प्रत्यावर्ती धारा
ALTERNATING CURRENT

10 CHAPTER

भूमिका (Introduction)

अभी तक हमने दिष्ट धारा परिपथों का अध्ययन किया है जिसमें विद्युत वाहक बल के स्त्रोत के रूप में बैटरी काम में ली जाती है तथा परिपथ का मुख्य अवयव ओमीय प्रतिरोध R होता है जो धारा I का मान ओम के नियम V= IR के अनुसार नियंत्रित करता है। ऐसे परिपथों में धारा का परिमाण तथा दिशा, समय के साथ नियत रहते हैं, अत: इसे दिष्ट धारा कहते हैं। दिष्टधारा तथा दिष्ट विभवान्तर को मापने वाले यन्त्र विद्युत धारा के चुम्बकीय प्रभाव पर आधारित होते हैं, अत: इनके स्केल पर चिन्ह समान दूरी पर स्थित होते हैं।

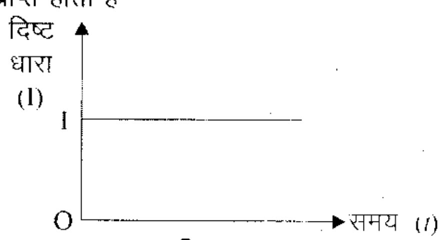
सामान्यत: विद्युत शक्ति का उत्पादन तथा उपयोग प्रत्यावर्ती धारा के रूप में ही किया जाता है। इसके दो प्रमुख कारण निम्न प्रकार हैं—

(i) प्रत्यावर्ती वोल्टता के परिमाण को आसानी से ट्राँसफार्मर द्वारा बदला जा सकता है, तथा (ii) प्रत्यावर्ती ऊर्जा को आसानी से दूर-दूर तक बहुत कम ऊर्जा क्षय द्वारा भेजा जा सकता है।

10.1 दिष्ट धारा (Direct current – DC)

"वह धारा जिसका मान समय के साथ परिवर्तित न हो और साथ ही एक निश्चित दिशा में ही प्रवाहित होती हो, दिष्ट धारा कहलाती है।"

दिष्ट धारा और समय के मध्य यदि आलेख खींचा जाय तो यह निम्न प्रकार प्राप्त होता है –

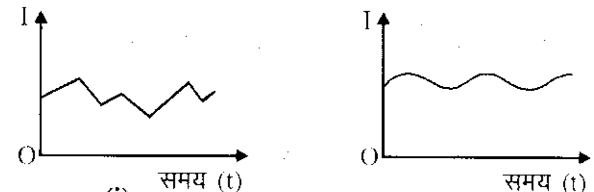


चित्र 10.1

इसी प्रकार दिष्ट वोल्टता वह वोल्टता है, जिसका मान तथा दिशा समय के सापेक्ष नहीं बदलते है। समय तथा दिष्ट वोल्टता में खींचा गया आलेख भी ऊपर दर्शाए गए अनुसार ही प्राप्त होता है।

असमान दिष्ट धारा–"ऐसी धारा जिसमें समय के साथ दिशा तो अपरिवर्तित रहे, परन्तु धारा का मान बदलता रहे, असमान दिष्ट धारा कहलाती है। इसे उच्चावचन वाली दिष्टधारा भी कहते हैं।"

आगे असमान दिष्ट धारा के दो चित्र दर्शाए गए हैं। चित्र–(i) में उच्चावचन में अनियमित परिवर्तन हो रहा है जबकि चित्र–(ii) में दर्शाई गई धारा में उच्चावचन में परिवर्तन नियमित है। दोनों ही प्रकार की धाराओं में दिशा समान है।



चित्र 10.2

- सेल या बैटरी से दिष्ट धारा प्राप्त होती है।
- दिष्ट धारा/दिष्ट वोल्टता की आवृत्ति शून्य होती है। ($f = 0$)
- दिष्ट धारा/दिष्ट विद्युत वाहक बल का आवर्तकाल अनन्त होता है। ($T = \infty$)

  यही कारण है कि दिष्ट धारा को विद्युत अपघटन की क्रिया में प्रयोग किया जाता है।

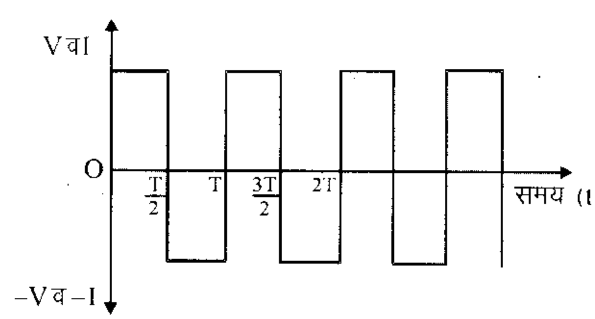
  दिष्ट धारा का मान चल कुण्डली धारामापी के सिद्धान्त (धारा के चुम्बकीय प्रभाव) पर आधारित उपकरण अमीटर से ज्ञात किया जाता है।

10.2 प्रत्यावर्ती धारा (Alternating Current–AC)

"वह धारा जिसका मान तथा दिशा लगातार आवर्तरूप (Periodically) से परिवर्तित होता हो, प्रत्यावर्ती धारा कहलाती है।"

प्रत्यावर्ती धारा ऐसे वोल्टता स्त्रोत से उत्पन्न होती है, जिसके टर्मिनलों की ध्रुवता (Polarity) समय के साथ आवर्ती रूप से परिवर्तित होती है। तरंग प्रारूप के अनुसार प्रत्यावर्ती धारा (या वोल्टता) अनेक प्रकार की हो सकती है। कुछ प्रमुख प्रकार निम्न है–

10.2.1 वर्गाकार प्रकार की प्रत्यावर्ती धारा एवं प्रत्यावर्ती वोल्टता (Square type alternating current & Voltage)



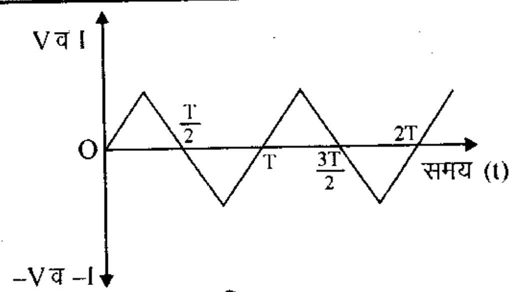
चित्र 10.3

इस ग्राफ में प्रदर्शित धारा परिवर्तन को निम्न समीकरणों से भी व्यक्त किया जा सकता है–

$0 \le t \le T/2$ के लिए $I = I_0$

तथा $T/2 \le t \le T$ के लिए $I = -I_0$

10.2.2 त्रिकोण प्रकार की प्रत्यावर्ती धारा एवं वोल्टता (Triangular type alternating current & Voltage)



चित्र 10.4

V व I के इन परिवर्तनों को निम्न रूप से भी व्यक्त किया जा सकता है–

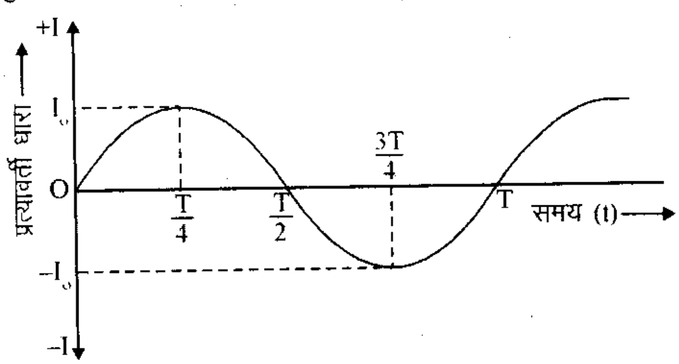
$0 \le t \le T/4$ के लिए $I = \frac{I_0}{T/4}t$

$T/4 \le t \le 3T/4$ के लिए $I = \frac{I_0}{T/4}t + 2I_0$

$3T/4 \le t \le T$ के लिए $I = \frac{I_0}{T/4}t - 4I_0$

10.2.3. ज्यावक्रीय प्रकार की प्रत्यावर्ती धारा एवं वोल्टता (Sinusoidal Type alternating current and Voltage)

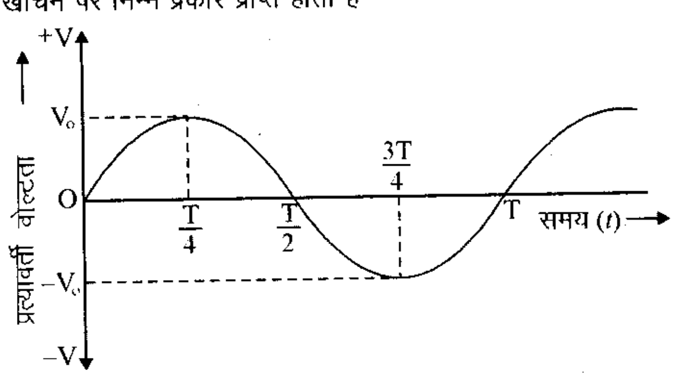
प्रत्यावर्ती धारा तथा समय में खींचा गया आलेख नीचे चित्र में बताए अनुसार प्राप्त होता है। इसे ज्या–वक्रीय (Sinusoidal) प्रत्यावर्ती धारा कहते हैं।



चित्र 10.5

जहाँ I_o = प्रत्यावर्ती धारा का अधिकतम या शिखर मान

इसी प्रकार प्रत्यावर्ती वोल्टता, वह वोल्टता है, जिसका मान तथा दिशा आवर्तरूप से परिवर्तित होते हैं। प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा समय में आलेख खींचने पर निम्न प्रकार प्राप्त होता है–



चित्र 10.6

नीचे सारणी में प्रत्यावर्ती धारा तथा प्रत्यावर्ती वोल्टता के विभिन्न मानों को अलग–अलग समय के लिए बताया गया है।

समय (t)	0	T/4	T/2	3T/4	T
प्रत्यावर्ती वोल्टता (V)	0	V_o	0	$-V_o$	0
प्रत्यावर्ती धारा (I)	0	I_o	0	$-I_o$	0

V_0 तथा I_0 प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा प्रत्यावर्ती धारा के शिखर मान है।

प्रत्यावर्ती धारा या प्रत्यावर्ती वोल्टता को दिष्ट धारा या दिष्ट वोल्टता में रूपान्तरित करने के लिए, दिष्टकारी (Rectifier) तथा फिल्टर परिपथ (Filter) का उपयोग किया जाता है।

आवृत्ति–प्रत्यावर्ती धारा या प्रत्यावर्ती वोल्टता द्वारा 1 सेकण्ड में पूरे किए गए चक्करों की संख्या, प्रत्यावर्ती धारा या प्रत्यावर्ती वोल्टता की आवृत्ति कहलाती हैं।

भारतवर्ष में घरेलू उपयोग के लिए विद्युत शक्ति सामान्यतः 220 वोल्ट तथा 50 हर्ट्ज की ज्यावक्रीय प्रत्यावर्ती धारा के रूप में पूर्ति (Supply) की जाती है। अमेरिका, रूस, जापान आदि में विद्युत शक्ति 110 वोल्ट तथा 60 हर्ट्ज की ज्यावक्रीय प्रत्यावर्ती धारा के रूप में पूर्ति की जाती है। आवृत्ति 50 हर्ट्ज होने का तात्पर्य यह हुआ कि धारा 1 सेकण्ड में 50 बार एक दिशा में तथा 50 बार विपरीत दिशा में बहती है। चूंकि एक चक्र में धारा दो बार शून्य तथा दो बार अधिकतम होती है। अतः घर में लगा बल्ब 1 सेकण्ड में 100 बार बुझता है तथा 100 बार जलता है। परन्तु दृष्टि निर्बन्ध के कारण 1/10 सेकण्ड से कम समय में हुए परिवर्तन को हमारी आँख अनुभव नहीं कर सकती। इसी कारण बल्ब हमें लगातार जलता प्रतीत होता है।

आवर्तकाल–प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा प्रत्यावर्ती धारा द्वारा 1 चक्र पूर्ण करने में लगा समय आवर्तकाल कहलाता है।

आवर्तकाल $T = \frac{2\pi}{\omega}$

जहाँ ω कुण्डली के घूर्णन की कोणीय आवृत्ति है।

आवृत्ति $f = \frac{1}{T}$

किसी समय t पर ज्यावक्रीय प्रत्यावर्ती धारा तथा वोल्टता को निम्न समीकरणों द्वारा व्यक्त करते हैं–

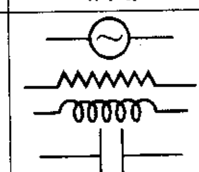
$$I = I_0 \sin(\omega t + \phi) \quad ...(1)$$
$$V = V_0 \sin\omega t \quad ...(2)$$

जहाँ φ प्रारम्भिक कला कोण है।

जबकि I_0 तथा V_0 क्रमशः प्रत्यावर्ती धारा तथा वोल्टता के अधिकतम मान है। इन्हें शिखर मान भी कहते हैं।

कुछ महत्वपूर्ण संकेत (Some Important Symbols)

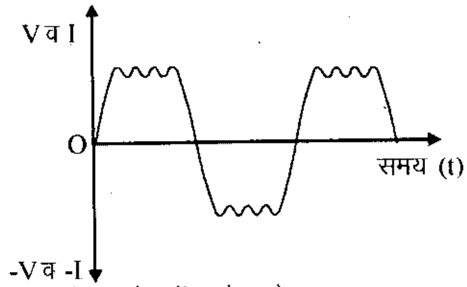
नाम	संकेत
प्रत्यावर्ती वोल्टता स्त्रोत	
प्रतिरोध (R)	
प्रेरकत्व (L)	
संधारित्र (C)	



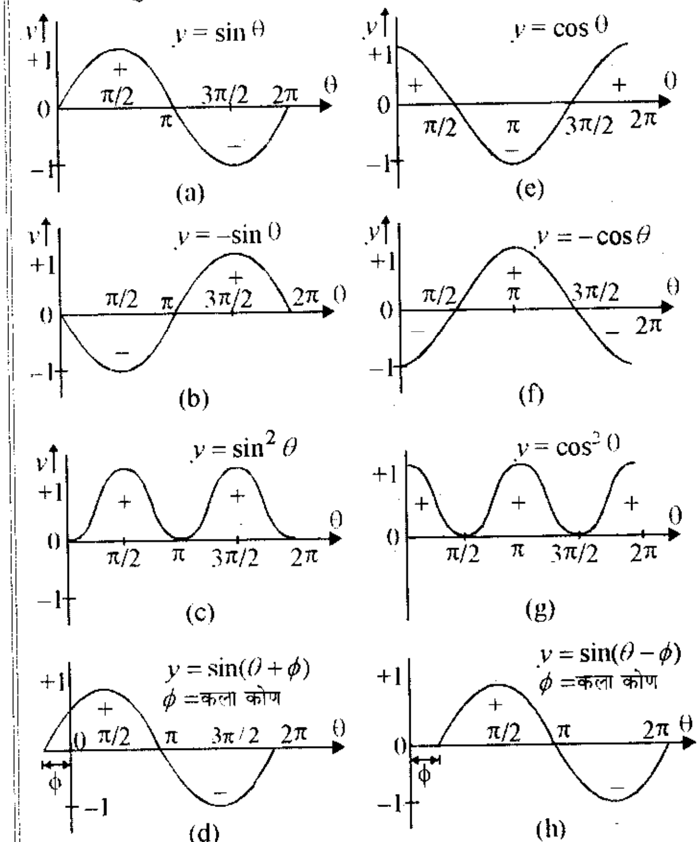
चित्र 10.7

महत्त्वपूर्ण तथ्य

1. **जटिल प्रकार की प्रत्यावर्ती धारा एवं प्रत्यावर्ती वि.वा. बल (Complex type alternating current & emf)**



2. इस अध्याय में उपयोग में आने वाले कुछ वक्र तथा उनके समीकरण निम्नानुसार हैं–



3. **ज्या-वक्रीय फलनों के समाकलन**

$$\int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta = [-\cos\theta]_0^{\pi} = -\cos\pi + \cos 0 = 2 \quad .....(1)$$

$$\int_{\pi}^{2\pi} \sin\theta\, d\theta = [-\cos\theta]_{\pi}^{2\pi} = -\cos 2\pi + \cos\pi = -2 \quad .....(2)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin\theta\, d\theta = [-\cos\theta]_0^{2\pi} = -\cos 2\pi + \cos 0 = 0 \quad .....(3)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin^2\theta\, d\theta = \int_0^{2\pi}\left[\frac{1-\cos 2\theta}{2}\right]d\theta = \left[\frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4}\right]_0^{2\pi} = \pi \quad .....(4)$$

इसी प्रकार

$$\int_0^{2\pi} \cos\theta\, d\theta = 0 \text{ तथा } \int_0^{2\pi} \cos^2\theta\, d\theta = \pi \quad .....(5)$$

4. **ज्या-वक्रीय फलनों के औसत मान**

त्रिकोणमिति (Trigonometry) में काम आने वाले फलनों (functions) sin θ, cos θ आदि के लिए पूर्ण चक्र 0 से 2π कोणों के मध्य माना जाता है। इसमें से 0 से π कोण तक प्रथम अर्द्ध-चक्र तथा π से 2π कोण तक द्वितीय अर्द्ध-चक्र कहा जाता है।

प्रथम अर्द्धचक्र के लिए sin θ का औसत मान,

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta = \frac{2}{\pi} \quad ...(1)$$

द्वितीय अर्द्धचक्र के लिए sin θ का औसत मान,

$$\frac{1}{\pi}\int_{\pi}^{2\pi} \sin\theta\, d\theta = -\frac{2}{\pi} \quad ...(2)$$

पूर्ण चक्र के लिए sin θ का औसत मान,

$$\overline{\sin\theta} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin\theta\, d\theta = 0 \quad ...(3)$$

पूर्ण चक्र के लिए $\sin^2\theta$ का औसत मान,

$$\overline{\sin^2\theta} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin^2\theta\, d\theta = \frac{1}{2} \quad ...(4)$$

पूर्ण चक्र के लिए cos θ का औसत मान,

$$\overline{\cos\theta} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos\theta\, d\theta = 0 \quad ...(5)$$

पूर्ण चक्र के लिए $\cos^2\theta$ का औसत मान,

$$\overline{\cos^2\theta} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2\theta\, d\theta = \frac{1}{2} \quad ...(6)$$

इसी प्रकार

$$\overline{\sin^2\omega t} = \frac{\int_0^T \sin^2\omega t\, dt}{\int_0^T dt} = \frac{1}{2} \quad ...(7)$$

$$\overline{\cos^2\omega t} = \frac{\int_0^T \cos^2\omega t\, dt}{\int_0^T dt} = \frac{1}{2} \quad ...(8)$$

$$\overline{\sin\omega t} = \frac{\int_0^T \sin\omega t\, dt}{\int_0^T dt} = 0 \quad ...(9)$$

$$\overline{\cos\omega t} = \frac{\int_0^T \cos\omega t\, dt}{\int_0^T dt} = 0 \quad ...(10)$$

5. यदि प्रत्यावर्ती धारा या वोल्टता का तात्क्षणिक मान t समय में शिखर मा का $\frac{1}{n}$ गुना हो जाता है तब

$$t = \frac{T}{2\pi}\sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) \text{ सेकण्ड}$$

10.3 प्रत्यावर्ती धारा तथा वोल्टता के तात्क्षणिक, शिखर, औसत और वर्ग माध्य मूल मान (Instantaneous, Peak, Average and Root Mean Square Values of Alternating Current and Voltage)

10.3.1 तात्क्षणिक मान (Instantaneous Value) :

प्रत्यावर्ती धारा (या वोल्टता) के किसी समय t पर मान प्रत्यावर्ती धारा (या वोल्टता) के तात्क्षणिक मान कहलाते हैं। प्रत्यावर्ती धारा या वोल्टता के आवर्ती होने के कारण इनका मान प्रत्येक क्षण परिवर्तित होता है। किसी समय t पर प्रत्यावर्ती धारा का तात्क्षणिक मान

$$I = I_0 \sin(\omega t + \phi)$$

तथा प्रत्यावर्ती वोल्टता का तात्क्षणिक मान

$$V = V_0 \sin\omega t$$

जहाँ ϕ प्रारम्भिक कला कोण या किसी समय t पर धारा तथा वोल्टता के मध्य कलान्तर है।

10.3.2. शिखर मान (Peak Value)

प्रत्यावर्ती धारा के अधिकतम मान I_0 को धारा का आयाम या धारा का शिखर मान कहते हैं। इसी प्रकार प्रत्यावर्ती वोल्टता के अधिकतम मान V_0 को वोल्टता का आयाम या वोल्टता का शिखर मान कहते हैं।

10.3.3 प्रत्यावर्ती धारा का आधे चक्र तथा एक पूर्ण चक्र के लिए माध्य (औसत) मान (Mean value of AC for half cycle and a complete cycle)

"एक पूर्ण चक्र के लिए तात्क्षणिक प्रत्यावर्ती धारा के माध्य को माध्य प्रत्यावर्ती धारा कहते हैं।"

