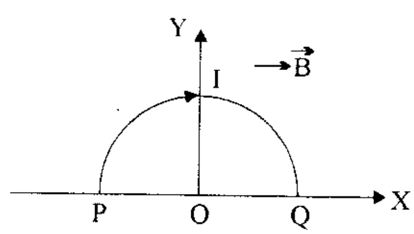
$\vec{L} = 2R\hat{i}$ तथा $\vec{B} = B\hat{j}$

$\vec{F} = I(\vec{L} \times \vec{B}) = I(2R\hat{i} \times B\hat{j})$

$= I \times 2BR(\hat{i} \times \hat{j}) = 2BIR\hat{k}$

अर्थात् $F = 2BIR$ (कागज के लम्बवत् बाहर की ओर)

(ii)



$\vec{L} = 2R\hat{i}$ तथा $\vec{B} = B\hat{i}$

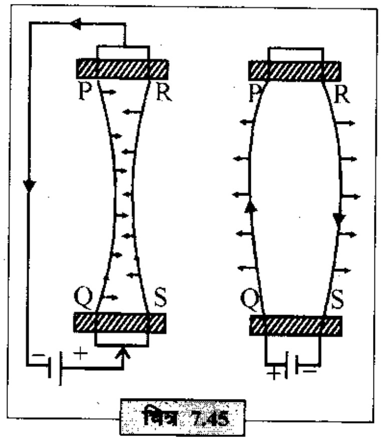
अतः: $\vec{F} = I(\vec{L} \times \vec{B})$

$= I(2R\hat{i} \times B\hat{i})$

$= 2RBI(\hat{i} \times \hat{i}) = 0$

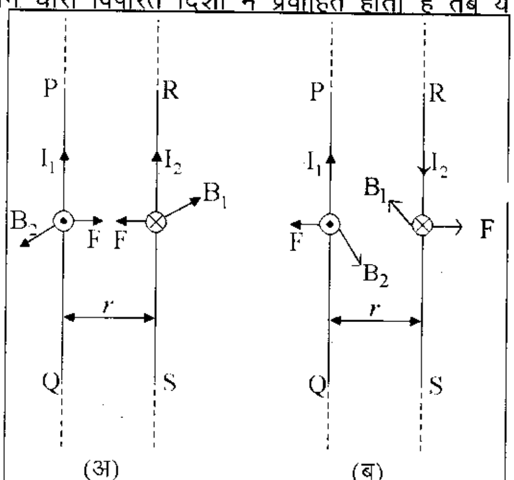
7.9 दो समान्तर धारावाही तारों के मध्य चुम्बकीय बल (Magnetic Force Between Two Parallel Current Carrying Conducting Wires)

माना कि दो समान्तर धारावाही चालक PQ व RS परस्पर r दूरी पर स्थित है। जब इन चालकों में विद्युत धारा प्रवाहित की जाती है तब ये एक दूसरे पर बल आरोपित करते है। प्रयोगों द्वारा यह पाया जाता है कि जब दोनों तारों में धारा एक ही दिशा में प्रवाहित होती है तब ये परस्पर आकर्षित करते हैं। (चित्र अ)



चित्र 7.45

परन्तु जब इनमें धारा विपरित दिशा में प्रवाहित होती है तब ये परस्पर प्रतिकर्षित करते हैं। (चित्र ब)



चित्र 7.46

माना कि चालक PQ व RS कागज के तल में है तथा इनमें क्रमशः I_1 व I_2 एम्पियर धारायें प्रवाहित होती है चालक PQ की धारा I_1 के कारण चालक RS के किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1}{r} \qquad .....(1)$$

चुम्बकीय क्षेत्र B_1 की दिशा कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर होगी। चालक RS जिसमें धारा I_2 है, चुम्बकीय क्षेत्र B_1 के लम्बवत् रखा हुआ है अतः इस पर लगने वाले बल का परिमाण

$$F_2 = I_2 L B_1 \sin 90^\circ$$

$$= I_2 L . \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1}{r}$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2 L}{r} \text{ न्यूटन} \qquad .....(2)$$

अतः चालक RS की प्रति मीटर लम्बाई पर लगने वाला बल

$$\frac{F_2}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{r} \frac{\text{न्यूटन}}{\text{मीटर}} \qquad .....(3)$$

इस बल की दिशा फ्लेमिंग के बायें हाथ के नियम के अनुसार होगी।

इसी प्रकार, चालक RS की धारा के कारण चालक PQ की प्रति मीटर लम्बाई पर बल होगा–

$$\frac{F_1}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{r} \frac{\text{न्यूटन}}{\text{मीटर}} \qquad .....(4)$$

समी. (3) व समी. (4) से स्पष्ट है कि दोनों चालक तारों की प्रति मीटर लम्बाई पर लगने वाला बल, परिमाण की दृष्टि से समान होता है अर्थात्

$$\frac{F_1}{L} = \frac{F_2}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{r} \qquad .....(5)$$

अतः हम कह सकते हैं कि जब समान्तर रखे चालकों में धारा की दिशा समान होती है तो दोनों चालक तार एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं। इसके विपरीत यदि धारा की दिशा विपरीत हो तो दोनों चालक तार एक दूसरे से प्रतिकर्षित होंगे।

7.9.1 मानक एम्पियर की परिभाषा (Definition of Standard Ampere)

$$\because \quad \frac{F_1}{L} = \frac{F_2}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{r}$$

यदि $I_1 = I_2 = 1$ एम्पियर तथा $r = 1$ मी. हो तो

$$\frac{F_1}{L} = \frac{F_2}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi}$$

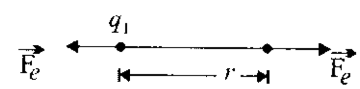
$$= \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \text{ न्यूटन/मीटर}$$

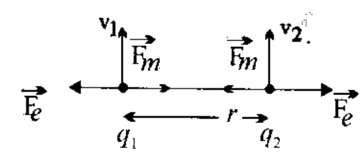
अर्थात् **"1 एम्पियर, विद्युत धारा वह है जो निर्वात् में 1 मीटर दूरी पर रखें सीधे धारावाही चालकों की प्रति मीटर लम्बाई पर 2×10^{-7} न्यूटन का बल उत्पन्न कर दें।"**

महत्वपूर्ण तथ्य

गतिमान आवेशों के मध्य बल: यदि दो आवेश q_1 तथा q_2 क्रमशः v_1 तथा v_2 वेगों से गतिमान है तथा किसी क्षण इनके मध्य दूरी r है, तब



स्थिर आवेश



गतिमान आवेश

आवेशों के मध्य चुम्बकीय बल

$$F_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q_1 q_2 v_1 v_2}{r^2} \quad ...(1)$$

तथा इनके मध्य विद्युतीय बल

$$F_e = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad ...(2)$$

समी. (1) तथा (2)से

$$\frac{F_m}{F_e} = \mu_0 \epsilon_0 v^2 \qquad \text{यदि } (v_1 = v_2)$$

किन्तु $\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$

यहाँ निर्वात में प्रकाश की चाल है।

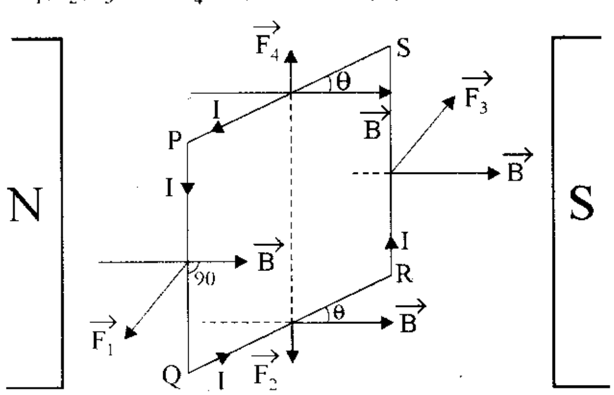
अतः $\frac{F_m}{F_e} = \left(\frac{v}{c}\right)^2$

यदि $v << c$ तब $F_m << F_e$

7.10 एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में आयताकार धारावाही लूप पर बल तथा बल आघूर्ण (Force and Torque on a Current Carrying Rectangular loop in uniform magnetic Field)

चित्र में एक आयताकार कुण्डली PQRS दर्शाई गई है जिसकी लम्बाई l तथा चौड़ाई b है। इसमें I मान की धारा वामावर्त दिशा में प्रवाहित हो रही है। यह आयताकार कुण्डली एक समान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ में लटकी हुई है। इस अवस्था में कुण्डली के तल तथा चुम्बकीय क्षेत्र के मध्य θ कोण है।

कुण्डली की चार भुजाएं PQ, QR, RS तथा SP हैं। जिन पर क्रमशः $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ तथा $\vec{F_4}$ बल कार्य कर रहे हैं।



चित्र 7.47

भुजा SP पर लगने वाला बल निम्न होगा–

$$\vec{F_4} = I(\vec{b} \times \vec{B})$$

$$F_4 = IbB \sin\theta \quad .....(1)$$

इसी प्रकार QR पर लगने वाला बल निम्न होगा–

$$\vec{F_2} = I(\vec{b} \times \vec{B})$$

$$F_2 = I\,bB \sin\theta \quad .....(2)$$

समीकरण (1) व (2) से दोनों बलों के परिमाण बराबर हैं। फ्लेमिंग के बायें हाथ के नियम से $(\vec{F_4})$ व $(\vec{F_2})$ की दिशा ज्ञात करने पर हम पाते हैं कि ये दोनों बल एक-दूसरे के विपरीत कार्य करते हैं। अतः $\vec{F_4}$ व $\vec{F_2}$ दोनों एक-दूसरे के प्रभाव को निरस्त कर देते हैं।

भुजा PQ पर बल

$$\vec{F_1} = I(\vec{l} \times \vec{B}) = IlB \sin 90^\circ$$

$$F_1 = IlB \quad .....(3)$$

इसी प्रकार भुजा RS पर बल

$$\vec{F_3} = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

$$= IlB \sin 90^\circ$$

$$F_3 = IlB \quad .....(4)$$

फ्लेमिंग के बायें हाथ के नियम से $\vec{F_1}$ व $\vec{F_3}$ की दिशा ज्ञात की जा सकती है। बल $\vec{F_3}$ कुण्डली के तल के लम्बवत् अन्दर की ओर जबकि बल $\vec{F_1}$ कुण्डली के तल के लम्बवत बाहर की ओर कार्य करते हैं अर्थात् $\vec{F_1}$ तथा $\vec{F_3}$ दो ऐसे बल हैं, जिनके परिमाण बराबर हैं तथा विपरीत दिशा में हैं।

जिससे $\vec{F_1}$ व $\vec{F_3}$ दोनों एक–दूसरे के प्रभाव को निरस्त कर देते हैं। इस प्रकार आयताकार कुण्डली पर कार्यरत सभी बलों का परिणामी बल शून्य है, अर्थात्

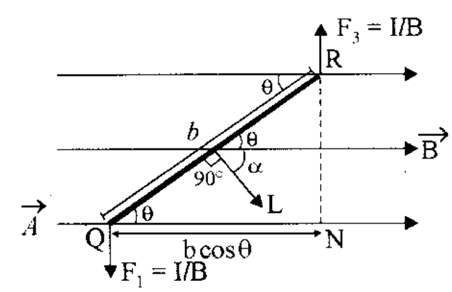
$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = 0$$

अतः आयताकार कुण्डली में किसी प्रकार की स्थानान्तरीय गति नहीं होगी।

7.10.1 बल आघूर्ण की गणना (Calculation of Torque)

बलों $\vec{F_2}$ व $\vec{F_4}$ की क्रिया रेखा एक ही है, जबकि बलों $\vec{F_1}$ व $\vec{F_3}$ की क्रिया रेखा भिन्न–भिन्न है।

फलस्वरूप ये दोनों बल, बल आघूर्ण का निर्माण करते हैं, जिसका मान निम्न प्रकार ज्ञात कर सकते हैं-



चित्र 7.48

बल आघूर्ण= (बल) (बलों के मध्य लम्बवत् दूरी)

$$\tau = (IlB)\,(QN)$$

$$\tau = IlBb\cos\theta \quad [\because QN = b\cos\theta]$$

$$\tau = IlbB\cos\theta$$

$$\tau = IAB\cos\theta$$

(जहां lb = A = कुण्डली का क्षेत्रफल)

यदि कुण्डली में फेरों की संख्या N हो तो कुल बल आघूर्ण

$$\tau = MAB\cos\theta \qquad .....(5)$$

यदि कुण्डली के तल पर अभिलम्ब खींचा जाए जो कि चुम्बकीय क्षेत्र से α कोण बनाए तो–

$$\theta + \alpha = 90°$$

$$\theta = 90° - \alpha$$

समीकरण (5) में रखने पर

$$\tau = MAB\cos(90^0 - \alpha)$$

$$\tau = MAB\sin\alpha$$

$$\tau = MB\sin\alpha \qquad .....(6)$$

जहाँ M = NIA को कुण्डली (लूप) का चुम्बकीय आघूर्ण कहते हैं। इस प्रकार धारावाही लूप एक चुम्बकीय द्विध्रुव की भाँति कार्य करता है।

सदिश रूप में $\vec{\tau} = \vec{M} \times \vec{B}$ .....(7)

इस बल-आघूर्ण के कारण आयताकार कुण्डली PQRS अपने घूर्णन अक्ष के सापेक्ष घूर्णन करती है। कुण्डली के तल तथा चुम्बकीय क्षेत्र के मध्य का कोण निरन्तर बदलता रहता है, जिसके कारण बल-आघूर्ण का मान भी बदलता रहता है।

विशेष परिस्थितियां (Special cases) –

$$\tau = MAB\sin\alpha$$

(i) यदि $\alpha = 0°$ हो तो

$$\tau_{min} = MAB\sin 0°$$

$$\tau_{min} = 0$$

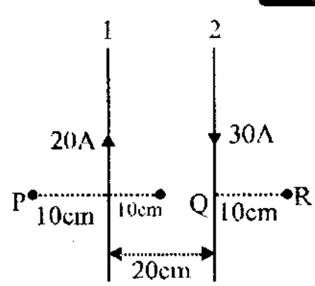
(ii) यदि $\alpha = 90°$ हो तो

$$\tau_{max} = MAB\sin 90°$$

$$\tau_{max} = MAB$$

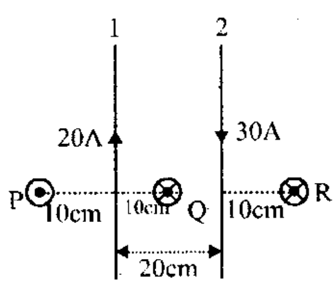
अत: जब कुण्डली का तल चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर होता है ($\alpha = 90°$) तब बल-आघूर्ण का मान अधिकतम होता है। इसके विपरीत जब कुण्डली का तल चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् ($\alpha = 0°$) होता है तब बल-आघूर्ण का मान न्यूनतम होता है। विद्युत मोटर इसी सिद्धान्त पर कार्य करती है।

उदा.21. चित्र में प्रदर्शित धारावाही चालक तार 1 एवं 2 में बिन्दु P, Q तथा R पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र B के मान की दिशा ज्ञात कीजिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.15**



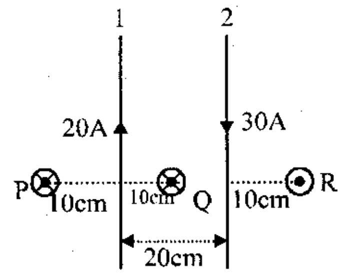
चित्र 7.49

हल– दी गई व्यवस्था में तार 1 के कारण बिन्दुओं P, Q तथा R पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}_1$ की दिशा निम्न प्रकार होगी–



चित्र 7.50

इसी प्रकार दी गई व्यवस्था में तार 2 के कारण बिन्दुओं P, Q त R पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}_2$ की दिशा निम्न प्रकार होगी–



चित्र 7.51

अत: बिन्दु P पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र

$$B_P = (B_1)_P - (B_2)_P$$

$$= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2}$$

$\because$ बिन्दु P पर $\vec{B}_1$ व $\vec{B}_2$ परस्पर विपरीत दिशा में है।

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1}{r_1} - \frac{I_2}{r_2}\right)$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{20}{0.1} - \frac{30}{0.3}\right)$$

$$= 2 \times 10^{-7}(200 - 100)$$

$$= 2 \times 10^{-5} \text{ टेसला}$$

$\vec{B}_P$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत् ऊपर की ओर होगी

बिन्दु Q पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र

$$B_Q = (B_1)_Q + (B_2)_Q$$

$$B_Q = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2'}$$

$\because$ बिन्दु Q पर $\vec{B}_1$ व $\vec{B}_2$ परस्पर समान दिशा में है।

$$B_Q = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2'}\right)$$

$$B_Q = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{20}{0.1} + \frac{30}{0.1}\right)$$

$$B_Q = 2 \times 10^{-7} \times 500$$

$$= 10^{-4} \text{ टेसला}$$

बिन्दु R पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र

$$B_R = (B_2)_R - (B_1)_R$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\left[\frac{I_2}{r'_2} - \frac{I_1}{r'_1}\right]$$

$\because$ बिन्दु R पर $\vec{B}_1$ व $\vec{B}_2$ परस्पर विपरीत दिशा में है।

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{30}{0.1} - \frac{20}{0.3}\right)$$

$$= 2 \times 10^{-7} \times 2.33 \times 10^2$$

$$= 4.66 \times 10^{-5} \text{ टेसला}$$

उदा.22. 10 मी. लम्बाई के चालक तार में 10 A की धारा बह रही है। यदि यह तार 5.0×10^{-4} T के एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में रखा है, जो तार से 30° का कोण बनाता है, तो तार की एकांक लम्बाई पर बल का मान ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.16

हल– दिया गया है–

$$l = 10 \text{ m}, \quad I = 10 \text{ A}, \quad B = 5.0 \times 10^{-4}, \quad \theta = 30^\circ$$

$\because \quad F = IlB\sin\theta$

$\therefore$ तार की एकांक लम्बाई पर बल

$$\frac{F}{l} = IB\sin\theta$$

$$= 10 \times 5.0 \times 10^{-4}\sin 30^\circ$$

$$= 25 \times 10^{-4} \text{ न्यूटन / मीटर}$$

उदा.23. 10 cm त्रिज्या की किसी कुंडली जिसमें पास-पास सटे 100 फेरे हैं, में 3.2 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। (a) कुंडली के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र कितना है? (b) इस कुंडली का चुंबकीय आघूर्ण क्या है?

यह कुंडली ऊर्ध्वाधर तल में रखी है तथा किसी क्षैतिज अक्ष जो उसके व्यास से संरेखित है, के परितः घूर्णन करने के लिए स्वतंत्र है। एक 2T का एकसमान चुंबकीय क्षेत्र क्षैतिज दिशा में है जो इस प्रकार है कि आरंभ में कुंडली का अक्ष चुंबकीय क्षेत्र की दिशा में है। चुंबकीय क्षेत्र के प्रभाव में कुंडली 90° के कोण पर घूर्णन कर जाती है। (c) आरंभिक तथा अंतिम स्थिति में कुंडली पर बल आघूर्ण के परिमाण क्या हैं? (d) 90° पर घूर्णन करने के पश्चात् कुंडली द्वारा अर्जित कोणीय चाल कितनी है? कुंडली का जड़त्व आघूर्ण 0.1 kg m² है।

हल- दिया है, त्रिज्या r = 10 सेमी, $= 10 \times 10^{-2}$ मी., N = 100 फेरे, I = 3.2 एम्पियर

(a) केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times 3.2}{2 \times 10 \times 10^{-2}}$$

$$= 2 \times 10^{-3} \text{ टेसला}$$

(b) कुण्डली का चुम्बकीय आघूर्ण

$$M = NIA = 100 \times 3.2 \times \pi r^2$$

$$= 100 \times 3.2 \times 3.14 \times 100 \times 10^{-4}$$

$$M = 10 \text{ एम्पियर-मी}^2$$

(c) कुण्डली पर बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में बलाघूर्ण $\tau = MB_1 \sin\theta$

जहाँ $B_1 = 2$ टेसला

अतः प्रारंभ में जब $\theta = 0^\circ$, $\quad \tau_i = MB_1 \sin 0^\circ = 0$

तथा अन्त में जब $\theta = 90^\circ$, $\quad \tau_i = MB_1 \sin 90^\circ$

$$= MB_1 = 10 \times 2 = 20 \text{ न्यूटन-मी.}$$

(d) घूर्णित कुण्डली पर बलाघूर्ण $\tau = \mathfrak{J}\alpha$

जहाँ $\mathfrak{J}$ = कुण्डली का जड़त्वाघूर्ण

α = कुण्डली का कोणीय त्वरण

$$\Rightarrow \quad \tau = \mathfrak{J}\frac{d\omega}{dt} = MB_1 \sin\theta$$

या $$\mathfrak{J}\frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = MB_1 \sin\theta$$

या $$\mathfrak{J}\omega\, d\omega = MB_1 \sin\theta d\theta$$

समाकलन करने पर

$$\mathfrak{J}\int_0^{\omega_f} \omega\, d\omega = MB_1 \int_0^{\pi/2} \sin\theta\, d\theta = MB_1(-\cos\theta)_0^{\pi/2}$$

या $$\mathfrak{J}\frac{\omega_f^2}{2} = MB_1\left(\cos 0 - \cos\frac{\pi}{2}\right) = MB_1$$

या $$\omega_f = \sqrt{\left(\frac{2MB_1}{\mathfrak{J}}\right)} = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 2}{0.1}}$$

$$= 2 \times 10 = 20 \text{ रेडियन/से.}$$

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. दो एक जैसे चालक तार AOB तथा COD परस्पर लम्बवत् हैं। तार AOB में I_1 धारा प्रवाहित होती है तथा तार COD में I_2 धारा प्रवाहित होती है। AOB तथा COD तारों के तल के लम्बवत् दिशा में बिन्दु O से d दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए।

प्र.2. a त्रिज्या की वृत्ताकार धारावाही कुण्डली के केन्द्र तथा उसके अक्ष पर केन्द्र से त्रिज्या के बराबर दूरी पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्रों का अनुपात कितना होगा?

प्र.3. एक इलेक्ट्रॉन चुम्बकीय क्षेत्र में गति कर रहा है, परन्तु उस पर कोई बल नहीं लग रहा है। ऐसा कब संभव है?

प्र.4. यदि एक धनावेश आपसे सीधे दूर जा रहा हो तब इससे उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा क्या होगी?

प्र.5. एक आवेशित कण (आवेश q) परस्पर लम्बवत् एकसमान क्षेत्रों $\vec{E}$ व $\vec{B}$ में इन दोनों क्षेत्रों $\vec{E}$ व $\vec{B}$ के लम्बवत् $\vec{v}$ वेग से प्रवेश करता है तथा $\vec{v}$ के परिमाण या दिशा में बिना किसी परिवर्तन के बाहर निकलता है तो $\vec{v}$ का मान कितना होगा?

प्र.6. यदि इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग $\vec{J}$ हो तो चुम्बकीय आघूर्ण का मान कितना होगा?

प्र.7. किसी क्षण एक आवेशित कण एक लम्बे व सीधे धारावाही तार के समान्तर गतिशील है। क्या इस पर कोई बल लगेगा?

प्र.8. एक चालक जिसमें Y-अक्ष की धनात्मक दिशा में विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, एक चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है, जो X-अक्ष की धनात्मक दिशा में है। चालक पर लगने वाले बल की दिशा क्या होगी?

प्र.9. एक प्रोटॉन तथा एक ड्यूट्रॉन जिनकी गतिज ऊर्जाएँ समान हैं, एक समान चुम्बकीय क्षेत्र B में क्षेत्र के लम्बवत् प्रवेश करते हैं। प्रोटॉन तथा ड्यूट्रॉन के वृत्तीय पथों की त्रिज्याओं R_P तथा R_d के मध्य सम्बन्ध लिखिए।

प्र.10. समान विद्युत आवेश वाले दो कण, समान गतिज ऊर्जा से एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में प्रवेश करते हैं। यदि उनके वृत्तीय पथों की त्रिज्याएँ क्रमशः r_1 व r_2 हैं तब उनके द्रव्यमानों का अनुपात लिखिए।

प्र.11. क्या दो स्वतंत्र आवेश एक दूसरे के समान्तर गति कर सकते हैं?

प्र.12. चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा निर्धारण के किसी एक नियम का नाम लिखिए।

प्र.13. लॉरेन्ज बल का सूत्र लिखिए।

प्र.14. चुम्बकीय क्षेत्र में आवेशित कण पर बल की दिशा निर्धारण के लिए किस नियम को प्रयुक्त किया जाता है?

प्र.15. यदि एक आवेशित कण चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर या प्रति समान्तर गतिमान है तब उस पर कार्यरत चुम्बकीय बल कितना होता है?

प्र.16. चुम्बकीय क्षेत्र में गतिशील आवेशित कण पर चुम्बकीय बल द्वारा किया गया कार्य कितना होता है?

प्र.17. साइक्लोट्रॉन आवृत्ति का सूत्र लिखिए।

प्र.18. जब एक धनावेशित कण चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् गतिशील होता है तब कण का पथ कैसा होता है?

प्र.19. हैलीकल पथ की पिच से क्या तात्पर्य है?

प्र.20. वेग वरणकर्ता सिद्धान्त का क्या उपयोग है?

प्र.21. साइक्लोट्रॉन का निर्माण किसने किया?

प्र.22. साइक्लोट्रॉन का उपयोग लिखिए।

प्र.23. साइक्लोट्रॉन का एक सीमा बंधन लिखिए।

प्र.24. निर्वात् की चुम्बकीय पारगम्यता का मान लिखिए।

प्र.25. धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र के कारण चुम्बकीय ध्रुवों का निर्धारण किस प्रकार होता है?

प्र.26. एक धारावाही वृत्ताकार कुण्डली की अक्ष पर त्रिज्या से आधी दूरी पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र के मान का कितना होता है?

उत्तरमाला

1. AOB तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$

तथा COD तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$

B_1 व B_2 परस्पर लम्बवत् दिशा में होने से परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र

$B=\sqrt{B_1^2+B_2^2}$ $B = \frac{\mu_0}{2\pi d}\sqrt{I_1^2+I_2^2}$

2. $\because \quad B_C = \frac{\mu_0 NI}{2a}$ तथा

$$B_a = \frac{\mu_0 NIa^2}{2(a^2+x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 NIa^2}{2(a^2+a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 NI}{2.2\sqrt{2}a}$$

$$\therefore \quad \frac{B_c}{B_a} = 2\sqrt{2}$$

3. जबकि इलेक्ट्रॉन की गति की दिशा, चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में हो।

4. वृत्ताकार दक्षिणावर्त।

5. $\because \quad \vec{F} = q\vec{E}+q(\vec{v}\times\vec{B}) = 0$

$\Rightarrow \quad \vec{E} = -(\vec{v}\times\vec{B})$

$\Rightarrow \quad \vec{E}\times\vec{B} = -(\vec{v}\times\vec{B})\times\vec{B} = -[(\vec{v}\cdot\vec{B})\vec{B}-(\vec{B}\cdot\vec{B})\vec{v}]$

$[\because (\vec{A}\times\vec{B})\times\vec{C} = (\vec{A}.\vec{C})\vec{B}-(\vec{B}\cdot\vec{C})\vec{A}]$

$\because \vec{v}$ तथा $\vec{B}$ परस्पर लम्बवत् है।

$\therefore \quad \vec{v}\cdot\vec{B} = 0$ तथा $\vec{B}\cdot\vec{B} = B^2$

$\therefore \vec{E}\times\vec{B} = B^2\vec{v} \Rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^2}$

6. $\frac{e\vec{J}}{2m}$

7. हां, कण की गति, सीधे धारावाही तार के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र में चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के लम्बवत् होगी। अतः आवेशित कण पर लॉरेन्ज बल लगेगा तथा कण का मार्ग वृत्ताकार होगा

8. ऋणात्मक Z-दिशा

9. $R_d = R_P\sqrt{2}$

10. $\because r = \frac{mv}{qB} = \frac{\sqrt{2mE}}{qB} \Rightarrow r \propto \sqrt{m}$

$\therefore \frac{m_1}{m_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$

11. नहीं।

12. दक्षिण हस्त नियम **13.** $\vec{F} = q[\vec{E}+(\vec{v}\times\vec{B})]$

14. फ्लेमिंग के बाँये हाथ का नियम (FLHR)

15. शून्य **16.** शून्य

17. $n = \frac{qB}{2\pi m}$

18. वृत्ताकार

19. चुम्बकीय क्षेत्र में एक चक्र में आवेशित कण द्वारा तय की गई क्षैतिज दूरी कुण्डलिनी अन्तराल या हैलीकल पथ की पिच कहलाती है। जबकि $\vec{v}$ तथा $\vec{B}$ के मध्य कोण θ है ($0° < \theta < 90°$)

20. इसकी सहायता से विशिष्ट आवेश $\frac{e}{m}$ का मापन किया जा सकता है इसका उपयोग द्रव्यमान स्पेक्ट्रोमीटर में किया जाता है।

21. लॉरेन्स व लीविंगस्टोन।

22. इसकी सहायता से अपेक्षाकृत कम ऊर्जा वाले भारी धनावेशित कणों जैसे-प्रोटॉन, ड्यूट्रॉन तथा α– कण को उच्च ऊर्जा से त्वरित कर इन्हें उच्च वेग प्रदान करने के लिए प्रयुक्त किया जाता है।

23. इसकी सहायता से अनावेशित कण जैसे न्यूट्रॉन आदि को त्वरित नहीं किया जा सकता है।

24. निर्वात् की चुम्बकीय पारगम्यता का SI मात्रक में मान

$4\pi\times10^{-7} \frac{\text{न्यूटन}}{\text{एम्पियर}^2}$ होता है।

25. कुण्डली के जिस ओर से देखने पर धारा वामावर्त दिशा में बहती है वह तल कुण्डली का उत्तरी ध्रुव (N) होता है जबकि विपरीत दिशा में धारा बहती दिखाई दे वह तल कुण्डली का दक्षिणी ध्रुव (S) होता है।

26. $B = 0.716\ B_{\text{केन्द्र}}$

7.11 धारामापी (Galvanometer)

इस उपकरण की सहायता से धारा का संसूचन, धारा की दिशा व धारा का मापन किया जाता है। माइक्रो-ऐम्पियर के परास की धारा मापी जा सकती है।

सिद्धान्त–धारामापी इस सिद्धान्त पर कार्य करता है कि यदि कोई आयताकार कुण्डली चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित हो तो धारा प्रवाहित करने पर कुण्डली पर बल आघूर्ण कार्य करता है, जिससे कुण्डली घूर्णन करने लगती है।" कुण्डली पर बल आघूर्ण का परिमाण, कुण्डली (लूप) में प्रवाहित धारा के समानुपाती होता है। इस प्रकार धारामापी बल आघूर्ण के सिद्धान्त पर कार्य करता है।

धारामापी दो प्रकार के होते हैं–

(1) चल कुण्डली धारामापी तथा (2) चल चुम्बक धारामापी

यहाँ हम केवल चल कुण्डली धारामापी का ही अध्ययन करेंगे।

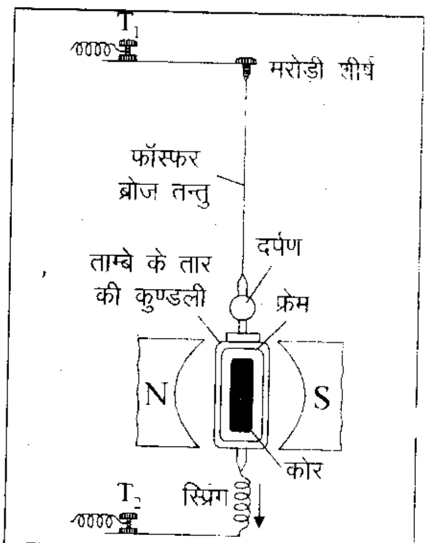
चल कुण्डली धारामापी (गैल्वेनोमीटर) दो प्रकार के होते हैं–

(i) निलम्बित-कुण्डली गैल्वनोमीटर (Suspended-coil galvanometer)

(ii) कीलकित-कुण्डली (या वेस्टन) गैल्वनोमीटर (Pivoted-coil or Weston galvanometer)

7.11.1.1 निलम्बित कुण्डली गैल्वनोमीटर (Suspended coil galvanometer)

बनावट–इसकी बनावट चित्र में प्रदर्शित हैं। इसमें एक आयताकार कुण्डली होती है जिस पर अधिक संख्या में विद्युतरूद्ध पृथक्कृत (insulated) ताम्बे के तार समरूप लपेटे होते हैं। यह कुण्डली लम्बे तथा फॉस्फर कांसे (Phospher Bronze) के पतले तन्तु द्वारा एक मरोड़ी शीर्ष (torsion head) पर निलम्बित (Suspended) होती है जिसको टर्मिनल पेच T_1 से जोड़ते हैं। इस तन्तु के नीचे के सिरे पर एक हल्का समतल दर्पण लगा होता है जो कि तन्तु के साथ घूमता है। इस दर्पण का विक्षेप (deflec-tion) लैम्प-स्केल व्यवस्था (Lamp and scale arrangement) द्वारा ज्ञात करते हैं। इस कुण्डली का निचला सिरा टर्मिनल पेच T_2 से एक स्प्रिंग के जरिए जुड़ा रहता है। टर्मिनल T_1 व T_2 को बाह्य विद्युत-परिपथ से जोड़ते हैं। जिस धारा का मापन करना होता है वह टर्मिनल T_1 में प्रवेश करती है तथा निलम्बन तार से कुण्डली में होती हुई अन्त टर्मिनल T_2 से बाहर निकल जाती है।



चित्र 7.52 निलम्बित कुण्डली धारामापी

यह कुण्डली घुड़नाल आकृति के बेलनाकार चुम्बकीय ध्रुवों N-S के मध्य रिक्त स्थान में निलम्बित रहती है। कुण्डली के ठीक बीचों-बीच एक मुलायम लोहे का बेलनाकार क्रोड होता है जो कि कुण्डली को कहीं भी स्पर्श नहीं करता है।

सिद्धान्त (Principle)–जब धारामापी में धारा प्रवाहित होती है तब धारामापी की आयताकार कुण्डली की दोनों ऊर्ध्वाधर भुजाओं पर क्षैतिज दिशा में दो बल कार्य करते हैं। ये दोनों बल परिमाण में बराबर परन्तु दिशा में विपरीत होते हैं तथा संरेखीय नहीं होते हैं। इस कारण धारामापी की कुण्डली पर एक बल-आघूर्ण कार्य करता है जो कि कुण्डली में घूर्णन उत्पन्न करता है।

इस घूर्णन के कारण फॉस्फोरस ब्रान्ज की पत्ती तथा स्प्रिंग में ऐंठन उत्पन्न होता है। इस ऐंठन से कुण्डली में एक अन्य बल आघूर्ण उत्पन्न होता है, जिसे प्रत्यानयन बल-आघूर्ण कहते हैं। प्रत्यानयन बल-आघूर्ण, ऐंठन कोण ϕ के समानुपाती होता है।

$$\tau_{\text{ऐंठन}} \propto \phi$$

$$\tau_{\text{ऐंठन}} = C\phi \qquad \text{...(1)}$$

जहाँ C = निलम्बन के ऐंठन का नियतांक

$$C = \frac{\tau_{\text{ऐंठन}}}{\phi}$$

यदि $\phi = 1$ हो तो $C = \tau_{\text{ऐंठन}}$

अर्थात् "एकांक ऐंठन के प्रत्यानयन बल-आघूर्ण को निलम्बन के ऐंठन का नियतांक कहते हैं।"

यदि कुण्डली के अभिलम्ब तथा चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में α कोण हो तो विक्षेपक बल-आघूर्ण को निम्न समीकरण से व्यक्त कर सकते हैं–

$$\tau_{\text{विक्षेपक}} = NIAB \sin\alpha \qquad \text{.....(2)}$$

सन्तुलन की अवस्था में विक्षेपक बल-आघूर्ण तथा प्रत्यानयन बल-आघूर्ण परस्पर बराबर तथा विपरीत होते हैं। अतः

$$\tau_{\text{विक्षेपक}} = \tau_{\text{ऐंठन}}$$

$$NIAB \sin\alpha = C\phi$$

कुण्डली में चुम्बकीय क्षेत्र को त्रिज्य दिशा में लिया जाता है, जिससे सदैव $\alpha = 90°$

$$\therefore \quad NIAB \sin 90° = C\phi$$

$$NIAB = C\phi$$

$$I = \frac{C}{NAB}\phi$$

$$I = K\phi \qquad \text{...(3)}$$

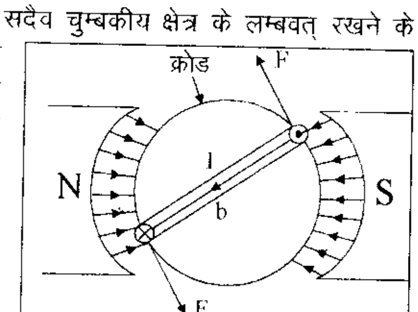
जहाँ $K = \frac{C}{NAB}$ = धारामापी का स्थिरांक है जिसे धारामापी का परिवर्तन गुणांक (reduction factor) कहते हैं। .....(4)

$$\therefore \quad I \propto \phi \qquad \text{.....(5)}$$

अर्थात् त्रिज्यीय चुम्बकीय क्षेत्र की उपस्थिति में धारामापी में प्रवाहित धारा, उत्पन्न विक्षेप के समानुपाती होती है।

7.11.1.2. त्रिज्य क्षेत्र (Radial Field)

कुण्डली का अभिलम्ब सदैव चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् रखने के लिये त्रिज्यीय चुम्बकीय क्षेत्र प्रयुक्त किया जाता है। त्रिज्यीय चुम्बकीय क्षेत्र के लिये धारामापी में प्रयुक्त स्थायी चुम्बक के ध्रुवखण्ड अवतल आकृति के प्रयुक्त करते हैं तथा धारावाही कुण्डली के भीतर मुलायम लोहे का क्रोड काम में लिया जाता है। इस क्षेत्र में कुण्डली चाहे किसी भी अवस्था में रहे, बल



चित्र 7.53

रेखाएँ सदैव कुण्डली के तल के समान्तर होती है।

नर्म लोहे (मुलायम लोहे) का लाभ यह है, कि इसकी चुम्बकीय पारगम्यता अधिक होती है, जिससे कुण्डली में प्रबल चुम्बकीय क्षेत्र होने से धारामापी की सुग्राहिता में वृद्धि हो जाती है।

7.11.1.3 कार्यविधि

निलम्बित कुण्डली धारामापी में विक्षेप ϕ का मापन लेम्प-स्केल युक्ति द्वारा किया जाता है। जब धारामापी में I मान की धारा प्रवाहित की जाती है तब फॉस्फर कांसे पर लगा समतल दर्पण ϕ कोण से विक्षेपित हो जाता है इस स्थिति में दर्पण पर लम्बवत् आपतित होने वाली प्रकाश किरण परावर्तित होकर 2ϕ कोण से घूम जाती है। इस प्रक्रिया में स्केल पर प्राप्त प्रकाश बिन्दु का विस्थापन d तथा दर्पण से स्केल की लम्बवत् दूरी D हो तो–

$$\tan(2\phi) = \frac{d}{D}$$

यदि कोण 2ϕ अत्यल्प हो तो

$$\tan(2\phi) = 2\phi$$

$$\therefore \quad 2\phi = \frac{d}{D}$$

$$\Rightarrow \quad \phi = \frac{d}{2D}$$

यहाँ D का मान लगभग 1 मीटर रखा जाता है जिससे $\phi \propto d$ होने से

$$I \propto \phi \propto d$$

7.11.1.4 धारामापी की सुग्राहिता (Sensitivity of Galvanometer)

यदि किसी गैल्वेनोमीटर में अत्यन्त अल्प धारा के कारण अधिक विक्षेप प्राप्त हों तो वह सुग्राही गैल्वेनोमीटर कहलाता है। चूँकि गैल्वेनोमीटर में

$$I \propto \phi \qquad \text{या} \qquad I = K\phi$$

अतः $\phi/I = 1/K$ .....(6)

समीकरण (4) से

$$\frac{\phi}{I} = \frac{1}{K} = \frac{NAB}{C} \qquad .....(7)$$

यहाँ समीकरण (7) इकाई धारा के कारण उत्पन्न विक्षेप प्रदर्शित करता है, जो कि गैल्वेनोमीटर की सुग्राहिता है।

धारा सुग्राहिता (Current Sensitivity) – किसी गैल्वेनोमीटर में इकाई धारा के कारण उत्पन्न विक्षेप को गैल्वेनोमीटर की धारा सुग्राहिता कहते हैं।

अतः धारा सुग्राहिता = विक्षेप/धारा

या $$S_I = \frac{\phi}{I} = \frac{NAB}{C} = \frac{1}{K} \qquad .....(8)$$

अतः किसी गैल्वेनोमीटर की सुग्राहिता N, B, A. के बढ़ने पर या C के उपयुक्त मान तक घटने पर बढ़ती है। गैल्वेनोमीटर की सुग्राहिता बढ़ाने के लिए चल कुण्डली धारामापी के निलम्बन तन्तु को लम्बा, पतला व फॉस्फर कांसे (या क्वाट्र्ज निलम्बन फाइबर) का लेते हैं क्योंकि इनका प्रत्यास्थता गुणांक (η) अल्प होता है

तथा इसका मान $C = \frac{\eta\pi r^4}{2l}$

यहाँ r तन्तु का अर्धव्यास है।

अतः समीकरण (8) से

$$S_I = \frac{NAB}{\eta\pi r^4}\cdot 2l \qquad .....(9)$$

अर्थात् S_I बढ़ाने के लिए l अधिक व r कम होना चाहिए।

लेकिन r का मान अत्यन्त कम लेने पर निलम्बन तन्तु अत्यन्त बारीक होने से इसके टूटने का भय रहता है तथा धारामापी को एक स्थान से दूसरे स्थान पर आसानी से नहीं ले जाया जा सकता है।

वोल्टता सुग्राहिता (Voltage Sensitivity) : किसी गैल्वेनोमीटर में इकाई विभवांतर के कारण उत्पन्न विक्षेप को गैल्वेनोमीटर की वोल्टता सुग्राहिता कहते हैं।

अतः वोल्टता सुग्राहिता

$$S_V = \frac{\phi}{V} \qquad ...(10)$$

यदि धारामापी की कुण्डली का प्रतिरोध G हो तथा इसमें प्रवाहित धारा I हो, तो

$$V = IG$$

$$\therefore \quad S_V = \frac{\phi}{IG} = \frac{NAB}{CG} \qquad ...(11)$$

$$\because \quad S_I = \frac{\phi}{I}$$

$$\therefore \quad S_V = \frac{S_I}{G} \qquad ...(12)$$

7.11.2 धारामापी का दक्षतांक (Figure of Merit of Galvanometer)

गैल्वेनोमीटर में इकाई विक्षेप उत्पन्न करने के लिए आवश्यक धारा की मात्रा, गैल्वेनोमीटर का दक्षतांक कहलाता है। यह सुग्राहिता के व्युत्क्रम के बराबर होता है।

अर्थात् दक्षतांक $$X = \frac{1}{S_I} = \frac{I}{\phi}$$

$$\Rightarrow \quad X = K = \frac{C}{NAB} \qquad .....(xiii)$$

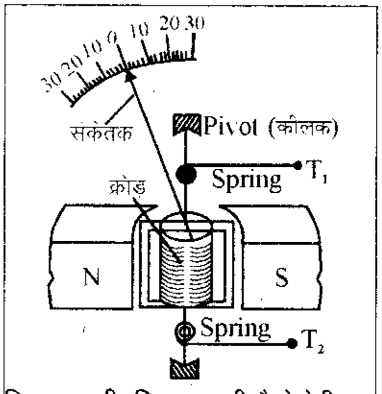
7.11.3 कीलकित या रूद्धदोल कुण्डली गैल्वेनोमीटर (Pivoted or Dead-beat Coil Galvanometer)

यह भी एक चल-कुण्डली धारामापी (गैल्वेनोमीटर) है। यह निलम्बन-कुण्डली धारामापी की अपेक्षा कम सुग्राही परन्तु अधिक सुगम (Conveient) है क्योंकि इसमें धारा प्रवाह प्रारम्भ करने अथवा बन्द करने के तुरन्त चात् कुण्डली स्थिरावस्था में आ जाती है। इसके विपरीत निलम्बन कुण्डली धारामापी में कुण्डली दोनों ही अवस्थाओं में साम्यावस्था के इर्द-गिर्द दोलन करती है तथा स्थिरावस्था में आने में कुछ समय लेती है। अतः पहले धारामापी को रूद्धदोल या अवमन्दित धारामापी भी कहते हैं।

इस धारामापी की बनावट चित्र में प्रदर्शित है। इसमें अधिक फेरों की विद्युतरूद्ध ताम्बे के तार की एक आयताकार कुण्डली होती है जिसे कि एक आयताकार फ्रेम पर लपेटते हैं। जब कुण्डली घूमती है तो इसमें धारा प्रेरित होती है जिसे कि भंवर धारा (Eddy current) कहते हैं। यह भंवर धारा ही कुण्डली के दोलन में अवमन्दन उत्पन्न करती है।

कुण्डली के फ्रेम की धुरी (Axle) के सिरे किन्हीं दो कीलक (चूल, धुराग्र) (Pivot) पर व्यवस्थित होते हैं जिससे कि कुण्डली धुरी के

सहारे स्वतन्त्रतापूर्वक घूर्णन कर सकती हैं। चूल (Pivot) के नजदीक, कुण्डली के दोनों सिरों पर दो स्प्रिंग परस्पर विपरीत क्रम में लपेटी होती हैं। ये दोनों स्प्रिंगें कुण्डली के घूर्णन पर मरोड़ी बल-युग्म (Torsional couple) उत्पन्न करती हैं तथा ये दो संयोजी पेच (Terminal Screws) T_1 व T_2 से जुड़ी रहती हैं।



चित्र 7.54 कीलकित कुण्डली गैल्वेनोमीटर

इस कुण्डली को दो शक्तिशाली घुड़नाल चुम्बकीय ध्रुवों N-S के मध्य व्यवस्थित करते हैं। एक नरम लोहे का बेलन क्रोड (core) चित्रानुसार फ्रेम में उपस्थित रहता है। कुण्डली का विक्षेप ज्ञात करने के लिए एक हल्का संकेतक कुण्डली से जुड़ा रहता है तथा यह वृत्ताकार पैमाने पर घूमता है। वृत्ताकार पैमाने को समरूप चिन्हित किया जाता है जिसका कि शून्य बिन्दु मध्य में स्थित रहता है।

जब कुण्डली में अल्प धारा I प्रवाहित होती है तो कुण्डली पर एक विक्षेपक बल युग्म (Deflecting couple) $\tau = NIAB$ उत्पन्न होता है। इस विक्षेपक बल-युग्म के कारण जैसे ही कुण्डली घूमती है, स्प्रिंगें लिपट जाती हैं तथा कुण्डली के इस घूर्णन का विरोध करती हैं। इससे स्प्रिंगों में प्रत्यानयन बल युग्म (Restoring couple) उत्पन्न होता है। जब विक्षेपक बल-युग्म तथा प्रत्यानयन बल युग्म बराबर व विपरीत हो जाते हैं तो कुण्डली साम्यावस्था में आ जाती है। कुण्डली के घूर्णन का कोण (विक्षेप) (Deflection), संकेतक द्वारा वृत्ताकार पैमाने पर ज्ञात कर लेते हैं।

इस धारामापी को वेस्टन धारामापी (Weston galvanometer) भी कहते हैं।

इस धारामापी का सिद्धान्त, कार्यप्रणाली तथा सूत्र मुख्य रूप से निलम्बित कुण्डली धारामापी के समान ही हैं। अधिक प्रबलता की धारा एवम् विभवान्तर ज्ञात करने के लिए इस धारामापी को क्रमशः अमीटर व वोल्टमीटर में परिवर्तित करते हैं।

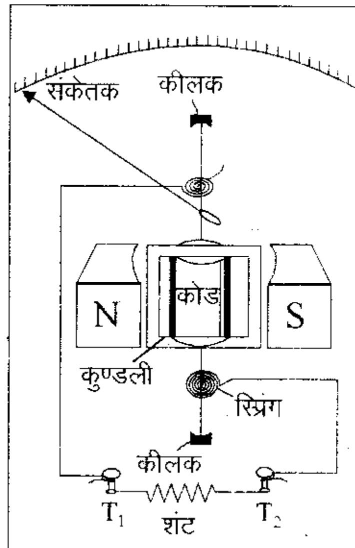
7.11.4 अमीटर (Ammeter)

शंट (Shunt) : यदि किसी धारामापी को परिपथ में प्रवाहित विद्युत धारा की प्रबलता के मापन में प्रयोग किया जाता है तब धारामापी का उच्च प्रतिरोध परिपथ में विद्युत धारा के मान को परिवर्तित कर देता है तथा परिपथ में अधिक मान की धारा से धारामापी की कुण्डली की जलने की संभावना रहती है।

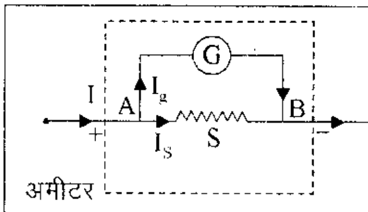
धारामापी में अधिक धारा प्रवाह के कारण उत्पन्न आनुपातिक विक्षेप से संकेतक टूट या मुड़ सकता है। इन हानियों से बचने के लिए धारामापी के समान्तर क्रम में अल्प प्रतिरोध जोड़ देते हैं, इसे शंट (Shut) कहते हैं। यह अल्प प्रतिरोध के तांबे के मोटे तार या पत्ती का बना होता है।

अमीटर (Ammeter)– अमीटर एक उपकरण है जो किसी परिपथ में बहने वाली धारा को एम्पियर में पढ़ता है। अकेले परिपथ में बहने वाली धारा सब जगह एक सी होती है। अत: अमीटर को परिपथ में श्रेणीक्रम में जोड़ा जाने पर परिपथ में बहने वाली धारा को प्रभावित नहीं करना चाहिए। एक चल कुण्डली धारामापी का प्रतिरोध उसकी कुण्डली के समान्तर क्रम में एक अल्प प्रतिरोध (शंट) जोड़कर कम किया जाता है।

शंट प्रतिरोध का मान बनाए जाने वाले अमीटर की परास पर निर्भर करता है। अमीटर के स्केल पर एम्पियर के निशान बने होते हैं तथा स्केल का शून्य एक ओर होता है। परिपथ में अमीटर को श्रेणी क्रम में हमेशा इस प्रकार जोड़ना चाहिए कि उसमें धारा अमीटर के धन (+) सिरे से प्रवेश करे अन्यथा अमीटर का संकेतक विपरीत दिशा में विक्षेपित होगा अत: उसके शून्य से पीछे टकराकर टूटने की संभावना रहती है।



चित्र 7.55 अमीटर



चित्र 7.56

∵ गेल्वेनोमीटर तथा शंट समान्तर हैं, इसलिए G तथा S के सिरों पर विभवान्तर समान होगा–

S पर विभवान्तर = G पर विभवान्तर

$$V_s = V_g$$

$$S.\,I_s = G\,I_g \qquad \ldots(1)$$

$$S(I - I_g) = GI_g \qquad \ldots(2)$$

$$S = \frac{I_g}{I - I_g}G \qquad \ldots(3)$$

समीकरण (2) से

$$S.\,I - S.\,I_g = G\,I_g$$

$$SI = (G + S)\,I_g$$

$$I_g = \frac{S}{G+S}I \qquad \ldots(4)$$

समीकरण (1) से

$$\frac{I_s}{I_g} = \frac{G}{S} \qquad \ldots(5)$$

समीकरण (1) से

$$S.\,I_S = G\,(I - I_S) \qquad (\because I_g = I - I_s)$$

$$S.\,I_s = GI - G\,I_S$$

$$I_S\,(G + S) = GI$$

$$\frac{I_s}{I} = \frac{G}{G+S} \qquad \ldots(6)$$

समीकरण (3) में I_g. G तथा I का इच्छित परास का मान रखकर, शंट (S) का मान ज्ञात किया जा सकता है। इस मान के शंट को धारामापी के साथ समान्तर क्रम में जोड़ा जाये तो धारामापी एक ऐसे अमीटर में रूपान्तरित हो जाता है। जिससे I एम्पियर मान तक की धारा मापी जा सकें। जब I मान की धारा परिपथ में प्रवाहित होती हैं तब धारामापी से I_g धारा प्रवाहित होती है और धारामापी पूर्ण स्केल विक्षेप देता है। इसलिए I_g को पूर्ण स्केल विक्षेप धारा कहते हैं।

इस स्थिति में प्राप्त विक्षेप को चिन्हित कर, स्केल को n(सम संख्या) बराबर भागों में विभाजित कर देते हैं। इस प्रकार स्केल का प्रत्येक

भाग (I/n) धारा को निरूपित करेगा।

यदि इस धारामापी को किसी अन्य परास के अमीटर में रूपान्तरित करना हो तो समीकरण (3) की सहायता से उपयुक्त मान का शंट लगाना होगा अर्थात् शंट का मान अमीटर की परास पर निर्भर करता है।

मिलीअमीटर-

अमीटर में लगे शंट के प्रतिरोध का मान यदि बढ़ा दिया जाए तो उसकी कुण्डली में से बहने वाली धारा का मान बढ़ जायेगा अत: कुण्डली में से अल्प परिमाण की धारा प्रवाहित करने पर भी उसका विक्षेप बढ़ जायेगा तथा अब वह मिलीअमीटर की की तरह व्यवहार कर सकता है इस प्रकार मिलीअमीटर में जुड़े शंट प्रतिरोध का मान अमीटर में जुड़े शंट के प्रतिरोध से अधिक होता है।

अमीटर का कुल प्रतिरोध (R_A)–

चूंकि G तथा S समान्तर क्रम में हैं, अत:

$$\frac{1}{R_A} = \frac{1}{G}+\frac{1}{S}$$

$$\frac{1}{R_A} = \frac{S+G}{GS}$$

$$R_A = \frac{GS}{S+G}$$

G का मान S से बहुत अधिक होने पर–

$$R_A \simeq \frac{GS}{G} \qquad [\because \text{ S को नगण्य माना गया है}$$

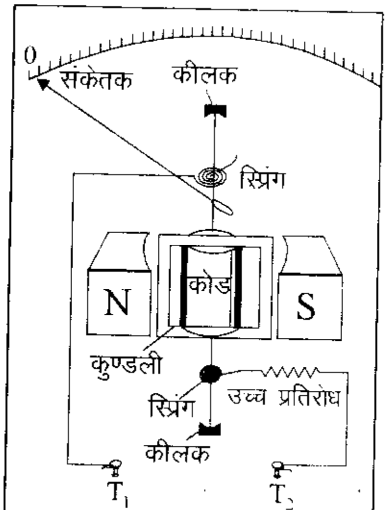
$$R_A \simeq S \qquad S+G \simeq G]$$

अत: स्पष्ट है कि अमीटर का कुल प्रतिरोध अल्प होता है तथा यह लगभग शंट प्रतिरोध के तुल्य होता है।

अमीटर के अल्प प्रतिरोध के कारण ही अमीटर को परिपथ में श्रेणी क्रम में जोड़ा जाता है, ताकि परिपथ के प्रतिरोध व धारा में कोई विशेष परिवर्तन ना हो। वास्तव में आदर्श अमीटर वह अमीटर है जिसका प्रतिरोध शून्य हो।

7.11.5 वोल्टमीटर (Voltmeter)

वोल्टमीटर एक ऐसा उपकरण है जो परिपथ के किन्हीं दो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर मापने के लिए प्रयुक्त किया जाता है। चूँकि दो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर उनके बीच प्रवाहित होने वाली धारा के समानुपाती होता है तथा प्रवाहित धारा का मान धारामापी के विक्षेप के समानुपाती होता है अत: एक धारामापी को सीधे विभवान्तर पढ़ने के लिए आशंकित किया जा सकता है। वोल्टमीटर को परिपथ के दो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर पढ़ने के लिए यह आवश्यक है कि उसे परिपथ में समान्तर क्रम में जोड़ा जाए क्योंकि परिपथ में जुड़े वोल्टमीटर को उसमें प्रवाहित धारा को प्रभावित नहीं करना चाहिए। अत: एक वोल्टमीटर का प्रतिरोध काफी उच्च होना चाहिए। ताकि परिपथ में बहने वाली मुख्य धारा का केवल एक बहुत छोटा अंश उसमें से प्रवाहित हो। एक धारामापी के प्रतिरोध को बढ़ाने के लिए उसकी कुण्डली के श्रेणीक्रम में एक उच्च प्रतिरोध जोड़ दिया जाता है।

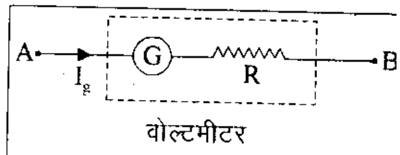


चित्र 7.57

अब इस प्रकार बना उपकरण विभवान्तर को सीधे वोल्ट मे पढ़ेगा।

मान लो धारामापी का प्रतिरोध = G

धारामापी के पूर्ण स्केल विक्षेप के लिए आवश्यक धारा = I_g



चित्र 7.58

श्रेणीक्रम में जोड़े जाने वाले प्रतिरोध का मान R हो तो चित्र में, A तथा B बिन्दुओं के बीच विभवान्तर

$$V = V_R + V_g$$

जहाँ V_R = R के सिरों पर विभवान्तर = I_gR

V_g = धारामापी के सिरों पर विभवान्तर = I_gG

$$V = I_gR + I_gG$$

या $$G + R = \frac{V}{I_g}$$

$$R = \frac{V}{I_g} - G \qquad ...(2)$$

समी. (2) से धारामापी को एक वोल्टमीटर में बदलने के लिए श्रेणीक्रम में जोड़े जाने वाले उच्च प्रतिरोध R की गणना की जा सकती है तथा उतने ही प्रतिरोध का तार धारामापी की कुण्डली के श्रेणीक्रम में लगाकर उसे 0 से V वोल्ट के परास के वोल्टमीटर में बदला जा सकता है। जब परिपथ में I मान की धारा प्रवाहित हो रही हो तब वोल्टमीटर की कुण्डली में I_g धारा ही प्रवाहित होगी एवं पैमाने पर पूर्ण स्केल विक्षेप प्राप्त होगा। इस धारा को पूर्ण स्केल विक्षेप धारा कहते हैं। इसे स्केल से n बराबर भागों में विभक्त कर देते हैं तथा प्रत्येक भाग V/n वोल्ट को निरूपित करेगा।

मिलीवोल्टमीटर–

सूत्र $V = I_S(G + R)$ से

यह स्पष्ट है कि जितना अधिक R का मान होगा V का मान भी उतना ही अधिक होगा। अत: एक मिलीवोल्टमीटर में जोड़े जाने वाले श्रेणीक्रम प्रतिरोध का मान वोल्टमीटर में जोड़े जाने वाले श्रेणी प्रतिरोध के मान से कम होगा। दूसरे शब्दों में एक मिली वोल्टमीटर का प्रतिरोध वोल्टमीटर की तुलना में कम होता है। परिपथ में वोल्टमीटर को हमेशा समान्तर क्रम में इस प्रकार जोड़ा जाता है कि धारा उसके धन सिरे से प्रवेश करे।

वोल्टमीटर का कुल प्रतिरोध–

चूंकि G तथा R श्रेणी क्रम में हैं अत:

$$R_v = G + R$$

प्रायोगिक तौर पर R_v का मान G से बहुत अधिक होता है अर्थात् वोल्टमीटर का प्रतिरोध उच्च होने के कारण ही इसे परिपथ में समान्तर क्रम में जोड़ा जाता है ताकि यह परिपथ से नगण्य मान की धारा ले और फलस्वरूप R के सिरों पर विभवान्तर में कमी न आए।

वास्तव में आदर्श वोल्टमीटर का प्रतिरोध अनन्त होता है।

वोल्टमीटर तथा अमीटर में अन्तर
(Difference between Voltmeter and Ammeter)

वोल्टमीटर	अमीटर
1. यह परिपथ के किन्हीं दो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर मापने में प्रयुक्त किया जाता है।	1. यह परिपथ में प्रवाहित धारा को मापने में प्रयुक्त किया जाता है
2. इसे धारामापी की कुण्डली के श्रेणीक्रम में उच्च प्रतिरोध जोड़कर बनाया जाता है	2. इसे धारा मापी की कुण्डली के समान्तर क्रम में अल्प प्रतिरोध (शंट) जोड़कर बनाया जाता है।
3. इसे हमेशा परिपथ में समान्तर क्रम में जोड़ा जाता है	3. इसे हमेशा परिपथ में श्रेणीक्रम में जोड़ा जाता है
4. इसका प्रतिरोध बहुत अधिक होता है एक आदर्श वोल्टमीटर का प्रतिरोध अनन्त होता है।	4. इसका प्रतिरोध बहुत कम होता है। आदर्श अमीटर का प्रतिरोध शून्य होता है।

उदा.24. एक चल कुण्डली धारामापी में विक्षेप 50 भाग से घटकर 10 भाग हो जाता है। जब इसे 12Ω के एक शंट द्वारा पार्श्वपथित किया जाता है। धारामापी का प्रतिरोध क्या है?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.17

हल– ∵ धारामापी के लिए $I \propto \phi$

$$\therefore \quad \frac{I_g}{I} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \quad I = 5I_g$$

∵ पार्श्वपथिक धारामापी के लिए

$$G = \left(\frac{I - I_g}{I_g}\right)S$$

$$G = \left(\frac{5I_g - I_g}{I_g}\right)12$$

$$G = 48\ \Omega$$

उदा.25. एक धारामापी में पूर्ण स्केल पर विक्षेप के लिए 5mA धारा की आवश्यकता होती है। इसका प्रतिरोध 99Ω है। इसे

(i) 5A परास के अमीटर में

(ii) 5V परास के वोल्टमीटर में रूपान्तरित करने के लिए आवश्यक प्रतिरोध ज्ञात कीजिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.18**

हल– दिया गया है–

$$I_g = 5mA,\quad G = 99\Omega,\quad I = 5A,\quad V = 5volt$$

(i) धारामापी को I परास के अमीटर में परिवर्तित करने के लिए आवश्यक प्रतिरोध

$$S = \frac{I_g G}{I - I_g} = \frac{5\times10^{-3}\times99}{5-0.005}$$

$$= \frac{5\times10^{-3}\times99}{4.995}$$

$$= 0.1\ \Omega$$

अत: धारामापी को 5A परास के अमीटर में परिवर्तित करने के लिए इसके समान्तरक्रम में 0.1Ω का प्रतिरोध जोड़ना होगा।

(ii) 5 वोल्ट परास के वोल्टमीटर में रूपान्तरित करने के लिए आवश्यक प्रतिरोध

$$R = \frac{V}{I_g} - G$$

$$= \frac{5}{5\times10^{-3}} - 99$$

$$= 1000 - 99$$

$$= 901\Omega$$

अत: धारामापी को 5V परास के वोल्टमीटर में परिवर्तित करने के लिए इसके श्रेणीक्रम में 901Ω का प्रतिरोध जोड़ना होगा।

उदा.26. एक धारामापी का प्रतिरोध 150 ओम है। उस शंट के प्रतिरोध का मान क्या होगा, जिसके लगाने से मुख्य धारा का केवल 10वाँ भाग धारामापी में से प्रवाहित हो।

हल–

$$I_S = \frac{I\times S}{G+S}$$

$$I_S = \frac{I\times S}{150+S}$$

$$\because \quad G = 150\Omega$$

$$\text{अत:} \quad \frac{I}{10} = \frac{I\times S}{150+S}$$

$$\therefore \quad 10\,S = 150 + S$$

$$\therefore \quad 9\,S = 150$$

$$\therefore \quad S = \frac{150}{9} = 16.66\Omega$$

उदा.27. एक धारामापी का प्रतिरोध 30 ओम है तथा उसके स्केल पर 50 भाग है। 2×10^{-4} एम्पियर की धारा प्रवाहित करने पर केवल 1 भाग का विक्षेप प्राप्त होता है। धारामापी के श्रेणीक्रम में कितना प्रतिरोध जोड़ा जाए कि वह 2.5 वोल्ट तक पढ़ने वाले वोल्टमीटर में परिवर्तित किया जा सके।

हल– यहाँ $I = 50\times2\times10^{-4} = 100\times10^{-4}$ एम्पि. $= 10^{-2}$ एम्पियर