प्रत्यावर्ती धारा के आधे चक्र के लिए धारा का औसत मान ज्ञात किया जा सकता है। पहले आधे चक्र के लिए धारा का औसत मान

I_m (आधे चक्र के लिए)

$$= \frac{\int_0^{T/2} I\,dt}{\frac{T}{2}}$$

$$= \frac{\int_0^{T/2} I_0 \sin(\omega t)\,dt}{\frac{T}{2}}$$

$$= \frac{2I_0}{T}\int_0^{T/2} \sin(\omega t)\,dt$$

$$= \frac{2I_0}{T}\left[-\frac{\cos(\omega t)}{\omega}\right]_0^{T/2}$$

$$= -\frac{2I_0}{T\omega}\left[\cos\left(\frac{2\pi}{T}\times t\right)\right]_0^{T/2}$$

$$= -\frac{2I_0}{T\times\frac{2\pi}{T}}\left[\cos\left(\frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{2}\right)-\cos\left(\frac{2\pi}{T}\times 0\right)\right]$$

$$= -\frac{I_0}{\pi}[\cos(\pi)-\cos(0)]$$

$$= -\frac{I_0}{\pi}[-1-1]$$

$$= \frac{2I_0}{\pi}$$

$$= 0.637\, I_0 \quad \text{.....(1)}$$

जहाँ I_0 प्रत्यावर्ती धारा का शिखर मान है। इसी प्रकार शेष आधे चक्र के लिए प्रत्यावर्ती धारा का औसत मान

$$I_m' = \frac{-2I_0}{\pi} = -0.637\, I_0 \quad \text{.....(2)}$$

प्रत्यावर्ती धारा के एक आवर्तकाल T में, आधे समय 0 से $\frac{T}{2}$ तक धारा धनात्मक रहती है एवं शेष आधे समय $\frac{T}{2}$ से T तक धारा उतने ही मान की किन्तु ऋणात्मक रहती है। इस प्रकार एक पूर्ण चक्र के लिए प्रत्यावर्ती धारा का कुल बीजीय योग शून्य हो जाता है, जिससे माध्य (औसत) मान शून्य प्राप्त होता है।

उक्त तथ्य को गणितीय विधि से निम्न प्रकार सत्यापित कर सकते हैं–

प्रत्यावर्ती धारा के तात्क्षणिक मान का समीकरण

$$I = I_0 \sin(\omega t) \quad \text{.....(3)}$$

प्रत्यावर्ती धारा का माध्य मान

$$I_m = \frac{\int_0^T I\,dt}{T}$$

$$= \frac{\int_0^T I_0 \sin(\omega t)\,dt}{T}$$

$$= \frac{I_0}{T}\int_0^T \sin(\omega t)\,dt$$

$$= \frac{I_0}{T}\left[-\frac{\cos(\omega t)}{\omega}\right]_0^T$$

[∵ sin ω t का समाकलन $-\frac{\cos\omega t}{\omega}$ होता है]

$$= \frac{-I_0}{\omega T}\left[\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right]_0^T \qquad \left[\because \omega = \frac{2\pi}{T}\right]$$

$$= -\frac{I_0}{\omega T}\left[\cos\left(\frac{2\pi}{T}\times T\right)-\cos\left(\frac{2\pi}{T}\times 0\right)\right]$$

$$I_m = -\frac{I_0}{\omega T}[\cos(2\pi)-\cos 0]$$

$$I_m = -\frac{I_0}{\omega T}[1-1]. \qquad [\because \cos 0° = \cos 2\pi = 1]$$

$$I_m = 0 \quad \text{.....(4)}$$

उक्त गणितीय विवेचना से स्पष्ट होता है कि प्रत्यावर्ती धारा का एक चक्र या एक आवर्तकाल के लिए माध्यमान शून्य होता है।

ठीक इसी प्रकार यह सिद्ध किया जा सकता है कि प्रत्यावर्ती वोल्टता का भी एक चक्र या एक आवर्तकाल के लिए माध्यमान शून्य होता है।

$$V_m = 0 \quad \text{.....(5)}$$

10.3.4 प्रत्यावर्ती धारा का वर्गमाध्य मूल मान (Root mean square (rms) value of AC)

प्रत्यावर्ती धारा का वर्ग माध्य मूल (rms) मान, दिष्ट धारा के उस मान के तुल्य है जो कि उतना ही उष्मीय प्रभाव प्रदर्शित करता है, जितना की प्रत्यावर्ती धारा। इसे I_{rms} या I_{eff} से प्रदर्शित किया जाता है।

गणितीय रूप में **"एक पूर्ण चक्र के लिए तात्क्षणिक प्रत्यावर्ती धारा**

के वर्ग के माध्य मान का वर्गमूल, प्रत्यावर्ती धारा का वर्ग-माध्य-मूल (rms) कहलाता है।"

तात्क्षणिक प्रत्यावर्ती धारा का समीकरण

$$I = I_o \sin(\omega t) \qquad .....(1)$$

प्रत्यावर्ती धारा के तात्क्षणिक मान का वर्ग करने पर

$$I^2 = I_o^2 \sin^2(\omega t) \qquad .....(2)$$

I^2 का माध्य एक आवर्तकाल के लिए निम्न प्रकार ज्ञात किया जा सकता हैं–

$$(I^2)_m = \frac{\text{एक आवर्तकाल के लिए } I^2 \text{ का योग}}{\text{आवर्तकाल}}$$

$$(I^2)_m = \frac{\int_o^T I^2 dt}{T}$$

$$(I^2)_m = \frac{1}{T}\int_o^T I_o^2 \sin^2(\omega t)\, dt$$

$$= \frac{I_o^2}{T}\int_o^T \sin^2(\omega t) dt$$

$$= \frac{I_o^2}{T}\int_o^T \left[\frac{1-\cos(2\omega t)}{2}\right] dt$$

$$\left[\because \sin^2(\omega t) = \frac{1-\cos(2\omega t)}{2}\right]$$

$$= \frac{I_o^2}{2T}\int_o^T [1-\cos 2\omega t]\, dt$$

$$= \frac{I_o^2}{2T}\left[\int_o^T dt - \int_o^T \cos 2\omega t dt\right]$$

$$= \frac{I_o^2}{2T}\left[\{t\}_o^T - \left\{\frac{\sin(2\omega t)}{2\omega}\right\}_o^T\right]$$

$$= \frac{I_o^2}{2T}\left[\{t\}_o^T - \frac{1}{2\omega}\left\{\sin(2\times\frac{2\pi}{T}\times t)\right\}_o^T\right]$$

$$= \frac{I_o^2}{2T}\left[\{T-0\} - \frac{1}{2\omega}\left\{\sin\left(\frac{4\pi}{T}\times T\right) - \sin\left(\frac{4\pi}{T}\times 0\right)\right\}\right]$$

$$= \frac{I_o^2}{2T}\left[T - \frac{1}{2\omega}\{\sin(4\pi) - \sin 0\}\right]$$

$$= \frac{I_o^2}{2T}\left[T - \frac{1}{2\omega}\{0-0\}\right] \qquad (\because \sin 4\pi = 0)$$

$$(I^2)_m = \frac{I_o^2}{2T}\times T$$

$$(I^2)_m = \frac{I_0^2}{2} \qquad .....(3)$$

वर्गमूल लेने पर

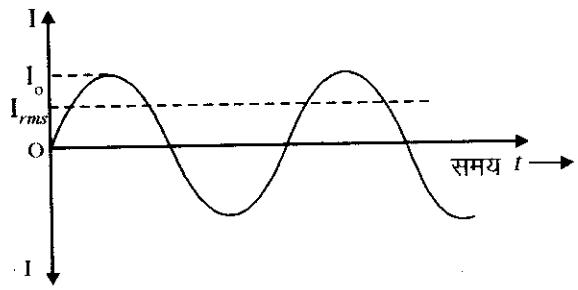
$$\sqrt{(I^2)_m} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

$$I_{rms} = 0.707\, I_o \qquad \left[\because \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707\right] \qquad .....(4)$$

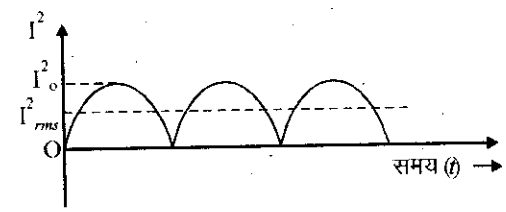
$$I_{rms} = I_o \text{ का } 70.7\% \qquad .....(5)$$

उक्त समीकरण से स्पष्ट है कि प्रत्यावर्ती धारा का वर्ग माध्य मूल मान. धारा के शिखर मान (I_o) का 70.7% होता हैं ।

इसे निम्न चित्र से व्यक्त कर सकते है –



चित्र 10.8



चित्र 10.9

प्रत्यावर्ती वोल्टता का वर्ग माध्य मूल मान

प्रत्यावर्ती वोल्टता के पूर्ण चक्र के लिए वर्ग माध्य मूल मान निम्न सू से ज्ञात किया जा सकता है–

$$V_{rms} = \sqrt{(V^2)_m}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{\int_0^T V^2 dt}{\int_0^T dt}}$$

$$= \sqrt{\frac{\int_0^T V_0^2 \sin^2 \omega t\, dt}{[t]_0^T}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}(V_0^2)\int_0^T \left(\frac{1-\cos 2\omega t}{2}\right)dt}$$

$$= V_0\sqrt{\frac{1}{2T}\left[t - \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega}\right]_0^T}$$

$$= V_0\sqrt{\frac{1}{2T}\left[t - \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega}\right]_0^T}$$

$$= V_0\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sin 4\pi}{4\omega T}} \qquad [\because \omega T = 2\pi]$$

$$V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = 0.707\, V_0 \qquad .....($$

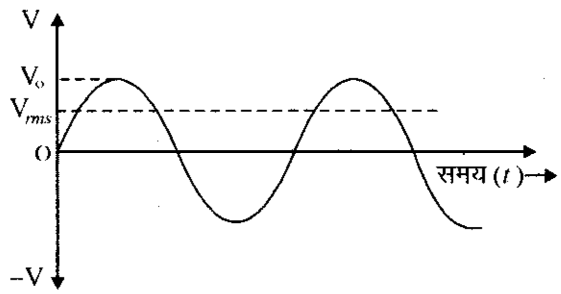
[$\because \sin 2\pi = \sin 4\pi = 0$]

भारत में घरेलू विद्युत की वर्ग-माध्य-मूल वोल्टता 220 वोल्ट, 50 हर्ट्ज है तथा अमरीका में 110 वोल्ट, 60 हर्ट्ज है।

$$V_{rms} = 0.707 V_o \quad .....(6)$$

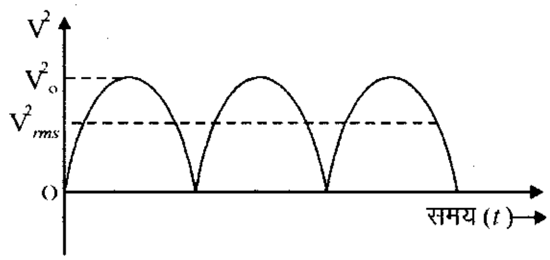
या $V_{rms} = V_o$ का 70.7% .....(7)

इसे निम्न चित्र से व्यक्त कर सकते है–



चित्र 10.10

यदि V^2 व t में आलेख खींचा जाये तब यह निम्न प्रकार प्राप्त होता है–



चित्र 10.11

प्रत्यावर्ती धारा केवल ऊष्मीय प्रभाव प्रदर्शित करती है क्योंकि ऊष्मीय प्रभाव धारा के वर्ग पर निर्भर करता है। माना कि प्रतिरोध R वाले किसी तार में प्रत्यावर्ती धारा I प्रवाहित हो रही है। इस धारा के प्रवाह के कारण तार में ऊष्मा उत्पन्न होने की दर

$$P = I^2 R$$

चूँकि धारा का मान आवर्तरूप से बदलता रहता है, अतः ऊष्मा उत्पन्न होने की दर P भी बदलती रहेगी। धारा के पूरे एक चक्र में ऊष्मा उत्पन्न होने की दर

$$P_m = (I^2)_m$$

जहाँ $(I^2)_m$ = धारा के वर्ग (I^2) का एक पूरे चक्र के लिए औसत मान है।

अर्थात् $(I^2)_m = (I_{rms})^2$

अतः $P_m = (I_{rms})^2 . R$ .....(8)

इसका अर्थ यह हुआ कि यदि हम प्रतिरोध R में I_{dc} प्रबलता की दिष्ट धारा प्रवाहित करे तब भी ऊष्मा उत्पन्न होने की दर $(I_{dc})^2 . R$ ही होगी। अतः "प्रत्यावर्ती धारा का वर्ग-माध्य मूल मान उस दिष्ट धारा के मान के बराबर होता है जिसके द्वारा किसी प्रतिरोध तार में उतनी ही दर से ऊष्मा उत्पन्न होती है जितनी कि उस प्रत्यावर्ती धारा द्वारा होती है।" इसीलिए प्रत्यावर्ती धारा के वर्ग-माध्य मूल मान (I_{rms}) को धारा का 'प्रभावी मान' (effective value) अथवा 'आभासी मान' (virtual value) भी कहते हैं।

इसी प्रकार प्रत्यावर्ती वोल्टता का वर्ग-माध्य-मूल मान उस दिष्ट वोल्टता के मान के बराबर होता है जो किसी प्रतिरोध तार के सिरों के बीच लगाने पर उतनी ही दर से ऊष्मा उत्पन्न करता है जितनी कि दर से प्रत्यावर्ती वोल्टेज करता है। इसीलिए **प्रत्यावर्ती वोल्टता के वर्ग-माध्य-मूल मान (E_{rms}) को वोल्टता का 'प्रभावी मान' अथवा 'आभासी मान'** भी कहते हैं।

प्रत्यावर्ती धारा तथा वोल्टेज मापने वाले अमीटर तथा वोल्टमीटर के पाठ्यांक सीधे धारा तथा वोल्टेज के वर्ग-माध्य-मूल मान देते हैं। यदि किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में लगे अमीटर का पाठ्यांक 4 एम्पियर है तो इसका अर्थ है कि परिपथ में धारा का वर्ग-माध्य-मूल मान 4 एम्पियर है।

प्रत्यावर्ती धारा या प्रत्यावर्ती वोल्टता का एक चक्र या एक आवर्तकाल के लिए माध्यमान शून्य होता है, जिससे प्रत्यावर्ती धारा या प्रत्यावर्ती वोल्टता का मापन साधारण अमीटर या साधारण वोल्टमीटर से नहीं किया जा सकता है। यदि हम किसी दिष्ट धारामापी या अमीटर की कुण्डली में प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित करें तो प्रत्यावर्ती धारा की दिशा के तेजी से बदलने के कारण, उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा भी तेजी से बदलेगी। फलस्वरूप सुई के विक्षेप की दिशा भी तेजी से बदलेगी। चूंकि जड़त्व के कारण सुई के विक्षेप की दिशा इतनी तेजी से नहीं बदल सकती अतः सुई अपनी माध्य स्थिति में ही ठहरी रहती है।

ऐसे में प्रत्यावर्ती धारा का मापन जूल के उष्मीय प्रभाव पर आधारित तप्त तार अमीटर से किया जाता है। इसके अंकित स्केल पर खानों की संख्या असमान होती है।

तप्त तार अमीटर के पैमाने पर 1, 2, 3, ...मान की धाराओं के लिए चिह्न 1 : 4 : 9 : 16 : ....आदि सापेक्ष दूरियों पर स्थित होते हैं।

[illegible] (समान वोल्टेज की दिष्ट धारा की तुलना में अधिक) खतरनाक (Alternating current is more dangerous than direct current of same voltage)

हमारे घरों में प्रायः 220 वोल्ट पर प्रत्यावर्ती धारा बहती है। इसका अर्थ है कि प्रत्यावर्ती वोल्टेज का वर्ग-माध्य-मूल मान 220 वोल्ट है। अतः प्रत्यावर्ती वोल्टेज का शिखर मान निम्न होगा–

$$V_0 = \sqrt{2} \times V_{rms}$$
$$= \sqrt{2} \times 220$$
$$= 1.414 \times 220 \quad \text{या} \quad V_0 = 311 \text{वोल्ट}$$

इस प्रकार घरों में बहने वाली प्रत्यावर्ती धारा का वोल्टेज प्रत्येक चक्र में +311 वोल्ट से लेकर -311 वोल्ट तक परिवर्तित होता रहता है। (एक चक्र में प्रत्यावर्ती वोल्टेज में होने वाला अधिकतम परिवर्तन 622 वोल्ट होता है।) यही कारण है कि 220 वोल्ट की प्रत्यावर्ती धारा (A.C.) 220 वोल्ट की दिष्ट धारा (D.C.) से अधिक खतरनाक है।

महत्त्वपूर्ण तथ्य

(i) सामान्यतः प्रत्यावर्ती परिपथ में धारा या वोल्टेज के दिये गये मान *rms* मान होते हैं।

(ii) एक मिश्रित तरंग $I = a \sin \omega t + b \cos \omega t$ का *rms* मान इसकी अवयवी तरंगों के *rms* मानों के वर्गों के योगफल के वर्गमूल के तुल्य होता है अर्थात्

$$I_{rms} = \sqrt{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{a^2 + b^2}\right)$$

प्रत्यावर्ती धारा की विशेषताएँ (Properties of alternating Current)

सामान्यतः सभी विद्युत उपकरणों को प्रयोग करने में प्रत्यावर्ती धारा को दिष्ट धारा की तुलना में अधिक उपयोगी माना जाता है। इसके कुछ कारणों

के उदाहरण निम्नानुसार वर्णित है–

(i) प्रत्यावर्ती धारा के जनित्र एवं मोटरें, दिष्ट धारा जनित्र एवं मोटरों की तुलना में अधिक दृढ़ एवं सुविधाजनक होते हैं।

(ii) प्रत्यावर्ती धारा को कम ऊर्जा ह्रास पर नियंत्रित करने हेतु चोक कुण्डली का प्रयोग किया जा सकता है, जबकि दिष्ट धारा में नहीं।

(iii) उच्च वोल्टता (अर्थात् न्यून धारा) पर विद्युत संचरण करके शक्ति ह्रास बहुत कम किये जा सकते हैं। अतः प्रत्यावर्ती धारा को उच्चायी ट्रांसफॉर्मर की सहायता से पावर हाउस में वोल्टता बढ़ाकर दूरस्थ स्थानों तक भेजा जाता है। इससे संचरण के दौरान ऊर्जा ह्रास बहुत कम होता है। अंत में विद्युत वितरण के स्थान पर वहाँ अपचायी ट्रांसफॉर्मर द्वारा उच्च वोल्टता को पुनः न्यून (जैसे 220 V) करके सप्लाई कर दिया जाता है। यह विधि केवल प्रत्यावर्ती धारा में उपयोग में ली जा सकती है दिष्ट धारा में नहीं।

(iv) प्रत्यावर्ती धारा को दिष्ट धारा में परिवर्तित करना सुविधाजनक है। दिष्ट धारा को प्रत्यावर्ती धारा में परिवर्तित करना उतना सुविधाजनक नहीं है।

इसके विपरीत, दिष्ट धारा की तुलना में प्रत्यावर्ती धारा के कुछ दोष भी हैं–

(i) दिष्ट धारा को जब किसी तार से होकर प्रवाहित करते हैं तो यह तार के सम्पूर्ण अनुप्रस्थ परिच्छेद में एकसमान रूप से वितरित होते हुए प्रवाहित होती है। लेकिन जब एक उच्च आवृत्ति की प्रत्यावर्ती धारा को तार से होकर प्रवाहित किया जाता है तो यह अनुप्रस्थ परिच्छेद पर एक समान रूप से वितरित नहीं होती है। उच्च आवृत्तियों का लगभग सम्पूर्ण भाग तार के पृष्ठ (Skin) की पर्तों में से होकर ही प्रवाहित होता है। इस परिघटना को "त्वाचिक प्रभाव" (Skin effect) कहते हैं। अतः तारों का भीतरी भाग धारा प्रवाह में कोई योगदान नहीं देता है। इसलिए उच्च आवृत्ति की प्रत्यावर्ती धाराओं के संचरण के लिए विद्युत्रोधी पतले-पतले तारों को मिलाकर एक मोटा तार बनाकर प्रयोग में लाते हैं।

(ii) प्रत्यावर्ती धारा दिष्ट धारा की तुलना में अधिक घातक एवं खतरनाक है क्योंकि प्रत्यावर्ती धारा का अधिकतम मान इसके औसत मान से अधिक होता है।

उदा.1. प्रत्यावर्ती धारा $I = I_1 \cos\omega t + I_2 \sin\omega t$ के लिए वर्ग माध्य मूल धारा का मान ज्ञात कीजिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.1**