$V = 25$वोल्ट, $G = 30\Omega$

$$V = I\,(G+R)$$

$$25 = 10^{-2}(30+R)$$

$$\therefore \quad \frac{25}{10^{-2}} = 30 + R$$

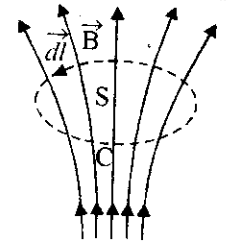
$$2500 = 30 + R$$

$$\therefore \quad R = 2500 - 30 = 2470\Omega$$

7.12 एम्पियर का परिपथीय नियम (Ampere' Circuital law)

स्थिर विद्युतिकी में हमने गाउस का नियम पढ़ा। गाउस का नियम बन्द पृष्ठ के लिए विद्युत क्षेत्र की तीव्रता तथा विद्युत आवेश के मध्य सम्बन्ध बताता है। ठीक इसी प्रकार एम्पियर का नियम बन्द पथ के लिए चुम्बकीय क्षेत्र

तथा धारा के मध्य सम्बन्ध बताता है।
"एम्पियर के नियम के अनुसार निर्वात (अथवा वायु) में किसी बंद पथ के चुम्बकीय क्षेत्र के रेखा समाकलन का मान, निर्वात की चुम्बकशीलता (μ_0) तथा उस बन्द पथ से गुजरने वाली धाराओं के बीजगणितीय योग के गुणनफल के बराबर होता है।"
अत: गणितीय रूप में



चित्र 7.59

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 \Sigma I \quad .....(1)$$

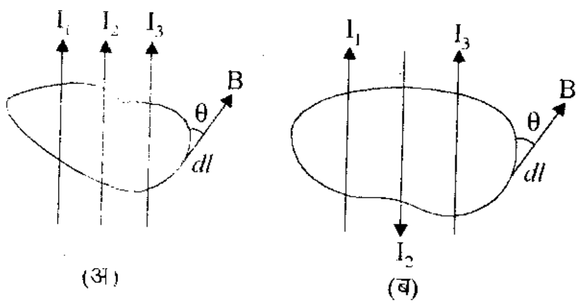
जहां μ_0 = निर्वात की चुम्बकशीलता

$\int \vec{B}\cdot\vec{dl}$ = चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ का रेखीय समाकलन कहलाता है। संरक्षी सदिश क्षेत्र में रेखीय समाकलन का मान केवल प्रारंभिक तथा अंतिम स्थिति पर निर्भर करता है। इसका मान इन स्थितियों के मध्य चयनित पक्ष पर निर्भर नहीं करता है।

बन्द पाश (closed path) के लिये चयनित पथ में प्रारंभिक तथा अंतिम स्थिति एक ही होती है। **बन्द पाश पर चुम्बकीय क्षेत्र के रेखीय समाकलन को चुम्बकीय क्षेत्र का परिसंचरण (circulation) कहते हैं।**

इस प्रकार $\oint \vec{B}\cdot\vec{dl}$ = बन्द पाश पर चुम्बकीय क्षेत्र का रेखीय समाकलन
= चुम्बकीय क्षेत्र का परिसंचरण

यदि नियम चित्रानुसार बन्द पृष्ठ से धारायें गुजरती हों तो एम्पियर का नियम निम्न रूप में व्यक्त कर सकते हैं।



चित्र 7.60 ऐम्पियर के नियम के उदाहरण

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0(I_1 + I_2 + I_3) \quad \text{चित्र (अ) से}$$

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0(I_1 - I_2 + I_3) \quad \text{चित्र (ब) से}$$

यह नियम सममित धारा वितरण तथा अनन्त लम्बाई के स्थिर धारा चालक के लिए आसानी से लागू होता है। रेखीय समाकलन बन्द पथ की आकृति तथा उसके भीतर धारावाही चालक की स्थिति पर निर्भर नहीं करता है। यह केवल बन्द पृष्ठ से गुजरती हुई (या भेदती हुई) धारा पर निर्भर करता है। यह नियम विद्युत-चुम्बकत्व का आधारभुत नियम है। यदि किसी बन्द पथ द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल से कोई धारा नहीं गुजरती है अथवा धारावाही चालक बन्द पथ के बाहर स्थित हों तो रेखा समाकल का मान शून्य होगा अर्थात् $\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = 0$ परन्तु यहाँ यह आवश्यक नहीं है कि बन्द पथ पर B = 0 हो।

$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ रखने पर

जहां $\vec{H}$ = चुम्बकन क्षेत्र कहलाता है।

$$\therefore \quad \oint \mu_0 \vec{H}\cdot\vec{dl} = \mu_0 \Sigma I$$

$$\oint \vec{H}\cdot\vec{dl} = \Sigma I \quad .....(2$$

अर्थात् किसी बन्द पथ के चुम्बकन क्षेत्र के रेखा समाकलन का मान, उस बंद पथ से गुजरने वाली धाराओं के बीजगणितीय योग के बराबर होता है

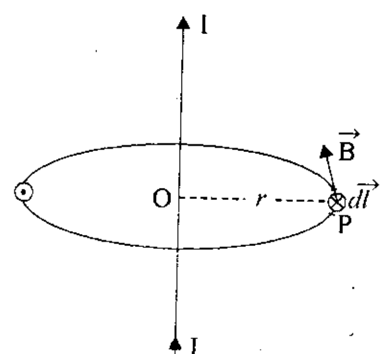
$\oint \vec{H}\cdot\vec{dl}$ को **चुम्बकत्व वाहक बल** (Magneto Motive Force, MMF) कहा जाता है। इसका S.I. मात्रक एम्पियर है।

एम्पियर के नियम का उपयोग– हम एम्पियर के नियम की सहायता से अनन्त लम्बाई के सीधे धारावाही चालक, लम्बे बेलनाकार धारावाही चालक, परिनालिका तथा टोराइड के कारण चुम्बकीय क्षेत्र का मान परिकलित कर सकते हैं।

7.12.1 अनन्त लम्बाई के सीधे धारावाही चालक के कारण चुम्बकीय क्षेत्र का मान (Magnetic Field due to Infinitely long and straight Current Carrying Wire)

माना किसी लम्बे व सीधे तार में I मान की धारा प्रवाहित हो रही है। इससे r दूरी पर एक बिन्दु P स्थित है, जिस पर चुम्बकीय क्षेत्र के मान की गणना करनी है। तार की लम्बाई दूरी r के सापेक्ष अत्यधिक होने से तार को अनन्त लम्बाई का माना जा सकता है। इसके लिए r त्रिज्या का वृत्त, तार के चारों ओर खींचते हैं और P बिन्दु पर एक dl लम्बाई के अल्पांश की कल्पना करते हैं।

चित्र से स्पष्ट है कि चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ की दिशा तथा अल्पांश $\vec{dl}$ की दिशा एक ही है। एम्पीयर का नियम लगाने पर



चित्र 7.61

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 \Sigma I$$

$$\oint B\,dl \cos\theta = \mu_0 I \qquad (\because \Sigma I = I)$$

$$\oint B\,dl \cos\theta = \mu_0 I \quad [\because \vec{B} \text{ तथा } \vec{dl} \text{ एक ही दिशा में हैं}]$$

अत: $\theta = 0^\circ$

$$\oint B\,dl = \mu_0 I \qquad [\because \cos 0^\circ = 1]$$

$$B \oint dl = \mu_0 I$$

$$B \times 2\pi r = \mu_0 I \qquad [\because \oint dl = \text{परिधि} = 2\pi r]$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

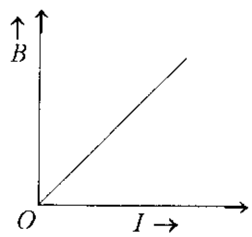
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{r} \qquad .....(1)$$

$B = \mu_0 H$ रखने पर

$$H = \frac{I}{2\pi r} \qquad .....(2)$$

उक्त समी. (1) किसी अनन्त लम्बाई वाले धारावाही चालक तार के कारण r दूरी पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता को प्रकट करता है। समीकरण (1) से निम्न निष्कर्ष निकलते हैं।

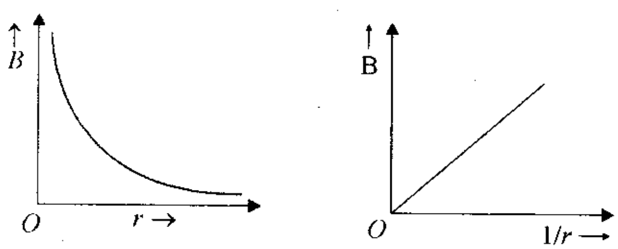
(i) $B \propto I$



चित्र 7.62

अर्थात् r दूरी पर स्थित बिन्दु पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान, चालक में प्रवाहित धारा के समानुपाती होता है। अर्थात अधिक मान की धारा प्रवाहित करने पर, चुम्बकीय क्षेत्र भी अधिक उत्पन्न होगा।

(ii) $B \propto 1/r$ उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान, चालक तार से दूरी के व्युत्क्रमानुपाती होता है। अर्थात् धारावाही चालक तार से दूरी बढ़ने के साथ, चुम्बकीय क्षेत्र कम होता जाता है।



चित्र 7.63

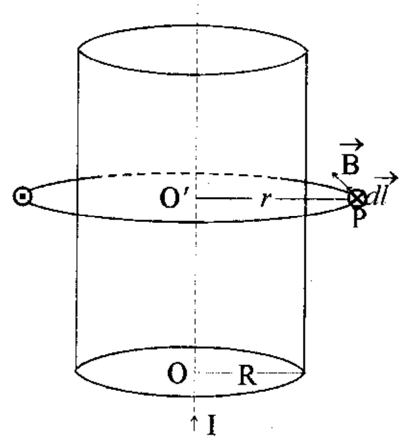
7.12.2 लम्बे बेलनाकार ठोस धारावाही चालक के कारण चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field due to a long Current carrying Cylindrical Conductor)

एम्पीयर के नियम की सहायता से किसी लम्बे ठोस बेलनाकार धारावाही चालक के कारण बेलन के बाहर, सतह पर तथा अन्दर चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात किया जा सकता है।

(i) बेलन के बाहर चुम्बकीय क्षेत्र का मान–

चित्र में एक R त्रिज्या का ठोस धारावाही बेलन दर्शाया गया है। जिसमें I मान की धारा प्रवाहित हो रही है। बेलन के अक्ष से r दूरी पर एक बिन्दु P स्थित है, जहां चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात करना है।

इसके लिए हम r त्रिज्या के वृत्ताकार पथ की कल्पना करते हैं। साथ ही P बिन्दु पर एक dl लम्बाई के अल्पांश की भी कल्पना करते हैं। अल्पांश $\vec{dl}$ तथा चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ समान दिशा में हैं।



चित्र 7.64

एम्पीयर के नियम से

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 \Sigma I$$ (चूंकि $\vec{B}$ तथा $\vec{dl}$ एक ही दिशा में है अत: $\theta = 0°$ तथा $\Sigma I = I$)

$$\oint B\, dl \cos 0° = \mu_0 I$$

$$\oint B dl = \mu_0 I$$

$$B\oint dl = \mu_0 I \qquad [\oint dl = \text{परिधि} = 2\pi r)$$

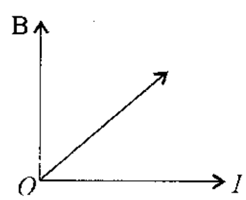
$$B \times 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad .....(1)$$

समी. (1) से

चुम्बकीय क्षेत्र B, धारा I के समानुपाती है–

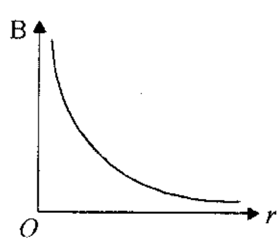
$B \propto I$



चित्र 7.65

चुम्बकीय क्षेत्र का मान r के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

$B \propto 1/r$



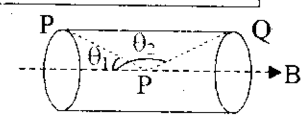
चित्र 7.66

(ii) बेलन की सतह पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान–

समी. (1) में $r = R$ रखने पर

(iii) यदि परिनालिका की लम्बाई सीमित (कम) है तो उसके अक्ष पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र होता है–

$$B^* = \frac{1}{2}\mu_0 nI(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \qquad .....(6)$$



चित्र 7.73

(iv) अनन्त लम्बाई की परिनालिका के लिये $\theta_1 = 0°, \theta_2 = 180°$

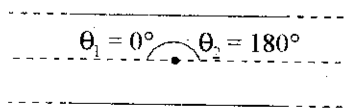
अतः इसके भीतर अक्षीय बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2}(\cos 0° - \cos 180°)$$

$$= \frac{\mu_0 nI}{2} \times 2[1-(-1)]$$

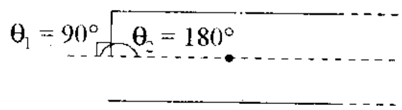
$$= \frac{\mu_0 nI}{2} \times 2$$

$$B = \mu_0 nI \qquad .....(7)$$



चित्र 7.74

(v) परिनालिका के किसी भी एक सिरे पर चुम्बकीय क्षेत्र के लिये



चित्र 7.75

$\theta_1 = 90°, \qquad \theta_2 = 180°$

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2}(\cos 90° - \cos 180°)$$

$$= \frac{\mu_0 nI}{2}[0-(-1)] = \frac{\mu_0 nI}{2} \times 1$$

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2} \qquad .....(8)$$

अर्थात् सीमित लम्बाई की परिनालिका में किसी एक सिरे पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान उसके केन्द्र पर प्राप्त चुम्बकीय क्षेत्र के मान का आधा होता है।

(vi) धारावाही परिनालिका एक छड़ चुम्बक के तुल्य है जिसे कि परिनालिका के अक्ष पर रखा मान सकते हैं। छड़ चुम्बक के ध्रुव की तरह धारावाही परिनालिका का वह सिरा जिससे कि चुम्बकीय बल रेखाएं बाहर निकलती हैं N- ध्रुव की तरह व्यवहार करता है तथा दूसरा सिरा जिसमें कि चुम्बकीय बल रेखाएं प्रवेश करती हैं S-ध्रुव की तरह व्यवहार करता है।

(vii) परिनालिका के भीतर, सिरों के समीप के स्थान को छोड़कर अन्य बिन्दुओं पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र एक समान (Uniform) होता है तथा परिनालिका (लम्बी) के अनुप्रस्थ काट तथा इसकी लम्बाई पर निर्भर नहीं करता है। परिनालिका में प्रवाहित धारा की दिशा बदल देने पर परिनालिका में उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा भी बदल जाती है। B का मान n, I तथा μ_0 के समानुपाती होता है।

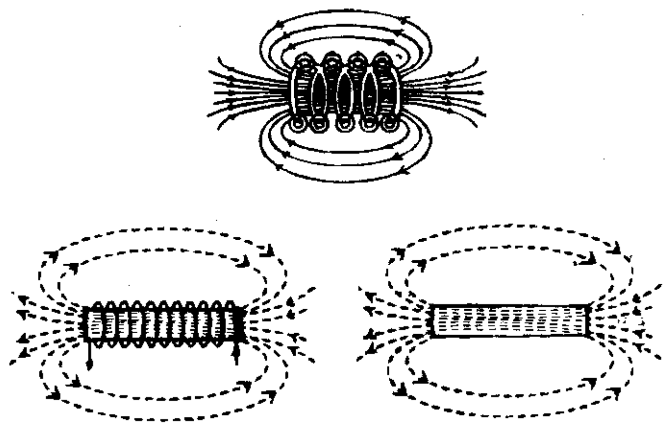
(viii) धारावाही परिनालिका के भीतर किसी लोह चुम्बकीय पदार्थ (Ferro-magnetic material) जैसे नर्म लोहा आदि की छड़ रख देने पर चुम्बकीय बल रेखाओं की संख्या बढ़ जाती है अर्थात् परिनालिका का चुम्बकीय प्रभाव बढ़ जाता है। इस छड़ को क्रोड (Core) कहते हैं। धारावाही परिनालिका के भीतर रखा क्रोड भी चुम्बकित हो जाता है, तब इसे विद्युत चुम्बक (Electromagnet) कहते हैं। परिनालिका में धारा शून्य कर देने से क्रोड विचुम्बकित हो जाता है।

(ix) जिस प्रकार समान्तर–प्लेट संधारित्र द्वारा इसकी प्लेटों के बीच एकसमान विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करके विद्युत ऊर्जा संचित की जाती है, उसी प्रकार धारावाही परिनालिका के भीतर एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करके चुम्बकीय ऊर्जा संचित की जाती है।

7.14 दण्ड चुम्बक तथा धारावाही परिनालिका के व्यवहार की तुलना (Comparison of the Behaviour of Bar Magnet and Current Carrying Solenoid)

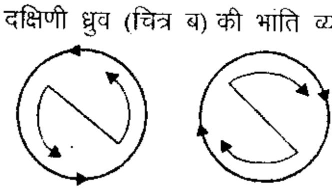
एक लम्बी बेलनाकार धारावाही कुण्डली को परिनालिका (Solenoid) कहते हैं। इसे एक बेलनाकार विद्युतरोधी नलिका पर उसकी लम्बाई के अनुदिश एक समान रूप से तार लपेटकर बनाया जाता है। एक आदर्श परिनालिका की लम्बाई उसके व्यास की तुलना में अत्यधिक होती है तथा परिनालिका के तार के प्रत्येक घेरे का तल उसके अक्ष के लम्बवत् माना जा सकता है।

जब परिनालिका में से धारा प्रवाहित करते हैं तब परिनालिका का प्रत्येक फेरा धारा लूप की तरह व्यवहार करता है।



चित्र 7.76

एक धारावाही परिनालिका तथा एक छड़ चुम्बक की चुम्बकीय बल रेखाओं को चित्र में प्रदर्शित किया गया है। धारावाही परिनालिका चुम्बक के समान व्यवहार करती है तथा इसके सिरे उत्तरी ध्रुव (N) तथा दक्षिणी ध्रुव (S) होते हैं। सिरों की ध्रुवता (Polarity) धारा की दिशा पर निर्भर करती है। जब परिनालिका के किसी सिरे को सामने से देखने पर धारा वामावर्ती (anticlockwise) दिशा में प्रवाहित होती प्रेक्षित हो तो वह सिरा उत्तरी ध्रुवी (चित्र अ) की भांति व्यवहार करता है। इसके विपरीत वह सिरा जिस ओर से देखने पर धारा दक्षिणावर्ती (clockwise) दिशा में प्रवाहित होती प्रेक्षित हो तो वह सिरा दक्षिणी ध्रुव (चित्र ब) की भांति व्यवहार करता है।



(अ) (ब)

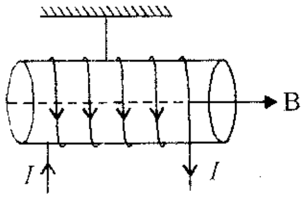
चित्र 7.77

* इस सूत्र का निगमन बोर्ड पाठ्यक्रम में नहीं है।

यदि धारावाही परिनालिका को स्वतंत्र रूप से लटकाया जाये तब यह एक निश्चित दिशा (उत्तर–दक्षिण दिशा) में ठहरती है। इसके अतिरिक्त दो धारावाही परिनालिकाओं के बीच परस्पर चुम्बकीय आकर्षण तथा प्रतिकर्षण होता है।

किसी धारावाही परिनालिका को स्वतन्त्रतापूर्वक लटकाने पर निम्न निष्कर्ष प्राप्त होते हैं–

(i) इस अवस्था में यह घूम कर इस प्रकार व्यवस्थित होती है कि स्थिरावस्था में इसका एक सिरा उत्तर की ओर जबकि दूसरा दक्षिण की ओर संरेखित रहता है जिन्हें कि क्रमशः उत्तरी ध्रुव (N-ध्रुव) तथा दक्षिणी ध्रुव (S-ध्रुव) कहते हैं।



चित्र 7.78

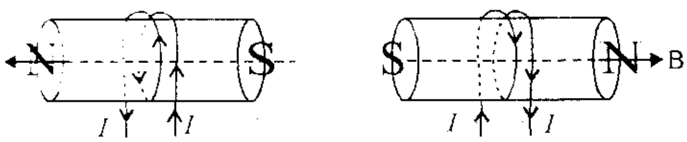
(ii) धारा की दिशा उलटने पर परिनालिका की ध्रुवता (Polarity) भी उलट जाती है तथा परिनालिका के N व S- ध्रुव परस्पर बदल जाते हैं तथा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा भी परस्पर विपरीत हो जाती है।

(iii) इस परिनालिका के पास कोई स्वतन्त्रतापूर्वक लटकी हुई या कीलकित दिक्सूचक सुई लाने पर वह अपनी सामान्य स्थिति से विक्षेपित हो जाती है। इस सुई में विक्षेप का मान व दिशा परिनालिका में धारा के मान व दिशा बदलने पर बदल जाते हैं।

(iv) दो धारावाही परिनालिकाओं को पास-पास लटकाने पर उनके सजातीय ध्रुवों (Like poles) में प्रतिकर्षण जबकि विजातीय ध्रुवों (Unlike ploes) में आकर्षण होता है।

उपरोक्त तथ्यों से स्पष्ट है कि धारावाही परिनालिका एक छड़ चुम्बक की तरह व्यवहार करती है जहाँ परिनालिका में चुम्बकत्व का गुण उसी समय तक विद्यमान रहता है जब तक कि परिनालिका में धारा हो।

ध्रुवों का निर्धारण–धारावाही परिनालिका के ध्रुवों की ध्रुवता, इसमें धारा की दिशा पर निर्भर करती है।



चित्र 7.79 छड़ चुम्बक तथा धारावाही परिनालिका की तुलना

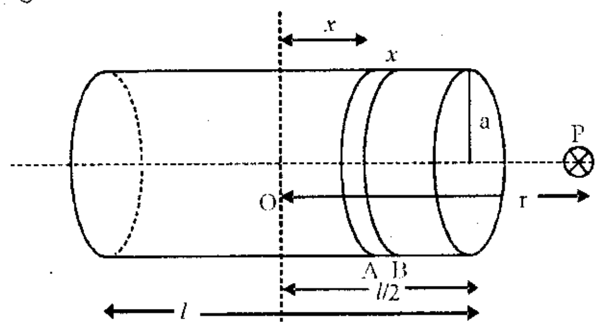
समानता

	छड़ चुम्बक	धारावाही परिनालिका
(i)	स्वतन्त्रतापूर्वक लटकाने पर यह उत्तर–दक्षिण दिशा में ठहरता है।	इसे भी स्वतन्त्रता पूर्वक लटकाने पर यह उत्तर–दक्षिण दिशा में ठहरता है।
(ii)	यह चुम्बकीय पदार्थों को अपनी ओर आकर्षित करता है।	यह भी चुम्बकीय पदार्थों को अपनी ओर आकर्पित करती है।
(iii)	इसमें दो ध्रुव होते हैं-उत्तरी ध्रुव तथा दक्षिणी ध्रुव।	इसके भी दो ध्रुव होते हैं।
(iv)	इसके सजातीय ध्रुवों में प्रतिकर्षण तथा विजातीय ध्रुवों में आकर्षण होता है।	इसके भी सजातीय ध्रुवों में प्रतिकर्षण तथा विजातीय ध्रुवों में आकर्षण होता है।
(v)	यह प्रेरण की क्रिया प्रदर्शित करता है।	यह भी प्रेरण की क्रिया प्रदर्शित करती है।

महत्त्वपूर्ण तथ्य

धारावाही परिनालिका के अक्षीय बिन्दु पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

माना कि चित्र में प्रदर्शित परिनालिका की त्रिज्या a तथा लम्बाई l है, जहाँ लम्बाई, त्रिज्या की तुलना में बहुत अधिक है (अर्थात् $l >> a$)। परिनालिका में कुल फेरों की संख्या N है। परिनालिका में I धारा प्रवाहित की जाती है। हमें परिनालिका के केन्द्र से r दूरी पर बिन्दु P पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की गणना करनी है–



प्रति एकांक लम्बाई परिनालिका में फेरों की संख्या, $n = \frac{N}{l}$

माना बिन्दु O से x दूरी पर परिनालिका का एक अल्पांश AB है जिसकी लम्बाई dx है। परिनालिका का यह अल्पांश AB एक धारावाही कुण्डली की भाँति व्यवहार करता है जिसमें फेरों की संख्या ndx है तथा बिन्दु P, इस कुण्डली की अक्ष पर केन्द्र से r दूरी पर स्थित है। परिनालिका के इस अल्पांश AB के कारण बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता

$$dB = \frac{\mu_0 (ndx) I a^2}{2[a^2 + (r-x)^2]^{3/2}}$$

यहाँ अल्पांश AB से बिन्दु P की दूरी = (r – x)

अब यदि सम्पूर्ण परिनालिका को इसी प्रकार dx लम्बाई के अनेक अल्पांशों में विभाजित किया जाये तब $x = -l/2$ से $x = +l/2$ तक समाकलन करने पर कुल चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता प्राप्त होगी।

$$\therefore \quad B = \frac{\mu_0 n I a^2}{2} \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{dx}{[a^2 + (r-x)^2]^{3/2}}$$

उपरोक्त समीकरण का समाकलन त्रिकोणमितीय प्रतिस्थापन द्वारा किया जा सकता है परन्तु यहाँ हमारा उद्देश्य $r >> a$ तथा $r >> l$ के लिए है। तब इस स्थिति में–

$$[a^2 + (r-x)^2]^{3/2} \approx (r^2)^{3/2} = r^3$$

$$\therefore \quad B = \frac{\mu_0 n I a^2}{2r^3} \int_{-l/2}^{+l/2} dx$$

$$= \frac{\mu_0 n I a^2}{2r^3} [x]_{-l/2}^{+l/2}$$

$$= \frac{\mu_0 n I a^2}{2r^3} \left[\frac{l}{2} - \left(-\frac{l}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{\mu_0 n I a^2}{2r^3}\left[\frac{l}{2}+\frac{l}{2}\right]$$

$$= \frac{\mu_0 n I}{2}\frac{l a^2}{r^3}$$

∵ धारावाही परिनालिका के चुम्बकीय आघूर्ण का परिमाण

M = कुल फेरों की संख्या (nl) × धारा (I) × अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल (πa^2)

$$\therefore \quad B = \frac{\mu_0}{2\times 2\pi}\times\frac{2\pi\times a^2\times n l\times I}{r^3}$$

$$B = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{2M}{r^3} \quad ....(1)$$

उपरोक्त समीकरण (1) एक छड़ चुम्बक की अक्षीय रेखा पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय आघूर्ण के परिमाण के तुल्य है। इस प्रकार धारावाही परिनालिका तथा छड़ चुम्बक एक जैसा चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करते हैं।

7.15 टोरॉइड की अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field on the Axis of Toroid)

"वृत्ताकार वलय पर यदि तांबे के विद्युतरुद्ध तार को एक समान रूप से लपेट दिया जाए तो यह व्यवस्था टोराइड कहलाती है।"

टोराइड को इस प्रकार भी परिभाषित कर सकते हैं–

"एक लम्बी परिनालिका को मोड़कर उसके दोनों सिरों को मिला दिया जाए तो यह व्यवस्था टोराइड कहलाती है।"

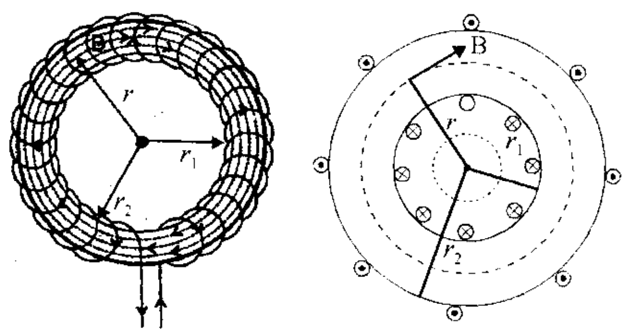
चित्र में एक टोराइड दर्शाया गया है। जिसे एक r त्रिज्या की वलय पर विद्युतरूद्ध तांबे के तार को लपेट कर बनाया गया है। इसमें फेरों की कुल संख्या N है तथा अन्दर प्रवेश करने वाली धारा का मान I है।

एम्पियर के नियम से टोराइड के अक्षीय वृत्ताकार बन्द पथ पर

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 \Sigma I$$

$$\oint B dl \cos 0^\circ = \mu_0 \Sigma I$$

[चूंकि अक्ष पर $\vec{B}$ तथा $\vec{dl}$ की दिशा समान है $\therefore \theta = 0^\circ$]



चित्र 7.80

$$\oint B\, dl = \mu_0 \Sigma I$$

$$B\oint dl = \mu_0 \Sigma I$$

$$B\times 2\pi r = \mu_0 \Sigma I \quad (\oint dl = \text{परिधि} = 2\pi r)$$

$$B\times 2\pi r = \mu_0 N I \quad (\Sigma I = \text{कुल फेरों की संख्या} \times I)$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \quad .....(1)$$

यदि L लम्बाई की परिनालिका को मोड़ कर टोराइड बनाया गया हो तो

$$B = \mu_0 \frac{N}{2\pi r}\times I$$

$$B = \mu_0 n I$$

(जहां $n = N/2\pi r = N/L$ एकांक लम्बाई में फेरों की संख्या)

यदि टोराइड को μ_r आपेक्षित पारगम्यता वाले पदार्थ की वलय पर बनाया गया हो तो

$$B = \mu_r\mu_o n I$$

$$B = \mu n I \quad (\text{जहां पदार्थ की पारगम्यता } \mu = \mu_r\mu_o)$$

$$\because \quad B = \mu H$$

$$\therefore \quad H = nI$$

टोरॉइड में चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा उसके अक्ष के समान्तर होती है।

विशेष बिन्दु–

(1) धारावाही टोरॉइड के अक्ष पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र टोरॉइड की त्रिज्या पर निर्भर नहीं करता है बल्कि यह इसमें घेरों की संख्या तथा इसमें प्रवाहित धारा के मान पर निर्भर करता है।

(2) यदि टोरॉइड में तार किसी μ चुम्बकशीलता के पदार्थ के क्रोड (core) पर लपेटे हैं तो उसके अक्ष पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \mu n I$$

$$\because \quad \mu = \mu_0\mu_r \qquad \therefore\ B = \mu_0\mu_r n I$$

(3) धारावाही टोरॉइड में चुम्बकीय क्षेत्र केवल टोरॉइड के अन्दर की उत्पन्न होगा जबकि इसके बाहर चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होगा।

(4) धारावाही टोरॉइड समरूप चुम्बकीय क्षेत्र का स्रोत है।

उदा.30. कोई परिनालिका जिसकी लंबाई 0.5 m तथा त्रिज्या 1 cm है, में 500 फेरे हैं। इसमें 5 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। परिनालिका के भीतर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.20

हल–परिनालिका की लम्बाई L = 0.5 मी., त्रिज्या r = 1 सेमी= 1×10^{-2} मी., फेरे N = 500, I = 5 एम्पियर

अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल $A = \pi r^2 = 3.14\times10^{-4}$ मी²

L = 0.5 मी.

⇒ A << L अतः परिनालिका को लम्बी माना जा सकता है।

अतः परिनालिका में उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

$$= 4\pi\times10^{-7}\times\frac{500}{0.5}\times 5 = 6.28\times10^{-3} \text{ टेसला}$$

उदा.31. एक परिनालिका जिसका व्यास 0.05 *m* व लम्बाई 2*m* है चार परतों से बनी हैं। इन सभी परतों में 1000 फेरे हैं व प्रत्येक फेरे में 2.5A धारा प्रवाहित हो रही है। चुम्बकीय प्रेरण का मान ज्ञात कीजिए–

(i) केन्द्र के समीप स्थित किसी अक्षीय बिन्दु पर।

(ii) किसी एक सिरे के समीप किसी अक्षीय बिन्दु पर।

हल– $r = 0.025\,m \quad L = 2\,m \quad I = 2.5\,A$

परिनालिका में परतों की कुल संख्या = 4

प्रत्येक परत में घेरों की संख्या = 1000

∴ फेरों की कुल संख्या $N = 4 \times 1000 = 4000$

∴ इकाई लम्बाई में फेरों की कुल संख्या

$$n = \frac{N}{L} = \frac{4000}{2} = 2000 \text{ फेरे/मी}$$

(i) अक्ष पर $B = \mu_0 nI = 4\pi \times 10^{-7} \times 2000 \times 2.5$

$= 6.28 \times 10^{-3}\,T$

(ii) किनारे पर $B = \frac{1}{2}\mu_0 nI = \frac{1}{2} \times 6.28 \times 10^{-3}$

$= 3.14 \times 10^{-3}\,Wb/m^2$

उदा.32. एक टोराइड की माध्य त्रिज्या 10 सेमी. है तथा उसमें 500 फेरे हैं। यदि टोराइड की कुण्डली में धारा का मान 0.1 एम्पियर हो तो टोराइड में चुम्बकीय क्षेत्र का मान क्या होगा ?