हल– ∵ वर्ग माध्य मूल धारा

$$I_{rms} = \sqrt{\overline{(I^2)}}$$

$$\because \quad I = I_1\cos\omega t + I_2\sin\omega t$$

$$\therefore \quad I^2 = (I_1\cos\omega t + I_2\sin\omega t)^2$$

$$I^2 = I_1^2\cos^2\omega t + I_2^2\sin^2\omega t + 2I_1I_2\sin\omega t\cos\omega t$$

एक पूर्ण चक्र में औसत मान

$$\overline{(I^2)} = \frac{\int_0^T I^2 dt}{T}$$

$$= \frac{1}{T}\left[\int_0^T I_1^2\cos^2\omega t dt + \int_0^T I_2^2\sin^2\omega t dt + \int_0^T I_1I_2\sin 2\omega t dt\right]$$

$$\because \quad 2\sin\omega t\cos\omega t = \sin 2\omega t$$

अब $$\int_0^T \cos^2\omega t dt = \frac{T}{2}$$

$$\int_0^T \sin^2\omega t dt = \frac{T}{2}$$

$$\int_0^T \sin 2\omega t = 0$$

$$\overline{(I^2)} = \frac{1}{T}\left[I_1^2\times\frac{T}{2} + I_2^2\times\frac{T}{2} + I_1I_2\times 0\right]$$

$$= \frac{I_1^2 + I_2^2}{2}$$

$$\therefore \quad I_{rms} = \sqrt{\frac{I_1^2 + I_2^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(I_1^2 + I_2^2)^{1/2}$$

उदा.2. विद्युत परिपथ में प्रयुक्त प्रत्यावर्ती धारा निम्न समीकरण से व्यक्त होती है– $I = 1.5\sin\pi t$

(i) धारा का वर्ग माध्य मूल मान ज्ञात करो।

(ii) धारा का माध्य मान ज्ञात करो।

(iii) (क) $t = 0.5$ से. एवं (ख) $t = 1$ से. पर धारा का तात्क्षणिक (तात्कालिक) मान ज्ञात करो।

हल– (i) चूँकि $I_{rms} = 0.707 I_0$ दिया है

∴ $I_{rms} = 0.707\times 1.5$ $\quad I_0 = 1.5$ एम्पियर

$= 1.06$ एम्पियर

(ii) चूँकि प्रत्यावर्ती धारा का माध्य मान शून्य होता है

∴ $I_m = 0$

(iii) (क) $t = 0.5$ से. पर

$t = 1.5\sin\pi\times 0.5 = \sin\pi/2$

∵ $\sin\frac{\pi}{2} = 1$

∴ $I = 1.5$ एम्पियर

(ख) $t = 1$ से. पर

$I = 1.5\sin\pi\times 1 = 1.5\sin\pi$

∵ $\sin\pi = 0$

∴ $I = 0$

उदा.3. किसी 50Hz आवृत्ति के ज्यावक्रीय प्रत्यावर्ती वोल्टता का वर्ग माध्य मूल्य मान $200\sqrt{2}V$ है, तो इसकी तात्क्षणिक वोल्टता का समीकरण (t समय पर) लिखिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.2**

हल– दिया गया है–

$$f = 50 \text{ Hz},$$

$$V_{rms} = 200\sqrt{2}V$$

$$\because \quad V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \quad V_0 = \sqrt{2}V_{rms}$$

$$\Rightarrow \quad V_0 = \sqrt{2}\times 200\sqrt{2} = 400 \text{ वोल्ट}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$= 2\pi \times 50 = 314 \frac{\text{रेडियन}}{\text{सेकण्ड}}$$

$\therefore$ तात्क्षणिक वोल्टता $V = V_0 \sin\omega t$ से

$$V = 400 \sin 314\, t \text{ वोल्ट}$$

उदा.4 प्रत्यावर्ती वोल्टता का मान $V = 400\sin 100\pi t$ है, तो इस वोल्टता की आवृत्ति ज्ञात कीजिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.3**

हल– $\because$ $V = V_0 \sin\omega t$

$\therefore$ दी गई वोल्टता की उपरोक्त समीकरण से तुलना करने पर

$$\omega = 100\pi$$

$$\Rightarrow \quad 2\pi f = 100\pi$$

$$\Rightarrow \quad f = 50\text{Hz}$$

उदा.5. किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में धारा का शिखर मान 5A है। यदि परिपथ में (i) प्रत्यावर्ती धारा अमीटर (ii) दिष्ट धारा अमीटर जोड़े तो उनके पाठ्यांक क्या होंगे? **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.4**

हल– (i) प्रत्यावर्ती धारा अमीटर, धारा के वर्ग माध्य मूल मान को मापता है, अतः उसका पठन होगा–

$$I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$= 2.5\sqrt{2} = 3.535 \text{ एम्पियर}$$

(ii) दिष्ट धारा अमीटर धारा के औसत मान को मापता है। प्रत्यावर्ती धारा का औसत मान शून्य होने से दिष्ट धारा अमीटर का पाठ्यांक शून्य होगा।

उदा.6 किसी परिपथ में वोल्टता का वर्ग माध्य मूल 220 वोल्ट है, तो वोल्टता का शिखर मान ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.5

हल– दिया गया है–

$$V_{rms} = 220 \text{ वोल्ट}$$

$$\because \quad V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \quad V_0 = \sqrt{2}V_{rms} = \sqrt{2} \times 220$$

$$= 311.08 \text{ वोल्ट}$$

उदा.7. प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में धारा का मान निम्न है–

$I = 3\sin 2\pi t$ एम्पियर

ज्ञात कीजिए–

(i) धारा का वर्ग माध्य मूल मान

(ii) $t = \frac{1}{2}$ सेकण्ड पर धारा का तात्क्षणिक मान

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.6

हल– $\because$ $I = I_0 \sin 2\pi f t$

$\therefore$ दिए गए समीकरण की उपरोक्त समीकरण से तुलना करने पर

$$I_0 = 3 \text{ एम्पियर}$$

(i) $$I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$= 2.12 \text{ एम्पियर}$$

(ii) $t = \frac{1}{2}$ सेकण्ड पर धारा

$$I = 3\sin 2\pi \times \frac{1}{2}$$

$$= 3\sin\pi$$

$$= 3 \times 0 = 0$$

उदा.8. 50 Hz आवृत्ति वाली प्रत्यावर्ती धारा को शून्य से अधिकतम मान तक पहुँचने में लगा समय ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.7

हल–धारा को शून्य से अधिकतम मान तक पहुँचने में लगा समय

$$t = \frac{T}{4}$$

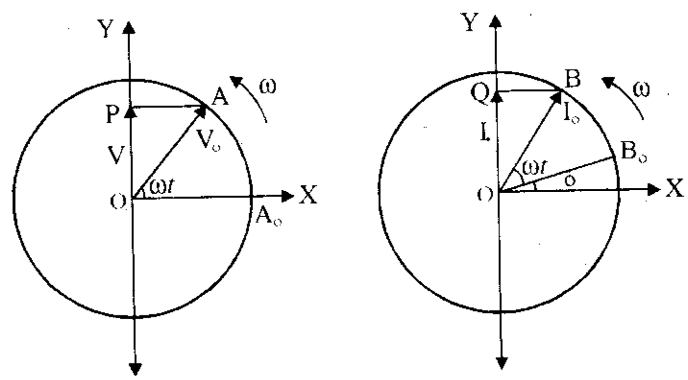
$$\because \quad f = 50 \text{ Hz}$$

$$\therefore \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50}$$

$$\therefore \quad t = \frac{1}{50 \times 4} = 0.005 \text{ सेकण्ड}$$

AC धारा एवं वोल्टता का घूर्णी सदिश द्वारा निरूपण-कला समंजक (फेजर्स)
(Representation of AC Current and Voltage by Rotating Vecors-Phasors)

प्रत्यावर्ती वोल्टता एवं धारा के पारस्परिक सम्बन्ध, सदिशों की सहायत से सरलता से निरूपित किये जा सकते हैं।



(अ) (ब)

चित्र 10.12

माना किसी परिपथ में प्रत्यावर्ती वोल्टता एवं धारा का मान समी. (एवं (2) द्वारा दर्शाया जाता है।

$$V = V_0 \sin\omega t \quad .....($$

$$I = I_0 \sin(\omega t + \phi) \quad .....($$

जहाँ ϕ वोल्टता एवं धारा के बीच कलान्तर है।

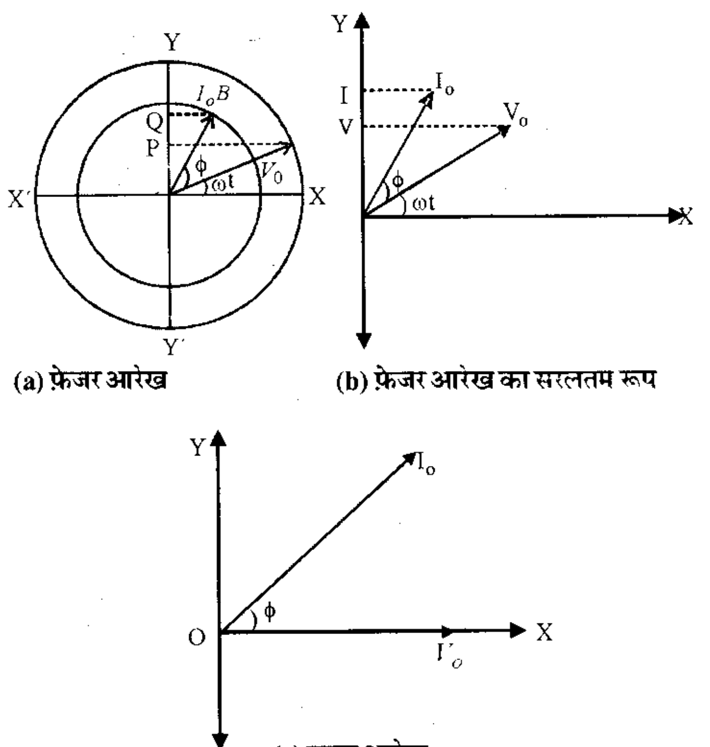
वोल्टता के शिखर मान V_0 के बराबर, चित्र (अ) में दर्शाये जैसे ए सदिश $\overrightarrow{OA}$ की कल्पना करते है जो कि XY तल में वामावर्ती दिशा में ω कोण वेग से घूम रहा है। इस सदिश की प्रारम्भिक स्थिति ($t = 0$ पर) X अक्ष पर O

से दर्शायी गयी है। अब यदि OA_0 स्थिति से OA स्थिति में, वोल्टता सदिश, t समय में पहुंचता हो तो $\angle A_0OA = \omega t$, इस कोण को **कला कोण** कहते हैं यदि बिन्दु A का Y अक्ष पर प्रक्षेप OP हो तो $OP = V_0 \sin \omega t$ होता है। यह मान समी. (1) के अनुसार वोल्टता के तात्कालिक मान को व्यक्त करता है। अतएव समी. (1) से व्यक्त प्रत्यावर्ती वोल्टता को ω कोणीय वेग से घूमते सदिश $\overrightarrow{OA}$ से प्रदर्शित कर सकते हैं।

इसी तरह धारा के शिखर मान I_0 के बराबर चित्र (ब) में दर्शाये जैसे एक सदिश $\overrightarrow{OB}$ की कल्पना करते हैं जो XY तल में वामावर्ती दिशा में ω कोणीय वेग से घूम रहा है। इस सदिश की प्रारम्भिक स्थिति ($t = 0$ पर) OB_0 द्वारा दर्शायी गयी है जो कि X अक्ष से ϕ कोण बनाती है। यह धारा की प्रारम्भिक कला है। अब यदि t समय में धारा सदिश OB_0 स्थिति से OB स्थिति पहुंचता हो तब कोण $\angle B_0OB = \omega t$ एवं कोण $\angle XOB = \omega t + \phi$ होते हैं एवं यदि बिन्दु B का Y-अक्ष पर प्रक्षेप OQ हो तो चित्र (ब) से स्पष्ट है कि $OQ = I_0 \sin(\omega t + \phi)$, यह मान समीकरण (2) के अनुसार धारा के तात्कालिक मान को व्यक्त करता है। अतः समी. (2) से व्यक्त प्रत्यावर्ती धारा, सदिश $\overrightarrow{OB}$ से प्रदर्शित कर सकते हैं।

V_0 तथा I_0 को ही फ़ेजर (Phasor) कहते हैं।

V तथा I के फ़ेजर आरेख को सम्मिलित रूप से निम्न प्रकार व्यक्त किया जा सकता है—



(a) फ़ेजर आरेख **(b) फ़ेजर आरेख का सरलतम रूप**

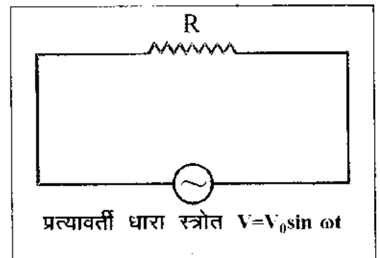
(c) कला आरेख

चित्र 10.13

जब प्रत्यावर्ती विद्युत परिपथ में प्रतिरोध (R), प्रेरकत्व (L) तथा संधारित्र (C) जोड़े जाते है तो प्रत्यावर्ती धारा तथा प्रत्यावर्ती वोल्टता में कलान्तर उत्पन्न हो जाता है। किन्हीं परिस्थितियों में धारा कला में. वोल्टता से पीछे तो किन्हीं में यह आगे होती है। धारा तथा वोल्टता में कलान्तर, परिपथ में जोड़े गए अवयवों की प्रकृति पर निर्भर करता है।

10.4.1 शुद्ध प्रतिरोधीय परिपथ (Circuit Contains Pure Ohmic Resistance)

चित्र में एक शुद्ध प्रतिरोध (R) को प्रत्यावर्ती धारा स्त्रोत के साथ श्रेणी क्रम में जुड़ा हुआ दर्शाया गया है। प्रतिरोध के सिरों पर आरोपित प्रत्यावर्ती वोल्टता को निम्न समीकरण द्वारा व्यक्त किया जा सकता है–



चित्र 10.14

$$V = V_o \sin(\omega t) \quad .....(1)$$

यदि परिपथ में किसी समय t पर प्रवाहित धारा I तथा प्रतिरोध के सिरों के बीच विभवान्तर V_R हो तो किरचॉफ के लूप के नियमानुसार

$V - V_R = 0 \qquad \therefore\ V_R = V$

अत: प्रत्यावर्ती वोल्टता V_R का शिखर मान V_{0R} भी V के शिखर मान V_0 के बराबर होता है अर्थात्

$V_R = V = V_0 \sin \omega t = V_{0R} \sin \omega t$ होगा।

$$I = \frac{V}{R}$$

$$I = \frac{V_o \sin(\omega t)}{R} \Rightarrow I = \frac{V_o}{R} \sin(\omega t)$$

$$I = I_o \sin(\omega t) \quad .....(2)$$

जहाँ $I_o = \frac{V_o}{R}$ = धारा का शिखर मान या $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{R}$

समीकरण (1) व (2) से

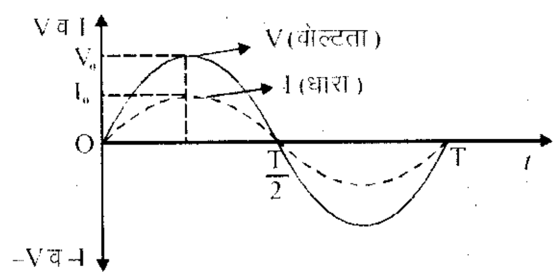
वोल्टता की कला = ωt

प्रत्यावर्ती धारा की कला = ωt

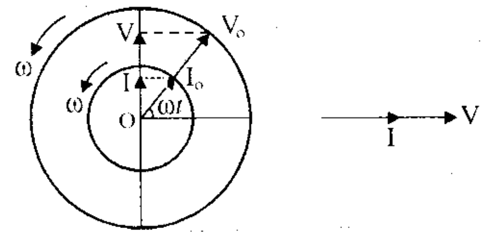
कलान्तर = $\omega t - \omega t = 0$

अर्थात् जब परिपथ में शुद्ध प्रतिरोध ही जुड़ा हो तो प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा प्रत्यावर्ती धारा में कलान्तर शून्य होता है। दूसरे शब्दों में वोल्टता तथा धारा एक ही कला में होते हैं।

उक्त निष्कर्ष को ग्राफीय चित्र से निम्न प्रकार प्रदर्शित किया जा सकता है



चित्र 10.15



चित्र 10.16

चित्र से स्पष्ट है कि जब वोल्टता का मान शून्य होता है तो प्रत्यावर्ती धारा भी शून्य होती है और वोल्टता के अधिकतम होने पर, धारा का मान भी अधिकतम होता है। आधे चक्र के बाद जब वोल्टता दिशा बदलता है तो धारा भी साथ–साथ दिशा बदलती है।

किसी चालक का प्रतिरोध, आवृत्ति पर निर्भर नहीं करता है। प्रतिरोध (R) तथा आवृत्ति (f) में ग्राफ चित्रानुसार प्राप्त होता है।

चालकत्व K (conductance)–प्रतिरोध के व्युत्क्रम को चालकत्व कहते हैं। इसका मात्रक ओम $^{-1}$ होता है।

$$\text{चालकत्व } K = \frac{1}{R}$$

औसत शक्ति–प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में प्रत्यावर्ती वोल्टता के तात्क्षणिक मान तथा धारा के तात्क्षणिक मान के गुणनफल को उस परिपथ की तात्क्षणिक शक्ति कहते हैं।

∴ शुद्ध प्रतिरोध युक्त परिपथ की तात्क्षणिक शक्ति

$$P = V \times I = V_0 \sin \omega t \times I_0 \sin \omega t$$

$$= I_0 R \sin \omega t \times I_0 \sin \omega t$$

$$= I_0^2 R \sin^2 \omega t$$

एक पूर्ण चक्र में $\sin^2 \omega t$ का औसत मान ½ होता है।

$$\text{अर्थात्}\quad \overline{\sin^2 \omega t} = \frac{\int_0^T \sin^2 \omega t\, dt}{\int_0^T dt} = \frac{1}{2}$$

∴ एक पूर्ण चक्र में परिपथ की औसत शक्ति

$$P_m = \frac{I_0^2 R}{2}$$

$$\because \quad I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \quad P_m = I_{rms}^2 R$$

$$\text{या} \quad P_m = E_{rms} I_{rms}$$

10.4.2 शुद्ध प्रेरकीय परिपथ (Circuit Contains Pure Inductor Circuit)

चित्र में शुद्ध प्रेरकत्व (L) को प्रत्यावर्ती धारा स्त्रोत के साथ श्रेणी क्रम में जुड़ा हुआ दिखाया गया है। आरोपित वोल्टता को निम्न समी. से व्यक्त किया जा सकता है।

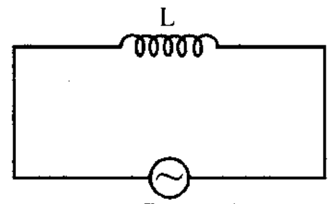
$$V = V_0 \sin(\omega t) \qquad .....(1)$$

इस प्रत्यावर्ती वोल्टता के कारण परिपथ में I मान की प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित होती है। इस धारा के मान व दिशा में लगातार आवर्तरूप से परिवर्तन होता है, जिससे कुण्डली में वोल्टता प्रेरित होती है जो कि आरोपित वोल्टता का विरोध करती है।

कुण्डली (प्रेरकत्व) में उत्पन्न विरोधी वोल्टता $= -L\frac{dI}{dt}$

ऋणात्मक चिन्ह इसकी विपरीत दिशा को प्रकट करता है।

यदि परिपथ में किसी समय t पर प्रवाहित धारा I तथा कुण्डली के सिरों के मध्य विभवान्तर V_L हो तो किरचॉफ के लूप के नियमानुसार



चित्र 10.17

$$V - V_L = 0$$

$$\Rightarrow \quad V_L = V$$

$$\text{तथा} \quad V_{0L} = V_0$$

$$\therefore \quad V_L = V = V_0 \sin \omega t$$

$$= V_{0L} \sin \omega t$$

चूंकि परिपथ में अन्य कोई अवयव नहीं है जिस पर विभवपतन (Potential drop) हो, अतः प्रेरकत्व में उत्पन्न विरोधी वोल्टता, आरोपित वोल्टता को सन्तुलित करेगी।

$$-L\frac{dI}{dt} + V = 0$$

$$L\frac{dI}{dt} = V$$

$$L\frac{dI}{dt} = V_0 \sin \omega t$$

$$L\, dI = V_0 \sin \omega t\, dt$$

$$dI = \frac{V_0}{L} \sin \omega t\, dt$$

उक्त समीकरण का समाकलन करने पर

$$\int 1\, dI = \int \frac{V_0}{L} \sin \omega t\, dt$$

$$\int 1\, dI = \frac{V_0}{L} \int \sin \omega t\, dt$$

$$I = \frac{V_0}{L}\left[-\frac{\cos \omega t}{\omega}\right] \quad [\because \sin \omega t \text{ का समाकलन } \frac{-\cos \omega t}{\omega} \text{ होता है}]$$

$$I = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t$$

$$I = -\frac{V_0}{\omega L} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \qquad [\because \cos \omega t = \sin(\pi/2 - \omega t)]$$

$$I = \frac{V_0}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$I = I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad .....(2)$$

जहाँ $I_0 = \frac{V_0}{\omega L}$ धारा का शिखर मान

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{\omega L}$$

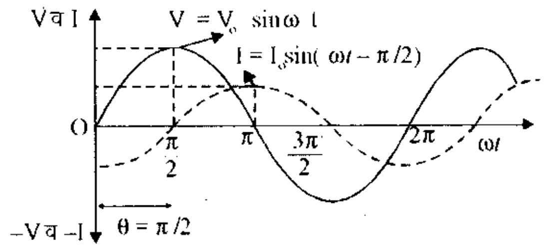
समीकरण (1) व (2) से

वि॰ वा॰ बल की कला $= \omega t$

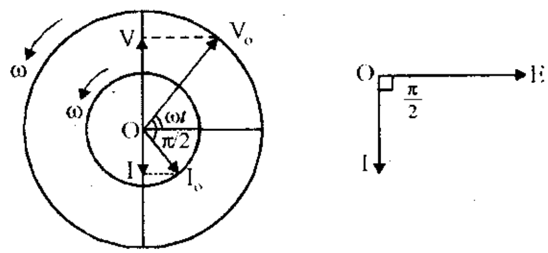
प्रत्यावर्ती धारा की कला $= \omega t - \frac{\pi}{2}$

अतः स्पष्ट है कि जब परिपथ में शुद्ध प्रेरकत्व (L) जुड़ा हो तो प्रत्यावर्ती धारा, वोल्टता से $\frac{\pi}{2}$ कला कोण से पीछे रहती है।

इस निष्कर्ष को ग्राफीय तथा सदिश चित्रों द्वारा निम्न प्रकार प्रदर्शित कर सकते हैं–



चित्र 10.18



चित्र 10.19

प्रेरणिक प्रतिघात (Inductive Reactance – X_L)

समीकरण (2) $I_o = \frac{E_o}{\omega L}$

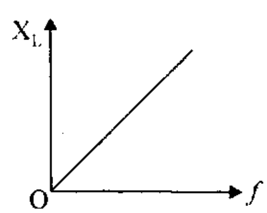
से स्पष्ट है कि प्रेरकत्व के कारण धारा के मार्ग में रूकावट ωL के बराबर होती है । इसलिए ωL को प्रेरण प्रतिरोध या प्रेरणिक प्रतिघात कहते है ।

प्रेरणिक प्रतिघात $X_L = \omega L$ मात्रक–ओम (Ω)

यदि प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति f हो तो

$$X_L = 2\pi f L$$

यदि L नियत रहे तो $X_L \propto L$



चित्र 10.20

अर्थात् प्रेरणिक प्रतिघात तथा आवृत्ति समानुपाती होते हैं। X_L तथा f में नीचे दर्शाए अनुसार ग्राफ प्राप्त होता है –

- दिष्ट धारा के लिए $\omega = 0$ या

$$f = 0$$

अतः $X_L = 0$

अर्थात् यदि परिपथ में दिष्ट धारा प्रवाहित हो रही हो तब प्रेरकत्व कोई बाधा उत्पन्न नहीं करता।

- यदि प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति उच्च ($f \to \infty$) हो तो

$$X_L \to \infty$$

अर्थात् उच्च आवृत्ति की विद्युत धारा, प्रेरकत्व के कारण अवरूद्ध हो जाती है।

प्रेरणिक अधिकल्पित प्रवेश्यता (Inductive Susceptance)

प्रेरणिक प्रतिघात के व्युत्क्रम को प्रेरणिक अधिकल्पित प्रवेश्यता या प्रेरण चालकत्व कहते हैं।

प्रेरणिक अधिकल्पित प्रवेश्यता $S_L = \frac{1}{X_L}$

$\Rightarrow$ $S_L = \frac{1}{\omega L}$, मात्रक–ओम $^{-1}$

औसत शक्ति

शुद्ध प्रेरकत्व युक्त परिपथ की तात्क्षणिक शक्ति

$$P = V \times I = V_0 \sin\omega t \times I_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$= V_0 \sin\omega t \times (-) I_0 \cos\omega t$$

$$= -\frac{V_0 I_0}{2} \times 2\sin\omega t \cos\omega t$$

$$= -\frac{V_0 I_0}{2} \sin 2\omega t \quad [\because \sin 2\omega t = 2\sin\omega t\ \cos\omega t]$$

एक पूर्ण चक्र में $\sin 2\omega t$ का औसत मान शून्य होता है अर्थात्

$$\overline{\sin 2\omega t} = \frac{\int_0^T \sin 2\omega t dt}{\int_0^T dt} = 0$$

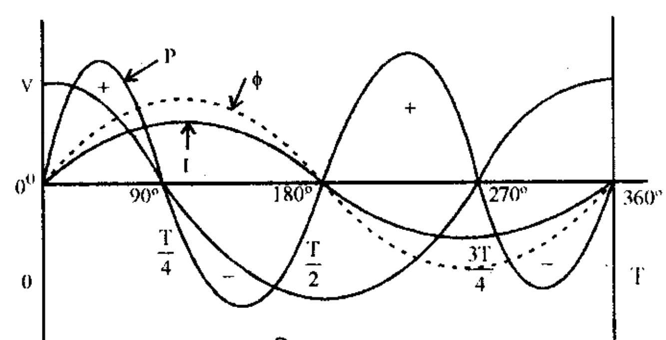
$\therefore$ एक पूर्ण चक्र में परिपथ की औसत शक्ति

$$P_m = -\frac{V_0 I_0}{2} \times 0 = 0$$

इस प्रकार एक पूर्ण चक्र में किसी प्रेरकत्व को आपूर्त (Supplied) औसत शक्ति शून्य होती है।

किसी **प्रेरकत्व के चुम्बकन तथा विचुम्बकन** को निम्न प्रकार समझाया जा सकता है—

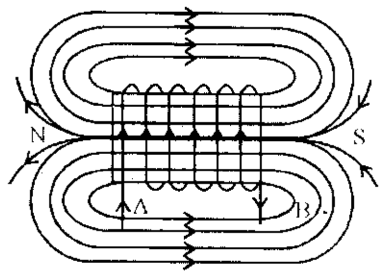
चित्र (a) में प्रत्यावर्ती वोल्टता V, धारा I, फ्लक्स ϕ तथा शक्ति P के एक पूर्ण चक्र को प्रदर्शित किया गया है। यहाँ ध्यान देने योग्य है कि धारा, वोल्टता से $\pi/2$ कला कोण से पीछे रहती है।



चित्र 10.20 (a)

चित्र (b) में प्रदर्शित कुण्डली में बिन्दु A पर धारा प्रवेश करती है जो समय $t = 0$ से $t = T/4$ तक शून्य से अधिकतम मान तक बढ़ती है। इस स्थिति में चुम्बकीय फ्लक्स रेखाएँ चित्रानुसार स्थापित होती है तथा क्रोड चुम्बकित होता है। वोल्टता तथा धारा के धनात्मक होने के कारण इनका गुणनफल (शक्ति P)

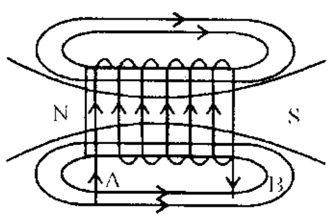
भी धनात्मक होता है अर्थात् इस स्थिति में स्त्रोत से ऊर्जा का अवशोषण होता है।



चित्र 10.20 (b)

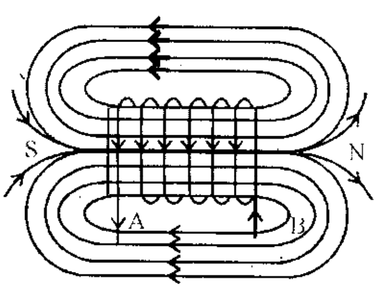
t = T/4 से t = T/2 समयान्तराल में कुण्डली में प्रवाहित धारा धनात्मक तो होती है परन्तु धारा के मान में कमी होती है। इस स्थिति में क्रोड विचुम्बकित होने लगता है (चित्र (c)) तथा अर्ध चक्र के अन्त में नेट फ्लक्स शून्य हो जाता है।

$\because \frac{dI}{dt}$ ऋणात्मक होने से वोल्टता ऋणात्मक होती हैं। जिससे वोल्टता व धारा का गुणनफल ऋणात्मक होता है तथा ऊर्जा स्त्रोत को लौटाई जाती है।



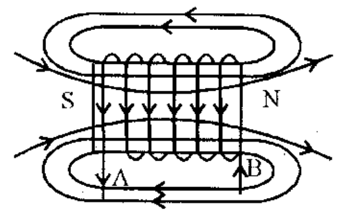
चित्र 10.20 (c)

t = T/2 से t = 3T/4 समयान्तराल में कुण्डली में प्रवाहित धारा ऋणात्मक होती है अर्थात् धारा बिन्दु B से प्रवेश कर बिन्दु A से निर्गत होती है। चित्र (d) धारा की दिशा परिवर्तित होने से चुम्बक के ध्रुवों की ध्रुवता भी परिवर्तित हो जाती है। धारा तथा वोल्टता दोनों के ऋणात्मक होने से इनका गुणनफल धनात्मक होता है अर्थात् इस स्थिति में स्त्रोत से ऊर्जा का अवशोषण होता है।



चित्र 10.20 (d)

t = 3T/4 से t = T समयान्तराल में कुण्डली में प्रवाहित धारा के मान में भी कमी होती है तथा t= T समय पर धारा का मान शून्य हो जाता है। t = T समय पर क्रोड विचुम्बकित हो जाता है तथा फ्लक्स का मान शून्य हो जाता है। (चित्र (e)) वोल्टता धनात्मक तथा धारा के ऋणात्मक होने से इनका गुणनफल ऋणात्मक होता है अर्थात् इस स्थिति में t = T/2 से t = 3T/4 समयान्तराल में अवशोषित ऊर्जा, स्त्रोत को पुनः लौटाई जाती है।

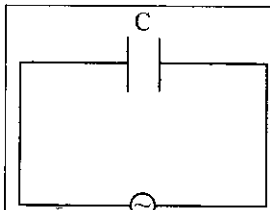


चित्र 10.20 (e)

10.4.3. शुद्ध धारितीय परिपथ (Circuit Contains Pure Capacitance Circuit)

चित्र में एक शुद्ध संधारित्र को प्रत्यावर्ती धारा स्त्रोत के साथ श्रेणी क्रम में जुड़ा हुआ दर्शाया गया है। आरोपित वोल्टता का समीकरण निम्न है –

$$V = V_0 \sin \omega t \qquad .....(1)$$



प्रत्यावर्ती धारा स्त्रोत $V=V_0 \sin \omega t$

चित्र 10.21

माना किसी समय t पर संधारित्र पर आवेश q तथा परिपथ में प्रवाहित धारा I तथा संधारित्र की प्लेटों के बीच विभवान्तर V_C हो तो किरचॉफ के लूप के नियमानुसार

$$V - V_C = 0$$

$\Rightarrow$ $V_C = V$ तथा $V_{0C} = V_0$ अतः $V_C = V = V_0 \sin\omega t = V_0 \sin\omega t$

हम जानते हैं– $q = CV$

$$q = CV_0 \sin(\omega t)$$

संधारित्र में प्रवाहित धारा

$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$I = \frac{d}{dt}[CV_0 \sin \omega t]$$

$$I = CV_0 \frac{d}{dt}[\sin \omega t]$$

$$I = CV_0 \times \omega \cos \omega t$$

[$\because$ sin ω t का अवकलन ω cos ω t होता है]

$$I = \omega CV_0 \cos \omega t$$

$$I = \omega CV_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad [\because \sin(\pi/2 + \theta) = \cos\theta]$$

$$I = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad .....(2)$$

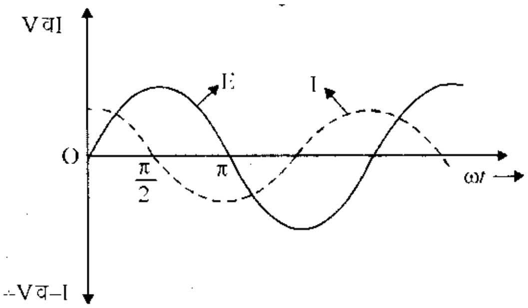
जहाँ $I_0 = \omega CV_0$

समीकरण (1) व (2) से

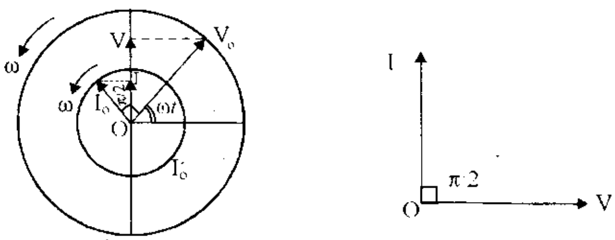
वोल्टता की कला $= \omega t$

प्रत्यावर्ती धारा की कला $= \omega t + \frac{\pi}{2}$

अतः स्पष्ट है कि जब परिपथ में सिर्फ संधारित्र जुड़ा हो तो प्रत्यावर्ती धारा, प्रत्यावर्ती वोल्टता से $\frac{\pi}{2}$ कला कोण से आगे होती है। चित्र में इसे निम्न प्रकार प्रदर्शित कर सकते है –



चित्र 10.22



चित्र 10.23

धारितीय प्रतिघात (Capacitive Reactance – X_C)

समीकरण (2) से

$I_o = \omega C V_o$

$$I_o = \frac{V_o}{1/\omega C}$$

अतः स्पष्ट है कि संधारित्र के कारण, प्रत्यावर्ती धारा के मार्ग में रुकावट, $1/\omega C$ के तुल्य होती है । इसे धारितीय प्रतिघात (धारा के मार्ग में संधारित्र का प्रभावी विरोध) कहते हैं।

धारितीय प्रतिघात $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ मात्रक – ओम (Ω)

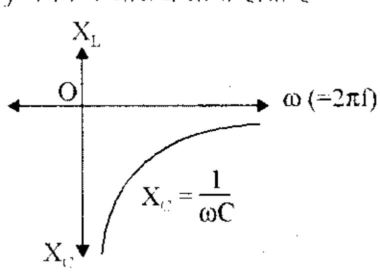
यदि धारा की आवृत्ति f हो तो

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

यदि संधारित्र की धारिता स्थिर रहे तो

$$X_C \propto \frac{1}{f}$$

अर्थात् धारितीय प्रतिघात (X_C) आवृत्ति के व्युत्क्रमानुपाती होता है। (X_C) तथा f में निम्न आलेख प्राप्त होता है–



चित्र 10.24

- दिष्ट धारा के लिए $\omega = 0$ या $f = 0$ तो $X_C = \infty$ तथा $I_0 = 0$ अर्थात् संधारित्र में से दिष्ट धारा प्रवाहित नहीं हो सकती।
- वह प्रत्यावर्ती धारा जिसकी आवृत्ति कम हो, उसके मार्ग में संधारित्र अधिक रूकावट उत्पन्न करता है। इसके विपरीत अधिक आवृत्ति वाली धारा के मार्ग में कम रूकावट उत्पन्न करता है अर्थात् प्रत्यावर्ती परिपथ में प्रयुक्त संधारित्र का व्यवहार प्रत्यावर्ती स्त्रोत की आवृत्ति पर निर्भर करता है।

- **धारितीय अधिकल्पित प्रवेश्यता (Capacitive Susceptanc)**

धारितीय प्रतिघात (X_C) का व्युत्क्रम, **धारितीय अधिकल्पित प्रवेश्यता** या धारिता चालकत्व कहलाता है–

$$S_C = \frac{1}{X_C} \qquad \text{मात्रक – ओम}^{-1}$$

विशेष : कला की दृष्टि से इसे ω अक्ष से नीचे दिखाया गया है।

कला की दृष्टि से धारितीय प्रतिघात को $-iX_C = \dfrac{1}{i\omega c} = -\dfrac{i}{\omega c}$ भी माना जाता है।

$i\left(=\sqrt{-1}\right)$ के कारण X_C काल्पनिक राशि हो जाती है तथा $-i$ के कारण इसे $-y$ अक्ष पर अंकित किया गया है। कला कोण इसमें सम्मिलित है। कला की दृष्टि से प्रेरणिक प्रतिघात को $iX_L = i\omega L$ माना जाता है।

औसत शक्ति–

शुद्ध संधारित्र युक्त परिपथ की तात्क्षणिक शक्ति

$$P = V \times I = V_0 \sin\omega t \times I_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$= V_0 \sin\omega t \times I_0 \cos\omega t$$

$$= \frac{V_0 I_0}{2} \times 2\sin\omega t \cos\omega t$$

$$= \frac{V_0 I_0}{2} \sin 2\omega t \quad [\because \sin 2\omega t = 2\sin\omega t \cos\omega t]$$

एक पूर्ण चक्र में $\sin 2\omega t$ का औसत मान शून्य होता है अर्थात्

$$\overline{\sin 2\omega t} = \frac{\int_0^T \sin 2\omega t\, dt}{\int_0^T dt} = 0$$

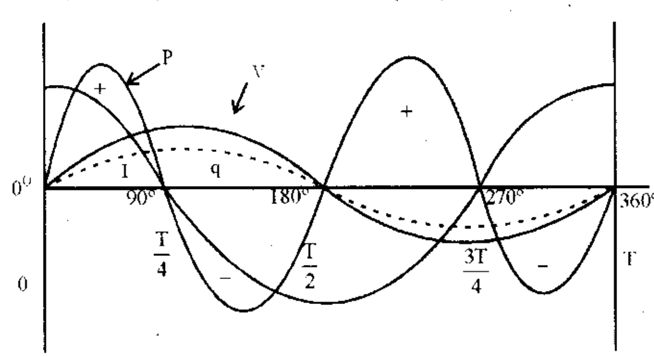
$\therefore$ एक पूर्ण चक्र में परिपथ की औसत शक्ति

$$P_m = \frac{V_0 I_0}{2} \times 0 = 0$$

इस प्रकार एक पूर्ण चक्र में किसी संधारित्र को आपूर्त शक्ति भी शून्य होती है।

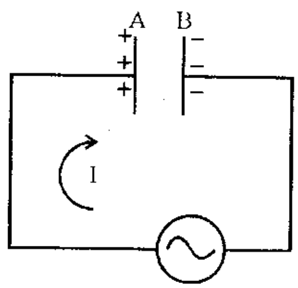
किसी **संधारित्र के आवेशन तथा निरावेशन** को निम्न प्रकार समझाया जा सकता है—

चित्र (a) में प्रत्यावर्ती वोल्टता V, धारा I, आवेश q तथा शक्ति P के एक पूर्ण चक्र को प्रदर्शित किया गया है। यहाँ ध्यान देने योग्य है कि धारा, वोल्टता से $\pi/2$ कला कोण से आगे रहती है।



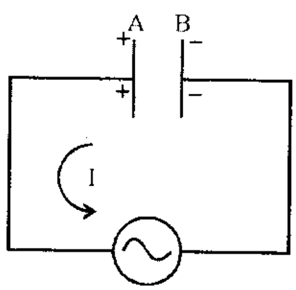
चित्र 10.25 (a)

चित्र (b) में प्रदर्शित संधारित्र में धारा I दर्शाए अनुसार प्रवाहित होती है तथा $t = 0$ पर अधिकतम मान से $t = T/4$ पर शून्य हो जाती है। इस स्थिति में संधारित्र की प्लेट A धनावेशित तथा प्लेट B ऋणावेशित होती है तथा आवेश q बढ़कर अधिकतम हो जाता है। वोल्टता V, आवेश q के साथ समान कला में होती है तथा $t = T/4$ समय पर अधिकतम होती है। वोल्टता तथा धारा के धनात्मक होने के कारण इनका गुणनफल (शक्ति P) भी धनात्मक होता है अर्थात् इस स्थिति में संधारित्र आवेशित होते समय स्रोत से ऊर्जा का अवशोषण करता है।



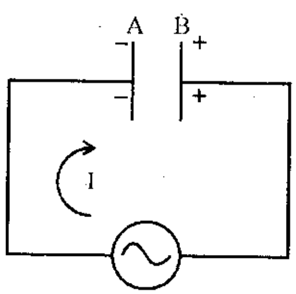
चित्र 10.25 (b)

$t= T/4$ से $t = T/2$ समयान्तराल में संधारित्र में प्रवाहित धारा की दिशा उलट जाती है। (चित्र (c)) इस स्थिति में संधारित्र पर संग्रहित आवेश समाप्त हो जाता है अर्थात संधारित्र निरावेशित हो जाता है। वोल्टता के मान में कमी होती है परन्तु वोल्टता धनात्मक रहती है। वोल्टता के धनात्मक तथा धारा के ऋणात्मक होने के कारण इनका गुणनफल ऋणात्मक होता है अर्थात् इस स्थिति में संधारित्र द्वारा $t = 0$ से $t=T/4$ समयान्तराल में अवशोषित ऊर्जा वापिस स्रोत को मिल जाती है।



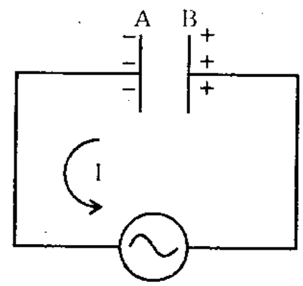
चित्र 10.25 (c)

$t = T/2$ से $t = 3T/4$ समयान्तराल में संधारित्र में प्रवाहित धारा की दिशा A से B की ओर होने के कारण, संधारित्र विपरीत ध्रुवता के साथ आवेशित होता है अर्थात् प्लेट A ऋणावेशित तथा प्लेट B धनावेशित होने लगती है। (चित्र (d)) धारा तथा वोल्टता दोनों के ऋणात्मक होने के कारण इनका गुणनफल धनात्मक होता है अर्थात् इस स्थिति में संधारित्र आवेशित होते समय स्रोत से ऊर्जा का अवशोषण करता है।



चित्र 10.25 (d)

$t = 3T/4$ /से $t = T$ समयान्तराल में संधारित्र में प्रवाहित धारा की दिशा उलट जाती है अर्थात् धारा प्रवाह B से A की ओर होने लगता है। (चित्र (e)) इस स्थिति में संधारित्र पर संग्रहित आवेश समाप्त हो जाता है तथा वोल्टता का परिमाण कम हो जाता है। वोल्टता के ऋणात्मक तथा धारा के धनात्मक होने के कारण इनका गुणनफल ऋणात्मक होता है अर्थात् इस स्थिति में संधारित्र द्वारा $t = T/2$ से $t = \frac{3T}{4}$ समयान्तराल में अवशोषित ऊर्जा स्रोत को वापिस मिल जाती है। इस प्रकार कुल अवशोषित ऊर्जा शून्य होती है।



चित्र 10.25 (e)

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. एक परिपथ में प्रत्यावर्ती धारा का मान तप्त–तार अमीटर द्वारा 10A पढ़ा जाता है। उसका शिखर मान क्या होगा?