($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ वेबर/एम्पियर × मी.)

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 7.21

हल– टोराइड की परिधि $= 2\pi r$

$= 2\pi \times 0.1$

यहाँ
$r = 10$ सेमी $= 0.1$ मीटर
$N = 500$
$I = 0.1$ एम्पियर

टोराइड में चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \mu_0 \frac{N}{2\pi r} I$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 500 \times 0.1}{2\pi \times 0.1}$$

$= 10^{-4}$ वेबर/मी.^{2}

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. यदि दो समान्तर इलेक्ट्रॉन पुंज निर्वात् में समान दिशा में जा रहे हों तो उनमें परस्पर आकर्षण होगा या प्रतिकर्षण?

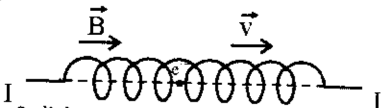
प्र.2. दो पतले, लम्बे समान्तर तार एक दूसरे से d मीटर दूरी पर हैं। प्रत्येक में I एम्पियर धारा प्रवाहित हो रही है। एक तार के कारण दूसरे तार की प्रति मीटर लम्बाई पर लगने वाले बल का मान लिखिए।

प्र.3. विद्युत धारा का मात्रक एक एम्पियर; उस धारा के मान के बराबर है जो अनन्त लम्बाई के दो समान्तर तारों में जिनके मध्य की दूरी 1 मीटर है, प्रवाहित करने पर उनके बीच F बल उत्पन्न करे जिसका मान लिखिए।

प्र.4. एक लम्बी परिनालिका की लम्बाई L तथा औसत व्यास D है। उसमें फेरों की *n* परतें हैं और प्रत्येक परत में N फेरे हैं। यदि परिनालिका में प्रवाहित धारा का मान I हो तो परिनालिका के केन्द्र बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान लिखिए।

प्र.5. आन्तरिक त्रिज्या R वाले तांबे की लम्बी नली में I धारा प्रवाहित हो रही है। नली के भीतर चुम्बकीय क्षेत्र B का मान लिखिए।

प्र.6. संलग्न चित्र में परिनालिका की अक्षीय दिशा में गतिशील इलेक्ट्रॉन पर किया गया कार्य कितना होगा?



प्र.7. किसी धारामापी में बेलनाकार छोटा नर्म लोहे का टुकड़ा क्यों रखा जाता है?

प्र.8. एक चल कुण्डली धारामापी किस सिद्धान्त पर आधारित होता है?

प्र.9. यदि धारामापी का प्रतिरोध R_G, अमीटर का प्रतिरोध R_A तथा वोल्टमीटर का प्रतिरोध R_V हो तो इस प्रतिरोधों को घटते क्रम में लिखिए।

प्र.10. यदि E विद्युत वाहक बल के स्त्रोत को प्रतिरोध R तथा एक वोल्टमीटर के साथ श्रेणीक्रम में जोड़ दें तो वोल्टमीटर का पाठ्यांक कितना होगा?

प्र.11. क्या किसी अमीटर से विभवान्तर मापा जा सकता है? यदि हां, तो कैसे?

प्र.12. यदि G प्रतिरोध के धारामापी में मुख्य धारा की केवल 2% धारा प्रवाहित करनी हो तो शण्ट प्रतिरोध का मान कितना होगा?

प्र.13. G ओम के वोल्टमीटर की परास V वोल्ट से nV वोल्ट में बदलने के लिए श्रेणीक्रम में कितना प्रतिरोध जोड़ना होगा?

प्र.14. किसी बन्द पथ के लिए चुम्बकीय क्षेत्र तथा विद्युत धारा के मध्य सम्बन्ध बताने वाले नियम का नाम लिखिए।

प्र.15. चुम्बकीय क्षेत्र का रेखीय समाकलन या चुम्बकीय क्षेत्र का परिसंचरण लिखिए।

प्र.16. चुम्बकत्व वाहक बल का सूत्र लिखिए।

प्र.17. एम्पियर के परिपथीय नियम का कोई उपयोग लिखिए।

प्र.18. एक अनन्त लम्बाई की परिनालिका के किसी एक सिरे पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान कितना होता है?

प्र.19. एक धारावाही टोरॉइड के बाहर चुम्बकीय क्षेत्र का मान कितना होता है?

प्र.20. दो समान्तर धारावाही चालकों के मध्य बल की प्रकृति लिखिए।

प्र.21. एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में धारावाही आयताकार कुण्डली पर बल आघूर्ण का सूत्र लिखिए।

प्र.22. एक धारावाही लूप का प्रभावी क्षेत्रफल A तथा प्रवाहित धारा I हो तो लूप का चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण कितना होगा?

प्र.23. बोर मैग्नेटॉन का मान लिखिए।

प्र.24. चल कुण्डली धारामापी के प्रकार लिखिए।

प्र.25. निलम्बित कुण्डली धारामापी में चुम्बकीय ध्रुवों की आकृति किस प्रकार की होती है?

प्र.26. धारामापी का परिवर्तन गुणांक क्या है?

प्र.27. धारामापी का दक्षतांक का सूत्र लिखिए।

प्र.28. शण्ट का क्या उपयोग है?

उत्तरमाला

1. आकर्षण। **2.** $\frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}$

3. 2×10^{-7} $\frac{\text{न्यूटन}}{\text{मीटर}}$ **4.** $B = \mu_0 \left(\frac{\pi N}{L}\right) I$

यहां B का मान D पर निर्भर नहीं करता है।

5. एम्पियर के नियम से, नली के भीतर विद्युत धारा शून्य होने से $B = 0$
6. चित्रानुसार इलेक्ट्रॉन की गति की दिशा, परिनालिका के भीतर चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के समान्तर होने से इलेक्ट्रॉन पर चुम्बकीय बल शून्य होगा। अतः किया गया कार्य भी शून्य होगा।
7. एकसमान त्रिज्यीय चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करने के लिए।
8. विद्युत धारा के चुम्बकीय प्रभाव पर।
9. $R_V > R_G > R_A$
10. शून्य, क्योंकि वोल्टमीटर का प्रतिरोध बहुत अधिक होता है।
11. हां, अमीटर के साथ श्रेणीक्रम में प्रतिरोध जोड़कर।
12. $S = \frac{0.02I \times G}{I - 0.02I} = \frac{G}{49}$
13. $R = \frac{V}{I_g} - G = \frac{nV}{V/G} - G = (n-1)G$
14. एम्पियर का परिपथीय नियम
15. $\oint \vec{B}.\vec{dl}$
16. $\oint \vec{H}.\vec{dl}$ जहाँ $\vec{H}$ = चुम्बकन क्षेत्र
17. इसकी सहायता से अनन्त लम्बाई के सीधे धारावाही चालक के कारण चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात कर सकते हैं।
18. $B = \frac{\mu_0 nI}{2}$ 19. शून्य
20. दो समान्तर धारावाही चालकों में धारा की दिशा समान होने पर चालकों के मध्य आकर्षण बल लगता है जबकि विपरीत दिशा में धारा प्रवाहित होने पर चालकों के मध्य प्रतिकर्षण बल लगता है।
21. $\tau = MB\sin\alpha$ 22. $M = IA$
23. बोर मैग्नेटॉन $\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = 9.2 \times 10^{-24}$ एम्पियर× मी^{2}
24. (i) निलम्बित कुण्डली धारामापी (ii) कीलकित कुण्डली धारामापी।
25. चुम्बकीय ध्रुव खण्ड अवतल आकृति के होते हैं।
26. धारामापी का परिवर्तन गुणांक $K = \frac{C}{NAB}$
27. धारामापी का दक्षतांक $X = K = \frac{C}{NAB}$
28. इसकी सहायता से धारामापी को अमीटर में परिवर्तित किया जा सकता है।

विविध उदाहरण

Basic Level

उदा.33. $(3\hat{i} + 2\hat{j})$ **वेबर/मी^{2} के चुम्बकीय क्षेत्र में 3.2×10^{-19} कूलॉम के आवेश का कण $5 \times 10^5 \hat{i}$ मी./से. के वेग से चल रहा है। उस पर लगने वाला बल ज्ञात करो।**

हल– यहाँ $q = 3.2 \times 10^{-19}$ कूलॉम, $\vec{B} = (3\hat{i} + 2\hat{j})$ वेबर/मीटर^2,

$\vec{v} = 5 \times 10^5 \hat{i}$ मी./से. ,

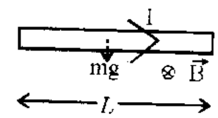
$$\vec{F} = q\,(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$= 3.2 \times 10^{-19} [(5 \times 10^5 \hat{i}) \times (3\hat{i} + 2\hat{j})]$$

$\because$ $\hat{i} \times \hat{i} = 0$ तथा $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$

अतः $\vec{F} = 3.2 \times 10^{-13} \hat{k}$ न्यूटन

उदा.34. 200g द्रव्यमान तथा 1.5m लंबाई के किसी सीधे तार से 2A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। यह किसी एकसमान क्षैतिज $\vec{B}$ चुंबकीय क्षेत्र द्वारा वायु के बीच में निलंबित है (चित्र)। चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण ज्ञात कीजिए।



चित्र: 7.81

हल- छड़ के संतुलन के लिए

छड़ पर चुम्बकीय बल = छड़ का भार

$$ILB = mg$$

चुम्बकीय क्षेत्र $B = \frac{mg}{IL}$

दिया है- $m = 200$ ग्राम $= 200 \times 10^{-3}$ किग्रा, $L = 1.5$ मी., $I = 2$ एम्पियर, $g = 9.8$ मी/से.^{2}

अतः $B = \frac{200 \times 10^{-3} \times 9.8}{2 \times 1.5} = 653 \times 10^{-3}$ टेसला

$= 0.653$ टेसला

उदा.35. एक इलेक्ट्रॉन $5 \times 10^7\ m\,s^{-1}$ के वेग से $5 \times 10^{-3}\ Wb/m^2$ के चुम्बकीय प्रेरण में उसके लम्बवत् प्रवेश करता है। ज्ञात करो–
(i) चुम्बकीय प्रेरण में इलेक्ट्रॉन के वृत्ताकार कक्ष की त्रिज्या
(ii) इलेक्ट्रॉन का कोणीय वेग
(iii) इलेक्ट्रॉन के चक्र की आवृति
(iv) इलेक्ट्रॉन के चक्र का आवर्तकाल

हल– (i) $\because \frac{mv^2}{r} = evB$ $\therefore r = \frac{mv}{eB}$

या $r = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 5 \times 10^{-7}}{1.6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^{-3}}$ या $r = 5.687 \times 10^{-2} m$

(ii) $\because$ $v = \omega r$ $\therefore \omega = \frac{v}{r} = \frac{5 \times 10^7}{5.687 \times 10^{-2}}$

$\omega = 8.79 \times 10^8$ रेडियन/से.

(iii) $\because$ $\omega = 2\pi r$ $\because n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{8.79 \times 10^8}{6.28}$

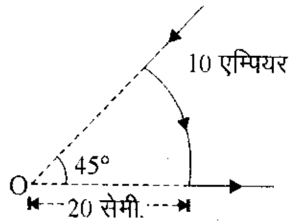
$n = 1.4 \times 10^8$ हर्ट्ज

(iv) $\because$ $T = 2 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2\pi \times 2}{2 \times 4\pi \times 10^{-7}} = 20$ सेकण्ड

उदा.36. एक वृत्ताकार खण्ड की त्रिज्या 20 सेमी. है तथा यह केन्द्र पर 45° की कोण बनाता है। यदि खण्ड में 10 एम्पियर की धारा प्रवाहित हो जाये तो केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान तथा दिशा ज्ञात कीजिए।

हल– बीओ–सावर्त्त के नियमानुसार, किसी धारावाही तार के अल्पांश dl के कारण, r दूरी पर स्थित किसी बिन्दु चुम्बकीय क्षेत्र

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\sin\theta}{r^2}$$



चित्र 7.82

जहाँ r वृत्ताकार खण्ड की त्रिज्या है तथा θ अल्पांश तथा अल्पांश को केन्द्र से मिलाने वाली रेखा के बीच का कोण है। जहाँ $\theta = 90°$ (क्योंकि परिधि का प्रत्येक अल्पांश त्रिज्या के लम्बवत् होता है)

अतः $\sin 90° = 1$

अतः वृत्ताकार खण्ड द्वारा केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \Sigma dB = \Sigma\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Idl}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{r^2}\Sigma dl$$

$$\Sigma dl = \text{वृत्ताकार खण्ड की लम्बाई} = \left(\frac{\pi}{4}\right)r$$

[क्योंकि चाप = कोण (रेडियन में) × त्रिज्या]

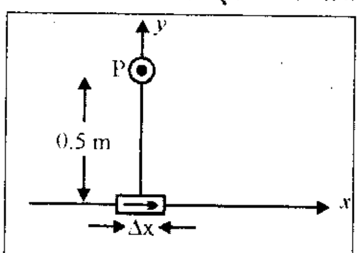
अतः $$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{r^2}\cdot\frac{r\pi}{4} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\pi}{4r} = \frac{I\pi}{4r}\times 10^{-7}$$

दिया है, $I = 10$ एम्पियर, $r = 20$ सेमी $= 0.20$ मीटर

अतः $$B = \frac{10^{-7}\times 10\times 3.14}{4\times 0.20} = 3.92\times 10^{-6} \text{ वेबर/मीटर}^2$$

यदि वृत्ताकार खण्ड में धारा की दिशा दक्षिणावर्त है (जैसा कि संलग्न चित्र में है) तो चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा खण्ड के तल के लम्बवत् नीचे की ओर होगी और यदि धारा की दिशा वामावर्त है तो चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा खण्ड के तल के लम्बवत् ऊपर की ओर होगी।

उदा.37. कोई विद्युत धारा अवयव $\vec{dl} = \Delta x\,\hat{i}$ जिससे एक उच्च धारा I=10A प्रवाहित हो रही है, मूल बिंदु पर स्थित है (चित्र), y-अक्ष पर 0.5m दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर इसके कारण चुंबकीय क्षेत्र का क्या मान है। $\Delta x = 1$ cm



चित्र 7.83

हल- दिया है- $dl = \Delta x = 1$ सेमी $= 10^{-2}$ मी., $I = 10$ एम्पियर, $r = 0.5$ मी., $\theta = 90°$

बीओ सावर्त्त नियम से

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

$$= 10^{-7}\times\frac{10\times 10^{-2}\times\sin 90°}{0.5\times 0.5} = 4\times 10^{-8} \text{ टेसला}$$

चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा $\vec{dl}\times\vec{r} = \Delta x\hat{i}\times y\hat{j} = y\Delta x(\hat{i}\times\hat{j}) = y\Delta x\hat{k}$

अतः चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा +Z अक्ष के अनुदिश होगी।

उदा.38. अनन्त लम्बाई के एक धारावाही चालक में 1 एम्पियर की धारा प्रवाहित हो रही है। इसके लम्बवत् 1 मीटर दूरी पर स्थित किसी बिन्दु पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की गणना करो। यदि प्रवाहित धारा का मान दुगुना कर दिया जाए व बिन्दु की दूरी आधी कर दी जाए तो चुम्बकीय क्षेत्र पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?

हल– $\because$ $$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2I}{d} = 10^{-7}\times\frac{2\times 1}{1}$$
$$= 2\times 10^{-7} \text{ वेबर/मी.}^2$$

यदि $I' = 2I$, $d' = \frac{d}{2}$ तो $B' = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2I'}{d'}$

$$B' = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\times 2I}{\frac{d}{2}} = 4\cdot\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{d}$$

$\therefore$ $B' = 4B$

उदा.39. किन्हीं दो संकेन्द्रीय कुण्डलियों में घेरों की संख्या समान है, परन्तु इनके अर्द्ध-व्यास क्रमशः 10 *cm* व 30 *cm* हैं। कुण्डलियों में समान मान की धारा पहले एक ही दिशा में तत्पश्चात् परस्पर विपरीत दिशा में प्रवाहित की जाती है। इन दोनों अवस्थाओं में केन्द्र पर उत्पन्न परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र के अनुपात की गणना करो।

हल– जब दोनों कुण्डलियों में धारा एक ही दिशा में प्रवाहित हो तो परिणाभी चुम्बकीय क्षेत्र $B = B_1 + B_2$ होगा जबकि उनमें धारा परस्पर विपरीत दिशा में प्रवाहित होने पर चुम्बकीय क्षेत्र $B' = B_1 - B_2$ होगा।

अतः $$\frac{B}{B'} = \frac{B_1 + B_2}{B_1 - B_2} = \frac{\frac{\mu_0 I}{2r_1} + \frac{\mu_0 I}{2r_2}}{\frac{\mu_0 I}{2r_1} - \frac{\mu_0 I}{2r_2}}$$

या $$\frac{B}{B'} = \frac{\frac{\mu_0 I}{2}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}{\frac{\mu_0 I}{2}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

$$= \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1} = \frac{30\times 10^{-2} + 10\times 10^{-2}}{30\times 10^{-2} - 10\times 10^{-2}}$$

$\therefore$ $$\frac{B}{B'} = 2$$

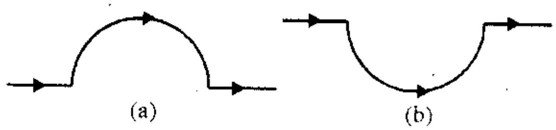
उदा.40. चित्र में दर्शाए अनुसार किसी सीधे तार जिसमें 12 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, को 2.0 cm त्रिज्या के अर्धवृत्ताकार चाप में मोड़ा गया है। इस चाप के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र $\vec{B}$ को मानें।

(a) सीधे खंडों के कारण चुम्बकीय क्षेत्र कितना है?

(b) किस रूप में अर्धवृत्त द्वारा $\vec{B}$ को दिया गया योगदान वृत्ताकार पाश के योगदान से भिन्न है और किस रूप में ये एक-दूसरे के समान है?

(c) क्या आपके उत्तर में कोई परिवर्तन होगा यदि तार को उसी त्रिज्या के

अर्द्धवृत्त में पहले की तुलना में चित्र (b) में दर्शाए अनुसार उल्टी दिशा में मोड़ दें?



चित्र: 7.84

हल- (a) सीधे खण्डों के लिए $d\vec{l} \parallel \vec{r}$ अत: $d\vec{l} \times \vec{r} = 0$ अत: चाप के केन्द्र पर सीधे खण्डों द्वारा चुम्बकीय क्षेत्र में कोई योगदान नहीं है।

(b) किसी वृत्ताकार पाश के कारण केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता $|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2R}$ होता है जबकि अर्द्धवृत्ताकार पाश के कारण चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता $|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4R}$ होता है अत: दिए गए प्रश्नानुसार अर्द्धवृत्ताकार पाश द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $|\vec{B}| = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 12}{4 \times 2 \times 10^{-2}} = 1.884 \times 10^{-4}$ टेसला।

इसकी दिशा दक्षिणहस्त पेंच नियम से कागज के तल में लम्बवत् अन्दर की ओर होगी।

(c) इस स्थिति में चाप के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण वही रहेगा केवल दिशा विपरीत–कागज के तल के लम्बवत् बाहर की ओर होगी।

उदा. 41. किसी निर्धारित स्थान पर पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक 3.0×10^{-5} T है, तथा इस क्षेत्र की दिशा भौगोलिक दक्षिण से भौगोलिक उत्तर की ओर है। किसी अत्यधिक लंबे सीधे चालक से 1A की अपरिवर्ती धारा प्रवाहित हो रही है। जब यह तार किसी क्षैतिज मेज़ पर रखा है तथा विद्युत धारा के प्रवाह की दिशाएँ (a) पूर्व से पश्चिम की ओर; (b) दक्षिण से उत्तर की ओर हैं तो तार की प्रत्येक एकांक लंबाई पर बल कितना है?

हल- चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित धारावाही चालकतार पर बल $\vec{F} = I(\vec{L} \times \vec{B})$

या $$|\vec{F}| = I\,LB\sin\theta$$

तार की प्रति इकाई लम्बाई बल $f = \frac{|\vec{F}|}{L} = IB\sin\theta$

(a) जब तार में विद्युत धारा पूर्व से पश्चिम की ओर प्रवाहित है,

$\theta = 90^\circ$, $\sin 90^\circ = 1$

$f = IB = 1 \times 3 \times 10^{-5} = 3 \times 10^{-5}$ न्यूटन/मी.

(b) जब तार में विद्युत धारा दक्षिण से उत्तर की ओर प्रवाहित है,

$\theta = 0^\circ$, $\sin 0^\circ = 0$

अत: $f = 0$

उदा.42. (a) किसी चिकने क्षैतिज तल पर कोई विद्युत धारावाही वृत्ताकार पाश रखा है। क्या इस पाश के चारों ओर ऐसा चुंबकीय क्षेत्र स्थापित किया जा सकता है कि यह पाश अपने अक्ष के चारों ओर स्वयं चक्कर लगाए (अर्थात ऊर्ध्वाधर अक्ष के चारों ओर)।

(b) कोई विद्युत वाही वृत्ताकार पाश किसी एकसमान बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में स्थित है। यदि यह पाश घूमने के लिए स्वतंत्र है, तो इसके स्थायी संतुलन का दिक्विन्यास क्या होगा? यह दर्शाइए कि इसमें कुल क्षेत्र (बाह्य क्षेत्र + पाश द्वारा उत्पन्न क्षेत्र) का फ्लक्स अधिकतम होगा।

(c) अनियमित आकृति का कोई विद्युत धारावाही पाश किसी बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में स्थित है। यदि तार लचीला है तो यह वृत्ताकार आकृति क्यों ग्रहण कर लेता है?

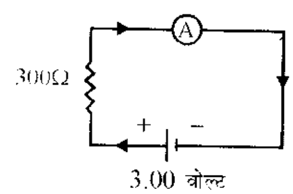
हल- (a) नहीं क्योंकि ऊर्ध्व अक्ष के सापेक्ष घूर्णन के लिये $\vec{\tau} = I(\vec{A} \times \vec{B})$ की दिशा ऊर्ध्व होनी चाहिए। चूंकि कुण्डली का क्षेत्रफल सदिश $\vec{A}$ ऊर्ध्व दिशा में है अत: उत्पन्न बलाघूर्ण कुण्डली के तल में स्थित होगा।

(b) जब पाश का क्षेत्रफल सदिश $\vec{A}$, चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ के अनुदिश होता है तो बलाघूर्ण $\tau = 0$. अत: यह स्थिति स्थायी संतुलनावस्था है। इस स्थिति में पाश का चुम्बकीय क्षेत्र एवं बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र समान दिशा में होते हैं तथा पाश के तल के ठीक लम्बवत् होते हैं अत: चुम्बकीय फ्लक्स अधिकतम होता है।

(c) अधिकतम फ्लक्स पारित करने के लिए लूप अधिकतम क्षेत्रफल (वृत्ताकार पाश) ग्रहण करता है।

उदा.43. नीचे दिखाए गए परिपथ में धारा का मान क्या है यदि दिखाया गया अमीटर,

(a) $R_G = 60.00\Omega$ प्रतिरोध का गैल्वेनोमीटर है। (b) भाग (a) में बताया गया गैल्वेनोमीटर ही है परंतु इसको $r_s = 0.02\ \Omega$ का शंट प्रतिरोध लगाकर अमीटर में परिवर्तित किया गया है। (c) शून्य प्रतिरोध का एक आदर्श अमीटर है।



चित्र: 7.85

हल- $\because$ $R_G = 60\Omega$

(a) अत: परिपथ का कुल प्रतिरोध

$$R = 3 + R_G = 3 + 60 = 63\Omega$$

परिपथ में प्रवाहित धारा

$$I = \frac{V}{R} = \frac{3}{63} = 0.048 \text{ एम्पियर}$$

(b) शंट प्रतिरोध लगाने पर अमीटर का तुल्य प्रतिरोध

$$R_A = \frac{63 \times 0.02}{63 + 0.02} = 0.02\Omega$$

अत: परिपथ का तुल्य प्रतिरोध

$$R = 3 + R_A = 3 + 0.02 = 3.02\ \Omega$$

अत: परिपथ में प्रवाहित धारा

$$I = \frac{3}{3.02} = 0.99 \text{ एम्पियर}$$

(c) आदर्श अमीटर होने पर $R_A = 0$

परिपथ का कुल प्रतिरोध $R = 3\Omega$

परिपथ में प्रवाहित धारा $I = \frac{3}{3} = 1$ एम्पियर

उदा.44. दो लम्बे सीधे चालक तार वायु में 1 मीटर की दूरी पर स्थित है। इनमें समान धारा विपरीत दिशा में प्रवाहित हो रही है। यदि दोनों

तारों के मध्य बिन्दु पर 3×10^{-7} टेसला का चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो तो धारा का मान ज्ञात करो।

हल– चूंकि दोनों तारों में धारा की दिशा विपरीत है अतः मध्य बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान दोनों तारों के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र के मानों के योग के तुल्य होगा।

$$B = B_1 + B_2$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} + \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

$$B = 2\times\frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{\pi d}$$

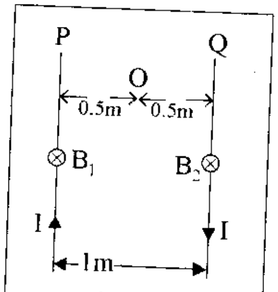
$$I = \frac{B\pi d}{\mu_0}$$

$$= \frac{3\times10^{-7}\times\pi\times.5}{4\pi\times10^{-7}}$$

$$= \frac{1.5\times10^{-7+7}}{4}$$

$$= 0.375\times10^{0}$$

= 0.375 एम्पियर



चित्र 7.86

उदा.45. दो लम्बे सीधे धारावाही चालक तार वायु में 2 मीटर की दूरी पर स्थित है। दोनों तारों में क्रमशः 5 एम्पियर तथा 2 एम्पियर धारा समान दिशा में प्रवाहित हो रही है। दोनों तारों के मध्य बिन्दु पर परिणामी चुम्बकीय प्रेरण का मान संगणित करो।

हल– चूंकि धारा समान दिशा में है अतः परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र का मान दो तारों के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र के मानो के अन्तर के तुल्य होगा।

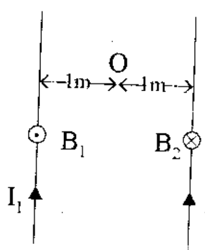
$$B = B_1 - B_2$$

$$= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

$$= \frac{\mu_0 (I_1 - I_2)}{2\pi d}$$

$$= \frac{4\pi\times10^{-7}}{2\pi\times1}(5-2)$$

$= 6\times10^{-7}$ वेबर/मीटर^2



चित्र 7.87

उदा.46. दो चालक तार वायु में 4 मीटर की दूरी पर रखे हुए हैं। पहले तार में 2 एम्पियर की धारा प्रवाहित हो रही है। दूसरे तार में कितने मान की धारा किस दिशा में प्रवाहित की जाए कि दोनों चालक तारों के मध्य बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिणामी मान शून्य प्राप्त हो।

हल– दोनों तारों के मध्य पर शून्य परिणामी चुंम्बकीय क्षेत्र प्राप्त करने के लिए आवश्यक है कि दोनों तारों के कारण मध्य बिदु पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र बराबर तथा विपरीत हो। अतः

$$\vec{B}_1 = -\vec{B}_2$$

$$|\vec{B}_1| = |-\vec{B}_2|$$

$$B_1 = B_2$$

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}$$

$$\frac{\mu_0\times2}{2\pi\times2} = \frac{\mu_0\times I_2}{2\pi\times2}$$

I_2 = 2 एम्पियर

उदा.47. एक चालक तार की लम्बाई 12.56 मीटर है। इसे 5 सेमी त्रिज्या की वृत्ताकार कुण्डली के रूप में लपेट लिया जाता है। इसमें यदि 3 एम्पियर धारा प्रवाहित की जाए तो कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का मान परिकलित करो।

हल– तार की लम्बाई = फेरों की संख्या×वृत्त की परिधि

अतः फेरों की संख्या = $\frac{\text{तार की लम्बाई}}{\text{वृत्त की परिधि}}$

$$N = \frac{l}{2\pi r}$$

$$N = \frac{12.56}{2\times3.14\times0.05}$$

$$N = 40$$

दिया है–
l = 12.56 मीटर
r = 5 सेमी
= 0.05 मीटर
I = 3 एम्पियर
B = ?

कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B_1 = \frac{\mu_0 NI}{2r}$$

$$= \frac{4\pi\times10^{-7}\times50\times1}{2\times0.05}$$

$= 1.5\times10^{-3}$ वेबर/मीटर^2

$= 1.5\times10^{-3}$ टेसला

उदा.48. हाइड्रोजन के एक परमाणु में एक इलेक्ट्रॉन 7.4×10^{15} चक्कर प्रति सेकण्ड, आवृत्ति से घूर्णन गति करताहै। यदि वृत्ताकार पथ की त्रिज्या 5.1×10^{-11} मीटर हो तो केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात करो। (इलेक्ट्रॉन का आवेश $e=1.6\times10^{-19}$ कूलॉम)

हल– चूंकि इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर वृत्ताकार पथ में चक्कर लगा रहा है अतः धारा का निर्माण होगा। जिसका मान निम्न होगा–

$$I = fe$$

वृत्ताकार पथ में चक्कर लगा रहा इलेक्ट्रॉन एक धारावाही कुण्डली की भांति कार्य करता है। अतः इसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

दिया है–
$f = 7.4\times10^{15}$ चक्कर प्रति से.
r $= 5.1\times10^{-11}$ मीटर
B = ?, I = ef
N = 1= फेरों की संख्या

$$\mathbf{B_1} = \frac{\mu_0 NI}{2r}$$

$$= \frac{\mu_0 Nef}{2r}$$

$$= \frac{4\pi\times10^{-7}\times1\times1.6\times10^{-19}\times7.4\times10^{15}}{2\times5.1\times10^{-11}}$$

$$= \frac{4\pi\times1.6\times7.4}{2\times5.1}\times10^{-7-19+15+11}$$

$$= 14.57\times10^{0}$$

= 14.57 टेसला

उदा.49. दो एक समान कुण्डलियां हैं, जिनमें प्रत्येक में फेरों की संख्या 50 तथा त्रिज्या 0.50 मीटर है। दोनों के अक्ष उभयनिष्ठ हैं तथा दोनों के केन्द्रों के मध्य दूरी इनकी त्रिज्या के तुल्य है। यदि दोनों कुण्डलियों के बीच चुम्बकीय क्षेत्र का मान 4×10^{-3} वेबर/मीटर^2 हो तो कुण्डलियों में प्रवाहित धारा का मान ज्ञात करो।

हल- दोनों कुण्डलियों के बीच उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र के मान का सूत्र

दिया है
N = 50
a = 0.5 मीटर
x = 0.5/2 = 0.25 मीटर
B = 4×10^{-3} टेसला

$$B = 2\times\frac{\mu_0 N I a^2}{2(a^2+x^2)^{3/2}}$$

$$I = B\times\frac{(a^2+x^2)^{3/2}}{\mu_0 N a^2}$$

$$= \frac{4\times10^{-3}\times[(0.5)^2+(0.25)^2]^{3/2}}{4\pi\times10^{-7}\times50\times(.50)^2}$$

$$= \frac{10^{-3}\times[25\times10^{-2}+6.25\times10^{-2}]^{3/2}}{4\times3.14\times10^{-7}\times50\times0.25}$$

$$= \frac{10^4}{157}[31.25]^{3/2}\times10^{-3}$$

= 11.1 एम्पियर

उदा.50. हाइड्रोजन परमाणु में एक इलेक्ट्रॉन 3 Å त्रिज्या के वृत्ताकार पथ में घूम रहा है। यदि इलेक्ट्रॉन का वेग 4×10^5 मीटर/सेकण्ड हो तो वृत्ताकार पथ के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो।

हल- हम जानते हैं कि-

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

$$I = ef = e\times\frac{1}{T}$$

T आर्वतकाल = एक चक्र में लगा समय = $\frac{2\pi r}{v}$

दिया है-
r = 3Å = 3×10^{-10} मीटर
v = 4×10^5 मीटर/सेकण्ड
B = ?

$$I = e\times\frac{v}{2\pi r}$$

$$B = \frac{\mu_0}{2r}\times\frac{ev}{2\pi r}$$

$$B = \frac{\mu_0 ev}{4\pi r^2}$$

$$= \frac{4\pi\times10^{-17}\times1.6\times10^{-19}\times4\times10^5}{4\pi\times(3\times10^{-10})^2}$$

$$= \frac{1.6\times4}{9}\times10^{-7-19+5+20}$$

$= 0.711\times10^{-1}$

= 0.0711 वेबर/मीटर^2 = 0.0711 टेसला

उदा.51. एक धारावाही चालक तार में 5 एम्पियर धारा प्रवाहित हो रही है। एक इलेक्ट्रॉन तार से 5 सेमी दूरी पर 2×10^5 मीटर/सेकण्ड के वेग से निम्न स्थितियों में गतिशील हो तो इलेक्ट्रॉन पर लग रहे बल की गणना करो।

(i) जब इलेक्ट्रॉन तार की ओर गति करे।

(ii) जब इलेक्ट्रॉन तार के समान्तर गति करे।

हल- 5 सेमी दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान निम्न प्रकार ज्ञात करेंगे-

दिया है-
I = 5 एम्पियर
r = 5 सेमी = 0.05 मीटर
v = 2×10^5 मीटर/सेकण्ड
F = ?

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$= \frac{4\pi\times10^{-7}\times5\times100}{2\pi\times.05}$$

= 2×10^{-5} वेबर/मीटर^2

(i) इलेक्ट्रॉन पर चुम्बकीय बल जब वह तार की ओर गति कर रहा हो-

$$\vec{F} = q(\vec{v}\times\vec{B})$$

F = qv B sin θ

इस अवस्था में $\vec{v}$ तथा $\vec{B}$ लम्बवत् होंगे

∵ θ = 90°

F = $1.6\times10^{-19}\times2\times10^5\times2\times10^{-5}\times\sin90°$

= 6.4×10^{-19} न्यूटन

(ii) इलेक्ट्रॉन पर बल जब वह तार के समान्तर गतिशील हो-

इस स्थिति में $\vec{v}$ तथा $\vec{B}$ लम्बवत् होंगे

∵ θ = 90°

F = qv B Sinθ

= $1.6\times10^{-19}\times2\times10^5\times2\times10^{-5}\times\sin90°$

F = 6.4×10^{-19} न्यूटन

उदा.52. एक आयताकार कुण्डली 0.6 वेबर/मीटर^2 चुम्बकीय क्षेत्र में लटकी हुई है। इसमें घेरों की संख्या 60 तथा क्षेत्रफल 2×10^{-3} वर्गमीटर है। यदि इसमें 5 एम्पियर की धारा प्रवाहित की जाए तो अधिकतम व न्यूनतम बल युग्म ज्ञात करो।

हल- हम जानते हैं-

τ = NIAB Sin θ

(i) अधिकतम बल आघूर्ण के लिए

τ = NIAB Sin 90°

= $60\times5\times2\times10^{-3}\times0.6\times1$

= 360×10^{-3}

= 0.36 न्यूटन × मीटर

(ii) न्यूनतम बल आघूर्ण के लिए θ = 0°

τ_{min} = NIAB Sin θ

τ_{min} = 0

उदा.53. एक परिनालिका की लम्बाई 1 मीटर है जिसे एक लोहे की क्रोड पर तांबे के तार से 10000 फेरे लपेट कर बनाया गया है। यदि परिनालिका में 1 एम्पियर धारा प्रवाहित की जाती है तो 1.2 वेबर/मीटर^2 का चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है। लोहे की आपेक्षित पारगम्यता ज्ञात करो।

हल- चूंकि परिनालिका को लोह माध्यम पर तांबे के तार पर लपेट कर बनाया गया है। अतः

दिया है-
N/L = n = 10,000
B = 1.2 वेबर/मी.^{2}

$$B = \mu\frac{N}{L}I$$

जहां μ = लोहे की पारगम्यता

$$\mu = \frac{BL}{NI}$$

$$= \frac{1.2\times1}{10000\times1}$$

μ = 1.2×10^{-4} वेबर/एम्पियर×मीटर

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$$= \frac{1.2 \times 10^{-4}}{4\pi \times 10^{-7}}$$

$$= \frac{1.2 \times 10^{-3}}{4\pi}$$

$$= 95.54$$

उदा.54. एक 2 मीटर लम्बी परिनालिका को मोड़कर टोराइड बनाया जाता है। यदि टोराइड में घेरों की संख्या 400 हो तथा प्रवाहित धारा का मान 1 एम्पियर हो तो टोराइड में उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात करो।

हल– चूंकि 2 मीटर लम्बी परिनालिका मोड़कर टोराइड बनाया गया है अत:

$$L = 2\pi r = 2 \text{ मी.}$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 400 \times 1}{2}$$

$$= 2512 \times 10^{-7}$$

$$B = 2.512 \times 10^{-4} \text{ टेसला}$$

दिया है–
$L = 2\pi r = 2$मी.
$N = 400$
$I = 1$ एम्पियर
$B = ?$

उदा.55. एक टोराइड की आन्तरिक त्रिज्या 10 सेमी तथा बाहरी त्रिज्या 11 सेमी है। टोराइड में घेरों की संख्या 2500 हो तथा टोराइड में उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान 3×10^{-2} टेसला हो तो टोराइड में प्रवाहित धारा का मान ज्ञात करो।

हल– टोराइड की माध्य त्रिज्या = $\frac{\text{बाहरी त्रिज्या + आन्तरिक त्रिज्या}}{2}$

$$r = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

$$= \frac{0.10 + 0.11}{2}$$

$$= \frac{0.21}{2}$$

$$= 0.105 \text{ मीटर}$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{2\pi r} I$$

$$I = \frac{B \times 2\pi r}{\mu_0 \times N}$$

$$= \frac{3 \times 10^{-2} \times 2\pi \times 0.105}{4\pi \times 10^{-7} \times 2500} = 6.3 \text{ एम्पियर}$$

दिया है–
$r_1 = 10$ सेमी $= 0.10$ मीटर
$r_2 = 11$सेमी $= 0.11$ मीटर
$N = 2500$
$B = 3 \times 10^{-2}$ टेसला
$I = ?$

उदा.56. एक निश्चित लम्बाई के तार से एक फेरे वाली एक वृत्ताकार कुण्डली बनाई गई है। इसमें निश्चित धारा प्रवाहित करने पर कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र B है। तब इसी तार से 3 फेरे लगाकर बनायी गयी वृत्ताकार कुण्डली के केन्द्र पर उसी धारा द्वारा चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात कीजिए।

हल– $\because \quad B = \frac{\mu_0 nI}{2r} = \frac{\mu_0 I}{2r}$

जब तार के तीन चक्कर लगाये जाते हैं तब नयी त्रिज्या $r' = r/3$

तथा फेरों की संख्या $n' = 3$

$$\therefore \quad B' = \frac{\mu_0 n' I}{2r'} = \frac{\mu_0 I}{2} \times \frac{3 \times 3}{r} = 9\left(\frac{\mu_0 I}{2r}\right) = 9B$$

अर्थात् चुम्बकीय क्षेत्र प्रारंभिक मान का 9 गुना हो जायेगा।

उदा.57. दो समान लम्बाई के तारों को एक वर्ग तथा एक वृत्त के रूप में मोड़ा गया है। यदि प्रवाहित धारायें समान है तब इनके चुम्बकीय आघूर्णों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल– माना कि प्रत्येक तार की लम्बाई l है तब वर्ग की भुजा = $\frac{l}{4}$

तथा क्षेत्रफल A_s = भुजा^{2} = $\left(\frac{l}{4}\right)^2 = \frac{l^2}{16}$

वृत्त की त्रिज्या $r = \frac{l}{2\pi}$

तथा वृत्त का क्षेत्रफल $A_c = \pi r^2 = \pi\left(\frac{l}{2\pi}\right)^2 = \frac{l^2}{4\pi}$

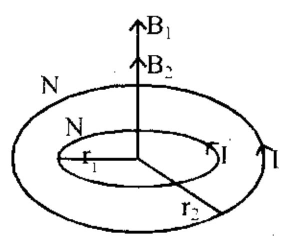
$\because$ चुम्बकीय आघूर्ण $M = IA$

$$\therefore \quad \frac{M_s}{M_c} = \frac{A_s}{A_c} = \frac{\frac{l^2}{16}}{\frac{l^2}{4\pi}} = \frac{\pi}{4}$$

Advance Level

उदा.58. दो संकेन्द्रिय कुण्डलियों में समान मान की धारा 1 एम्पियर एक ही दिशा में प्रवाहित हो रही है तथा दोनों कुण्डलियों में फेरों की संख्या 100 है। यदि पहली कुण्डली की त्रिज्या 5 सेमी तथा दूसरी कुण्डली की त्रिज्या 15 सेमी हो तो केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात करो। यदि दूसरी कुण्डली में धारा की दिशा विपरीत कर दी जाए तो केन्द्र पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करो।

हल– उक्त प्रश्न को चित्र द्वारा निम्न प्रकार प्रदर्शित कर सकते हैं।



चित्र 7.88

दिया है–
$I_1 = I_2 = 1$ एम्पियर
$N_1 = N_2 = 100$
$r_1 = 5$ सेमी $= 0.05$ मी.
$r_2 = 15$ सेमी $= 0.15$ मी.
$B_{केन्द्र} = ?$

(अ) जब दोनों कुण्डलियों में धारा की दिशा समान है।

$B_{केन्द्र} = B_1 + B_2$ (दोनों कुण्डलियों के कारण चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा समान होने के कारण जुड़ जाएंगे।)

$$= \frac{\mu_0 N_1 I_1}{2r_1} + \frac{\mu_0 N_2 I_2}{2r_2}$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times 1}{2 \times 0.05} + \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times 1}{2 \times 0.15}$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100}{2}\left[\frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.15}\right]$$

$$= 2\pi \times 10^{-5}\left[\frac{100}{5} + \frac{100}{15}\right]$$

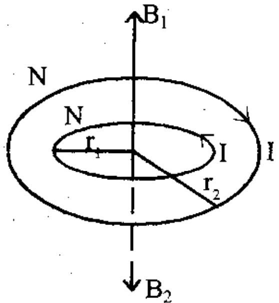
$$= 2\pi \times 10^{-3}\left[\frac{3+1}{15}\right]$$

$$= 2\pi \times 10^{-3} \times \frac{4}{15}$$

$$= \frac{8\pi}{15} \times 10^{-3}$$

$B_{केन्द्र}$ = 1.67×10^{-3} टेसला (परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा दोनों कुण्डलियों के तल के लम्बवत् तथा ऊपर की ओर होगी।)

(ब) जब दोनों कुण्डलियों में धारा की दिशा विपरीत हो–



चित्र 7.89

चूंकि दोनों कुण्डलियों में धारा की दिशा विपरीत होती है तो दोनों के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा भी विपरीत होगी। फलस्वरूप केन्द्र पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र–

$$B_{केन्द्र} = B_1 - B_2$$

$$B_{केन्द्र} = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{2r_1} - \frac{\mu_0 N_2 I_2}{2r_2}$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times 1}{2 \times 0.05} - \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times 1}{2 \times 0.15}$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100}{2}\left[\frac{1}{0.05} - \frac{1}{0.15}\right]$$

$$= 2\pi \times 10^{-5}\left[\frac{100}{5} - \frac{100}{15}\right]$$

$$= 2\pi \times 10^{-3}\left[\frac{1}{5} - \frac{1}{15}\right]$$

$$= 2\pi \times 10^{-3}\left[\frac{3-1}{15}\right]$$

$$= 2\pi \times 10^{-3} \times \frac{2}{15}$$

$$= \frac{4\pi}{15} \times 10^{-3} = 0.837 \times 10^{-3} \text{ टेसला}$$

चूंकि $B_1 > B_2$ अत: परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र दोनों कुण्डलियों के तल के लम्बवत् ऊपर की ओर होगा।

उदा.59. दो संकेन्द्रीय धारावाही वृत्ताकार कुण्डलियों की त्रिज्याएं क्रमशः r_1 तथा r_2 हैं। यदि दोनों कुण्डलियों में समान धारा पहले एक दिशा में फिर विपरीत दिशा में प्रवाहित की जाए तो सिद्ध करो कि दोनों स्थितियों में केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रताओं का अनुपात (r_2+r_1/r_2-r_1) होगा। जबकि दोनों में फेरों की संख्या समान है।

हल– जब धारा एक ही दिशा में प्रवाहित हो तो

दिया है–

$I_1 = I_2 = I$

$N_1 = N_2 = N$

r_1 = 5 सेमी= 0.0 मीटर

r_2 =15सेमी=0.15 मीटर

$$B(\text{दिशा समान}) = B_1 + B_2$$

$$= \frac{\mu_0 NI}{2r_1} + \frac{\mu_0 NI}{2r_2}$$

$$= \frac{\mu_0 NI}{2}\left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right]$$

$$B(\text{दिशा विपरीत}) = B_1 - B_2$$

$$= \frac{\mu_0 NI}{2r_1} - \frac{\mu_0 NI}{2r_2}$$

$$= \frac{\mu_0 NI}{2}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$$

$$\frac{B(\text{दिशा समान})}{B(\text{दिशा विपरीत})} = \frac{\frac{\mu_0 NI}{2}\left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right]}{\frac{\mu_0 NI}{2}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]} = \frac{\frac{r_2 + r_1}{r_2 r_1}}{\frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1}}$$

$$\frac{B(\text{दिशा समान})}{B(\text{दिशा विपरीत})} = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1}$$

उदा.60. दो समकेंद्रिक वृत्ताकार कुंडलियाँ X और Y जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 16 cm एवं 10 cm हैं, उत्तर-दक्षिण दिशा में समान ऊर्ध्वाधर तल में अवस्थित हैं। कुंडली X में 20 फेरे हैं और इसमें 16 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, कुंडली Y में 25 फेरे हैं और इसमें 18 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। पश्चिम की ओर मुख करके खड़ा एक प्रेक्षक देखता है कि X में धारा प्रवाह वामावर्त है जबकि Y में दक्षिणावर्त है। कुंडलियों के केंद्र पर, उनमें प्रवाहित विद्युत धाराओं के कारण उत्पन्न कुल चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण एवं दिशा ज्ञात कीजिए।

हल– कुण्डली X के लिए–

$r = 16$ सेमी $= 16 \times 10^{-2}$ मी, $N = 20$, $I = 16$ एम्पियर

(व्यक्ति के लिए वामावर्ती)

अत: $$B = \frac{\mu_0 IN}{2r}$$

या $$B_1 = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 16 \times 20}{2 \times 16 \times 10^{-2}} = 4\pi \times 10^{-4} \text{ टेसला}$$

(कुण्डली से व्यक्ति की ओर अर्थात् पूर्व दिशा में)

कुण्डली Y के लिए–

$r = 10$ सेमी. $= 10 \times 10^{-2}$ मी. $N = 25$, $I = 18$ एम्पियर

अत: $$B_2 = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 18 \times 25}{2 \times 10 \times 10^{-2}} = 9\pi \times 10^{-4} \text{ टेसला}$$

(व्यक्ति से कुण्डली की ओर अर्थात् पश्चिम दिशा में)

अत: नेट चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = B_2 - B_1 = 5\pi \times 10^{-4}$$

$$= 1.57 \times 10^{-3} \text{ टेसला (पश्चिम दिशा में)}$$

उदा.61. 10 cm लंबाई और 10^{-3} m^2 अनुप्रस्थ काट के एक क्षेत्र में 100 G (1 G = 10^{-4} T) का एकसमान चुंबकीय क्षेत्र चाहिए। जिस तार से परिनालिका का निर्माण करना है उसमें अधिकतम 15 A विद्युत धारा प्रवाहित हो सकती है और क्रोड पर अधिकतम 1000 फेरे प्रति मीटर लपेटे जा सकते हैं। इस उद्देश्य के लिए परिनालिका के निर्माण का विवरण सुझाइए। यह मान लीजिए कि क्रोड लोह-चुंबकीय नहीं है।

हल- $\because \quad B = \mu_0 nI \quad \Rightarrow \quad nI = \dfrac{B}{\mu_0} = \dfrac{100\times10^{-4}}{4\pi\times10^{-7}} = 8000$

$\because$ परिनालिका में अधिकतम धारा 15 एम्पियर तथा प्रतिमीटर फेरों की संख्या 1000 हो सकती है, अत: 100 गाउस का क्षेत्र उत्पन्न करने के लिए एक परिनालिका ली जा सकती है जिसमें प्रति इकाई लम्बाई फेरों की संख्या 800 हो तथा 10 एम्पियर धारा प्रवाहित की जाए। साथ ही उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र एकसमान रूप से 10 सेमी. लम्बाई तथा 10^{-3} मी^{2} अनुप्रस्थ काट के क्षेत्र में विद्यमान होना चाहिए। अत: हमें परिनालिका की लम्बाई एवं अनुप्रस्थ काट लगभग 5 गुना अर्थात् लम्बाई 50 सेमी. एवं अनुप्रस्थ काट 5×10^{-3} मी^{2} (त्रिज्या लगभग 4 सेमी) लेनी चाहिए ताकि परिनालिका के केन्द्र पर वांछित मात्रा में चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो सके।

इस स्थिति में परिनालिका के कुल फेरे

$$N = nL = 800\times\frac{1}{2} = 400 \text{ होंगे।}$$

उदा.62. ऊष्मित कैथोड से उत्सर्जित और 2.0 kV के विभवांतर पर त्वरित एक इलेक्ट्रॉन, 0.15 T के एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में प्रवेश करता है। इलेक्ट्रॉन का गमन पथ ज्ञात कीजिए यदि चुंबकीय क्षेत्र (a) प्रारंभिक वेग के लंबवत् है (b) प्रारंभिक वेग की दिशा से 30° का कोण बनाता है।

हल- V = 2 किलो वोल्ट = 2×10^3 वोल्ट, B = 0.15 टेसला

इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा $\quad \dfrac{1}{2}mv^2 = eV$

अत: इलेक्ट्रॉन का वेग

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} = \sqrt{\frac{2\times1.6\times10^{-19}\times2\times10^3}{9\times10^{-31}}}$$

या $\quad v = \dfrac{2\times4}{3}\times10^7 = 2.66\times10^7$ मीटर/से.

(i) जब $\theta = 90°$

इस स्थिति में इलेक्ट्रॉन वृत्ताकार पथ पर गति करेगा जिसकी त्रिज्या

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{9\times10^{-31}\times2.66\times10^7}{1.6\times10^{-19}\times0.15} = 99.75\times10^{-5} \text{ मीटर}$$

या $\quad$ r = 0.9975 मिलीमीटर = 1 मिलीमीटर

(ii) जब $\theta = 30°$

जब आवेशित कण चुम्बकीय क्षेत्र में θ कोण पर गति करता है तो चुम्बकीय क्षेत्र के अनुदिश वेग का घटक $v\cos\theta$ कण को सरल रेखीय पथ पर आगे बढ़ाता है जबकि लम्बवत् घटक $v\sin\theta$ कण को वृत्ताकार पथ पर गति कराता है। अत: इलेक्ट्रॉन कुण्डलिनी पथ पर गति करेगा।

इलेक्ट्रॉन के वेग का चुम्बकीय क्षेत्र के अनुदिश घटक =

$$= v\cos\theta = \frac{8}{3}\times10^7\cos30°$$

$$= \frac{8}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times10^7 = \frac{4}{\sqrt{3}}\times10^7 = 2.3\times10^7 \text{ मी./से.}$$

इलेक्ट्रॉन के वेग का लम्बवत् घटक

$$v\sin\theta = \frac{8}{3}\times10^7\times\sin30° = \frac{4}{3}\times10^7 \text{ मी./से.}$$

तथा इलेक्ट्रॉन के कुण्डलिनी पथ की त्रिज्या

$$r = \frac{mv\sin\theta}{qB} = \frac{9\times10^{-31}\times\frac{4}{3}\times10^7}{1.6\times10^{-19}\times0.15} = \frac{10^{-5}}{0.4\times0.05} = 0.5\times10^{-3} \text{ मी.}$$

उदा.63. एक सीधी, क्षैतिज चालक छड़ जिसकी लंबाई 0.45 m एवं द्रव्यमान 60 g है इसके सिरों पर जुड़े दो ऊर्ध्वाधर तारों पर लटकी हुई है। तारों से होकर छड़ में 5.0 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है।

(a) चालक के लंबवत कितना चुंबकीय क्षेत्र लगाया जाए कि तारों में तनाव शून्य हो जाए।

(b) चुंबकीय क्षेत्र की दिशा यथावत रखते हुए यदि विद्युत धारा की दिशा उत्क्रमित कर दी जाए तो तारों में कुल तनाव कितना होगा? (तारों के द्रव्यमान की उपेक्षा कीजिए) $g = 9.8$ m s^{-2}।

हल- दिया है- L = 0.45 मी., $\quad$ m = 60 ग्राम = 60×10^{-3} किग्रा.

I = 5 एम्पियर, $\quad \theta = 90°$

(a) तारों में तनाव शून्य होने के लिए, छड़ पर चुम्बकीय बल ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर कार्य करे तथा छड़ पर चुम्बकीय बल = छड़ का भार

$$ILB\sin90° = mg$$

या आवश्यक चुम्बकीय क्षेत्र

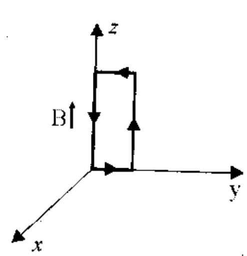
$$B = \frac{mg}{IL} = \frac{60\times10^{-3}\times9.8}{5\times0.45} = 0.261 \text{ टेसला}$$

(b) छड़ में धारा की दिशा परिवर्तित करने पर अब चुम्बकीय बल ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कार्य करेगा अत: तारों का कुल तनाव

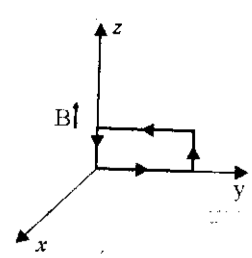
$$T = ILB + mg = (5\times0.45\times0.261) + (60\times10^{-3}\times9.8)$$

$$T = 0.588 + 0.588 = 1.176 \text{ न्यूटन}$$

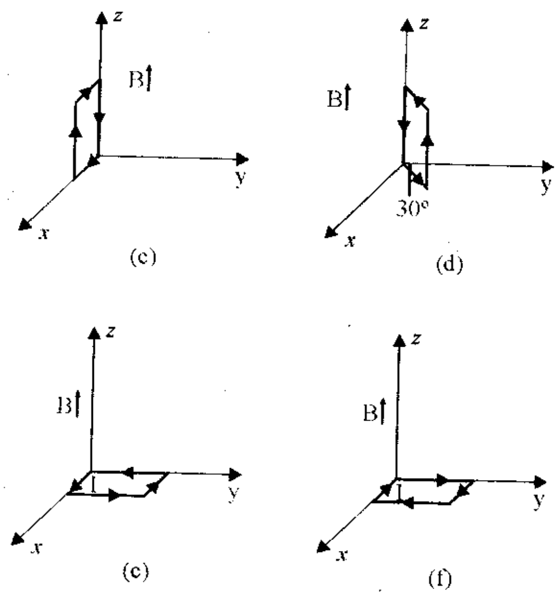
उदा.64. धनात्मक Z-दिशा में 3000 G का एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र लगाया गया है। एक आयताकार लूप जिसकी भुजाएँ 10 cm एवं 5 cm और जिसमें 12 A धारा प्रवाहित हो रही है इस क्षेत्र में रखा है। चित्र में दिखायी गई लूप की विभिन्न स्थितियों में इस पर लगने वाला बलयुग्म आघूर्ण क्या है? हर स्थिति में बल क्या है? स्थायी संतुलन वाली स्थिति कौन-सी है?



(a)



(b)



चित्र 7.90

हल- दिया है- $\vec{B} = 3000\hat{k}$ गाउस $= 3000\hat{k} \times 10^{-4}$ टेसला,

L = 10 सेमी, b = 5 सेमी., I = 12 एम्पियर

(a) इस स्थिति में $\vec{A} = 50\hat{i}$ सेमी^{2} $= 50\hat{i} \times 10^{-4}$ मी^{2}

अतः बलाघूर्ण $\vec{\tau} = I(\vec{A} \times \vec{B}) = 12(50 \times 10^{-4}\hat{i} \times 3000 \times 10^{-4}\hat{k})$

$\vec{\tau} = 1.8 \times 10^{-2}(-\hat{j})$ न्यूटन/मी. (ऋणात्मक Y- दिशा में)

(b) इस स्थिति में भी $\vec{A} = 50\hat{i}$ सेमी^{2}

अतः $\vec{\tau} = 1.8 \times 10^{-2}(-\hat{j})$ न्यूटन/मी. (ऋणात्मक Y- दिशा में)

(c) इस स्थिति में $\vec{A} = 50(-\hat{j})$ सेमी^{2}

अतः बलाघूर्ण

$\vec{\tau} = I(\vec{A} \times \vec{B}) = 1.8 \times 10^{-2}(-\hat{j} \times \hat{k}) = 1.8 \times 10^{-2}(-\hat{i})$ न्यूटन/मीटर

ऋणात्मक X- दिशा में

(d) इस स्थिति में लूप का $\vec{A}$, X – Y तल में स्थित होगा अतः $\vec{A}$ व $\vec{B}$ के मध्य कोण 90° होगा अतः

$|\tau| = IAB = 12 \times 50 \times 10^{-4} \times 0.3 = 1.8 \times 10^{-2}$ न्यूटन/मी.

इस बलाघूर्ण की दिशा, ऋणात्मक X- दिशा से वामावर्ती 30° + 90° = 120° होगी।

(e) इस स्थिति में $\vec{A} = 50 \times 10^{-4}\hat{k}$ मी^{2}

अतः $\vec{\tau} = I(\vec{A} \times \vec{B}) = 12(50 \times 10^{-4} \times 0.3)(\hat{k} \times \hat{k}) = 0$

$\{\because \hat{k} \times \hat{k} = 0\}$

इस स्थिति में $\vec{A}$ व $\vec{B}$ के मध्य कोण $\alpha = 0°$

(f) इस स्थिति में $\vec{A} = 50 \times 10^{-4}(-\hat{k})$ मी^{2}

$\vec{\tau} = I(\vec{A} \times \vec{B}) = 12(50 \times 10^{-4} \times 0.3)(-\hat{k} \times \hat{k}) = 0$

इस स्थिति में $\vec{A}$ एवं $\vec{B}$ के मध्य कोण $\alpha = \pi$

इसके अतिरिक्त प्रत्येक स्थिति में लूप पर नेट बल शून्य होगा तथा स्थिति (e) स्थायी संतुलनावस्था होगी क्योंकि इस स्थिति से लूप को विस्थापित करने पर लूप पर कार्यरत् बलाघूर्ण के कारण लूप पुनः इसी अवस्था में आने का प्रयास करेगा जबकि स्थिति (f) अस्थायी संतुलनावस्था होगी।

उदा.65. एक वृत्ताकार कुंडली जिसमें 20 फेरे हैं और जिसकी त्रिज्या 10 cm है, एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में रखी है जिसका परिमाण 0.10 T है और जो कुंडली के तल के लंबवत् है। यदि कुंडली में 5.0 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही हो तो,

(a) कुंडली पर लगने वाला कुल बलयुग्म आघूर्ण क्या है?

(b) कुंडली पर लगने वाला कुल परिणामी बल क्या है?

(c) चुंबकीय क्षेत्र के कारण कुंडली के प्रत्येक इलेक्ट्रॉन पर लगने वाला कुल औसत बल क्या है?

(कुंडली 10^{-5} m^2 अनुप्रस्थ क्षेत्र वाले ताँबे के तार से बनी है, और ताँबे में मुक्त इलेक्ट्रॉन घनत्व 10^{29} m^{-3} दिया गया है)

हल- दिया है- N = 20, r = 10 सेमी. = 10×10^{-2} m

B = 0.10 टेसला, I=5 एम्पियर

अतः कुण्डली के द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल

$A = \pi r^2 = 3.14 \times 100 \times 10^{-4} = 314 \times 10^{-4}$ मी^{2}

चूँकि कुण्डली का तल, चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् है, अतः कुण्डली के क्षेत्रफल एवं चुम्बकीय क्षेत्र के मध्य कोण $\alpha = 0°$

(a) $\tau = NIAB \sin\alpha = NIAB \sin 0° = 0$

(b) एक समतलीय धारावाही लूप पर कार्यरत कुल चुम्बकीय बल सदैव शून्य होता है।

(c) दिया है- मुक्त इलेक्ट्रॉन संख्या घनत्व $n = 10^{29}$ प्रति मी^{3}, तथा तार की मोटाई $a = 10^{-5}$ मी^{2}

अतः इलेक्ट्रॉन का अपवहन वेग

$$v_d = \frac{I}{nae} = \frac{5}{10^{29} \times 10^{-5} \times 1.6 \times 10^{-19}}$$

इलेक्ट्रॉन पर बल

$$F = ev_d B = 1.6 \times 10^{-19} \times \frac{5}{10^{24} \times 1.6 \times 10^{-19}} \times 0.10$$

$F = 5 \times 10^{-25}$ न्यूटन

उदा.66. एक परिनालिका जो 60 cm लंबी है, जिसकी त्रिज्या 4.0 cm है और जिसमें 300 फेरों वाली 3 परतें लपेटी गई हैं। इसके भीतर एक 2.0 cm लंबा, 2.5 g द्रव्यमान का तार इसके (केंद्र के निकट) अक्ष के लंबवत् रखा है। तार एवं परिनालिका का अक्ष दोनों क्षैतिज तल में हैं। तार को परिनालिका के समांतर दो वाही संयोजकों द्वारा एक बाह्य बैटरी से जोड़ा गया है जो इसमें 6.0 A विद्युत धारा प्रदान करती है। किस मान की विद्युत धारा (परिवहन की उचित दिशा के साथ) इस परिनालिका के फेरों में प्रवाहित होने पर तार का भार सँभाल सकेगी? $g = 9.8\ m\ s^{-2}$

हल- दिया है- $L = 60$ सेमी $= 60 \times 10^{-2}$ मी. $r = 4$ सेमी $= 4\times10^{-2}$ मी.

$N = 300 \times 3 = 900$

तार के लिए

$l = 2$ सेमी $= 2\times10^{-2}$ मी.

$m = 2.5$ ग्राम $= 2.5 \times 10^{-3}$ किग्रा, $g = 9.8$ मी/से^{2}

तार में प्रवाहित धारा $I_1 = 6$ एम्पियर

माना परिनालिका में I धारा प्रवाहित की जाती है तब परिनालिका के अन्दर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

अत: तार पर बल $F = I_1 l B \sin\theta$ (यहाँ $\theta = 90°$, $\sin 90° = 1$)

$$F = I_1 l \mu_0 \frac{N}{L} I$$

तार का भार संभाला जा सके अत: $F = mg$

अत: $$I = \frac{mgL}{I_1 l \mu_0 N} = \frac{2.5\times10^{-3}\times9.8\times60\times10^{-2}}{6\times2\times10^{-2}\times4\times3.14\times10^{-7}\times900}$$

$I = 108.36$ एम्पियर

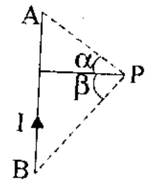
अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. धारा के चुम्बकीय प्रभाव की खोज किसने की थी?

प्र.2. किसी धारावाही चालक तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र का मान किस नियम से ज्ञात किया जाता है? सूत्र भी लिखिए।

प्र.3. किसी अनन्त लम्बाई के धारावाही चालक के कारण d दूरी पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

प्र.4. चित्र में AB एक धारावाही चालक दर्शाया गया है, इसके कारण P बिन्दु पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का सूत्र लिखिए।



प्र.5. एक लम्बे सीधे धारावाही चालक के कारण d दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता B है। $d/2$ दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता कितनी होगी?