प्र.2. किसी शुद्ध संधारित्र की धारिता 1 फैरड है। दिष्ट धारा परिपथ में इसके प्रभावी प्रतिरोध का मान लिखिए।

प्र.3. एक प्रत्यावर्ती धारा वोल्टमीटर की सहायता से देखा जाता है कि भवन में बिजली के तारों के मध्य विभवान्तर 234 वोल्ट है। यदि लाइन की आवृत्ति 50 चक्र/सेकण्ड है तो किसी क्षण लाइन वोल्टता V का समीकरण लिखिए।

प्र.4. (i) एक शुद्ध प्रतिरोध, (ii) एक शुद्ध धारिता, (iii) एक शुद्ध प्रेरकत्व को, 220 वोल्ट, 50 हर्ट्ज के स्त्रोत से जोड़ा जाता है। प्रत्येक स्थिति में परिपथ में प्रवाहित धारा तथा विभवान्तर में कलान्तर कितना होगा?

प्र.5. क्या कारण है कि प्रत्यावर्ती धारा से विद्युत अपघटन नहीं होता है?

प्र.6. दिष्ट धारा परिपथ में L स्वप्रेरकत्व की कुण्डली का प्रतिरोध कितना होता है?

प्र.7. दिष्टधारा स्त्रोत के साथ एक बल्ब तथा संधारित्र जुड़ा है। क्या बल्ब जलेगा? यदि संधारित्र की धारिता कम कर दें तो क्या प्रभाव पड़ेगा?

प्र.8. दिष्टधारा के लिए एक कुण्डली का प्रतिरोध R ओम है। यदि प्रत्यावर्ती धारा प्रयुक्त की जाए, तो कुण्डली का प्रतिरोध क्या होगा?
R से कम, R या R से अधिक?

प्र.9. निम्नलिखित राशियों के विमीय सूत्र लिखिए–
(i) $\frac{L}{R}$ (ii) RC. (iii) $\sqrt{LC}$, (iv) $\frac{1}{2}LI^2$

प्र.10. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में आरोपित वोल्टेज $V = V_0 \sin\omega t$ है। परिपथ में परिणामी धारा $I = I_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ है। परिपथ में व्यय सामर्थ्य कितनी होगी?

प्र.11. एक शुद्ध प्रेरक जिसका प्रेरकत्व L है, में प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित हो रही है। प्रेरकत्व में औसत शक्ति ह्रास कितना होगा?

प्र.12. दिष्ट धारा (dc) से क्या तात्पर्य है?

प्र.13. दिष्टधारा का स्रोत बताइए?

प्र.14. दिष्ट वोल्टता की आवृत्ति कितनी होती है?

प्र.15. किन्हीं दो प्रकार के प्रत्यावर्ती वोल्टता के उदाहरण लिखिए।
प्र.16. भारतवर्ष तथा अमेरिका में घरेलू उपयोग के लिए प्रत्यावर्ती वोल्टता व आवृत्ति लिखिए।
प्र.17. प्रत्यावर्ती धारा का T/2 से T तक अर्द्धचक्र का औसत मान लिखिए।
प्र.18. प्रत्यावर्ती धारा का मापन किस अमीटर से किया जाता है?
प्र.19. प्रत्यावर्ती धारा का वर्ग माध्य मूल मान धारा के शिखर मान I_0 का कितना प्रतिशत होता है?
प्र.20. 220 वोल्ट की प्रत्यावर्ती धारा, 220 वोल्ट की दिष्ट धारा में से कौन अधिक खतरनाक है?
प्र.21. धारा का त्वाचिक प्रभाव किसे कहते हैं?
प्र.22. प्रतिरोधक पर AC वोल्टता प्रयुक्त करने पर प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा धारा के मध्य कलान्तर कितना होता है?
प्र.23. क्या किसी चालक का प्रतिरोध, प्रत्यावर्ती वोल्टता की आवृत्ति पर निर्भर करता है?
प्र.24. प्रत्यावर्ती परिपथ में प्रतिरोध प्रयुक्त करने पर औसत शक्ति का सूत्र लिखिए।
प्र.25. प्रत्यावर्ती परिपथ में प्रतिरोध प्रयुक्त करने पर प्रतिरोधक तथा आवृत्ति f के मध्य आलेख खींचिए।
प्र.26. प्रत्यावर्ती परिपथ में धारा के परिवर्तन के फलस्वरूप कुण्डली के सिरों पर प्रेरित वोल्टता का सूत्र लिखिए।
प्र.27. जब प्रत्यावर्ती परिपथ में शुद्ध प्रेरकत्व जुड़ा हो तो प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा धारा के मध्य कला सम्बन्ध लिखिए।
प्र.28. प्रेरणिक प्रतिघात का सूत्र लिखिए।
प्र.29. दिष्ट धारा परिपथ में प्रेरकत्व द्वारा उत्पन्न बाधा का मान लिखिए।
प्र.30. प्रेरणिक अधिकल्पित प्रवेश्यता से क्या तात्पर्य है?
प्र.31. जब प्रत्यावर्ती परिपथ में शुद्ध संधारित्र जुड़ा हो तब औसत शक्ति का मान लिखिए।
प्र.32. जब प्रत्यावर्ती परिपथ में शुद्ध संधारित्र जुड़ा हो तो प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा धारा के मध्य कला सम्बन्ध लिखिए।
प्र.33. धारितीय प्रतिघात का सूत्र लिखिए।
प्र.34. दिष्ट धारा परिपथ में संधारित्र द्वारा उत्पन्न बाधा का मान लिखिए।
प्र.35. धारितीय अधिकल्पित प्रवेश्यता से क्या तात्पर्य है?

उत्तरमाला

1. $I_{rms} = 10A$

$\therefore I_0 = I_{rms} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2} = 14.14\,A$

2. $\because X_C = \frac{1}{\omega C}$, परन्तु दिष्टधारा के लिए $\omega = 0$

अतः $X_C = \infty$ (अनन्त)

3. $\because V_{rms} = 234$ वोल्ट, $f = 50$ चक्र/सेकण्ड

$\therefore V_0 = V_{rms} \times \sqrt{2} = 234\sqrt{2} = 331$ वोल्ट

$\omega = 2\pi f = 100\pi$ रेडियन/सेकण्ड

$\therefore V = 331 \sin 100\,\pi t$

4. (i) शून्य, (ii) धारा, विभवान्तर से $\frac{\pi}{2}$ कोण आगे, (iii) धारा, विभवान्तर से $\pi/2$ कोण पीछे।

5. प्रत्यावर्ती धारा का एक पूर्ण चक्र में औसत मान शून्य होता है।

6. शून्य।

7. बल्ब नहीं जलेगा। संधारित्र की धारिता कम करने पर भी बल्ब नहीं जलेगा अर्थात् इस पर कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा, क्योंकि दिष्ट धारा स्त्रोत के लिए संधारित्र का प्रतिघात अनन्त होता है।

8. R से अधिक, क्योंकि कुण्डली का ओमीय प्रतिरोध R ओम है तथा प्रत्यावर्ती धारा के लिए कुण्डली का प्रेरणिक प्रतिघात $X_L = \omega L$ होगा। अतः प्रत्यावर्ती धारा के लिए कुण्डली का प्रभावी प्रतिरोध (या प्रतिबाधा)

$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ होगा।

9. (i) $[M^0L^0T^1]$, (ii) $[M^0L^0T^1]$, (iii) $[M^0L^0T^1]$, (iv) $[M^1L^2T^{-2}]$.

10. $P = 0$ क्योंकि परिपथ में धारा, आरोपित विभव से कला में $\phi = \frac{\pi}{2}$ कोण पीछे है। अतः शक्ति गुणांक $\cos\phi = \cos\frac{\pi}{2} = 0$

11. शून्य।

12. वह धारा जिसका मान समय के साथ परिवर्तित न हो और साथ ही एक निश्चित दिशा में ही प्रवाहित होती हो, दिष्ट धारा कहलाती है।

13. सैल या बैटरी।

14. शून्य

15. ज्यावक्रीय प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा वर्गाकार प्रकार की वोल्टता।

16. भारतवर्ष में प्रत्यावर्ती वोल्टता 220 वोल्ट तथा आवृत्ति 50 हर्ट्ज जबकि अमेरिका में प्रत्यावर्ती वोल्टता 110 वोल्ट तथा आवृत्ति 60 हर्ट्ज होती है।

17. $I_m = -0.637\, I_0$

18. प्रत्यावर्ती धारा का मापन जूल के ऊष्मीय प्रभाव पर आधारित तप्त तार अमीटर से किया जाता है।

19. 70.7%

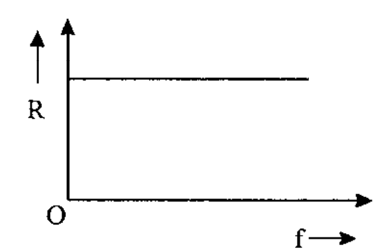
20. 220 वोल्ट की प्रत्यावर्ती धारा।

21. जब एक उच्च आवृत्ति की प्रत्यावर्ती धारा को तार से होकर प्रवाहित किया जाता है तो यह अनुप्रस्थ परिच्छेद पर एक समान रूप से वितरित नहीं होती है। उच्च आवृत्तियों का लगभग सम्पूर्ण भाग तार के पृष्ठ की पर्तों में से होकर ही प्रवाहित होता है। इस परिघटना को त्वाचिक प्रभाव कहते हैं।

22. शून्य **23.** नहीं।

24. $P_m = V_{rms} I_{rms}$

25.



26. प्रेरित वोल्टता $= -L\frac{dI}{dt}$

27. प्रत्यावर्ती परिपथ में शुद्ध प्रेरकत्व जुड़ा होने पर प्रत्यावर्ती धारा, वोल्टता से $\frac{\pi}{2}$ कला कोण पीछे रहती है।

28. $X_L = \omega L = 2\pi f L$

29. $X_L = 0$

30. प्रेरणिक प्रतिघात के व्युत्क्रम को प्रेरणिक अधिकल्पित प्रवेश्यता या

प्रेरण चालकत्व कहते हैं अर्थात्

प्रेरणिक अधिकल्पित प्रवेश्यता $S_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}$

31. $P_m = 0$
32. जब प्रत्यावर्ती परिपथ में शुद्ध संधारित्र जुड़ा हो तो प्रत्यावर्ती धारा, प्रत्यावर्ती वोल्टता से $\frac{\pi}{2}$ कला कोण से आगे रहती है।
33. $X_L = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$
34. $X_C = \infty$
35. धारितीय प्रतिघात का व्युत्क्रम, धारितीय अधिकल्पित प्रवेश्यता या धारिता चालकत्व कहलाता है अर्थात्

धारितीय अधिकल्पित प्रवेश्यता $S_C = \frac{1}{X_C} = \omega C$

उदा.9. एक प्रतिरोधहीन कुण्डली का प्रेरकत्व $\frac{5}{\pi}$mH है, इसे 50 Hz आवृत्ति की प्रत्यावर्ती धारा से जोड़ा गया है, तो प्रेरकीय प्रतिघात ज्ञात कीजिए। यदि प्रतिरोध में प्रवाहित धारा 0.5 A हो, तो कुण्डली के सिरों पर उत्पन्न विभवांतर भी ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.8

हल– $L = \frac{5}{\pi}\text{mH} = \frac{5}{\pi} \times 10^{-3}\text{H}$

$f = 50$ Hz,

$I = 0.5$ A

प्रेरकीय प्रतिघात $X_L = \omega L = 2\pi fL$

$$X_L = 2\pi \times 50 \times \frac{5}{\pi} \times 10^{-3}$$

$$= 0.5\ \Omega$$

कुण्डली के सिरों पर उत्पन्न विभवांतर

$$V_L = IX_L = 0.5 \times 0.5$$

$$= 0.25 \text{ वोल्ट}$$

उदा.10. एक विद्युत बल्ब 220V आपूर्ति पर 100W शक्ति देने के लिए बनाया गया है। (a) बल्ब का प्रतिरोध; (b) स्रोत की शिखर वोल्टता एवं (c) बल्ब में प्रवाहित होने वाली rms धारा ज्ञात कीजिए।

हल- दिया है- P = 100 वॉट, $V_{rms} = 220$ वोल्ट

(a) बल्ब का प्रतिरोध $R = \frac{V_{rms}^2}{P} = \frac{220 \times 220}{100} = 484$ ओम

(b) स्रोत की शिखर वोल्टता $V_0 = \sqrt{2}V_{rms} = 1.414 \times 220 = 311$ वोल्ट

(c) बल्ब में प्रवाहित धारा $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{R} = \frac{220}{484} = 0.454$ एम्पियर

उदा.11. एक संधारित्र की धारिता 50pF है। उसका 5 kHz आवृत्ति पर धारितीय प्रतिघात ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.9

हल–दिया गया है- $C = 50$ pF

$= 50 \times 10^{-12}$ F,

$f = 5$ kHz $= 5 \times 10^3$ Hz

धारितीय प्रतिघात $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$

$$X_C = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 5 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-12}}$$

$$= 6.37 \times 10^4\ \Omega$$

उदा.12. 1 μF धारिता का संधारित्र निम्न प्रत्यावर्ती वोल्टता स्रोत से जुड़ा है–

$$V = 200\sqrt{2}\sin 100t \text{ वोल्ट}$$

परिपथ में प्रवाहित धारा का मान ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.10

हल– ∵ $V = V_0 \sin\omega t$

दिए गए समीकरण की उपरोक्त समीकरण से तुलना करने पर

$V_0 = 200\sqrt{2}$ वोल्ट

$\omega = 100$ रेडियन / सेकण्ड

∴ परिपथ में प्रवाहित धारा

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{X_C}$$

$$I_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \times \frac{\omega C}{1}$$

$$= \frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times 100 \times 10^{-6}$$

$I_{rms} = 0.02$ एम्पियर

उदा.13. 50 Hz आवृत्ति वाले प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में एक कुण्डली लगाई जाती है। 100Ω का प्रतिघात उत्पन्न करने के लिए कुण्डली का प्रेरकत्व ज्ञात कीजिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.11**

हल– दिया गया है- $f = 50$ Hz,

$X_L = 100\Omega$

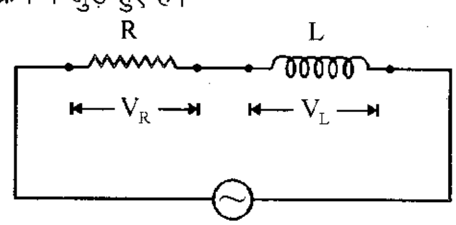
∵ $X_L = 2\pi fL$

⇒ $L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{100}{2 \times 3.14 \times 50}$

$= 0.318$ हेनरी

10.4.3 L-R परिपथ (L - R Circuit)

चित्र में प्रतिरोध (R) तथा प्रेरकत्व (L) प्रत्यावर्ती वोल्टता के स्रोत से श्रेणीक्रम में जुड़े हुए हैं।



प्रत्यावर्ती धारा स्त्रोत

$V = V_0 \sin \omega t$

चित्र 10.26

यदि प्रत्यावर्ती वोल्टता का समीकरण–

$V = V_o \sin(\omega t)$ .....(1)

हो तो आरोपित वोल्टता V के कारण I मान की प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में प्रवाहित होती है। जिसे

$I = I_o \sin \omega t$ .....(2)

से व्यक्त किया जाता है।

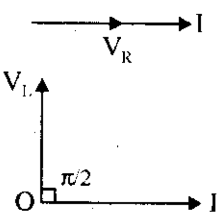
इस धारा के जिसके कारण R के सिरों पर V_R विभवान्तर तथा L के सिरों पर V_L विभवान्तर उत्पन्न होता है।

R के सिरों पर विभवान्तर $V_R = V_{oR} \sin \omega t$ .....(3)

L के सिरों पर विभवान्तर $V_L = V_{oL} \sin(\omega t + \pi/2)$ .....(4)

दोनों अवयव (R व L) श्रेणीक्रम में जुड़े हैं, अतः दोनों से समान धारा I प्रवाहित होगी।

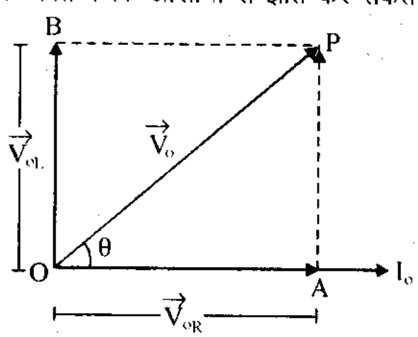
V_R तथा I एक ही कला में होंगे।



चित्र 10.27

इसके विपरीत V_L, I से $\pi/2$ कला कोण से आगे रहेगा।

परिपथ में प्रत्यावर्ती धारा का शिखर मान एवं परिपथ की प्रतिबाधा–परिपथ में धारा का मान, वोल्टताओं को चित्रानुसार सदिशों के रूप में व्यक्त करके आसानी से ज्ञात कर सकते हैं।



चित्र 10.28

चित्र में धारा (I_o) x-अक्ष पर दर्शाई गई है। सदिश $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{V_{0R}}$ को तथा सदिश $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{V_{0L}}$ को प्रदर्शित करते हैं।

ΔOAP में

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP}$$

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \qquad [\because \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{OB}]$$

$$\vec{V}_o = \overrightarrow{V_{oR}} + \overrightarrow{V_{oL}}$$

अर्थात् $\overrightarrow{V_{oR}}$ तथा $\overrightarrow{V_{oL}}$ की परिणामी वोल्टता, आरोपित वोल्टता $\vec{V}_o$ के तुल्य होती है।

समकोण ΔOAP में

$$(OP)^2 = (OA)^2 + (AP)^2$$

$$(OP)^2 = (OA)^2 + (OB)^2$$

$$V^2 = V_{oR}^2 + V_{oL}^2$$

$$\therefore \quad V_o = \sqrt{V_{oR}^2 + V_{oL}^2} \qquad .....(6)$$

यदि $V_{oR} = I_oR$ तथा $V_{oL} = I_oX_L$

$$V_o^2 = (I_oR)^2 + (I_oX_L)^2$$

$$V_o^2 = I_o^2R^2 + I_o^2X_L^2$$

$$V_o^2 = I_o^2(R^2 + X_L^2)$$

$$I_o^2 = \frac{V_o^2}{R^2 + X_L^2}$$

$$I_o = \frac{V_o}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \qquad .....(7)$$