प्र.6. एक लम्बे सीधे धारावाही चालक से 10 सेमी दूरी पर 0.2 टेसला चुम्बकीय क्षेत्र है। 20 सेमी दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता कितनी होगी?

प्र.7. एक अनन्त लम्बाई के तार में 1 एम्पियर धारा प्रवाहित हो रही है। इससे 2 सेमी दूरी पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो।

प्र.8. किसी धारावाही चालक के लम्बवत् एक रेखा पर स्थित दो बिन्दुओं पर चुम्बकीय क्षेत्र का अनुपात 5/9 है। इन बिन्दुओं की तार से दूरियों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

प्र.9. एक धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र तथा चालक से दूरी के मध्य आलेख खींचिए।

प्र.10. एक तार क्षैतिज पड़ा हुआ है। इसमें 2 एम्पियर की धारा प्रवाहित हो रही हो तो तार से ठीक ऊपर 10 सेमी. पर B का मान क्या होगा?

प्र.11. किसी धारावाही तार के अक्ष पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता B का मान कितना होगा?

प्र.12. किसी धारावाही चालक में प्रवाहित धारा के मान को पहली बार दोगुना तथा दूसरी बार आधा कर दिया जाए तो किसी निश्चित बिन्दु पर चुम्बकीय प्रेरण B पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

प्र.13. किसी चालक तार में प्रवाहित धारा को दोगुना कर दिया जाए तथा साथ ही दूरी d को भी दोगुना कर दिया जाए तो चुम्बकीय क्षेत्र पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

प्र.14. किसी धारावाही वृत्ताकार कुण्डली में धारा वामावर्त दिशा (Anti clock wise) दिशा में प्रवाहित हो रही है। कुण्डली का यह सिरा किस ध्रुव की भांति कार्य करेगा?

प्र.15. किसी धारावाही वृत्ताकार कुण्डली में धारा दक्षिणावर्त दिशा (clock wise) में प्रवाहित हो रही है। कुण्डली का यह सिरा किस ध्रुव की भांति कार्य करेगा?

प्र.16. r त्रिज्या वाली धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

प्र.17. किसी वृत्ताकार कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान किन घटकों पर निर्भर करता है?

प्र.18. किसी धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के अक्ष पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय प्रेरण B के मान के लिए सूत्र लिखिए।

प्र.19. किसी धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के किस स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान अधिकतम होगा?

प्र.20. यदि किसी धारावाही वृत्ताकार कुण्डली में प्रवाहित धारा को दुगुना तथा त्रिज्या को आधा कर दिया जाए तो चुम्बकीय क्षेत्र पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

प्र.21. यदि l लम्बाई के चालक तार से r त्रिज्या की वृत्ताकार कुण्डली बनाई जाए जिसमें 1 फेरा ही हो तो कुण्डली के केन्द्र पर B का मान क्या होगा?

प्र.22. यदि 100 फेरों वाली वृत्ताकार कुण्डली में 1 एम्पियर की धारा प्रवाहित हो रही हो तथा कुण्डली की त्रिज्या 5 सेमी हो तो केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान कितना होगा?

प्र.23. यदि धारावाही चालक तार की लम्बाई 6.28 मी. है। इसमें 1 एम्पियर की धारा प्रवाहित हो रही है। यदि फेरों की संख्या 10 हो तो चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.24. हेल्महोल्ट्ज कुण्डली कैसे बनाई जाती है?

प्र.25. किसी धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के अक्ष पर x दूरी पर बिन्दु स्थित है। यदि $x >> R$ हो तो चुम्बकीय क्षेत्र x पर किस प्रकार निर्भर करेगा?

प्र.26. किसी धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के अक्ष पर कुण्डली की त्रिज्या के बराबर दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान कितना होगा?

प्र.27. हेल्महोल्ट्ज कुण्डलियों में से प्रवाहित धारा कैसी होनी चाहिए?

प्र.28. एक धारावाही वृत्ताकार कुण्डली, R त्रिज्या की है। कुण्डली के केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र तथा अक्ष पर केन्द्र से $2\sqrt{2}R$ दूरी पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का अनुपात क्या होगा ?

प्र.29. लॉरेन्ज बल अधिकतम कब होताहै?

प्र.30. चुम्बकीय प्रेरण (B) की विमीय समीकरण लिखिए।

प्र.31. यदि किसी L लम्बाई वाले चालक को v वेग से B चुम्बकीय क्षेत्र में गति करवाई जाए तो इस पर लगने वाले बल का सूत्र लिखिए।

प्र.32. यदि कोई q आवेशित कण चुम्बकीय क्षेत्र B के लम्बवत (v) वेग से वृत्ताकार पथ में घूर्णन करे तो त्रिज्या के लिए सूत्र लिखिए।

प्र.33. दो समानान्तर रखे चालकों में यदि धारा की दिशा विपरीत हो तो दोनों के मध्य आकर्षण बल लगेगा या प्रतिकर्षण बल।

प्र.34. चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण का सूत्र लिखिए।

प्र.35. एक धारावाही आयताकार कुण्डली को चुम्बकीय क्षेत्र के साथ किसी कोण पर रखा जाए तो आयताकार कुण्डली पर लगने वाले बल आघूर्ण का सूत्र लिखिए।

प्र.36. m द्रव्यमान तथा q आवेश का कण, B चुम्बकीय क्षेत्र में वृत्ताकार पथ पर गति कर रहा है। इसका कोणीय वेग ω क्या होगा?

प्र.37. 100 माइक्रोकूलॉम का आवेश 3 टेसला चुम्बकीय क्षेत्र में स्थिर रखा हुआ है। आवेश पर लगने वाले चुम्बकीय बल का मान क्या होगा?

प्र.38. कोई आवेश चुम्बकीय क्षेत्र में वृत्ताकार पथ पर चक्कर लगा रहा है। यदि वृत्ताकार पथ की त्रिज्या r तथा संवेग P हो तो इनमें क्या सम्बन्ध होगा?

प्र.39. दो चालक तार 0.5 मीटर की दूरी पर स्थित है। इनमें समान धारा एक ही दिशा में प्रवाहित हो रही है। यदि प्रत्येक की एकांक लम्बाई पर लगने वाला बल 25×10^{-7} न्यूटन/मीटर हो तो प्रत्येक चालक में बहने वाली धारा का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.40. चल-कुण्डली धारामापी की कुण्डली में आया विक्षेप, धारा के साथ किस प्रकार सम्बन्धित होता है?

प्र.41. चल-कुण्डली धारामापी में त्रिज्य क्षेत्र बनाने के लिए क्या किया जाता है?

प्र.42. गेल्वेनोमीटर को अमीटर में रूपान्तरित करने के लिए क्या करना होता है?

प्र.43. यदि शंट के प्रतिरोध को अत्यल्प (नगण्य) मानें तो अमीटर का प्रभावी प्रतिरोध कितना होगा?

प्र.44. गेल्वेनोमीटर को वोल्टमीटर में रूपान्तरित करने के लिए क्या करना होता है?

प्र.45. यदि गेल्वेनोमीटर का प्रतिरोध G तथा समान्तर क्रम में जोड़े गए प्रतिरोध का मान S हो तो अमीटर का तुल्य प्रतिरोध कितना होगा?

प्र.46. एक गेल्वेनोमीटर का प्रतिरोध 50 ओम है तथा इसमें 10^{-3} एम्पियर धारा प्रवाहित करने पर पूर्ण स्केल विक्षेप आ जाता है। इसे 2 एम्पियर परास के अमीटर में रूपान्तरित करने के लिए कितने मान का शंट जोड़ना होगा?

प्र.47. एक गेल्वेनोमीटर का प्रतिरोध G तथा इसकी परास 1 वोल्ट है। इसे 5 वोल्ट परास के वोल्टमीटर में बदलने के लिए क्या करना होगा?

प्र.48. किसी सीधे धारावाही चालक के कारण r दूरी पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का सूत्र लिखिए।

प्र.49. किसी सीधे धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का धारा I तथा r के साथ सम्बन्ध लिखो। ग्राफ भी खींचिए।

प्र.50. किसी लम्बे ठोस बेलनाकार चालक के कारण बेलन के बाहर, सतह पर तथा बेलन के अन्दर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र के सूत्र लिखिए।

प्र.51. किसी लम्बे ठोस बेलनाकार चालक के कारण किस स्थान पर चुम्बकीय प्रेरण (B) अधिकतम होता है?

प्र.52. परिनालिका के अन्दर उत्पन्न चुम्बकीय बल रेखाएं कैसी होती हैं?

प्र.53. परिनालिका की सतह के बाहर चुम्बकीय क्षेत्र का मान कितना होता है?

प्र.54. परिनालिका के कारण, परिनालिका के अन्दर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का सूत्र लिखिए।

प्र.55. परिनालिका में प्रवाहित धारा के मान को दोगुना करने से चुम्बकीयप्रेरण B पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

प्र.56. यदि बेलनाकार चालक अन्दर से खोखला हो तो बेलन के अन्दर चुम्बकीय क्षेत्र कितना होगा?

प्र.57. परिनालिका तथा टोराइड में क्या अन्तर है?

प्र.58. टोराइड की माध्य त्रिज्या को आधा करने से चुम्बकीय प्रेरण B पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

प्र.59. यदि किसी परिनालिका की लम्बाई, फेरों की संख्या तथा धारा को तीन गुना कर दिया जाए तो B पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

प्र.60. एक टोराइड में प्रवाहित धारा को न बदलते हुए यदि उसकी माध्य त्रिज्या तथा फेरों की संख्या को पांच गुना कर दिया जाए तो B पहले की अपेक्षा कितना हो जायेगा?

प्र.61. एक परिनालिका के अन्दर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता B है। यदि फेरों की संख्या बिना बदले परिनालिका की लम्बाई आधी कर दी जाए तो B कितना हो जायेगा?

प्र.62. एक परिनालिका की एकांक लम्बाई में फेरों की संख्या 50 (फेरे/सेमी.) है। यदि परिनालिका में 15.7 मिली टेसला चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो तो धारा का मान कितना होगा?

उत्तरमाला

1. ओरस्टेड
2. बीओ-सावर्त्त के नियम की सहायता से

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(\vec{dl}\times\hat{r})}{r^2}$$

3. $B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{d} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$

4. $B_p = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}[\sin\alpha + \sin\beta]$

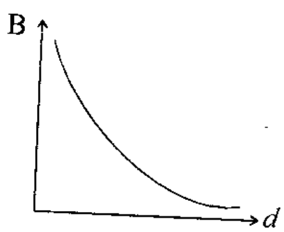
5. $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$, $\quad B \propto \frac{I}{d}$

अत: $d/2$ दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र 2 B हो जाएगा।

6. ∵ दूरी दोगुनी हो गई है अत: चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता आधी रह जाएगी

$B \propto \frac{I}{d}$

20 सेमी. पर B = 0.1 टेसला

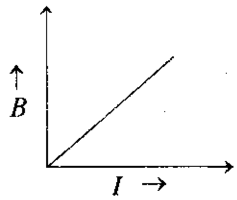
7. $B = 10^{-5}$ टेसला
8. $d_1 : d_2 = 9 : 5$
9. 

10. $B = 4\times10^{-6}$ वेबर/मी.^{2}
11. शून्य
12. I को दोगुना करने पर B भी दुगुना।
    I को आधा करने पर B भी आधा।
13. B अप्रभावित रहेगा।
14. उत्तरी ध्रुव (North pole)
15. दक्षिण ध्रुव (South pole)
16. $B = \frac{\mu_0 NI}{2a}$
17. $B \propto N$ फेरों की संख्या के समानुपाती
    $B \propto I$ धारा के समानुपाती
    $B \propto 1/r$ त्रिज्या के व्युत्क्रमानुपाती
18. $B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi NIa^2}{[x^2+a^2]^{3/2}}$
19. वृत्ताकार कुण्डली के केन्द्र पर
20. चुम्बकीय क्षेत्र चार गुना हो जाएगा।
21. $B = \frac{\mu_0 \pi I}{l}$
22. B (केन्द्र) = $4\pi\times10^{-4}$ वेबर/मी^{2}
23. $B = 2\pi\times10^{-6}$ टेसला
24. दो एक समान कुण्डलियों (त्रिज्या व धारा दोनों समान) को एक ही अक्ष पर उनकी त्रिज्या के बराबर दूरी पर उर्ध्वाधर रखकर हेल्महोल्ट्ज कुण्डली बनाई जाती है।
25. $B \propto \frac{1}{x^3}$, x^3 के व्युत्क्रमानुपाती
26. $B_{x=R} = \frac{\mu_0 NI}{4\sqrt{2}R}$
27. समान धारा, समान दिशा में।
28. $B_c : B_{x=2\sqrt{2}R} = 9 : 1$
29. जब आवेश चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के लम्बवत गतिशील हो।
30. $[M^1L^0T^{-2}A^{-1}]$
31. $\vec{F} = I(\vec{L}\times\vec{B})$
32. $r = \frac{mv}{qB}$
33. प्रतिकर्षण बल
34. $M = NIA$
35. $\vec{\tau} = NI(\vec{A}\times\vec{B})$
    जहां N = फेरों की संख्या
    I = धारा
    A = आयताकार कुण्डली का क्षेत्रफल
    B = चुम्बकीय प्रेरण का मान
36. $\omega = \frac{qB}{m}$ रेडियन/से.
37. शून्य
38. त्रिज्या, संवेग के समानुपाती होगी
    $r \propto P$
39. प्रत्येक चालक में 2.5 एम्पियर की धारा प्रवाहित होगी।
40. विक्षेप, धारा के समानुपाती होता है।
    $I \propto \theta \qquad \theta$ = विक्षेप
41. चुम्बक के ध्रुव अवतलाकार काटे जाते हैं।
42. गेल्वेनोमीटर के समान्तर क्रम में अल्प प्रतिरोध (शंट) जोड़ा जाता है।
43. अमीटर का प्रभावी प्रतिरोध शंट के अत्यल्प मान के प्रतिरोध के लगभग बराबर होगा। ($R_A = S$)
44. एक उच्च मान का प्रतिरोध, गेल्वेनोमीटर के साथ श्रेणी क्रम में जोड़ा जाता है।
45. $R_A = \frac{GS}{G+S}$
46. S = 0.025 ओम

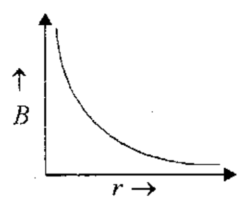
47. गेल्वेनोमीटर के प्रतिरोध के चार गुने (4 G) प्रतिरोध को गेल्वेनोमीटर के साथ श्रेणी क्रम में जोड़ना होगा।

48. $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

49. $B \propto I$



$B \propto \frac{1}{r}$



50. बेलन के बाहर $B_{out} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

बेलन की सतह पर $B_{Surface} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

R = बेलन की त्रिज्या

बेलन के अन्दर $B_{in} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$

51. बेलन की सतह पर
52. समान्तर तथा लम्बाई के अनुदिश
53. लगभग शून्य
54. $B = \mu_0 n I$ जहां $n = \frac{N}{L}$ एकांक लम्बाई में फेरों की संख्या
55. चुम्बकीय प्रेरण B दुगुना हो जायेगा।
56. शून्य
57. परिनालिका तथा टोराइड में आकृति का अन्तर है। परिनालिका सीधी होती है जबकि टोराइड वृत्ताकार (रिंग)।
58. चुम्बकीय प्रेरण (B) दुगुना हो जायेगा।
59. B का मान तीन गुना हो जायेगा
60. B अपरिवर्तीत रहेगा।
61. B दुगुना हो जायेगा।
62. I=2.5 A

पाठ्यपुस्तक के प्रश्न-उत्तर

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

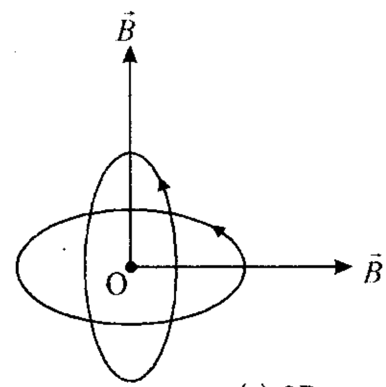
1. कोई आवेशित कण जो एक समान चाल से गति कर रहा है, उत्पन्न करता है
(अ) केवल विद्युत क्षेत्र
(ब) केवल चुम्बकीय क्षेत्र
(स) विद्युत क्षेत्र एवं चुम्बकीय क्षेत्र दोनों
(द) विद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्र के साथ विद्युत चुम्बकीय तरंगे

2. एक लम्बे तथा सीधे धारावाही चालक तार से r दूरी पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र B है। यदि तार में प्रवाहित धारा का मान नियत रखे तो $r/2$ दूरी पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान होगा
(अ) 2B (ब) B / 2
(स) B (द) B / 4

3. एक वृत्ताकार धारावाही कुण्डली के केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान B_0 है। इसी कुण्डली के अक्षीय बिन्दु पर, इसकी त्रिज्या के बराबर दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र B है तो B/B_0 का मान होगा
(अ) $1 : \sqrt{2}$ (ब) $1 : 2\sqrt{2}$
(स) $2\sqrt{2} : 1$ (द) $\sqrt{2} : 1$

4. हैल्मोल्टज कुण्डलियों का उपयोग किया जाता है
(अ) एक समान चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करने में
(ब) विद्युत धारा मापन में
(स) चुम्बकीय क्षेत्र मापन में
(द) विद्युत धारा की दिशा ज्ञात करने में

5. चित्र के अनुसार दो समरूप कुण्डलियों में समान विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। कुण्डलियों के केन्द्र उभयनिष्ठ तथा तल परस्पर लम्बवत है। यदि एक कुण्डली के कारण इसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र B है तो उभयनिष्ठ केन्द्र पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र का मान होगा



चित्र 7.91

(अ) शून्य (ब) 2B
(स) $B/\sqrt{2}$ (द) $\sqrt{2}B$

6. समान वेग से समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में लम्बवत प्रक्षेपित, निम्न में से किस कण पर सर्वाधिक बल लगेगा
(अ) $_{-1}e^0$ (ब) $_1H^1$
(स) $_2He^4$ (द) $_3Li^7$

7. एक विद्युत–मेन्स के सप्लाई तारों के मध्य दूरी 12 cm है। ये तार प्रति एकांक लम्बाई 4 mg भार अनुभव करते हैं, दोनों

तारों में प्रवाहित धारा का मान होगा

(अ) शून्य (ब) 4.85A

(स) 4.85 mA (द) 4.85×10^{-4} A

8. 100 eV ऊर्जा का एक प्रोटोन 10^{-4} T के चुम्बकीय क्षेत्र में उसके लम्बवत गतिमान है। प्रोटोन की साइक्लोट्रान आवृत्ति रेडियन / सेकण्ड में होगी

(अ) 2.80×10^6 (ब) 9.6×10^3

(स) 5.6×10^6 (द) 1.76×10^6

9. यदि G प्रतिरोध के धारामापी से मुख्य धारा की 2% धारा पूर्ण विक्षेप के लिए आवश्यक हो तो पार्श्व पथ (शण्ट) का प्रतिरोध होगा

(अ) $\frac{G}{50}$ (ब) $\frac{G}{49}$

(स) $49G$ (द) $50G$

10. एक परिनालिका में I विद्युत धारा प्रवाहित होने के उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र B है। परिनालिका की लम्बाई व फेरों की संख्या को दुगुना करने पर वही चुम्बकीय क्षेत्र प्राप्त करने के लिए प्रवाहित धारा करनी पड़ेगी

(अ) 2I (ब) I

(स) I / 2 (द) I / 4

11. एक टोराइड के अन्दर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान B है। यदि टोराइड के एकांक लम्बाई में फेरों की संख्या n है एवं इसमें प्रवाहित विद्युत धारा I हो तो इसके बाहर चुम्बकीय क्षेत्र का मान होगा

(अ) B (ब) B/ 2

(स) शून्य (द) 2B

12. किसी चल कुण्डली धारामापी को एक वोल्टमीटर में रूपांतरित किया जाता है

(अ) श्रेणीक्रम में उच्च प्रतिरोध जोड़कर

(ब) श्रेणीक्रम में अल्प प्रतिरोध जोड़कर

(स) समान्तर क्रम में उच्च प्रतिरोध जोड़कर

(द) समान्तर क्रम में अल्प प्रतिरोध जोड़कर

13. आदर्श वोल्टमीटर एवं आदर्श अमीटर के प्रतिरोध होने चाहिए

(अ) क्रमशः शून्य एवं अनन्त

(ब) क्रमशः अनन्त एवं शून्य

(स) दोनों के शून्य होने चाहिए

(द) दोनों के अनन्त होने चाहिए

उत्तरमाला

1.(स)	2.(अ)	3.(ब)	4.(अ)	5.(द)
6.(द)	7.(ब)	8.(ब)	9.(ब)	10.(ब)
11.(स)	12.(अ)	13.(ब)		

हल एवं संकेत (बहुचयनात्मक प्रश्न)

1.(स)

2.(अ) संकेत :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad ...(i)$$

$$B' = \frac{\mu_0 I}{2\pi \times \frac{r}{2}} = \frac{2\mu_0 I}{2\pi r} = 2B$$

3.(ब) संकेत :

$$B_0 = \frac{\mu_0 nI}{2R} \quad ...(i)$$

तथा $$B = \frac{\mu_0 nIR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

किन्तु यहाँ $x = R,$

$$\therefore \quad B = \frac{\mu_0 nIR^2}{2(R^2+R^2)^{3/2}}$$

या $$B = \frac{\mu_0 nIR^2}{2\times 2\sqrt{2}R^3}$$

या $$B = \frac{\mu_0 n.I}{2\times 2\sqrt{2}R} \quad ...(ii)$$

$$\therefore \quad \frac{B}{B_0} = \frac{\frac{\mu_0 nI}{2\times 2\sqrt{2}R}}{\frac{\mu_0 nI}{2R}}$$

या $$\frac{B}{B_0} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\therefore \quad B : B_0 = 1 : 2\sqrt{2}$$

4.(अ) संकेत : दोनों कुण्डलियों के मध्य समान चुम्बकीय क्षेत्र $B = \frac{8\mu_0 nI}{5\sqrt{5}R}$ उत्पन्न होता है।

5.(द) संकेत : दो संकेन्द्रीय समरूप कुण्डलियों के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र, जब उनमें समान धारा प्रवाहित हो

$$B_0 = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\theta}$$

यहाँ $\theta = 90^\circ$

तथा $B_1 = B_2 = B$

$$\therefore \quad B_0 = \sqrt{B^2 + B^2 + 2BB\cos 90^\circ}$$

$$= \sqrt{2B^2}$$

$$B_0 = \sqrt{2}\ B$$

6.(द) संकेत : आवेशित कण पर सर्वाधिक बल के सूत्र $F = q.V.B$ के अनुसार सर्वाधिक बल, सर्वाधिक आवेश ($q = 3e$) वाले कण $_3Li^7$ पर लगेगा।

7.(ब) संकेत :

$$r = 12\ cm = 0.12\ m$$

$$M = 4\ mg = 4 \times 10^{-6}\ Kg$$

$$\frac{F}{l} = M.g = 4 \times 10^{-6} \times 9.8$$

$$= 39.2 \times 10^{-6}\ N$$

∵ $$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{I \times I}{r}$$

∴ $$I = \sqrt{\frac{2\pi r \times \frac{F}{l}}{\mu_0}}$$

$$I = \sqrt{\frac{2\pi \times 0.12 \times 39.2 \times 10^{-6}}{4\pi \times 10^{-7}}}$$

$$I = 28\sqrt{3} \times 10^{-1}$$
$$= 28 \times 1.732 \times 10^{-1}$$

या $$I = 48.496 \times 10^{-1}$$
$$= 4.8496 A$$

या $$I = 4.85 A$$

8.(ब) संकेत : $$\omega = \frac{q_p B}{m_p} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 10^{-4}}{1.67 \times 10^{-27}}$$

∵ $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ Kg
$q_p = 1.6 \times 10^{-19}$ C
$\omega = 9.58 \times 10^3$

या $\omega = 9.6 \times 10^3$ radians / sec

9.(ब) संकेत : 2% I.G. = 98% I.S.

$$S = \frac{2G}{98}$$

$$S = \frac{G}{49}$$

10.(ब) संकेत : $$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

$$B' = \mu_0 \frac{2N}{2L} \times I' = \frac{\mu_0 N \times I'}{L}$$

∵ $B' = B$

$$\mu_0 \frac{N}{L} I' = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

या $I' = I$

11.(स)

12.(अ)

13.(ब)

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करने के विभिन्न स्रोतों के नाम लिखिए।

उत्तर– चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करने के लिए निम्न स्रोत होते हैं–
(i) चुम्बक की उपस्थिति से
(ii) गतिमान आवेश द्वारा
(iii) धारावाही चालक के कारण
(iv) परिवर्ती विद्युत क्षेत्र के कारण

प्र.2. चुम्बकीय क्षेत्र की विमाएँ एवं मात्रक लिखिए।

उत्तर–विमा $M^1L^0T^{-2}A^{-1}$ तथा मात्रक टेसला

प्र.3. गतिशील आवेश कौनसे क्षेत्र उत्पन्न करते हैं?

उत्तर–विद्युत क्षेत्र एवं चुम्बकीय क्षेत्र दोनों उत्पन्न करता है।

प्र.4. एक आवेश q चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ के लम्बवत दिशा में $\vec{v}$ वेग से प्रवेश करता है। इस आवेश पर बल का मान क्या होगा तथा कण का पथ कैसा होगा?

उत्तर–कण पर कार्यरत बल $\vec{F} = q(\vec{V} \times \vec{B})$
$= q.V.B\sin\theta.\hat{n}$
$\theta = 90^\circ$

∴ $|\vec{F}| = qVB\sin 90^\circ$
$= q.V.B$

कण का पथ वृत्ताकार होगा।

प्र.5. 1 एम्पियर धारा की अन्तर्राष्ट्रीय मात्रक पद्धति में परिभाषा दीजिए।

उत्तर–**एम्पियर** –यदि निर्वात में परस्पर 1 मीटर दूरी पर स्थित अनन्त लम्बाई एवं नगण्य अनुप्रस्थ काट क्षेत्र के दो समान्तर चालक तारों में समान दिशा में समान मान की धारा प्रवाहित करने पर उनके मध्य प्रति एकांक लम्बाई पर 2×10^{-7} न्यूटन का आकर्षण बल कार्यकारी हो, तो प्रत्येक चालक में धारा का मान 1 एम्पियर होगा।

प्र.6. यदि कोई प्रोटोन उर्ध्व तल में ऊपर की ओर गति कर रहा है तथा उस पर चुम्बकीय बल क्षैतिज तल में उत्तर की ओर लगता है तो चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा क्या है?

उत्तर–फ्लेमिंग के बांये हाथ के नियम के अनुसार चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा पश्चिम की ओर होगी।
जब बांये हाथ की मध्यमा, तर्जनी व अँगूठा परस्पर लम्बवत् फैलाएँ
अंगूठा – (प्रोटोन की गति की दिशा में)
मध्यमा – चुम्बकीय बल उत्तर की ओर
तब तर्जनी – चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा पश्चिम की ओर इंगित करेगी।

प्र.7. एक आवेशित कण, सम चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर गति करता है, तो कण का पथ कैसा होगा?

उत्तर–कण का पथ ऋजुरेखीय होगा, क्योंकि इस स्थिति में आवेशित कण पर कोई बल कार्य नहीं करेगा।

प्र.8. किसी वृत्ताकार कुण्डली के व्यासाभिमुखी सिरों पर एक नियत–वोल्टता की बैटरी संयोजित है। कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र कितना होगा।

उत्तर–यदि कुण्डली X–Y तल में हो तो, $\vec{B}_0$, z अक्ष के अनुदिश होता है।

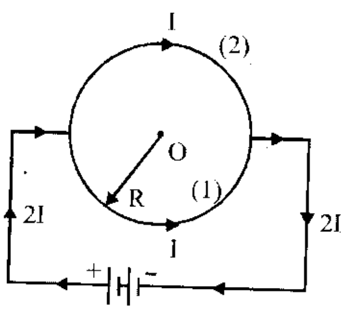
$$\vec{B}_0 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$\vec{B}_0 = \frac{\mu_0 I}{4R}\hat{k} + \frac{\mu_0 I}{4R}(-\hat{k})$$

$$\vec{B}_0 = 0\hat{k}$$

या $$B_0 = 0$$

अर्थात् कुण्डली के केन्द्र पर शून्य चुम्बकीय क्षेत्र होगा।



चित्र 7.92

प्र.9. किसी N फेरों वाली R त्रिज्या की धारावाही कुण्डली को खोलकर सीधे लम्बे तार में बदलने पर, इससे R दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान कुण्डली के केन्द्र पर मान का कितना गुना होगा?

उत्तर– N फेरों वाली R त्रिज्या की I धारा युक्त कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B_0 = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

कुण्डली को खोलकर सीधे लम्बे तार में बदलकर I धारा प्रवाहित करने पर R दूरी पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

या $$B = \frac{1}{\pi N} \times \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

या $$B = \frac{1}{\pi N} \times B_0$$

प्र.10. हैल्मोल्टज कुण्डली में दोनो नति परिवर्तन बिन्दुओं के मध्य दूरी कितनी होती है?

उत्तर–नति परिवर्तन बिन्दुओं के बीच की दूरी

= 2 × (प्रत्येक कुण्डली की त्रिज्या)

= 2R

प्र.11. ऐम्पीयर के परिपथीय नियम का गणितीय रूप लिखो।

उत्तर– $$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 \Sigma I$$

प्र.12. किसी आंतरिक त्रिज्या R की तांबे की लम्बी नली में I विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। नली के भीतर चुम्बकीय क्षेत्र का मान लिखिए।

उत्तर–नली के भीतर चुम्बकीय क्षेत्र $B = 0$

प्र.13. धारामापी में प्रयुक्त स्थायी चुम्बक के ध्रुवखण्ड अवतल आकृति में क्यों बनाए जाते है।

उत्तर–चुम्बकीय क्षेत्र को त्रिज्य बनाने के लिए धारामापी में चुम्बकीय ध्रुव खण्ड अवतल बनाए जाते हैं।

प्र.14. धारामापी की धारा सुग्राहिता कैसे बढ़ाई जा सकती है।

उत्तर–धारामापी की सुग्राहिता को निम्न प्रकार से बढ़ाया जा सकता है–

(i) कुण्डली में फेरों की संख्या बढ़ाकर।

(ii) कुण्डली का क्षेत्रफल बढ़ाकर।

(iii) चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता बढ़ाकर।

(iv) निलम्बन तार या स्प्रिंग के मरोड़ी नियतांक या ऐंठन नियतांक C का मान कम करके।

प्र.15. धारामापी में कुण्डली की साम्य स्थिति में चुम्बकीय क्षेत्र तथा कुण्डली की स्थिति क्या होगी?

उत्तर–धारामापी में कुण्डली की साम्य स्थिति में कुण्डली का तल चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् होता है।

∵ साम्य स्थिति में $\tau = 0$

$$\tau = NIABsin\theta = 0$$

$$sin\theta = 0$$

$$\theta = 0$$

अर्थात् $\vec{A}$ व $\vec{B}$ परस्पर समान्तर होंगे या कुण्डली का तल व B परस्पर लम्बवत् होंगे।

प्र.16. साइक्लोट्रॉन का उपयोग हल्के आवेशित कण में को त्वरित करने के लिए नहीं करते है। क्यों?

उत्तर–हल्के कणों का अधिक ऊर्जा पर वेग प्रकाश के वेग के निकट पहुँच सकता है और आपेक्षिकता के सिद्धांत से द्रव्यमान में वृद्धि संभव हो जाती है, जिससे कणों का त्वरण एक सीमित मान तक ही संभव होता है।

प्र.17. आप समचुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करने के लिए किस युक्ति का चयन करेंगे?

उत्तर–लम्बी धारावाही परिनालिका का उपयोग करेंगे।

प्र.18. किसी साइक्लोट्रॉन में आवेशित कण का किसी डी में अर्द्धआवर्तकाल पथ की त्रिज्या एवं कण की चाल पर किस प्रकार निर्भर करता है?

उत्तर–किसी डी में कण का अर्द्धआवर्तकाल पथ की त्रिज्या (r) एवं कण की चाल (v) पर निर्भर नहीं करता है, क्योंकि सूत्रानुसार इसका मान

$$T = \frac{2\pi m}{q.B} = \text{नियतांक होता है।}$$

प्र.19. धारामापी को इच्छित परास के वोल्टमीटर में परिवर्तित करने के लिए आवश्यक उच्च प्रतिरोध का सूत्र लिखिए।

उत्तर–आवश्यक उच्च प्रतिरोध $R = \frac{V}{I_g} - G$

जहाँ V = वोल्टमीटर की परास

I_g = धारामापी के लिए पूर्ण स्केल विक्षेप धारा

तथा G = धारामापी का प्रतिरोध

लघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. ऑरस्टेड के प्रयोग से प्राप्त निष्कर्षों को लिखिए।

उत्तर–ऑरस्टेड के प्रयोग से प्राप्त निष्कर्ष

(i) जब किसी चालक में धारा प्रवाहित की जाती है, तो उसके चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है।

(ii) उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा धारा की दिशा पर निर्भर करती है।

(iii) उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता धारा की प्रबलता पर निर्भर करती है।

प्र.2. बायो सावर्ट नियम को सदिश रूप में व्यक्त करो।

उत्तर–
$$\overrightarrow{dB} = \frac{K.I.\vec{dl} \times \vec{r}}{r^3}$$

या
$$\overrightarrow{dB} = \frac{K.I.\vec{dl} \times \hat{r}}{r^2}$$

जहाँ K = समानुपाती स्थिरांक = $\frac{\mu_0}{4\pi}$

जहाँ निर्वात की चुम्बकशीलता $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ हेनरी/मीटर है।

I = धारा, $\vec{dl}$ = धारावाही अल्पांश की लम्बाई तथा r अल्पांश से बिन्दु की दूरी जहाँ धारावाही अल्पांश के कारण चुम्बकीय क्षेत्र dB ज्ञात करना है।

प्र.3. चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा ज्ञात करने के लिए दो नियमों की व्याख्या कीजिए।

उत्तर–**1. दक्षिणावर्ती पेच नियम या मैक्सवेल का कॉर्क–स्क्रू नियम (Right Handed Cork Screw Rule or Maxwell's Cork Screw Rule) :** यदि एक दक्षिणावर्ती पेच को धारावाही चालक की दिशा में इस प्रकार घुमाया जाये, कि वह धारा की दिशा में आगे बढ़े, तो उसके घुमाने की दिशा चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को प्रदर्शित करेगी।

2. दाँये हाथ के अँगूठे का नियम (Right Hand Thumb's Rule) : यदि धारावाही चालक को दाएँ हाथ में इस प्रकार रखा जाये कि अँगूठा धारा की दिशा में रहे, तब अँगुलियों का घुमाव चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को प्रदर्शित करेगा।

प्र.4. कोई आवेशित कण किसी समचुम्बकीय क्षेत्र में θ कोण (जहाँ $0 < \theta < 90°$ है) पर प्रवेश करता है। कण का पथ कैसा होगा? इस पथ का चूड़ी अन्तराल या पिच (pitch) ज्ञात कीजिए।

उत्तर–जब कोई आवेशित कण किसी सम चुम्बकीय क्षेत्र में θ कोण (जहाँ $0° < \theta < 90°$) पर प्रवेश करता है, तो कण का पथ कुण्डलीनुमा (Helical) होता है।

इस पथ का चूड़ी अंतराल (Pitch) चुम्बकीय क्षेत्र B में एक चक्र के आवेशित कण (आवेश q व द्रव्यमान m) द्वारा तय की गई क्षैतिज दूरी (x) होती है।

$$\therefore \quad x = v_x \times T$$

(T = आवर्तकाल, v_x = वेग का क्षैतिज घटक)

$$x = v\cos\theta \times \left(\frac{2\pi m}{qB}\right)$$

या
$$x = \frac{2\pi m v \cos\theta}{q.B}$$

प्र.5. वृत्ताकार धारावाही कुण्डली के अक्ष पर केन्द्र से R/2 दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र तथा केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र के मध्य सम्बन्ध ज्ञात कीजिए। यहाँ R कुण्डली की त्रिज्या है।

उत्तर–वृत्ताकार धारावाही कुण्डली के अक्ष पर केन्द्र से $\frac{R}{2}$ दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 NI.R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

$x = \frac{R}{2}$ रखने पर,

$$B = \frac{\mu_0 NI.R^2}{2\left[R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2\right]^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 NIR^2}{2\left[\frac{5}{4}R^2\right]^{3/2}}$$

या
$$B = \frac{\mu_0 NIR^2}{2 \times \frac{5\sqrt{5}}{8} R^3}$$

या
$$B = \frac{4\mu_0 NI}{5\sqrt{5}R} \quad ...(1)$$

केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B_0 = \frac{\mu_0 NI}{2R} \quad ...(2)$$

$$\therefore \quad \frac{B}{B_0} = \frac{\frac{4\mu_0 NI}{5\sqrt{5}R}}{\frac{\mu_0 NI}{2R}} = \frac{8}{5\sqrt{5}}$$

या $$B = \frac{8}{5\sqrt{5}} B_0$$

प्र.6. यह दर्शाइये कि किस प्रकार छोटा धारावाही लूप एक दण्ड चुम्बक की तरह व्यवहार करता है?

उत्तर– एक छोटे धारावाही लूप के कारण उसकी अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का मान एक दण्ड चुम्बक की अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता के अनुरूप होता है। यदि N फेरों और अल्प मान की त्रिज्या R वाली लूप में धारा I प्रवाहित की जाती है, तो उसकी अक्ष पर केन्द्र से x दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता B का मान होता है–

$$B = \frac{\mu_0 NIR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

$\because R << x$

$\therefore$ R^2 का मान x^2 की तुलना में नगण्य होने के कारण योग क्रिया में छोड़ा जा सकता है।

$$\therefore \quad B = \frac{\mu_0 NIR^2}{2\times x^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\times\frac{2\pi R^2.NI}{x^3}$$

या $$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\times\frac{2AI}{x^3}$$

जहाँ $A = \pi R^2 N$

= लूप का प्रभावी क्षेत्रफल

या $$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\times\frac{2M}{x^3} \quad ...(1)$$

यहाँ $M = IA$ (धारावाही लूप का चुम्बकीय आघूर्ण है)

एक छोटे दण्ड चुम्बक की अक्ष पर उसके केन्द्र से x दूरी पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता निम्न सूत्र से दी जाती है।

$$B = \frac{\mu_0.2M}{4\pi x^3} \quad ...(2)$$

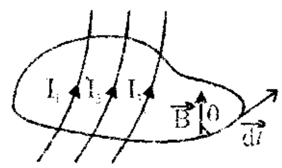
जहाँ $M = m \times L$

= (ध्रुव प्रावल्य) × (दण्ड चुम्बक की लम्बाई)

समी. (1) व (2) की तुलना में करने पर स्पष्ट है, कि दोनों एक जैसे है। अत: एक छोटा धारावाही लूप एक दण्ड चुम्बक की तरह व्यवहार करता है।

प्र.7. चुम्बकीय क्षेत्र का परिसंचरण क्या है? समझाइए।

उत्तर– चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित किसी अल्पांश पथ पर चुम्बकीय क्षेत्र का रेखा समाकलन चुम्बकीय परिसंचारण कहलाता है।



चित्र 7.93

अत: चुम्बकीय परिसंचारण = $\int \vec{B}.\vec{dl} = \int B.dl \cos\theta$

जहाँ θ, $\vec{B}$ व $\vec{dl}$ के मध्य का कोण है।

यदि यही समाकलन किसी बन्द पथ पर लिया जावे, तो इसका मान बंद पथ द्वारा परिबद्ध कुल धारा का μ_0 गुना होता है। यह एम्पियर का नियम जाना जाता है अर्थात्

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 \Sigma I$$

जहाँ ΣI बन्द पथ से परिबद्ध धाराओं का योग है। संलग्न चित्र से

$$\Sigma I = I_1 + I_2 + I_3$$

प्र.8. किसी धारावाही परिनालिका तथा दण्ड चुम्बक के व्यवहार में क्या अन्तर है?

उत्तर– धारावाही परिनालिका एवं दण्ड चुम्बक के व्यवहार में अंतर–

1. धारावाही परिनालिका के भीतर प्रत्येक बिन्दु पर चुम्बकत्व एक समान होता है, केवल सिरों के निकट थोड़ा सा कम होता है, जबकि दण्ड चुम्बक में चुम्बकत्व सिरों पर अधिकतम एवं मध्य में न्यूनतम होता है।

2. धारावाही परिनालिका के सिरों पर चुम्बकीय ध्रुवता प्रवाहित धारा की दिशा पर निर्भर करती है, जबकि दण्ड चुम्बक में सिरों की ध्रुवता नियत बनी रहती है।

3. धारावाही परिनालिका का चुम्बकत्व धारा के मान पर निर्भर करता है और धारा का मान बढ़ाने पर बढ़ता है, जबकि दण्ड चुम्बक में चुम्बकत्व स्थायी रहता है, केवल गर्म करने या पटकने से कम होता है।

प्र.9. दो समान्तर धारावाही चालकों में एक के कारण दूसरे की एकांक लम्बाई पर चुम्बकीय बल की गणना करो।

उत्तर– अनुच्छेद 7.9 पर देखें।

प्र.10. एम्पीयर के नियम की सहायता से किसी लम्बे धारावाही बेलनाकार चालक के अन्दर स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

उत्तर– अनुच्छेद 7.12.2 पर भाग (iii) देखें।

प्र.11. साइक्लोट्रॉन के अन्दर किसी डी में धन आवेश के अर्द्धवृत्ताकार पथ में लगे समय का मान पथ की त्रिज्या पर

निर्भर नहीं करता यह दर्शाइये।

उत्तर – जब कोई धन आवेश साइक्लोट्रॉन की एक डी (dee) में चुम्बकीय क्षेत्र ($\vec{B}$) के लम्बवत् गति करता है, तो उस पर कार्यकारी लॉरेन्ज बल $F = qvB\sin 90^\circ = qvB$ होता है, जो q आवेश से आवेशयुक्त कण को r त्रिज्या के वृत्ताकार पथ में गति कराने के लिए अभिकेन्द्रीय बल $\frac{mv^2}{r}$ प्रदान करता है।

∴ $$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

या $$r = \frac{m.v}{q.B}$$

अत: उस डी में कण द्वारा अर्द्धवृत्त पूरा करने में लगा समय,

$$t = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{\pi r}{v}$$

(अर्द्धवृत्ताकार पथ पर चली दूरी = πr)

या $$t = \frac{\pi}{v} \times \frac{mv}{q.B}$$

या $$t = \frac{\pi m}{q.B}$$

उपरोक्त समी. से स्पष्ट है, कि डी में धन आवेश के अर्द्धवृत्ताकार पथ में लगे समय t का मान पथ की त्रिज्या r पर निर्भर नहीं करता है।

प्र.12. साइक्लोट्रॉन के सिद्धांत को समझाइये।

उत्तर– अनुच्छेद 7.7.1 पर देखें।

प्र.13. धारामापी की सुग्राहिता एवं दक्षतांक किन्हें कहते है? इनमें क्या सम्बन्ध है?

उत्तर– **धारामापी की सुग्राहिता**– धारामापी में प्रति इकाई धारा के कारण उत्पन्न विक्षेप को धारामापी की धारा सुग्राहित कहते हैं।

$$\text{अत: धारा सुग्राहिता} = \frac{\text{विक्षेप}}{\text{धारा}} = \frac{\alpha}{I} = \frac{NAB}{C}$$

जहाँ N धारामापी कुण्डली में घेरों की संख्या, A कुण्डली का क्षेत्रफल, B चुम्बकीय क्षेत्र तथा C प्रतिबल नियतांक या ऐंठन बलयुग्म है।

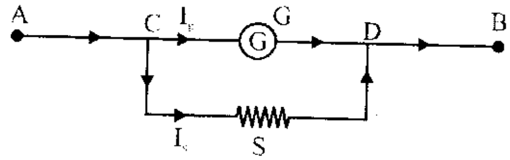
धारामापी का दक्षतांक– धारामापी में इकाई विक्षेप उत्पन्न करने के लिये आवश्यक धारा की मात्रा उसका दक्षतांक कहलाता है।

∴ $$\text{दक्षतांक} = \frac{\text{धारा}}{\text{विक्षेप}} = \frac{I}{\alpha} = \frac{C}{NAB}$$

$$\text{अत: दक्षतांक} = \frac{1}{\text{धारा सुग्राहिता}}$$

प्र.14. किसी धारामापी को उचित परास के अमीटर में परिवर्तित करने के लिए धारामापी के समान्तर क्रम में जोड़े जाने वाली शंट का प्रतिरोध ज्ञात करो।

उत्तर– यदि धारामापी का प्रतिरोध G हो तथा इसमें पूर्ण स्केल विक्षेप के लिये आवश्यक धारा का मान I_g हो, तो इस धारामापी को I एम्पियर परास मान के अमीटर में बदलने के लिये धारामापी कुण्डली के समान्तर क्रम में उपयुक्त मान S का शण्ट (अल्प प्रतिरोध) चित्रानुसार जोड़ा जाता है।



चित्र 7.94

यदि शण्ट में प्रवाहित धारा I_s हो, तो

$$I = I_g + I_S$$

या $$I_S = I - I_g \quad ...(1)$$

ओम के नियम से बिन्दु C एवं D के मध्य विभवांतर,

$$V_{CD} = I_g \times G = I_S \times S \quad ...(2)$$

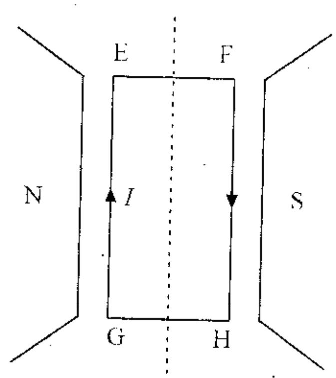
समी. (1) से I_s का मान रखने पर,

$$I_g \times G = (I - I_g) \times S$$

या $$S = \frac{I_g \times G}{(I - I_g)} \quad ...(3)$$

समी. (3) के दाएँ पक्ष में I, I_g व G के मान रखकर आवश्यक शण्ट S के मान की गणना कर लेते हैं और उतने ही मान का शण्ट धारामापी कुण्डली से समान्तर क्रम में जोड़ देते हैं।

प्र.15. एक आयताकार धारावाही पाश EFGH चित्रानुसार समरूपी चुम्बकीय क्षेत्र में रखा है।



चित्र 7.95

(a) धारा पाश पर चुम्बकीय आघूर्ण की दिशा क्या है?
(b) पाश पर कार्यरत बल आघूर्ण कब (i) अधिकतम तथा (ii) शून्य होगा।

उत्तर– (a) धारा पाश पर चुम्बकीय आघूर्ण की दिशा धारा पाश के तल के सदैव लम्बवत् होती है।

(b) पाश पर कार्यरत बल आघूर्ण तब

(i) अधिकतम होगा जब धारा पाश का तल चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में होगा।

(ii) शून्य होगा, जब धारा पाश का तल चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् होगा।

निबंधात्मक प्रश्न

प्र.1. बायो–सावर्ट के नियम का कथन कीजिए। इसकी सहायता से किसी सीधे तथा परिमित लम्बाई के धारावाही चालक तार के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का व्यंजक प्राप्त कीजिए। दर्शाइए कि अनन्त लम्बाई के धारावाही तार से लम्बवत दूरी d पर चुम्बकीय क्षेत्र $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ होता है

उत्तर– अनुच्छेद 7.3, 7.4.1 तथा 7.4.2 पर देखें।

प्र.2. बायो–सावर्ट के नियम का उपयोग करते हुए किसी धारावाही वृत्ताकार लूप (पाश) के अक्ष पर किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र के लिए एक व्यंजक (सदिश रूप में) व्युत्पन्न कीजिए। आवश्यक चित्र बनाइए।

उत्तर– अनुच्छेद 7.5.2 पर देखें।

प्र.3. साइक्लोट्रोन की क्रियाविधि लिखिए। दोनो डीज में त्वरित आवेशित कणों (आयनों) के पथ को प्रदर्शित करता साइक्लोट्रान का व्यवस्था आरेख बनाइये। साइक्लोट्रॉन के निम्न प्राचलों की व्युत्पत्ति कीजिए।

(i) साइक्लोट्रॉन की आवृत्ति

(ii) साइक्लोट्रॉन में आयनों की गतिज ऊर्जा

उत्तर– अनुच्छेद 7.7.2 तथा 7.7.3 पर देखें।

प्र.4. चुम्बकीय क्षेत्र में रखे धारावाही चालक पर बल का व्यंजक प्राप्त कीजिए। बल की दिशा के लिए दांये हाथ की हथेली का नियम समझाइये।

उत्तर– अनुच्छेद 7.8 तथा 7.8.1.2 पर देखें।

प्र.5. एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में रखी आयताकार धारावाही कुण्डली पर बल तथा बल आघूर्ण का व्यंजक प्राप्त कीजिए। आवश्यक चित्र बनाइए। बल आघूर्ण का मान कब न्यूनतम तथा अधिकतम होगा, बताइये।

उत्तर– अनुच्छेद 7.10 तथा 7.10.1 पर देखें।

प्र.6. ऐम्पीयर का परिपथीय नियम लिखिये। एक अत्यधिक लम्बी धारावाही परिनालिका के अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र का व्यंजक प्राप्त कीजिए। आवश्यक चित्र बनाइये।

उत्तर– अनुच्छेद 7.12 तथा 7.13.1 पर देखें।

प्र.7. टोरॉइड की संरचना कैसी होती है? किसी टोरॉइड के अन्दर चुम्बकीय क्षेत्र के लिए एक व्यंजक प्राप्त कीजिए, यदि टोराइड में r औसत त्रिज्या के N फेरे हैं और उनसे I धारा प्रवाहित हो रही है। दर्शाइये कि टोरॉइड के भीतर खुले क्षेत्र में तथा टोरॉइड वे बाहर चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होता है।

उत्तर– अनुच्छेद 7.15 पर देखें।

प्र.8. धारामापी क्या है? नामांकित चित्र की सहायता से चल कुण्डली धारामापी की संरचना तथा सिद्धांत एवं कार्यविधि समझाइए। निम्न का क्या उपयोग है।

(i) त्रिज्यीय क्षेत्र (ii) कच्चे लोहे की क्रोड

उत्तर– अनुच्छेद 7.11, 7.11.1.1 तथा 7.11.1.2 पर देखें।

प्र.9. धारामापी का सिद्धांत समझाते हुए इसकी सुग्राहिता तथा दक्षतांक के लिए व्यंजक प्राप्त करो। ये किन–किन कारकों पर निर्भर करते हैं?

उत्तर– अनुच्छेद 7.11.1, 7.11.1.4 तथा 7.11.2 पर देखें।

आंकिक प्रश्न

प्र.1. तार की एक वृत्ताकार कुण्डली में 100 फेरे है, प्रत्येक की त्रिज्या 8.0 cm है और इनमें 0.40 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है?

उत्तर– दिया है– N = 100 फेरे, r = 8 सेमी. $= 8\times10^{-2}$ मी.

I = 0.40 एम्पियर

$$B_{\text{केन्द्र}} = \frac{\mu_0 NI}{2r} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times100\times0.40}{2\times8\times10^{-2}}$$

$$= 10\pi\times10^{-5} = 3.14\times10^{-4} \text{ टेसला}$$

प्र.2. एक 6.28 m लम्बे तार से 0.10 m त्रिज्या की कुण्डली बनाकर इसमें 1.0 A धारा प्रवाहित की गई है। इसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर– तार की कुल लम्बाई L = 6.28 m,

प्रवाहित धारा I = 1.0 A

निर्मित कुण्डली की त्रिज्या,

r = 10 cm = 0.10 m

कुण्डली के एक घेरे में प्रयुक्त तार की लम्बाई $= 2\pi r$

अत: कुण्डली में घेरों की कुल संख्या

$$N = \frac{L}{2\pi r}$$

$$N = \frac{6.28}{2\times3.14\times0.10} = 10$$

अत: कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2r}$$

या
$$B = \frac{4\pi\times10^{-7}\times10\times1}{2\times0.10}$$

$$= 2\pi\times10^{-5}\,T$$

या
$$B = 2\times3.14\times10^{-5}$$

$= 6.28 \times 10^{-5}$ T

प्र.3. एक लंबे, सीधे तार में 35 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। तार से 20 cm दूरी पर स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है?

उत्तर– दिया है–I = 35 एम्पियर, r = 20 सेमी. = 20×10^{-2} मी.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 35}{2\pi \times 20 \times 10^{-2}} = 3.5 \times 10^{-5} \text{ टेसला}$$

प्र.4. एक तार AB से होकर 10 A की स्थिर (अपरिवर्ती) विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। यह तार एक मेज पर क्षैतिज रखा है। एक अन्य तार CD इस तार AB के ठीक ऊपर 2 mm की ऊँचाई पर स्थित है। तार CD से 6 A की विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। तार CD की प्रति एकांक लम्बाई का द्रव्यमान कितना हो ताकि मुक्त अवस्था में यह अपनी स्थिति में ही लटका रहे? तार AB के सापेक्ष तार CD में प्रवाहित विद्युत धारा की दिशा क्या होगी? (g का मान = $10\ ms^{-2}$ लीजिए)

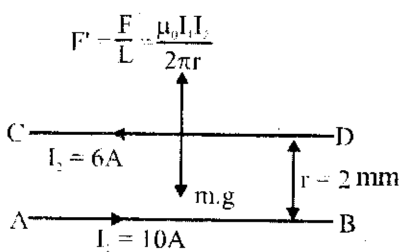
उत्तर– तार AB में प्रवाहित धारा $I_1 = 10A$

तार CD में प्रवाहित धारा $I_2 = 6A$

दोनों तारों के मध्य दूरी $r = 2$ mm $= 2 \times 10^{-3}$ m

तथा $g = 10 ms^{-2}$

माना कि तार CD की प्रति एकांक लम्बाई का द्रव्यमान m होने पर मुक्त अवस्था में यह अपनी ही स्थिति में लटका रहता है। इसके लिये धारा प्रवाह दोनों तारों में विपरीत दिशा में होगा, ताकि तार AB तार CD पर ऊपर की ओर प्रतिकर्षण बल लगा सके जो तार CD के एकांक लम्बाई पर भार से संतुलित होगा।



चित्र 7.96

अत:
$$mg = \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$

$$\therefore \quad m = \frac{\mu_0 I_1 . I_2}{2\pi r \times g}$$

या
$$m = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10 \times 6}{2\pi \times 2 \times 10^{-3} \times 10}$$

या
$$m = 6 \times 10^{-4} \text{ kg/m}$$

तार CD में धारा तार AB की दिशा के ठीक विपरीत होगी, तभी प्रतिकर्षण बल तार CD के भार के विपरीत दिशा में कार्यकारी हो संतुलन बनायेगा।

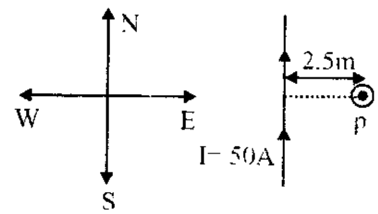
प्र.5. क्षैतिज तल में रखे एक लम्बे तथा सीधे तार में 50 A की विद्युत धारा दक्षिण से उत्तर की ओर प्रवाहित हो रही है। तार के पूर्व में 2.5 m दूरी पर स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण एवं उसकी दिशा ज्ञात कीजिए।

उत्तर–
I = 50 A
r = 2.5 m

चुम्बकीय क्षेत्र
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

या
$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 50}{2\pi \times 2.5}$$

या
$$B = 4 \times 10^{-6} \text{ T}$$



चित्र 7.97

दाएँ हाथ के नियम से चुम्बकीय क्षेत्र B की दिशा ऊर्ध्वाधर पृष्ठ के अंदर (नीचे) की ओर होगी।

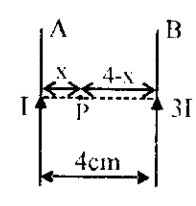
प्र.6. दो लम्बे समान्तर तार परस्पर 4 cm की दूरी पर है। इनमें क्रमशः I तथा 3I मान की धाराएँ एक ही दिशा में बढ़ रही है। दोनों के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र कहाँ पर शून्य होगा?

उत्तर– समान्तर तारों के मध्य दूरी r = 4 cm.

प्रथम तार A में धारा $I_1 = I$

द्वितीय तार B में धारा $I_2 = 3I$

दोनों समान्तर तारों में धारा एक ही दिशा में प्रवाहित है, अत: वह बिन्दु जहाँ दोनों तारों के कारण चुम्बकीय क्षेत्र शून्य है, दोनों तारों के बीच होगा।



चित्र 7.98

माना कि इस बिन्दु की पहले तार से दूरी x सेमी. है। अत: दूसरे तार से (4 – x) सेमी होगी। चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होने के लिए दोनों तारों के कारण चुम्बकीय क्षेत्र का मान समान तथा विपरीत दिशा में होगा।

$$\therefore \quad \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2}$$

$\Rightarrow \quad \frac{I_1}{r_1} = \frac{I_2}{r_2}$

$\frac{I}{x} = \frac{3I}{(4-x)}$

या $3x = 4 - x$

$3x + x = 4$

$4x = 4$

या $x = 1$ cm.

अत: I धारा वाले तार से 1 cm. की दूरी पर दोनों तारों के मध्य चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होगा।

प्र.7. एक प्रोटोन 0.2 T के चुम्बकीय क्षेत्र में 6.0×10^5 m/sec की चाल से चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत प्रवेश करता है। प्रोटोन का त्वरण एवं पथ की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर– $B = 0.2$ T $\quad \theta = 90^\circ$

$V = 6.0 \times 10^5$ m/s

$q_p = 1.6 \times 10^{-19}$ C

$m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ Kg.

प्रोटॉन पर चुम्बकीय क्षेत्र में बल

$F = qVB.\sin\theta$

$= qVB\sin 90^\circ$

$F = qVB$

$F = 1.6 \times 10^{-19} \times 6.0 \times 10^5 \times 0.2$

या $F = 1.92 \times 10^{-14}$ N

$\therefore$ प्रोटॉन का त्वरण $a = \frac{F}{m_p} = \frac{1.92 \times 10^{-14}}{1.67 \times 10^{-27}}$

या $a = 1.149 \times 10^{13}$ m/s^2

$a = 1.5 \times 10^{13}$ m/s^2

पथ की त्रिज्या $r = \frac{m_p v}{q_p B}$

या $r = \frac{1.67 \times 10^{-27} \times 6.0 \times 10^5}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.2}$

या $r = 31.31 \times 10^{-3}$ m.

या $r = 0.03131$ m $\simeq 0.031$ m.

प्र.8. एक तार जिसमें 8 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, 0.15 T के एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में क्षेत्र से 30° का कोण बनाते हुए रखा है। इसकी एकांक लम्बाई पर लगने वाले बल का परिमाण एवं इसकी दिशा क्या है?

उत्तर– दिया है–I = 8 एम्पियर, B = 0.15 टेसला, $\theta = 30^\circ$

$F = I L B \sin\theta$

इकाई लम्बाई पर बल

$f = \frac{F}{L} = IB\sin\theta = 8 \times 0.15 \times \sin 30 = 0.6$ न्यूटन/मी.

बल की दिशा तार की लम्बाई एवं चुम्बकीय क्षेत्र के तल के लम्बवत् होगी जिसे फ्लेमिंग के बांये हाथ के नियम से ज्ञात कर सकते हैं।

प्र.9. दो एक समान कुण्डलियाँ, प्रत्येक की त्रिज्या 8 cm तथा फेरों की संख्या 100 है, समाक्षतः व्यवस्थित है, इनके केन्द्रों के मध्य दूरी 12 cm है। यदि प्रत्येक कुण्डली में 1 A धारा एक ही दिशा में प्रवाहित हो तो अक्षीय रेखा पर ठीक मध्य में चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर– ज्ञात है $N = 100$

$I = 1$ A

$R = 8$ cm $= 0.08$ m

$r = 12$ cm

$\therefore \quad x = \frac{r}{2} = \frac{12}{2} = 6$ cm.

या $x = 0.06$ m.

दोनों कुण्डलियों के ठीक मध्य चुम्बकीय क्षेत्र $B = \frac{2 \times \mu_0 NIR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$

$\therefore \quad B = \frac{2 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times 1 \times (0.08)^2}{2\left[(0.08)^2 + (0.06)^2\right]^{3/2}}$

$B = \frac{4\pi \times 8 \times 8 \times 10^{-9}}{(0.0100)^{3/2}}$

$B = \frac{4 \times 3.14 \times 64 \times 10^{-9}}{(0.1)^3} = 803.84 \times 10^{-6}$

या $B = 8.0384 \times 10^{-4}$ T

या $B = 8.04 \times 10^{-4}$ T

प्र.10. दो 2 m लम्बे समान्तर तार परस्पर 0.2 m की दूरी पर निर्वात में स्थित है। यदि दोनों तारों में 0.2 A की विद्युत धारा एक ही दिशा में प्रवाहित हो तो तारों की प्रति एकांक लम्बाई पर लगने वाला बल ज्ञात कीजिए।

उत्तर– ज्ञात है, $I_1 = I_2 = 0.2$ A

$r = 0.2$ m

$r << L$

तार की प्रति एकांक लम्बाई पर बल;

$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$

या $\frac{F}{l} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 0.2 \times 0.2}{2\pi \times 0.2}$

या $$\frac{F}{l} = 0.4 \times 10^{-7}$$

या $$\frac{F}{l} = 4 \times 10^{-8}\ N/m$$

प्र.11. एक वर्गाकार कुण्डली जिसकी प्रत्येक भुजा 10 cm है, में 20 फेरे है और उसमें 12 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। कुण्डली उर्ध्वाधरतः लटकी हुई है और इसके तल पर खींचा गया अभिलम्ब 0.80 T के एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा से 30° की एक कोण बनाता है। कुण्डली पर लगने वाले बलयुग्म का परिमाण क्या है?

उत्तर– $l = b = 10$ सेमी $= 10 \times 10^{-2}$ मी., $N = 20, I = 12$ एम्पियर,

$B = 0.80$ टेसला, $\alpha = 30°$

$A = lb = 100$ सेमी$^2 = 100 \times 10^{-4}$ मी.^{2}

बलाघूर्ण

$\tau = NI\,AB \sin\alpha = 20 \times 12 \times 100 \times 10^{-4} \times 0.80 \times \sin 30°$

$\tau = 2 \times 0.96 \times ½ = 0.96$ न्यूटन-मी.

प्र.12. समान वेग v से α कण तथा प्रोटोन के पुंज किसी समरूप चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत प्रवेश करते है। ये कण वृत्ताकार पथ अनुरेखित करते है। इन पथों की त्रिज्याओं का अनुपात ज्ञात करो।

उत्तर– $$r_\alpha = \frac{m_\alpha . v}{q_\alpha . B}$$

तथा $$r_p = \frac{m_p . v}{q_p . B}$$

∴ $$\frac{r_\alpha}{r_p} = \frac{m_\alpha}{m_p} \times \frac{q_p}{q_\alpha}$$

किन्तु $q_p = e$

$q_\alpha = 2e$

$m_\alpha = 4m_p$

या $$\frac{r_\alpha}{r_p} = \frac{4m_p}{m_p} \times \frac{e}{2e} = \frac{2}{1}$$

∴ $r_\alpha : r_p = 2 : 1$

प्र.13. एक साइक्लोट्रॉन की डी की त्रिज्या 0.5 m है इसमें 1.7 T का अनुप्रस्थ चुम्बकीय क्षेत्र कार्यरत है। इसमें प्रोटॉन द्वारा अर्जित अधिकतम गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए।

उत्तर–त्रिज्या $r_{max} = 0.5$ m

चुम्बकीय क्षेत्र $B = 1.7$ T

प्रोटॉन पर आवेश $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C

प्रोटॉन का द्रव्यमान $m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg

प्रोटॉन द्वारा अर्जित अधिकतम गतिज ऊर्जा

$$E_{max} = \left(\frac{q^2.B^2}{2m}\right).r_{max}^2$$

$$= \frac{1.6\times10^{-19}\times1.6\times10^{-19}\times1.7\times1.7\times0.5\times0.5}{2\times1.67\times10^{-27}}$$

$$= \frac{1.6\times1.6\times1.7\times1.7\times0.5\times0.5}{2\times1.67}\times10^{-11}$$

$= 0.5537 \times 10^{-11}$J $= 5.54 \times 10^{-12}$ J

प्र.14. 12 Ω प्रतिरोध की कुण्डली वाले किसी धारामापी के पूर्ण स्केल पर विक्षेप के लिए आवश्यक धारा 02 mA है। आप इस धारामापी को 0 से 18 V परास वाले वोल्टमीटर में कैसे रूपांतरित करेंगे?