उक्त समी., R - L परिपथ में प्रत्यावर्ती धारा के शिखर मान को निरूपित करती है।

समी. (2) से स्पष्ट है कि राशि $\sqrt{R^2 + X_L^2}$, प्रतिरोध की तरह व्यवहार करती है। दूसरे शब्दों में यह राशि $\left(\sqrt{R^2 + X_L^2}\right)$ धारा के मार्ग में R तथा L के कारण संयुक्त बाधा है। इसे परिपथ की प्रतिबाधा (Impedance) कहते हैं। इसे Z_{RL} से व्यक्त करते हैं।

$$Z_{RL} = \sqrt{R^2 + x_L^2}$$

$$= \sqrt{R^2 + \omega^2L^2} \qquad [\because x_L = \omega L] \qquad .....(8)$$

इसका मात्रक ओम होता है।

$$\therefore \quad I_o = \frac{E_o}{Z_{RL}}$$

वोल्टता तथा धारा में कलान्तर–चित्र से स्पष्ट है कि, परिणामी वोल्टता $(\vec{V})$, धारा से θ कला कोण से आगे होता है। इस कलान्तर (θ) का मान निम्न प्रकार ज्ञात किया जा सकता है –

ΔOAP में

$$\tan \theta = \frac{AP}{OA}$$

$$\tan \theta = \frac{V_{OL}}{V_{OR}}$$

$$\tan \theta = \frac{I_O X_L}{I_O R}$$

$$\tan \theta = \frac{X_L}{R}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{X_L}{R}\right] \qquad .....(9)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{\omega L}{R}\right] \qquad .....(10)$$

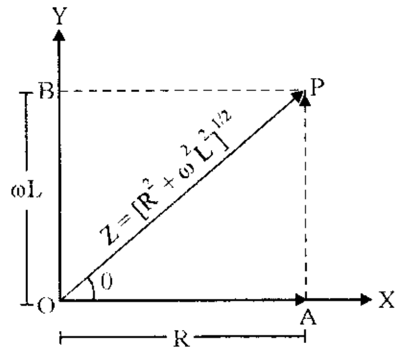
$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{2\pi fL}{R}\right]$$

चूंकि प्रत्यावर्ती धारा θ कला कोण से पीछे रहती है, अतः यदि वोल्टता की समी. $V = V_0 \sin \omega t$ है तो धारा की कला $(\omega t - \theta)$ होगी तथा धारा को निम्न समीकरण से प्रदर्शित किया जा सकता है

$$I = I_0 \sin(\omega t - \theta) \quad .....(11)$$

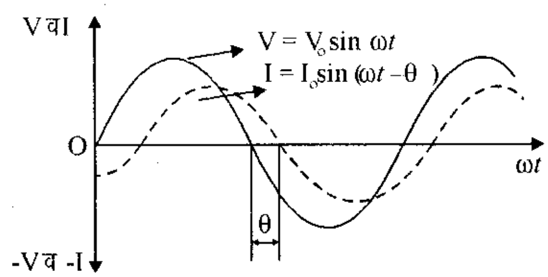
R-L परिपथ के लिए फेजर विधि से प्रतिबाधा का मान ज्ञात करने के लिए प्रतिरोध R को वास्तविक राशि मानते हुए X-अक्ष की दिशा में तथा प्रेरणिक प्रतिघात X_L को धनात्मक काल्पनिक राशि मानते हुए Y-अक्ष पर लेते हैं।

इस प्रकार प्रतिबाधा Z को OP से व्यक्त किया जा सकता है तथा यह फेजर X-अक्ष से θ कोण बनाता है।



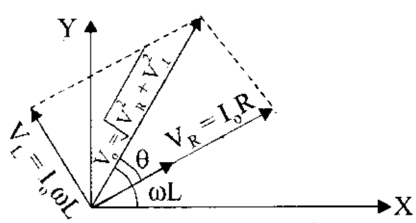
चित्र 10.29

R व L के कारण धारा तथा वोल्टता में उत्पन्न कलान्तर का ग्राफीय निरूपण –



चित्र 10.30

RL परिपथ में प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा धारा के फेजरों का निम्न प्रकार निरूपण किया जा सकता है–



चित्र 10.31

उदा.14. 0.5 H प्रेरकत्व की कुण्डली को जब 100 V के दिष्ट धारा स्रोत से जोड़ते हैं, तो कुण्डली में 0.5 A धारा प्रवाहित होती है। यदि इसी कुण्डली को 50Hz तथा 100V के प्रत्यावर्ती धारा स्रोत से जोड़ा जाए, तो इसमें प्रवाहित धारा का मान ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.12

हल– कुण्डली को दिष्ट धारा स्रोत से जोड़ने पर

$$X_L = 0$$

∴ कुण्डली का ओमीय प्रतिरोध $R = \frac{V}{I}$

$$\Rightarrow \quad R = \frac{100}{0.5} = 200\Omega$$

कुण्डली को प्रत्यावर्ती धारा स्रोत से जोड़ने पर प्रतिबाधा

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\because \quad X_L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 50 \times 0.5 = 157\,\Omega$$

$$\therefore \quad Z = \sqrt{(200)^2 + (157)^2} = 254.26\,\Omega$$

∴ प्रवाहित धारा $I = \frac{V}{Z} = \frac{100}{254.26}$

= 0.39 एम्पियर

उदा.15. एक विद्युत बल्ब 100 V तथा 10A पर कार्य करता है, उसे 200V तथा 50 Hz आवृत्ति वाले प्रत्यावर्ती स्रोत से जोड़ा गया है। आवश्यक कुण्डली (चोक) का प्रेरकत्व ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.13

हल–दिया गया है–

V = 100 वोल्ट,
I = 10 एम्पियर
V_{rms} = 200 वोल्ट,
f = 50 Hz
L = ?

बल्ब का प्रतिरोध $R = \frac{V}{I} = \frac{100}{10} = 10\Omega$

∵ प्रतिबाधा $Z = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = \frac{200}{10} = 20\,\Omega$

$$\because \quad Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\Rightarrow \quad X_L^2 = Z^2 - R^2$$

$$\Rightarrow \quad X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$\Rightarrow \quad 2\pi fL = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$\Rightarrow \quad L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2\pi f} = \frac{\sqrt{(20)^2 - (10)^2}}{2 \times 3.14 \times 50}$$

$$L = \frac{\sqrt{300}}{314} = 0.055 \text{ हेनरी}$$

उदा.16. $\frac{1}{\pi}$**H स्वप्रेरकत्व वाली एक कुण्डली को 300Ω के प्रतिरोध से श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है। यदि इस संयोजन पर 200Hz आवृत्ति वाले स्रोत से 200V विभव आरोपित किया जाए, तो धारा तथा वोल्टता के मध्य कलान्तर ज्ञात कीजिए।**

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.14

हल– दिया गया है– $L = \frac{1}{\pi}$ हेनरी,

$R = 300\Omega$

$f = 200$ Hz,

$V_{rms} = 200$ वोल्ट

∵ धारा तथा वोल्टता के मध्य कलान्तर के लिए

$$\tan\phi = \frac{X_L}{R} = \frac{2\pi fL}{R}$$

$$\tan\phi = \frac{2\pi \times 200 \times \frac{1}{\pi}}{300}$$

$$= \frac{400}{300} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$$

उदा.17. एक कुण्डली 220V तथा 50 Hz आवृत्ति वाले प्रत्यावर्ती धारा स्रोत से 2A धारा तथा 200W शक्ति लेती है। कुण्डली के प्रतिरोध तथा प्रेरकत्व का मान ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.15

हल– ∵ दिया गया है–

$V_{rms} = 220$ वोल्ट,

$f = 50$ Hz

$I_{rms} = 2$ एम्पियर

$P = 200$ वॉट

$R = ?$

$L = ?$

∵ कुण्डली का प्रतिरोध

$$R = \frac{P}{I_{rms}^2} = \frac{200}{(2)^2} = 50\Omega$$

प्रतिबाधा $$Z = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = \frac{220}{2} = 110\Omega$$

$$\because \quad Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\Rightarrow \quad X_L^2 = Z^2 - R^2$$

$$\Rightarrow \quad X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$\Rightarrow \quad 2\pi fL = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$\Rightarrow \quad L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2\pi f}$$

$$= \frac{\sqrt{(110)^2 - (50)^2}}{2 \times 3.14 \times 50}$$

$$L = \frac{98}{314} = 0.312 \text{ हेनरी}$$

उदा.18. एक R–L परिपथ का प्रतिरोध 10 ओम है। परिपथ में ω = 20 रेडियन/सेकण्ड पर एक वोल्टता V_0 आरोपित की जाती है। यदि परिपथ में धारा $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ है तब L का मान ज्ञात कीजिए।

हल– धारा $$I = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{V_0}{R\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}}$$

$$= \frac{I_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{I_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow \quad 1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2 = 2$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \quad L = \frac{R}{\omega} = \frac{10}{20} = 0.5 \text{ हेनरी।}$$

उदा.19. नगण्य प्रतिरोध की किसी कुण्डली को 120 Ω के प्रतिरोध से श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है, कुण्डली का प्रेरकत्व 0.4 H है। इस पर $\frac{200}{\pi}$**Hz तथा 100 V की प्रत्यावर्ती वोल्टता लगाए, तो कुल प्रतिबाधा, कला कोण, धारा ज्ञात कीजिए।**

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.16

हल– दिया गया है–

$R = 120\ \Omega$

$L = 0.4$ H

$f = \frac{200}{\pi}$ Hz

$V_{rms} = 100$ वोल्ट

प्रतिबाधा $$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\because \quad X_L = 2\pi fL$$

$$= 2\pi \times \frac{200}{\pi} \times 0.4$$

$$= 160\Omega$$

$$\therefore \quad Z = \sqrt{(120)^2 + (160)^2} = 200\Omega$$

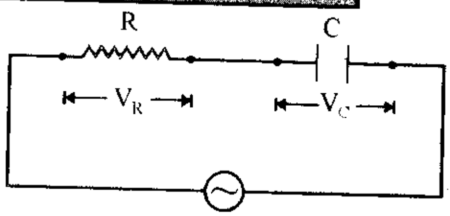
$$\tan\phi = \frac{X_L}{R} = \frac{160}{120} = \frac{4}{3}$$

$\therefore$ कला कोण $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$

धारा $I_{rms} = \frac{V_{r}}{Z} = \frac{100}{200}$

$= 0.5$ एम्पियर

10.4.5 R – C परिपथ (R – C Circuit)



प्रत्यावर्ती धारा स्त्रोत

$V = V_o \sin \omega t$

चित्र 10.32

चित्र में प्रतिरोध (R) तथा संधारित्र (C) आरोपित वोल्टता के साथ श्रेणीक्रम में जुड़े हैं।

वोल्टता का समी.

$$V = V_o \sin(\omega t) \quad .....(1)$$

इस वोल्टता के कारण परिपथ में I मान की प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित होती है। माना परिपथ में प्रवाहित धारा

$$I = I_o \sin(\omega t) \quad .....(2)$$

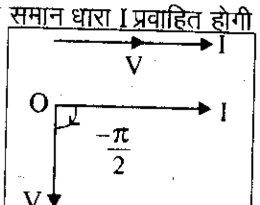
R के सिरों पर विभवान्तर $V_R = V_{oR} \sin \omega t$ .....(3)

C के सिरों पर विभवान्तर $V_C = V_{oC} \sin(\omega t - \pi/2)$ .....(4)

R तथा C श्रेणीक्रम में जुड़े हैं अतः दोनों में समान धारा I प्रवाहित होगी।

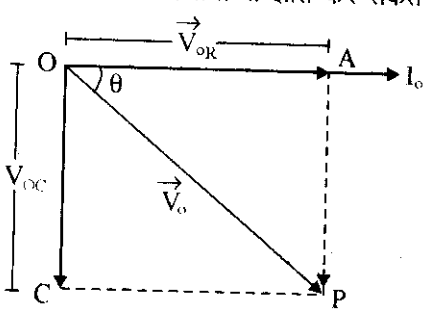
V_R तथा I समान कला में होंगे

V_C धारा I से $\pi/2$ कला कोण से पीछे रहेगा।



चित्र 10.33

परिपथ में प्रत्यावर्ती धारा का शिखर मान एवं परिपथ की प्रतिबाधा–परिपथ में धारा का मान, वोल्टताओं को चित्रानुसार सदिशों के रूप में व्यक्त करके आसानी से ज्ञात कर सकते हैं–



चित्र 10.34

चित्र में $\vec{OA}$, $\vec{OC}$ तथा $\vec{OP}$ क्रमशः $\vec{V_R}$, $\vec{V_C}$ तथा $\vec{V}$ को निरूपित करते हैं –

ΔOAP में

$$\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{AB}$$

$$\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{OC} \quad [\because \vec{AP} = \vec{OC}]$$

$$\vec{V_o} = \vec{V_{oR}} + \vec{V_{oC}} \quad .....($$

उक्त समीकरण से स्पष्ट है कि आरोपित वोल्टता ($\vec{V_o}$) का मान $\vec{V_{oR}}$ तथा $\vec{V_{oC}}$ सदिश योग के तुल्य है।

समकोण ΔOAP में

$$(OP)^2 = (OA)^2 + (AP)^2$$

$$(OP)^2 = (OA)^2 + (OC)^2$$

$$V_o^2 = V_{oR}^2 + V_{oC}^2$$

$$V_o = \sqrt{V_{oR}^2 + V_{oC}^2} \quad .....(6$$

$V_{oR} = I_o R$ तथा $V_{oC} = I_o X_C$ रखने पर

$$V_o^2 = (I_o R)^2 + (I_o X_C)^2$$

$$V_o^2 = I_o^2 R^2 + I_o^2 X_C^2$$

$$V_o^2 = I_o^2 (R^2 + X_C^2)$$

$$I_o^2 = \frac{V_o^2}{R^2 + X_C^2}$$

$$I_o = \frac{V_o}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \quad .....(7)$$

इस समीकरण में राशि $\sqrt{R^2 + X_C^2}$ प्रतिरोधक की तरह व्यवहार करती है। वास्तव में यह राशि R तथा C के कारण, धारा के मार्ग में उत्पन्न की गई संयुक्त बाधा है। इसे प्रतिबाधा (Impedance) कहते हैं।

$$Z_{RC} = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$Z_{RC} = \sqrt{R^2 + 1/\omega^2 C^2} \quad \left[\because X_C = \frac{1}{\omega C}\right] \quad .....(8)$$

मात्रक – ओम (Ω)

$$\therefore \quad I_o = \frac{V_o}{Z_{RC}} \quad .....(9)$$

वोल्टता तथा धारा में कलान्तर

सदिश चित्र से–

$$\tan\theta = \frac{AP}{OA}$$

$$\tan\theta = \frac{V_{oC}}{V_{oR}}$$

$$\tan\theta = \frac{I_o X_C}{I_o R}$$

$$\tan\theta = \frac{X_C}{R}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{X_C}{R}\right] \quad .....(10)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{1}{\omega CR}\right] \left[\because X_C = \frac{1}{\omega C}\right] \quad .....(11)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{1}{2\pi f CR}\right]$$

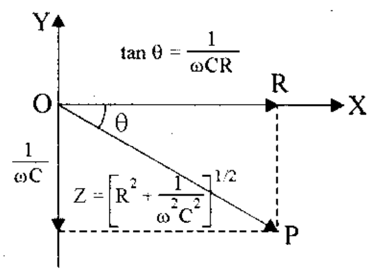
सदिश चित्र से स्पष्ट है कि परिणामी वोल्टता (V_o), धारा से θ कोण से पीछे है। दूसरे शब्दों में प्रतिरोध (R) तथा संधारित्र (C) की उपस्थिति में धारा, आरोपित वोल्टता (V) से θ कला कोण से आगे होती है।

चूंकि वोल्टता की कला ωt है अतः धारा की कला $(\omega t + \theta)$ होगी।

$$I = I_o \sin(\omega t + \theta) \quad .....(12)$$

R-C परिपथ के लिए फेजर विधि से प्रतिबाधा का मान ज्ञात करने के लिए निम्न प्रक्रिया की गई है। प्रतिरोध (R) को वास्तविक राशि मानते हुए X-अक्ष की दिशा में बनाया है तथा धारितीय प्रतिघात को काल्पनिक राशि मानते हुए Y-अक्ष के ऋणात्मक दिशा की ओर बनाया है।

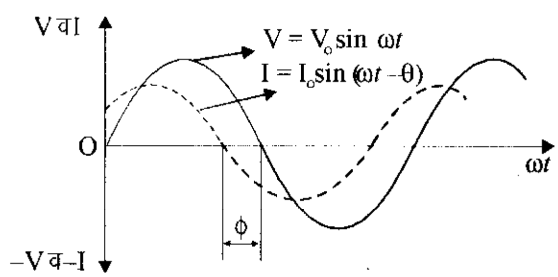
इस प्रकार प्रतिबाधा (Z) को OP से प्रदर्शित किया जा सकता है तथा यह X-अक्ष से $-\theta$ कोण बनाता है।



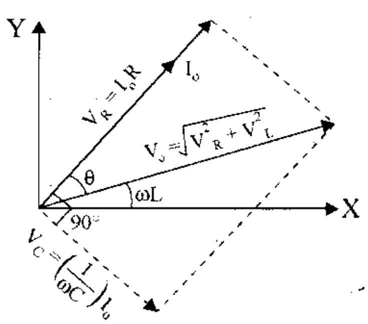
चित्र 10.35 – R-C परिपथ के लिए प्रतिबाधा (Z) ज्ञात करने की फेजर विधि

चित्र से $\tan\theta = \frac{1}{\omega CR}$ अतः कलान्तर $\theta = \tan^{-1}\frac{1}{\omega CR}$

R व C के कारण धारा वोल्टता में उत्पन्न हुए इस कलान्तर का ग्राफीय निरूपण



चित्र 10.36



चित्र 10.37

उदा.20. 100μF धारिता के एक संधारित्र तथा 40Ω के एक प्रतिरोध का श्रेणीक्रम संयोजन 110 V, 60 Hz के प्रत्यावर्ती स्रोत से जुड़ा है। परिपथ में अधिकतम धारा का मान ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.17

हल– दिया गया है–

$$C = 100\mu F$$
$$= 100 \times 10^{-6}\,F = 10^{-4}\,F$$
$$R = 40\Omega$$
$$V_{rms} = 110 \text{ वोल्ट}$$
$$f = 60\,Hz$$

परिपथ में अधिकतम धारा

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z}$$

$$\because \quad Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

जबकि $$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$\Rightarrow \quad X_C = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 60 \times 10^{-4}}$$

$$X_C = 26.54\,\Omega$$

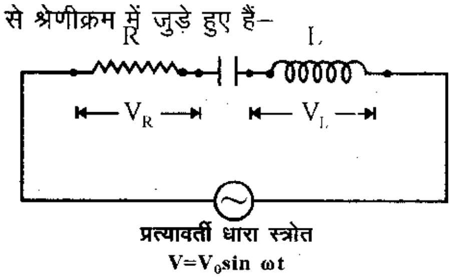
$$\therefore \quad Z = \sqrt{(40)^2 + (26.54)^2}$$

$$Z = 48\Omega$$

$$\therefore \quad I_{rms} = \frac{110}{48} = 2.29 \text{ एम्पियर}$$

10.4.6 LCR श्रेणी परिपथ (LCR Series Circuit)

चित्र में प्रतिरोध (R), संधारित्र (C), तथा प्रेरकत्व (L) प्रत्यावर्ती वोल्टता के स्रोत से श्रेणीक्रम में जुड़े हुए हैं–



चित्र 10.38

स्पष्ट है कि श्रेणीक्रम में जुड़े होने के कारण सम्पूर्ण परिपथ में किसी क्षण समान धारा प्रवाहित होती है। माना किसी समय परिपथ में प्रवाहित धारा का मान I तथा परिपथ में L, C तथा R पर नैट वोल्टता V_{LCR} हो तो किरचॉफ के लूप के नियमानुसार

$$V - V_{LCR} = 0$$

$$\therefore \quad V_{LCR} = V \text{ तथा } V_{0LCR} = V_0$$

$$\therefore \quad V_{LCR} = V = V_0 \sin\omega t = V_{0LCR} \sin\omega t$$

यदि संधारित्र पर आवेश q तथा किसी समय t पर परिपथ में प्रवाहित धारा I है तो किरचॉफ के लूप के नियमानुसार

$$L\frac{dI}{dt}+RI+\frac{q}{C}=V_0\sin\omega t$$

यहाँ तात्क्षणिक धारा I तथा प्रयुक्त प्रत्यावर्ती वोल्टता V के मध्य कला सम्बन्ध ज्ञात करने के लिए निम्न दो विधियों का उपयोग करेंगे-

फेजर आरेख द्वारा हल

आरोपित वोल्टता का समीकरण-

$$V=V_o\sin(\omega t) \quad .....(1)$$

इस वोल्टता के कारण परिपथ में I मान की प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित होती है।

माना परिपथ में प्रवाहित धारा

$$I=I_o\sin\omega t \quad .....(2)$$

R के सिरो पर विभवान्तर $V_R=V_{0R}\sin\omega t$ .....(3)

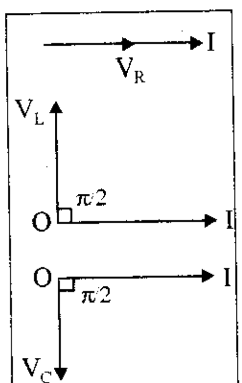
L के सिरो पर विभवान्तर $V_L=V_{0L}\sin(\omega t+\pi/2)$ .....(4)