उत्तर–

$G = 12\Omega$

$I_g = 0.2$ mA

$= 0.2 \times 10^{-3}$ A $= 2 \times 10^{-4}$ A

$V = 18$ volt

धारामापी को वोल्टमीटर में रूपान्तरित करने के लिए R Ω का उच्च प्रतिरोध श्रेणीक्रम में जोड़ेंगे, जहाँ

$$R = \frac{V}{I_g} - G$$

या $$R = \frac{18}{2\times10^{-4}} - 12$$

या $R = 90000 - 12$

या $R = 89988\ \Omega$

प्र.15. एक 99 ओम प्रतिरोध वाले धारामापी के पूर्ण स्केल पर विक्षेप के लिए आवश्यक धारा 4 mA है। इस धारामापी को 0 से 6 A परास में परिवर्तित करने के लिए आप क्या करेंगे?

उत्तर–

$G = 99\Omega$

$I_g = 4$mA $= 4 \times 10^{-3}$ A

$I = 6$A

धारामापी को दी हुई परास के अमीटर में बदलने के लिए R_s मान का अल्प प्रतिरोध (शण्ट) धारामापी के समान्तर क्रम में जोड़ना होगा,

जहाँ $$R_s = \frac{I_g.G}{(I - I_g)} = \frac{4\times10^{-3}\times99}{(6-4\times10^{-3})}$$

$$= \frac{99\times4}{5.996}\times10^{-3}$$

$= 66.04 \times 10^{-3}$

$= 6.604\times10^{-2}\Omega$

या $R_S = 6.6 \times 10^{-2}\,\Omega$

प्र.16. 1.0 m लम्बी एक परिनालिका की त्रिज्या 1 cm है तथा इसमें 100 फेरे है। परिनालिका में 5 A की धारा प्रवाहित हो रही है। परिनालिका में अक्षीय चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात कीजिए।

यदि एक इलेक्ट्रॉन इसकी अक्ष के अनुदिश 10^4 m/s की चाल से गति करता है। तो इलेक्ट्रॉन कितना बल अनुभव करेगा?

उत्तर– $L = 1.0$ m.

$r = 1$ cm.

$N = 100$ फेरे

$I = 5$ A

$V = 10^4$ m/s

$$B = \mu_0 \frac{N}{L}.I$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times 5}{1}$$

$$= 2\pi \times 10^{-4}$$

$$= 2 \times 3.14 \times 10^{-4}$$

$$= 6.28 \times 10^{-4}\,T$$

∵ $\theta = 0^\circ$

∴ $\sin\theta = \sin 0^\circ = 0$

$q = e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

बल $F = qVB\sin\theta$

या $F = 1.6 \times 10^{-19} \times 10^4 \times 6.28 \times 10^{-4} \times 0$

या $F = 0$

(समान चाल, त्वरण शून्य अत: बल भी शून्य होगा)

प्र.17. किसी 0.5 मीटर लम्बी परिनालिका में दो परतों में तांबे के विद्युत रूद्ध तार लपेटे गए है। प्रत्येक परत में फेरों की संख्या 500 है। यदि इसकी त्रिज्या 1.4 cm व इसमें प्रवाहित धारा 5 A हो तो इसके केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर– $L = 0.5$ m.

प्रत्येक परत में फेरों की संख्या = 500

अत: दोनों परतों में फेरों की संख्या

$N = 2 \times 500 = 1000$

$r = 1.4$ cm.

$I = 5$A

$$B = \mu_0 \frac{N}{L}.I$$

या $B = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{1000}{0.5} \times 5$

या $B = 4\pi \times 10^{-3}$ T

या $B = 4 \times 3.14 \times 10^{-3}$ T

या $B = 12.56 \times 10^{-3}$ T

अन्य महत्त्वपूर्ण प्रश्न

महत्त्वपूर्ण वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. किसी बिन्दु पर अधिकतम चुम्बकीय प्रेरण का मान प्राप्त करने के लिए, बिन्दु का धारा अल्पांश के सापेक्ष स्थिति सदिश धारा की दिशा से कोण बनायेगा–
(अ) π (ब) 0 (स) $\pi/4$ (द) $\pi/2$
2. एक तार में दिष्ट धारा बह रही है। इसे मोड़ कर एक फेरे वाली वृत्तीय कुण्डली बनाई जाती है। अब उसी लम्बाई के तार को और अधिक मोड़ कर दो फेरों वाली तथा कम त्रिज्या की कुण्डली बनाई जाती है। इस कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय फ्लक्स का घनत्व होगा–
(अ) प्रथम के मान का 1/4 (ब) अपरिवर्तीय
(स) प्रथम के मान का चार गुना (द) प्रथम के मान का आधा
3. जब कोई आवेशित कण किसी चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् दिशा में गति करता है तो कण की राशि जो परिवर्तित होती है–
(अ) चाल (ब) संवेग (स) ऊर्जा (द) कोई नहीं
4. चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान आवेशित कण के पथ की त्रिज्या अनुक्रमानुपाती है।
(अ) द्रव्यमान के (ब) आवेश के
(स) ऊर्जा के (द) संवेग के।
5. किसी नियत चुम्बकीय क्षेत्र से गुजरने वाले इलेक्ट्रॉन कणों का विक्षेप
(अ) उनके वेग के अनुक्रमानुपाती होता है
(ब) उनके वेग के व्युत्क्रमानुपाती होता है
(स) उनके वेग के वर्ग के अनुक्रमानुपाती होता है
(द) उनके वेग के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।
6. विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ तथा चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ क्रमशः Y और Z अक्ष के समान्तर है। इन क्षेत्रों की उपस्थिति में q आवेश से आवेशित कण $\vec{v}$ वेग वेग से X–अक्ष के समान्तर अविक्षेपित पलायन करता है, तो–
(अ) $\vec{E} = (\vec{B} \times \vec{v})$ (ब) $\vec{E} = q(\vec{B} \times \vec{v})$
(स) $\vec{E} = (\vec{v} \times \vec{B})$ (द) $\vec{E} = q(\vec{v} \times \vec{B})$
7. निश्चित अनुप्रस्थ काट के धारावाही टोरॉइड के लिए चुम्बकीय क्षेत्र का मान होता है–
(अ) सम्पूर्ण काट क्षेत्रफल पर समान
(ब) बाहरी किनारे पर अधिकतम
(स) आन्तरिक किनारे पर अधिकतम
(द) अनुप्रस्थ काट के केन्द्र पर अधिकतम।
8. गलती से एक आदर्श वोल्टमीटर समान्तर क्रम में लगाने की बजाय परिपथ में श्रेणीक्रम में लगाया है, तो वोल्टमापी :
(अ) अधिकतम विक्षेप देगा (ब) नष्ट हो जाएगा
(स) सूक्ष्म विक्षेप देगा (द) का विक्षेप उस विक्षेप के बराबर होगा, जो उसे समान्तर क्रम में रखने से प्राप्त होता है।
9. चल कुण्डली धारामापी का विक्षेप बल युग्म निर्भर करता है

(अ) चुम्बकीय प्रेरण की प्रबलता पर
(ब) कुण्डली के क्षेत्रफल पर
(स) कुण्डली के फेरों की संख्या पर
(द) उपर्युक्त सभी बातों पर

10. चल कुण्डली धारामापी के ध्रुव खण्ड अवतल होते है, ताकि
(अ) पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का कोई प्रभाव न हो
(ब) यान्त्रिक बल की दिशा कुण्डली के तल के लम्बवत हो
(स) धारा व चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा एक–दूसरे के लम्बवत् हो
(द) कुण्डली का तल हमेशा चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में हो।

11. n प्रति इकाई लम्बाई में फेरों की परिनालिका में 'I' धारा प्रवाहित की जा रही है। यदि परिनालिका के भीतर 'μ' पारगम्यता का पदार्थ भर दें, तो अक्ष पर परिनालिका के अन्दर चुम्बकीय क्षेत्र का मान होगा–

(अ) $\mu_0 nI$ (ब) $\mu\mu_0 nI$ (स) $\mu_r nI$ (द) μnI

हल एवं संकेत

1. (द) $B = \frac{\mu_0 I\, dl \sin\theta}{r^2}$, $\theta = \pi/2$ $\sin\frac{\pi}{2} = 1$

B = अधिकतम होगा।

2. (स) $B = \frac{\mu_0 NI}{2r}$ एक फेरे की लम्बाई $2\pi r = l$

दो फेरों की लम्बाई $2 \times (2\pi r') = l$

3. (ब) 4. (द)
5. (ब) 6. (स)
7. (स) 8. (अ)
9. (द) 10. (द)
11. (द)

लघुत्तरात्मक प्रश्न–

प्र.1. एक स्थिर आवेश कौन-कौन से बल क्षेत्र उत्पन्न करता है ? यदि आवेश एक समान वेग से गतिमान हो, तब ?

उत्तर–स्थिर आवेश केवल विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है जबकि एक समान वेग से गतिमान आवेश विद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्र, दोनों उत्पन्न करता है।

प्र.2. किसी निश्चित क्षेत्र से गुजरते समय एक इलेक्ट्रॉन का मार्ग ऋजुरेखीय होता है। क्या यह निश्चित क्रम से कहा जा सकता है कि उस स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र नहीं हैं ? अपने उत्तर का संक्षिप्त कारण भी दीजिये।

उत्तर– नहीं, इलेक्ट्रॉन पर चुम्बकीय बल $F_m = evB \sin\theta$ यदि $\theta = 0$ तो $F_m = 0$, अतः यदि इलेक्ट्रॉन की गति की दिशा चुम्बकीय क्षेत्र के समांतर है, तो चुम्बकीय क्षेत्र के विद्यमान होने पर भी इलेक्ट्रॉन का पथ नहीं बदलता है।

प्र.3. चुम्बकीय क्षेत्र तथा विद्युत क्षेत्र दोनों एक आवेशित कण को विक्षेपित कर सकते हैं। इन विक्षेपों में क्या अन्तर है ?

उत्तर–गतिमान आवेश पर चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा लगने वाला बल गति की दिशा के लम्बवत् होता है, अतः इस बल द्वारा किया गया कार्य शून्य है तथा गतिज ऊर्जा नहीं बदलती। विद्युत क्षेत्र की दिशा में होता है, अतः गतिज ऊर्जा बदल जाती है।

प्र.4. एक प्रोटॉन एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान है। प्रोटॉन का पथ क्या होगा यदि प्रारम्भ में इसकी दिशा (अ) क्षेत्र के समांतर, (ब) क्षेत्र के लम्बवत्, (स) क्षेत्र के साथ किसी कोण पर हो ?

उत्तर–(अ) सरल रेखीय, (ब) वृताकार, (स) कुण्डलिनी।

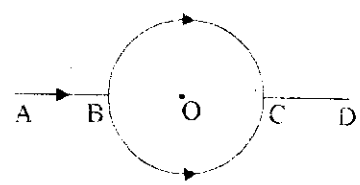
प्र.5. एक दिये हुए क्षेत्र में इलेक्ट्रॉन-पुंज विक्षेपित हो जाता है। आप यह कैसे पता लगायेंगे कि क्षेत्र एक समान विद्युत क्षेत्र है अथवा एक समान चुम्बकीय क्षेत्र है ?

उत्तर–यदि एक समान विद्युत क्षेत्र है तो इलेक्ट्रॉन पुंज का पथ परवलयाकार होगा; यदि यह एक समान चुम्बकीय क्षेत्र है तो पथ या तो वृताकार होगा या कुण्डलिनी (helical) के रूप में होगा।

प्र.6. एक कुण्डली कागज के तल में रखी है जिसमें दक्षिणावर्त दिशा में धारा प्रवाहित हो रही है। कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा क्या होगी ? कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र केमान मे क्या परिवर्तन होगा यदि (1) कुण्डली में बहने वाली धारा दुगुनी कर दी जाये (ii) कुण्डली में बहने वाली धारा दुगुनी कर दी जाये ?

उत्तर–चुम्बकीय क्षेत्र कुण्डली की अक्ष के अनुदिश कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर दिष्ट होगा। (1) आधा रह जायेगा, (2) दुगुना हो जायेगा।

प्र.7. संलग्न चित्र में दिखाये गये परिपथ के AB भाग में प्रवाहित धारा, B से C तक दो अर्द्धवृताकार चालकों में होकर जाती है। यदि अर्द्धवृताकार चालकों की त्रिज्याएँ तथा प्रतिरोध समान हों तो वृत के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान क्या होगा?



चित्र 7.99

उत्तर–चूँकि अर्द्धवृताकार चालकों के प्रतिरोध समान हैं अतः उनमें प्रवाहित धाराओं के मान भी समान होंगे। अतः उनके द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $\left(B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\pi I}{r^2}\right)$ परिमाण में बराबर होंगे। अब चूँकि अर्द्ध–चालकों में धाराएँ विपरित दिशाओं में हैं। (एक में दक्षिणावर्त तथा दूसरे में वामावर्त दिशा में हैं) अतः चालकों द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्रो की दिशाएँ परस्पर विपरित होगीं। फलस्वरूप वृत के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान शून्य होगा।

प्र.8. एक प्रोटॉन, एक ड्यूटॉन तथा एक α–कण समान विभवान्तर से त्वरित होकर एक-समान चुम्बकीय क्षेत्र में क्षेत्र के लम्बवत् प्रवेश करते हैं। (i) इनकी गतिज ऊर्जाओं की तुलना कीजिए। (ii) यदि प्रोटॉन के वृत्ताकार मार्ग की त्रिज्या 10 सेमी हो तो ड्यूटॉन तथा α–कण के मार्गो की त्रिज्याऐं क्या होगी ?

हल– (i) V वोल्ट विभवान्तर से त्वरित q कूलॉम आवेश की गतिज ऊर्जा $K = qV$ जूल।

प्रोटॉन की गतिज ऊर्जा $K_p = eV$ ($\because$ आवेश $q = e$)

ड्यूटॉन की गतिज ऊर्जा $K_d = eV$ ($\because q = e$)

α–कण की गतिज ऊर्जा $K = 2eV$ ($\because q = 2e$)

$\therefore K_p : K_d : K = 1 : 1 : 2$

(ii) चुम्बकीय क्षेत्र B में v चाल से गतिमान आवेशित कण (द्रव्यमान m, आवेश q) के वृत्ताकार पथ की त्रिज्या r के लिये

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

अथवा $$r = \left(\frac{mv}{qB}\right)$$

अथवा $$r^2 = \left(\frac{mv}{qB}\right)^2 = \frac{2mK}{q^2B^2} \quad [\because K = \frac{1}{2}mv^2]$$

प्रोटॉन के लिये द्रव्यमान m, आवेश e तथा गतिज ऊर्जा K_p है अतः

$$r_p^2 = \frac{2mK_p}{e^2B^2} \quad ...(1)$$

ड्यूटॉन के लिए द्रव्यमान $2m$, आवेश e तथा गजिज ऊर्जा K_d है। अतः

$$r_d^2 = \frac{4mK_d}{e^2B^2} \quad ...(2)$$

α–कण के लिए द्रव्यमान $4m$, आवेश $2e$ तथा गतिज ऊर्जा K है।

अतः $$r^2 = \frac{8mK}{4e^2B^2} = \frac{2mK}{e^2B^2} \quad ...(3)$$

समीकरण (1) व (2) से,

$$\frac{r_d^2}{r_p^2} = \frac{2K_d}{K_p} = 2$$

$\therefore$ $$r_d = \sqrt{2} \times r_p = 1.414 \times 10 = 14.14 \text{ सेमी।}$$

समीकरण (1) व (3) से

$$\frac{r^2}{r_p^2} = \frac{K}{K_p} = 2$$

$\therefore$ $$r = \sqrt{2} \times r_p = 1.414 \times 10 = 14.14 \text{ सेमी।}$$

प्र.9. एक प्रोटॉन सरल रेखा गति करते हुए प्रबल चुम्बकीय क्षेत्र में इसकी दिशा में ही प्रवेश करता है तो बताओ इसकी गति के मार्ग व वेग में क्या परिवर्तन होगा ?

उत्तर–जब प्रोटॉन, चुम्बकीय क्षेत्र में इसकी दिशा में ही प्रवेश करता है तो इस पर बल $F = qv B \sin\theta$ होना चाहिये। जहाँ q = 0, अतः $F = qvB \sin\theta$ अर्थात् $F = 0$, अतः प्रोटॉन की गति का मार्ग व वेग अप्रभावित रहेंगे।

प्र.10. यह कैसे पहचाना जा सकता है कि किसी बिन्दु पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र, पृथ्वी के कारण है अथवा किसी धारावाही चालक के कारण ?

उत्तर–यदि किसी चुम्बक को इस क्षेत्र में स्वतन्त्रतापूर्वक लटकाया जाय और यह उत्तर-दक्षिण दिशा में जाकर ठहरे तो उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र पृथ्वी के कारण है। यदि यह चुम्बकीय सुई प्रारम्भ में किसी अन्य दिशा में विक्षेपित हो तथा इसके पश्चात् उत्तर दक्षिण दिशा में, जब धारा का प्रवाह बन्द कर दें तो यह चुम्बकीय क्षेत्र निश्चित रूप से धारावाही चालक के कारण है।

प्र.11. क्या चुम्बकीय क्षेत्र किसी स्थिर आवेश पर बल आरोपित करता है?

उत्तर–नहीं, क्योंकि किसी गतिमान आवेश पर चुम्बकीय क्षेत्र में बल $F = qvB \sin\theta$ होता है। यदि आवेश स्थिर है तो $v = 0$ अतः $F = 0$

प्र.12. किसी धारावाही चालक में परिणामी आवेश शून्य होता है, तब भी यह धारावाही चालक चुम्बकीय क्षेत्र में बल अनुभव करता है, क्यों?

उत्तर–चुम्बकीय क्षेत्र सदैव गतिमान आवेश पर कार्य करता है। किसी धारावाही चालक में इलेक्ट्रान ऋण से धन सिरे की ओर अपवहित होते हैं। अतः इन पर चुम्बकीय क्षेत्र, बल लगाता है। धन आयन चालक में स्थिर रहते हैं अतः इन पर कोई बल क्या कार्य नही करता है।

प्र.13. यदि एक आवेशित कण चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् गतिमान है तो किस प्रकार इसकी गतिज ऊर्जा और संवेग प्रभावित होंगे ?

उत्तर–जब आवेशित कण चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् गति करता है। यह चुम्बकीय बल के कारण वृत्ताकार पथ में विक्षेपित हो जाता है। यह बल, कण के वेग के बराबर कार्य करता है। अतः आवेशित कण का वेग अपरिवर्तित रहता है। इस कारण इसकी गतिज ऊर्जा में कोई परिवर्तन नही होगा, लेकिन आघूर्ण परिवर्तित हो जायेगा।

प्र.14. एक आवेशित कण समचुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् गति करते हुए सीसे की परत में धस जाता है तथा अपनी प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा का आधा भाग क्षय कर लेता है। इसके वृत्ताकार पथ की त्रिज्या किस प्रकार परिवर्तित होगी?

उत्तर-चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान आवेशित कण के वृत्ताकार पथ की त्रिज्या $r = mv/qB$ होती है। यदि E_k कण की गतिज ऊर्जा है तो

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2E_k}{m}} \quad \frac{\sqrt{2mE_k}}{qB}$$

या $$r \propto \sqrt{E_k}$$

जब गतिज ऊर्जा आधी रह जायेगी तो पथ की त्रिज्या पूर्व की मान की $1/\sqrt{2}$ गुना रह जायेगी।

प्र.15. एक प्रोटॉन व α–कण समान चाल से एक सम चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् क्षेत्र में प्रवेश करते हैं। α–कण का आवर्तकाल प्रोटॉन के आवर्तकाल का कितना गुना होगा ? दोनों कणों के वृत्ताकार पथों की त्रिज्याओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

उत्तर–किसी आवेशित कण के आवर्तकाल का सूत्र

$$T = \frac{2\pi m}{Bq} \text{ है}$$

α–कण के लिए $$T_\alpha = \frac{2\pi(4m)}{B(2q)} = 2 \times \frac{2\pi m}{Bq}$$
$$= 2T_p$$

त्रिज्या $$r = \frac{mv}{Bq} \text{ अर्थात् } r \propto \frac{m}{q}$$

$\therefore$ $$\frac{r_p}{r_\alpha} = \frac{m_p}{m_\alpha} \times \frac{q}{q_p} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{2}$$

प्र.16. एक परिनालिका में धारा प्रवाहित करने पर यह क्यों संकुचित होती है?

उत्तर–हम जानते हैं दो समान्तर रखे धारावाही चालकों में यदि धारा एक ही दिशा में प्रवाहित हो रही है तो वह आकर्षण बल अनुभव करते हैं। यदि धारा विपरीत दिशा में प्रवाहित हो रही है तो वह प्रतिकर्षण बल अनुभव करते हैं। अतः परिनालिका में इसके फेरों में जब धारा प्रवाहित होती है तो वह सभी फेरों में समान दिशा में होती है। अतः सभी फेरे आपस में आकर्षण बल अनुभव करते हैं। अतः परिनालिका की लम्बाई कम हो जाती है।

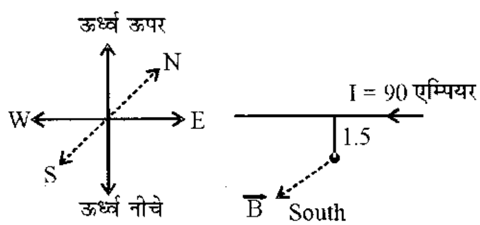
प्र.17. त्रिज्य (radial) चुम्बकीय क्षेत्र क्या होता है। यह चल कुण्डली धारामापी में किस प्रकार प्राप्त किया जाता है।

उत्तर–त्रिज्य चुम्बकीय क्षेत्र वह क्षेत्र है जिसमें कुण्डली का तल सदैव चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में स्थित होता है। त्रिज्य चुम्बकीय क्षेत्र निम्न प्रकार प्राप्त किया जा सकता है। (i) चुम्बक के ध्रुव को अवतलाकार आ कृति प्रदान करके (ii) कुण्डली में कच्चे लोहे को क्रोड़ का उपयोग करके।

आंकिक प्रश्न–

प्र.1. व्योमस्थ खिंचे क्षैतिज बिजली के तार में 90 A विद्युत धारा पूर्व से पश्चिम की ओर प्रवाहित हो रही है। तार के 1.5 m नीचे विद्युत धारा के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण और दिशा क्या है?

हल– दिया है–



चित्र 7.100

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times90}{2\pi\times1.5} = 1.2\times10^{-5}$$

दांये हाथ के नियम से, चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा क्षैतिजत: दक्षिण दिशा में होगी।

प्र.2. एक-दूसरे से 4.0 cm की दूरी पर रखे दो लंबे, सीधे, समांतर तारों A एवं B से क्रमशः 8.0 A एवं 5.0 A की विद्युत धाराएँ एक ही दिशा में प्रवाहित हो रही हैं। तार A के 10 cm खंड पर बल का आंकलन कीजिए।

हल– r = 4 सेमी. = 4×10^{-2} m I_1 = 8 एम्पियर I_2 = 5 एम्पियर,

l = 10 सेमी = 10×10^{-2} मी.

तार A पर, तार B का बल

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l = \frac{4\pi\times10^{-7}\times8\times5\times10\times10^{-2}}{2\pi\times4\times10^{-2}} = 2\times10^{-5} \text{ न्यूटन}$$

चूँकि दोनों तारों में धारा एक ही दिशा में प्रवाहित है अत: यह बल आकर्षण प्रकृति का होगा।

प्र.3. पास-पास फेरों वाली एक परिनालिका 80 cm लंबी है और इसमें 5 परतें हैं जिनमें से प्रत्येक में 400 फेरे हैं। परिनालिका का व्यास 1.8 cm है। यदि इसमें 8.0 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है तो परिनालिका के भीतर केंद्र के पास चुंबकीय क्षेत्र B का परिमाण परिकलित कीजिए।

हल– दिया है– L = 80 सेमी, = 80×10^{-2} मी.

त्रिज्या $r = \frac{1.8}{2}$ सेमी.,

I = 8 एम्पियर, कुल फेरे N = 5 × 400

अत: ∵ L >> r   अत:

$$B = \mu_0 nI = \frac{\mu_0 NI}{L} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times2000\times8}{80\times10^{-2}} = 8\pi\times10^{-3} \text{ टेसला}$$

B = 8 × 3.14 × 10^{-3} = 2.512 × 10^{-2} टेसला

प्र.4. दो चल कुंडली गैल्वेनोमीटर मीटरों M_1 एवं M_2 के विवरण नीचे दिए गए हैं :

$R_1 = 10\ \Omega, N_1 = 30,$

$A_1 = 3.6\times10^{-3}\ m^2, B_1 = 0.25$ T

$R_2 = 14\ \Omega, N_2 = 42,$

$A_2 = 1.8\times10^{-3}\ m^2, B_2 = 0.50$ T

(दोनों मीटरों के लिए स्प्रिंग नियतांक समान हैं)।

(a) M_2 एवं M_1 की धारा-सुग्राहिताओं, (b) M_2 एवं M_1 की वोल्टता-सुग्राहिताओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

उत्तर– **दिया है**– धारामापी M_1 के लिए

R_1 = 10 ओम, फेरे N_1 = 30. क्षेत्रफल $A_1 = 3.6\times10^{-3}$ मी^{2}

B_1 = 0.25 टेसला, C_1 = C

धारामापी M_2 के लिए

R_2 = 14 ओम, N_2 = 42, $A_2 = 1.8\times10^{-3}$ मी^{2}

B_2 = 0.50 टेसला, C_2 = C

(a) धारा सुग्राहिता $S_I = \frac{NAB}{C}$

अत: $$\frac{(S_I)_1}{(S_I)_2} = \frac{N_1 A_1 B_1}{C_1}\times\frac{C_2}{N_2 A_2 B_2}$$

$$= \frac{30\times3.6\times10^{-3}\times0.25}{C}\times\frac{C}{42\times1.8\times10^{-3}\times0.50}$$

$$\Rightarrow \frac{(S_I)_1}{(S_I)_2} = \frac{30}{42} = \frac{5}{7} \text{ या } \frac{(S_I)_2}{(S_I)_1} = \frac{7}{5} = 1.4$$

(b) वोल्टता सुग्राहिता $S_V = \frac{\phi}{V} = \frac{\phi}{IR} = \frac{S_I}{R}$

$$\frac{(S_V)_1}{(S_V)_2} = \frac{(S_I)_1}{(S_I)_2}\times\frac{R_2}{R_1}$$

$$\text{या } \frac{(S_V)_1}{(S_V)_2} = \frac{5}{7}\times\frac{14}{10} = 1 \text{ या } \frac{(S_V)_2}{(S_V)_1} = 1$$

प्र.5. एक प्रकोष्ठ में 6.5 G ($1 G = 10^{-4} T$) का एकसमान चुंबकीय क्षेत्र बनाए रखा गया है। इस चुंबकीय क्षेत्र में एक इलेक्ट्रॉन $4.8\times10^{6} ms^{-1}$ के वेग से क्षेत्र के लंबवत भेजा गया है। व्याख्या कीजिए कि इस इलेक्ट्रॉन का पथ वृत्ताकार क्यों होगा? वृत्ताकार कक्षा की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

($e = 1.6\times10^{-19} C$, $m_e = 9.1\times10^{-31} kg$)

हल- दिया है- B = 6.5 गाउस = 6.5×10^{-4} टेसला,

$v = 4.8\times10^{6}$ मी./से.

$\theta = 90°$

इलेक्ट्रॉन पर बल $F = qvB\sin 90° = qvB$

सदैव इलेक्ट्रॉन की गति के लम्बवत् तथा एक स्थिर बिन्दु की ओर इंगित होता है अर्थात् यह बल, इलेक्ट्रॉन को आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है, फलतः इलेक्ट्रॉन का पथ वृत्ताकार होता है। पथ की त्रिज्या-

$$\Rightarrow \quad r = \frac{mv}{qB} = \frac{9.1\times10^{-31}\times4.8\times10^{6}}{1.6\times10^{-19}\times6.5\times10^{-4}}$$

$r = 4.2\times10^{-2}$ मी. = 4.2 सेमी.

प्र.6. **(a) 30 फेरों वाली एक वृत्ताकार कुंडली जिसकी त्रिज्या 8.0 cm है और जिसमें 6.0 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, 1.0 T के एकसमान क्षैतिज चुंबकीय क्षेत्र में ऊर्ध्वाधरतः लटकी है। क्षेत्र रेखाएँ कुंडली के अभिलंब से 60° का कोण बनाती हैं। कुंडली को घूमने से रोकने के लिए जो प्रतिआघूर्ण लगाया जाना चाहिए उसका परिमाण परिकलित कीजिए।**

(b) यदि (a) में बतायी गई वृत्ताकार कुंडली को उसी क्षेत्रफल की अनियमित आकृति की समतलीय कुंडली से प्रतिस्थापित कर दिया जाए (शेष सभी विवरण अपरिवर्तित रहें) तो क्या आपका उत्तर परिवर्तित हो जाएगा?

हल- r = 8 सेमी = 8×10^{-2} मी., N = 30, I = 6 एम्पियर, B = 1 टेसला

$\alpha = 60°$.

प्रति आघूर्ण = चुम्बकीय क्षेत्र के कारण कार्यरत् बलाघूर्ण

$$\tau = NIAB\sin\alpha$$

$$= 30\times6\times\pi\times(8\times10^{-2})^2\times1\times\sin 60° = \frac{180\times3.14\times64\times\sqrt{3}\times10^{-4}}{2}$$

= 3.13 न्यूटन-मी.

(b) नहीं उत्तर अपरिवर्तित रहेगा, क्योंकि सूत्र $\tau = NIAB\sin\alpha$ प्रत्येक आकार की समतलीय कुण्डली के लिए लागू है।

प्र.7. **किसी गैल्वेनोमीटर की कुंडली का प्रतिरोध 12 Ω है। 4 mA की विद्युत धारा प्रवाहित होने पर यह पूर्णस्केल विक्षेप दर्शाता है। आप इस गैल्वेनोमीटर को 0 से 18 V परास वाले वोल्टमीटर में कैसे रूपांतरित करेंगे?**

हल- दिया है- G = 12 ओम, I_g = 4 मिली एम्पियर = 4×10^{-3} एम्पियर,

V = 18 वोल्ट

$$\therefore \quad R = \frac{V}{I_g} - G = \frac{18}{4\times10^{-3}} - 12 = 4500 - 12 = 4488 \text{ ओम}$$

अतः धारामापी के श्रेणीक्रम में 4488 ओम प्रतिरोध जोड़कर इसे 0-18 वोल्ट परास के वोल्टमीटर में बदला जा सकता है।

नोट- यदि I_g = 3 मिली एम्पियर हो तो

$$R = \frac{18}{3\times10^{-3}} - 12 = 6000 - 12 = 5988 \text{ ओम}$$

प्र.8. **किसी गैल्वेनोमीटर की कुंडली का प्रतिरोध 15 Ω है। 4 mA की विद्युत धारा प्रवाहित होने पर यह पूर्णस्केल विक्षेप दर्शाता है। आप इस गैल्वेनोमीटर को 0 से 6 A परास वाले ऐमीटर में कैसे रूपांतरित करेंगे?**

हल- दिया है- G = 15 ओम, I_g = 4 मिली एम्पियर = 4×10^{-3} एम्पियर,

I = 6 एम्पियर

$$\because \text{ शंट प्रतिरोध } \quad S = \frac{GI_g}{I - I_g} = \frac{15\times4\times10^{-3}}{6 - 0.004}$$

$$= \frac{60\times10^{-3}}{5.996} = 1.0006\times10^{-2} \text{ ओम}$$

या $$S \simeq 10^{-2} \text{ ओम}$$

अतः धारामापी कुण्डली के समान्तर क्रम में 10^{-2} ओम का शंट प्रतिरोध जोड़कर इसे 0-6 एम्पियर परास के अमीटर में बदला जा सकता है।