C के सिरो पर विभवान्तर $V_C=V_{0C}\sin(\omega t-\pi/2)$ .....(5)

V_R तथा I एक ही कला में रहेंगें।

V_L, I से $\pi/2$ कला कोण से आगे रहेगा।

V_C, I से $\pi/2$ कला कोण से पीछे रहेगा।

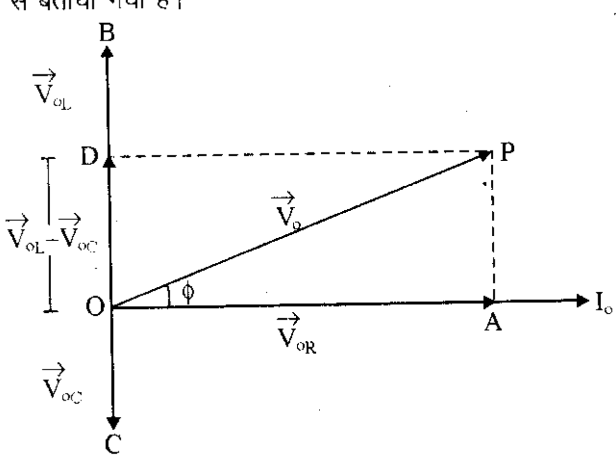


चित्र 10.39

परिपथ में प्रत्यावर्ती धारा का शिखर मान एवं परिपथ की प्रतिबाधा– परिपथ में धारा का मान, वोल्टताओं को चित्रानुसार सदिशों के रूप में व्यक्त करके आसानी से ज्ञात कर सकते हैं।

माना कि $V_{oL}>V_{oC}$

चित्र में धारा (I_o) को x-अक्ष पर दर्शाया गया है। सदिश $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ तथा $\overrightarrow{OC}$ क्रमशः $\overrightarrow{V_{oR}}, \overrightarrow{V_{oL}}$ तथा $\overrightarrow{V_{oC}}$ को निरूपित करते है। $\overrightarrow{V_{oL}}$ तथा $\overrightarrow{V_{oC}}$, एक दूसरे के विपरीत है। इनका परिणामी वोल्टेज $(\overrightarrow{V_{oL}}-\overrightarrow{V_{oC}})$ होगा, जिसे $\overrightarrow{OD}$ सदिश से बताया गया है।



चित्र 10.40

ΔOPA में–

$$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AP}$$

$$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}$$

$$\vec{V_o}=\overrightarrow{V_{oR}}+(\overrightarrow{V_{oL}}-\overrightarrow{V_{oC}})$$

ΔOPA में– $(OP)^2=(OA)^2+(AP)^2$

$$(OP)^2=(OA)^2+(OD)^2$$

$$V^2_{oLCR}=V_o^2=V_{oR}^2+(V_{oL}-V_{oC})^2$$

$V_{oR}=I_oR$, $V_{oL}=I_oX_L$ तथा $V_{oC}=I_oX_C$ रखने पर

$$V^2_{oLCR}=V_o^2=(I_oR)^2+(I_oX_L-I_oX_C)^2$$

$$V_o^2=I_o^2R^2+I_o^2(X_L-X_C)^2$$

$$V_o^2=I_o^2[R^2+(X_L-X_C)^2]$$

$$V_o=I_o\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2} \quad .....(6$$

$$I_o=\frac{V_o}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}} \quad .....(7$$

इस समीकरण में $\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$ राशि, R, L तथा C वे कारण धारा के मार्ग में उत्पन्न संयुक्त अवरोध को व्यक्त करती है इसे प्रतिबाधा (Impedance) कहते है।

$$Z_{RLC}=Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$$

मात्रक – ओम (Ω)

$$\therefore \quad I_o=\frac{V_o}{Z_{RLC}} \quad .....(8$$

वोल्टता तथा धारा में कलान्तर

ΔOAP में–

$$\tan\phi=\frac{AP}{OA}$$

$$\tan\phi=\frac{V_{oL}-V_{oC}}{V_{oR}}$$

$$\tan\phi=\frac{I_oX_L-I_oX_C}{I_oR}$$

$$\tan\phi=\frac{X_L-X_C}{R}$$

$$\phi=\tan^{-1}\left[\frac{X_L-X_C}{R}\right] \quad .....(1$$

$$\phi=\tan^{-1}\left[\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}\right] \quad .....(1$$

महत्वपूर्ण तथ्य

परिपथ की परिणामी प्रतिघात

$$X=\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right),$$

प्रतिबाधा $\quad Z=\left[R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

तथा कला कोण

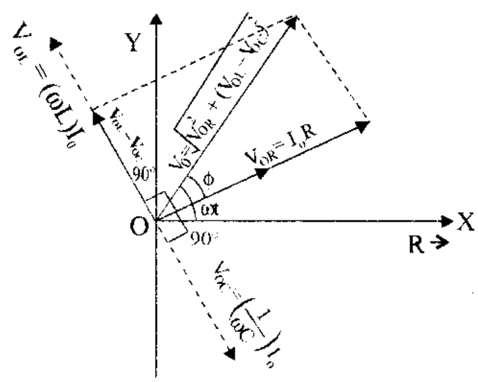
$$\phi = \tan^{-1}\frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R}$$

अत: LCR परिपथ में धारा निम्नलिखित समीकरण द्वारा व्यक्त की जा सकती है—

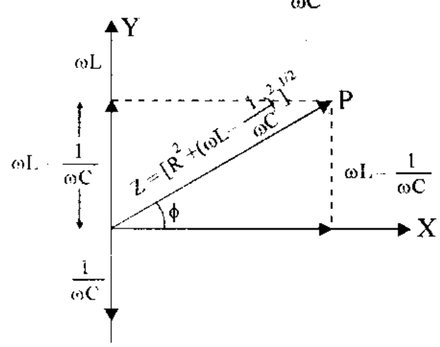
$$I = I_0 \sin(\omega t - \phi)$$

ϕ का मान ωL तथा $\frac{1}{\omega C}$ के मान पर निर्भर करेगा। यहाँ विभिन्न स्थितियाँ निम्न प्रकार हैं–

(i) $\omega L > \frac{1}{\omega C}$, इस परिस्थिति में परिपथ का परिणामी प्रतिघात, प्रेरणिक प्रतिघात होगा तथा कला कोण धनात्मक होगा। अतः सम्पूर्ण, R-L-C परिपथ, R-L परिपथ की भाँति व्यवहार करेगा। परिपथ में धारा, वोल्टता की तुलना में ϕ कोण से पीछे होगी जहाँ ϕ का मान शून्य तथा $\pi/2$ के मध्य होगा।

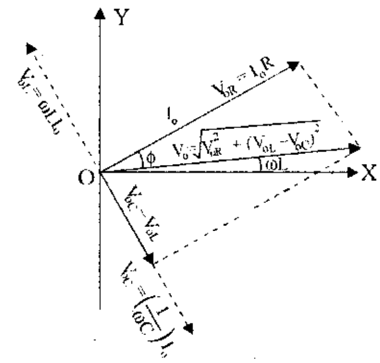


चित्र 10.41 – R-L-C परिपथ में प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा धारा के फ़ेजरों का निरूपण, जब $\omega L > \frac{1}{\omega C}$

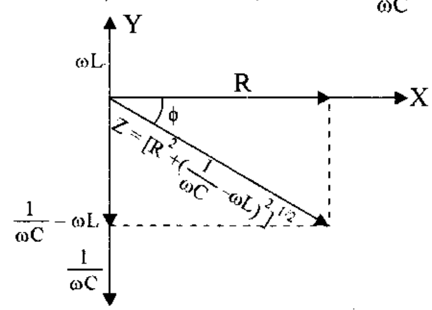


चित्र 10.42 – R-L-C परिपथ में प्रतिबाधा (Z) ज्ञात करने की फ़ेजर विधि जब $\omega L > \frac{1}{\omega C}$

(ii) $\omega L < \frac{1}{\omega C}$, इस परिस्थिति में परिपथ का परिणामी प्रतिघात, धारितीय प्रतिघात होगा तथा कला कोण ऋणात्मक होगा। इस स्थिति में सम्पूर्ण R-L-C परिपथ, R-C परिपथ की भाँति व्यवहार करेगा। परिपथ में धारा, वोल्टता की तुलना में ϕ कोण से आगे होगी जहाँ ϕ का मान शून्य तथा $-\pi/2$ के मध्य होगा।

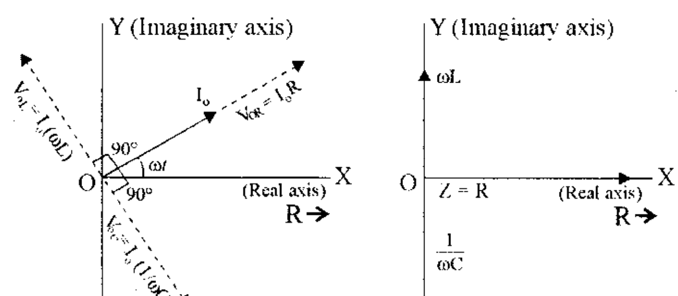


चित्र 10.43 – R-L-C परिपथ में प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा धारा के फ़ेजरों का निरूपण, जब $\omega L < \frac{1}{\omega C}$



चित्र 10.44 – R-L-C परिपथ में प्रतिबाधा (Z) ज्ञात करने की फ़ेजर विधि, जब $\omega L < \frac{1}{\omega C}$

(iii) $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, इस परिस्थिति में परिपथ का परिणामी प्रतिघात शून्य होगा तथा कला कोण भी शून्य होगा। इस स्थिति में सम्पूर्ण R-L-C परिपथ, शुद्ध प्रतिरोध परिपथ की भाँति व्यवहार करेगा। परिपथ में धारा तथा वोल्टता समान कला में होंगे। इस स्थिति को अनुनाद की स्थिति भी कहते हैं।

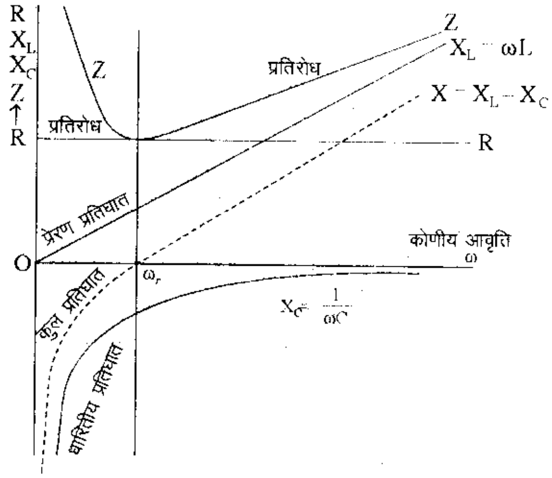


चित्र 10.15 – (a) R-L-C परिपथ में प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा धारा के फेजरों का निरूपण, जब $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

चित्र (b)– R-L-C परिपथ में प्रतिबाधा (Z) ज्ञात करने की फ़ेजर विधि, जब $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

प्रत्यावर्ती धारा परिपथों में मात्र प्रतिरोध की एक ऐसा घटक होता है जिसका मान धारा की आवृत्ति पर निर्भर नहीं करता है। शेष सभी (X_L, X_C, X, Z) का मान आवृत्ति के साथ बदलता है। इन सभी परिवर्तनों

को निम्न चित्र से समझाया गया है।



चित्र 10.46 – प्रतिरोध, प्रतिघात एवं प्रतिबाधा की आवृत्ति पर निर्भरता के वक्र

[illegible] (Analytical Solution)

परिपथ चित्र में प्रदर्शित प्रेरकत्व L, धारिता C तथा प्रतिरोध R के श्रेणी संयोजन पर प्रत्यावर्ती वोल्टता $V = V_0 \sin\omega t$ आरोपित किया गया है। यदि किसी क्षण परिपथ में धारा I है तो प्रेरकत्व L के सिरों पर विभवान्तर $= L\frac{dI}{dt}$ धारिता C के सिरों पर विभवान्तर $= \frac{q}{C}$ तथा प्रतिरोध R के सिरों पर विभवान्तर = RI होगा। अत: किरचॉफ के नियम से,

$$L\frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C} = V_0 \sin\omega t \qquad ....(1)$$

∵ किसी परिपथ में प्रत्यावर्ती वोल्टता आरोपित करने से परिपथ में प्रत्यावर्ती धारा बहती है जिसकी आवृत्ति ठीक वही होती है जो आरोपित प्रत्यावर्ती वोल्टता की है, लेकिन इसके आयाम व कला, वोल्टता के आयाम व कला के बराबर नहीं होते हैं। अत: हम समीकरण के हल के लिए किसी भी क्षण t पर परिपथ में धारा $I = I_0 \sin(\omega t - \phi)$ मान सकते हैं, अर्थात् परिपथ में धारा $I = I_0 \sin(\omega t - \phi)$

तब $\quad \frac{dI}{dt} = I_0\omega\cos(\omega t - \phi)$

तथा $\quad q = \int I dt = \int I_0 \sin(\omega t - \phi) dt = \frac{-I_0}{\omega}\cos(\omega t - \phi)$

समीकरण (1) में dI/dt, I तथा q के मान रखने पर,

$$LI_0\omega\cos(\omega t - \phi) + RI_0\sin(\omega t - \phi) - \frac{I_0}{\omega C}\cos(\omega t - \phi)$$

$$= V_0 \sin\omega t$$

या $\quad LI_0\omega[\cos\omega t\cos\phi + \sin\omega t\sin\phi] + RI_0$

$$[\sin\omega t\cos\phi - \cos\omega t\sin\phi]$$

$$-\frac{I_0}{\omega C}[\cos\omega t\cos\phi + \sin\omega t\sin\phi] = V_0\sin\omega t$$

उपर्युक्त समीकरण, समय t के सभी मानों के लिए सत्य होना चाहिए। अत: उपर्युक्त समीकरण में दोनों ओर $\sin\omega t$ तथा $\cos\omega t$ के गुणांक बराबर होने चाहिए।

दोनों ओर के $\cos\omega t$ के गुणांकों को बराबर करने पर,

$$LI_0\omega\cos\phi - RI_0\sin\phi - \frac{I_0}{\omega C}\cos\phi = 0$$

या $\quad RI_0\sin\phi = \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)I_0\cos\phi$

या $\quad \tan\phi = \frac{L\omega - (1/\omega C)}{R}$

या $\quad \phi = \tan^{-1}\left[\frac{L\omega - (1/\omega C)}{R}\right] \qquad ....(2)$

दोनों ओर $\sin\omega t$ के गुणांकों को बराबर करने पर,

$$LI_0\omega\sin\phi + RI_0\cos\phi - \frac{I_0}{\omega C}\sin\phi = V_0$$

$$\Rightarrow \quad I_0 = \frac{V_0}{R\cos\phi + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)\sin\phi}$$

$$I_0 = \frac{V_0}{R\left[\cos\phi + \frac{L\omega - (1/\omega C)}{R}\sin\phi\right]}$$

$$= \frac{V_0}{R[\cos\phi + \tan\phi\sin\phi]} = \frac{V_0\cos\phi}{R}$$

लेकिन समीकरण (2) से

$$\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + [L\omega - (1/\omega C)]^2}}$$

$$\therefore \quad I_0 = \frac{V_0}{R} \times \frac{R}{\sqrt{R^2 + [L\omega - (1/\omega C)]^2}}$$

$$= \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + [L\omega - (1/\omega C)]^2}} \qquad ....(3)$$

अत: परिपथ में किसी क्षण धारा

$$I = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + [L\omega - (1/\omega C)]^2}}\sin\left(\omega t - \tan^{-1}\frac{L\omega - (1/\omega C)}{R}\right)$$

स्पष्टत: राशि $\sqrt{R^2 + [L\omega - (1/\omega C)]^2}$ को LCR परिपथ की प्रतिबाधा (Impedance) कहते हैं अर्थात्

$$Z_{LCR} = \sqrt{R^2 + [L\omega - (1/\omega C)]^2}$$

विशेष परिस्थितियाँ (Special cases)

(i) यदि $X_L > X_C$ या $\omega L > (1/\omega C)$ तो ϕ का मान धनात्मक होगा, अर्थात् तब परिपथ में धारा I, आरोपित विभवान्तर से कला में ϕ कोण पश्चगामी होगी।

(ii) यदि $X_C > X_L$ या $(1/\omega C) > \omega L$ तो ϕ का मान ऋणात्मक होगा, अर्थात् तब परिपथ में धारा I, आरोपित विभवान्तर से कला में ϕ कोण अग्रगामी होगा।

(iii) यदि $X_L = X_C$ या $\omega L = 1/\omega C$, तो परिपथ की प्रतिबाधा Z = R (न्यूनतम), परिपथ में धारा I = V/R (अधिकतम) तथा $\tan\phi = 0$ या $\phi = 0$ होगा, अर्थात् इस स्थिति में परिपथ की प्रतिबाधा न्यूनतम, धारा अधिकतम तथा धारा व विभवान्तर के बीच कलान्तर शून्य होता है। इसे अनुनाद की स्थिति (condition of resonance) कहते हैं।

अनुनाद की स्थिति में $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

या $\omega_r^2 = \frac{1}{LC}$ या $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

यदि प्रत्यावर्ती वोल्टता की अनुनादी आवृत्ति f_r है, तो $\omega_r = 2\pi f_r$

या $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

इसे LCR परिपथ की अनुनादी आवृत्ति कहते हैं।

10.5 श्रेणी L-C-R अनुनादी परिपथ (Series L-C-R Resonance Circuit)

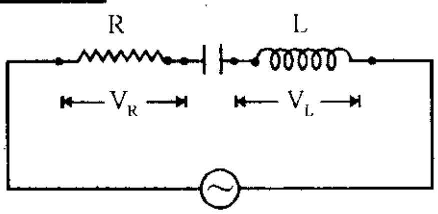
जब किसी निकाय पर आरोपित बाह्य ऊर्जा स्रोत की आवृत्ति, उस निकाय की स्वाभाविक आवृत्ति के बराबर हो जाती है तब इस अवस्था को अनुनाद कहते हैं तथा परिपथ अनुनादी परिपथ कहलाता है।

LCR अनुनादी परिपथ दो प्रकार के होते हैं

(i) श्रेणी अनुनादी परिपथ तथा

(ii) समान्तर अनुनादी परिपथ

[illegible]



प्रत्यावर्ती धारा स्त्रोत

$V = V_0 \sin \omega t$

चित्र 10.47

"L–C–R श्रेणी परिपथ की वह विशेष अवस्था, जिसमें प्रेरणिक प्रतिघात (X_L) तथा धारितीय प्रतिघात (X_C) के मान बराबर हों, **अनुनाद (Resonance)** कहलाती है।"

अनुनाद की शर्त $X_L = X_C$

हम जानते हैं $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$$Z = \sqrt{R^2 + 0^2}$$

$$Z_{min} = R \qquad .....(1)$$

$$\Rightarrow \quad I_0 = I_{max} = \frac{V_0}{Z_{min}} \qquad .....(2)$$

$$I_{rms} = I_{max} = \frac{V_{rms}}{Z_{min}}$$

अनुनाद की शर्त लागू करने पर हम प्रतिबाधा के मान को न्यूनतम पाते है। इस कारण अनुनादी परिपथ में प्रवाहित प्रत्यावर्ती धारा का मान अधिकतम होता है।

अनुनादी आवृत्ति (Resonant frequency - f_r)

$$X_L = X_C$$

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \qquad \text{[जहाँ } \omega_r \text{ अनुनादी कोणीय आवृत्ति]}$$

$$\omega_r^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \text{[जहाँ } f_r \text{ अनुनादी आवृत्ति]}$$

$$2\pi f_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad .....(3)$$

अनुनादी परिपथ की विशेषताएँ

(1) कुल प्रतिघात

$$X = X_L - X_C = 0$$

अर्थात् अनुनादी परिपथ का कुल प्रतिघात (Total Reactance) या परिणामी प्रतिघात शून्य होता है।

(2) $X_L = X_C$ होने से $Z_{min} = R$

अर्थात् अनुनाद में प्रतिबाधा का मान न्यूनतम तथा प्रतिरोध के तुल्य होता है।

(3) $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z}$

$$I_{max} = \frac{V}{Z_{min}}$$

चूंकि अनुनादी परिपथ में प्रतिबाधा न्यूनतम होती है। इस कारण परिपथ में प्रवाहित प्रत्यावर्ती धारा का मान अधिकतम होगा।

(4) हम जानते हैं–

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$X_L = X_C$ रखने पर

$$\tan\phi = 0$$

$$\Rightarrow \quad \phi = 0°$$

अर्थात् अनुनाद की अवस्था में वोल्टता तथा धारा में कलान्तर शून्य होता है। दूसरे शब्दों में दोनों समान कला में होते है।

(5) L व C के सिरों पर विभवान्तर ($\vec{V_{oL}}$ तथा $\vec{V_{oC}}$) बराबर तथा विपरीत होते है।

$$\vec{V_{oL}} = -\vec{V_{oC}}$$

इस कारण आरोपित वोल्टता (V_o) का मान, R के सिरों पर उत्पन्न विभवान्तर ($\vec{V_{oR}}$) के बराबर होता है।

नोट–यदि किसी परिपथ पर विभिन्न आवृत्तियों के अनेक प्रत्यावर्ती वोल्टता आरोपित की जाये तो अनुनादी आवृत्ति वाले वोल्टता के सापेक्ष परिपथ में बहने वाली धारा अधिकतम होगी। विद्युत अनुनाद के इस गुण का उपयोग अनेक भिन्न आवृत्तियों का वोल्टता में से किसी आवृत्ति विशेष की वोल्टता को छाँटने (Select) के लिए किया जाता है। उदाहरण के लिए श्रेणी अनुनादी परिपथ का उपयोग रेडियोग्राही (radio receiver) में किया जाता है। रेडियो में एक श्रेणी L–C परिपथ होता है जो एण्टिना से जुड़ा होता है। विभिन्न आवृत्तियों के विभवान्तर आरोपित करती है। ट्यूनर की घुण्डी घुमाकर परिवर्ती संधारित्र की धारिता का मान इस प्रकार समायोजित करते है कि L–C परिपथ किसी एक स्टेशन की आवृत्ति के साथ अनुनादित हो जाये। तब उस आवृत्ति के संगत धारा का मान बहुत बढ़ जाता है अन्य आवृत्तियों की संगत धारा बहुत क्षीण रहती है अतः हमें केवल उसी स्टेशन से प्रसारित कार्यक्रम सुनाई देता है।

किसी वांछित आवृत्ति में से विद्युत दोलनों के छाँटने (Select) की इ

क्रिया को सम-स्वरण (tuning) कहते हैं, अतः L–C परिपथ को **सम-स्वरण परिपथ** (tunning circuit) भी कहते हैं।

अनुनादी वक्र (Resonance Curve)

RLC परिपथ की प्रतिबाधा

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$$

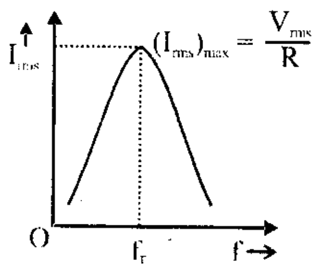
$$= \sqrt{R^2 + (2\pi f L - 1/2\pi f C)^2} \quad .....(1)$$

प्रत्यावर्ती धारा

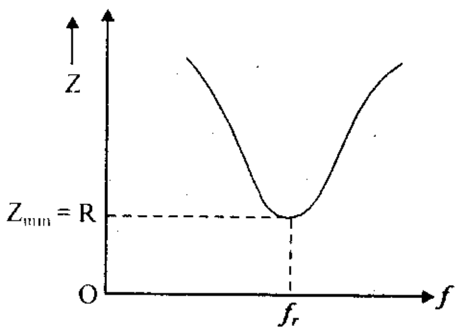
$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z}$$

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + (2\pi f L - 1/2\pi f C)^2}} \quad .....(2)$$

धारा तथा प्रतिबाधा की समीकरणों से स्पष्ट है कि धारा तथा प्रतिबाधा दोनों ही आवृत्ति पर निर्भर करते है। I_{rms} तथा Z का आवृत्ति के साथ आलेख नीचे दर्शाए गए है–

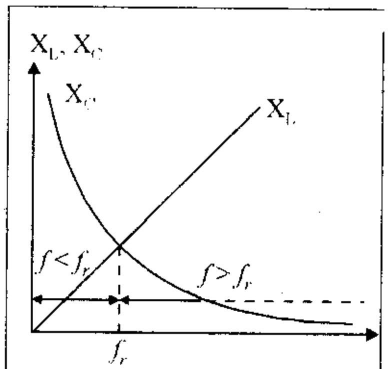


चित्र 10.48



चित्र 10.49

अनुनाद वक्र की विवेचना–चित्र में प्राप्त वक्र से स्पष्ट है कि प्रारम्भ में आवृत्ति बढ़ाने पर प्रत्यावर्ती धारा का मान भी बढ़ता है। एक निश्चित आवृत्ति पर प्रत्यावर्ती धारा का मान अधिकतम हो जाता है। इस आवृत्ति को अनुनादी आवृत्ति (f_r) कहते है। इसके बाद यदि आवृत्ति बढ़ाई जाती है जो धारा के मान में कमी आती है।

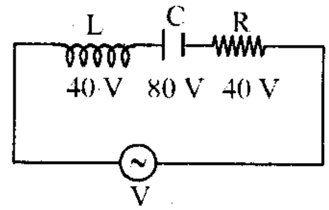


चित्र 10.50

इसके विपरीत प्रतिबाधा तथा आवृत्ति में खींचे गये आलेख से स्पष्ट है कि प्रारम्भ में तो आवृत्ति के बढ़ने से प्रतिबाधा कम होती है तथा अनुनादी आवृत्ति (f_r) पर Z का मान न्यूनतम ($Z_{min} = R$) हो जाता है। अब आवृत्ति को और बढ़ाने पर Z पुनः बढ़ने लगता है।

चित्र के अनुसार अनुनादी आवृत्ति से कम आवृत्ति ($f < f_r$) पर श्रेणी R-L–C परिपथ धारितीय परिपथ की तरह व्यवहार करेगा क्योंकि $\frac{1}{\omega C} > \omega L$ जबकि अनुनादी आवृत्ति से अधिक आवृत्ति ($f > f_r$) पर यह प्रेरणिक परिपथ की तरह व्यवहार करेगा क्योंकि अब $\omega L > \frac{1}{\omega C}$

उदा.21. निम्न परिपथ में प्रत्यावर्ती धारा स्रोत की वोल्टता की गणना कीजिए।



चित्र 10.51

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.18

हल– ∵ $V_{rms} = \sqrt{V_R^2 + (V_C - V_L)^2}$

दिया गया है– $V_R = 40$ वोल्ट,

$V_C = 80$ वोल्ट

$V_L = 40$ वोल्ट

∴ $V_{rms} = \sqrt{(40)^2 + (80-40)^2}$

$= \sqrt{(40)^2 + (40)^2} = 40\sqrt{2}$ वोल्ट

$= 56.56$ वोल्ट

उदा.22. एक 200 Ω प्रतिरोधक एवं एक 15.0 μF संधारित्र, किसी 220 V, 50 Hz, ac स्रोत से श्रेणीक्रम में जुड़े हैं। (a) परिपथ में धारा की गणना कीजिए; (b) प्रतिरोधक एवं संधारित्र के सिरों के बीच (rms) वोल्टता की गणना कीजिए। क्या इन वोल्टताओं का बीजगणितीय योग स्रोत वोल्टता से अधिक है? यदि हाँ, तो इस विरोधाभास का निराकरण कीजिए।

हल– दिया है– R = 200 ओम,

$C = 15$ माइक्रो फैरड $= 15 \times 10^{-6}$ फैरड

$V_{rms} = 200$ वोल्ट, $f = 50$ हर्ट्ज

(a) परिपथ में धारा

$$I = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + (2\pi f C)^{-2}}}$$

$$= \frac{220}{\sqrt{(200)^2 + (2 \times 3.14 \times 50 \times 15 \times 10^{-6})^{-2}}}$$

$$I = \frac{220}{\sqrt{(200)^2 + (212)^2}} = \frac{220}{291.5} = 0.755 \text{ एम्पियर}$$

(b) प्रतिरोध पर वोल्टता $V_R = I_{rms}R = 0.755 \times 200 = 151$ वोल्ट

$V_C = I_{rms}X_C = 0.755 \times 212 = 160.06$ वोल्ट

V_R एवं V_C का बीजगणितीय योग = 151 + 160.06 = 311.06 वोल्ट जो कि स्रोत वोल्टता 220 वोल्टता से अधिक है। वास्तव में V_R व V_C के मध्य $\pi/2$ कलान्तर होता है अत: इनका बीजगणितीय योग संभव नहीं है वरन् इन्हें कलान्तर के साथ जोड़ना होगा।

अत: परिणामी वोल्टता

$$V_{R-C} = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} = \sqrt{(151)^2 + (160.06)^2}$$

$$= \sqrt{22801 + 25619.2}$$

$$V_{R-C} = \sqrt{48420.2} = 220 \text{ वोल्ट} = \text{स्रोत वोल्टता}$$

उदा.23. एक L-C-R श्रेणी परिपथ में प्रतिरोध 12Ω, प्रेरणिक प्रतिघात 18Ω तथा धारितीय प्रतिघात 23Ω है। परिपथ में प्रतिबाधा तथा कलान्तर ज्ञात कीजिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.19**

हल– दिया गया है– $R = 12\Omega$

$X_L = 18\Omega$

$X_C = 23\Omega$

प्रतिबाधा $Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$

$$= \sqrt{(12)^2 + (23-18)^2}$$

$$= \sqrt{(12)^2 + (5)^2} = 13\Omega$$

$$\because \quad \tan\phi = \frac{X_C - X_L}{R} = \frac{23-18}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\therefore \quad \text{कलान्तर } \phi = \tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)$$

उदा. 24. 110V तथा 50 Hz के स्रोत से श्रेणीक्रम में 10Ω प्रतिरोध, $\frac{2}{\pi}$H का प्रेरकत्व तथा $\frac{1}{\pi}\mu$F का संधारित्र जुड़े हैं। धारा और वोल्टता के मध्य कलान्तर ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.20

हल–दिया गया है–

$V_{rms} = 110$ वोल्ट

$f = 50$ Hz

$R = 10\Omega$

$L = \frac{2}{\pi}$ हेनरी

$C = \frac{1}{\pi}\mu F = \frac{1}{\pi} \times 10^{-6} F$

$$\tan\phi = \frac{X_C - X_L}{R}$$

$$\because \quad X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$= \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{1}{\pi} \times 10^{-6}}$$

$$= 10^4\Omega$$

$$X_L = 2\pi f L$$

$$= 2\pi \times 50 \times \frac{2}{\pi} = 200\ \Omega$$

$$\therefore \quad \tan\phi = \frac{10^4 - 200}{10} = 980$$

$$\phi = \tan^{-1}(980)$$

उदा.25. 200 वोल्ट तथा 50 हर्ट्ज की वोल्टता से 100 ओम का प्रतिरोध, $\frac{2}{\pi}$ हेनरी का प्रेरकत्व तथा $\frac{100}{\pi}\mu$F की धारिता श्रेणीक्रम में जोड़ी गई है। निम्न ज्ञात करो–(i) कुल प्रतिघात (ii) प्रतिबाधा (iii) धारा (iv) वोल्टता व धारा में कलान्तर

दिया है

$V_{rms} = 200$ वोल्ट

$f = 50$ हर्ट्ज

$R = 100\Omega$

$L = \frac{2}{\pi}$H

$C = \frac{100}{\pi}\mu F = \frac{100 \times 10^{-6}}{\pi} F = \frac{10^{-4}}{\pi} F$

हल– (i) $X_L = \omega L = 2\pi f L$

$$= 2\pi \times 50 \times \frac{2}{\pi} = 200\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{10^{-4}}{\pi}}$$

$$= 100\Omega$$

$$X = X_L - X_C$$

$$= 200 - 100 = 100\Omega$$

(ii) $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$$= \sqrt{100^2 + 100^2} = 100\sqrt{2}\ \Omega$$

(iii) $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{200}{100\sqrt{2}}$

$$= \sqrt{2} = 1.41 \text{ एम्पियर}$$

(iv) $\tan\phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{100}{100} = 1$

$\therefore \quad \phi = 45°$

वोल्टता से धारा 45° कोण से पीछे है।

उदा.26. LCR श्रेणी परिपथ में प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा धारा के मान निम्न है–

$$V = 300 \sin 100t$$

$$I = 6 \sin(100t - \phi)$$

यदि परिपथ में प्रतिरोध का मान 40Ω हो, तो परिपथ में (i) प्रतिबाधा, (ii) प्रतिघात, (iii) वोल्टता तथा धारा में कलान्तर ज्ञात कीजिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.21**

हल– $\because$ $V = V_0 \sin\omega t$

$I = I_0 \sin(\omega t - \phi)$

दिये गए समीकरणों की उपरोक्त समीकरणों से तुलना करने पर

$V_0 = 300$ वोल्ट

$I_0 = 6$ एम्पियर

$\omega = 100$ रेडियन / सेकण्ड

$R = 40\Omega$

(i) प्रतिबाधा $Z = \frac{V_0}{I_0} = \frac{300}{6} = 50\Omega$

(ii) ∵ $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$

जहाँ $X = X_L - X_C$

$X^2 = Z^2 - R^2$

$X = \sqrt{Z^2 - R^2}$

$X = \sqrt{(50)^2 - (40)^2} = 30\Omega$

(iii) ∵ $\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{X}{R} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$

$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

उदा.27. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में L = 0.5 H और C = 8 μF जुड़े हैं। परिपथ में अधिकतम धारा के लिए कोणीय आवृत्ति और आवृत्ति का मान ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.22

हल–दिया गया है– $L = 0.5$ H,

$C = 8\mu F = 8 \times 10^{-6} F$

परिपथ में अधिकतम धारा के लिए कोणीय आवृत्ति

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.5 \times 8 \times 10^{-6}}}$$

$$= \frac{1}{2 \times 10^{-3}} = 500 \text{ रेडियन / सेकण्ड}$$

आवृत्ति $f_r = \frac{\omega_r}{2\pi} = \frac{500}{2\pi} = \frac{250}{\pi}$ Hz

उदा.28. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में R, L तथा C श्रेणी क्रम में जुड़े हुऐ हैं। R का मान 10 ओम तथा L का मान $2/\pi^2$ हेनरी है। संधारित्र (C) के किस मान के लिए परिपथ अनुनाद की अवस्था में होगा। यदि आरोपित वोल्टता 220 वोल्ट तथा 60 हर्ट्ज का है। इस परिपथ में प्रवाहित धारा का मान तथा वोल्टता व धारा में कलान्तर ज्ञात करो।

दिया है–

$R = 10$ ओम

$L = 2/\pi^2$ हेनरी

$V_{rms} = 220$ वोल्ट

$f_r = 60$ हर्ट्ज

$C = ?$

$I_{rms} = ?$

$\phi = ?$

हल– सूत्र $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$$f_r^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$$

$$C = \frac{1}{4\pi^2 L f_r^2}$$

$$= \frac{1}{4 \times \pi^2 \times \frac{2}{\pi^2} \times 60 \times 60}$$

$$= \frac{1}{28800} = 0.00003472$$

$= 34.72 \times 10^{-6} = 34.72$ माइक्रो फैरड

अनुनादी परिपथ में धारा

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z}$$

$$= \frac{V_{rms}}{R} \quad [\because Z = R]$$

$$= \frac{220}{10} = 22 \text{ एम्पियर}$$

अनुनादी परिपथ में कलान्तर–

अनुनादी परिपथ की शर्त

∵ $X_L = X_C$

$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}$

$\tan\phi = 0$

अतः $\phi = 0°$

उदा.29. अनुनादी अवस्था में परिपथ में लगे प्रेरकत्व, धारिता तथा प्रतिरोध के मान क्रमशः 0.1 H, 200 μF तथा 20Ω है। उसी अनुनादी आवृत्ति पर यदि परिपथ में प्रेरकत्व का मान 100 H कर दिया जाए, तो धारिता का आवश्यक मान ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.23

हल– दिया गया है– $L = 0.1$ H

$C = 200\mu F$

$= 200 \times 10^{-6} F = 2 \times 10^{-4} F$

$R = 20\Omega$

$L' = 100H$

$C' = ?$

अनुनादी आवृत्ति $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L'C'}}$

$\Rightarrow L'C' = LC$

$\Rightarrow C' = \frac{LC}{L'} = \frac{0.1 \times 2 \times 10^{-4}}{100}$

$= 0.2 \times 10^{-6}$ F

$= 0.2$ μF

उदा.30. एक प्रसारण केन्द्र से 300 m तरंगदैर्ध्य वाली तरंगें प्रसारित हो रही है। एक 2.4μF धारिता वाला संधारित्र उपलब्ध है, तो अनुनादी परिपथ के लिए आवश्यक प्रेरकत्व की गणना कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.24

हल–दिया गया है–

$\lambda = 300$ m,

$C = 2.4\mu F = 2.4 \times 10^{-6}$ F

$L = ?$

∵ $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

जबकि आवृत्ति $f = \frac{c}{\lambda}$

$\Rightarrow \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$\Rightarrow \frac{c^2}{\lambda^2} = \frac{1}{4\pi^2 LC}$

$$\Rightarrow \quad L = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c C^2}$$

$$\Rightarrow$$

$$L = \frac{(300)^2}{4\times(3.14)^2\times 2.4\times 10^{-6}\times(3\times 10^8)^2}$$

$L = 10^{-8}$ हेनरी

उदा.31. श्रेणी LCR परिपथ में 220 V तथा 50Hz के स्रोत के साथ 11Ω का प्रतिरोध, $\frac{2}{\pi^2}$ H का प्रेरकत्व जुड़ा है। संधारित्र के किस मान के लिए परिपथ अनुनादी अवस्था में होगा, परिपथ में प्रवाहित धारा का मान भी ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.25

हल– $V_{rms} = 220$ वोल्ट

$f = 50$ Hz

$R = 11\Omega$

$L = \frac{2}{\pi^2}$ हेनरी

अनुनादी अवस्था में $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$$\Rightarrow \quad f^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$$

$$\Rightarrow \quad C = \frac{1}{4\pi^2 L f^2}$$

$$\Rightarrow \quad C = \frac{1}{4\pi^2\times\frac{2}{\pi^2}\times(50)^2}$$

$= 50\times 10^{-6}$ F

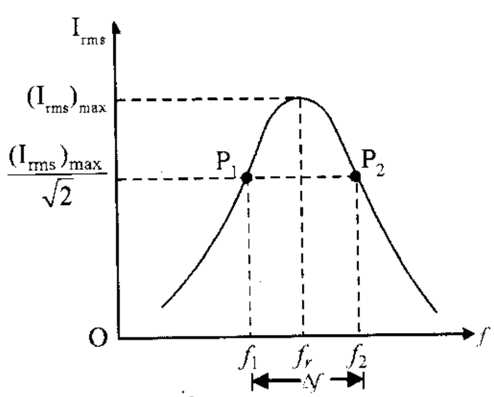
$= 50\ \mu$F

अनुनादी अवस्था में परिपथ में प्रवाहित धारा

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{R} = \frac{220}{11} = 20 \text{ एम्पियर}$$

10.6 श्रेणी अनुनादी परिपथ में अर्धशक्ति बिन्दु आवृत्तियाँ, बैण्ड चौड़ाई तथा विशेषता गुणांक (Half Power Point Frequencies, Bandwidth and Quality Factor of a series Resonance Circuit)

10.6.1 अर्धशक्ति बिन्दु या आवृत्तियाँ (Half Power Frequencies)



चित्र 10.52

चित्र से स्पष्ट है कि अनुनादी आवृत्ति पर, धारा का मान अधिकतम होता है। इस आवृत्ति के दोनों ओर आवृत्ति के घटने या बढ़ने से धारा का मान घटता है।

किसी परिपथ की शक्ति, धारा के वर्ग के समानुपाती ($P\propto I^2$) होती है। ऐसे में यदि शक्ति को आधा करना है तो धारा को उसके पूर्व मान का $1/\sqrt{2}$ गुना करना होगा।

चित्र में f_r के दोनो और f_1 व f_2 दो ऐसी आवृत्तियाँ हैं जहाँ धारा $(I_{rms})_{max}/\sqrt{2}$ है अर्थात् f_1 व f_2 आवृत्तियों पर शक्ति आधी हो जाती है। इसलिए इन आवृत्तियों (f_1 व f_2)को '**अर्धशक्ति आवृत्तियाँ**' कहते है। वक्र के P_1 व P_2 बिन्दु '**अर्धशक्ति बिन्दु**' कहलाते हैं।

10.6.2 बैण्ड चौड़ाई (Band Width)

"अर्ध शक्ति बिन्दु (आवृत्तियाँ) के मध्य के अन्तराल को बैण्ड चौडाई कहते हैं। इसे β या Δf से व्यक्त करते हैं।

बैण्ड चौड़ाई β या $\Delta f = f_2 - f_1$ मात्रक–हर्ट्ज (Hz)

यदि अर्धशक्ति बिन्दुओं पर प्रभावी धारा का मान I_{rms} हो, तो

$$I_{rms}^2 R = \frac{1}{2}(I_{rms}^2)_{max} R \quad .....(1)$$

$$\because \quad I_{rms} = \frac{(I_{rms})_{max}}{\sqrt{2}} = 0.707\,(I_{rms})_{max} \quad .....(2)$$

अत: अर्द्ध शक्ति बिन्दुओं P_1 तथा P_2 पर धारा अनुनाद पर धारा के मान की $\frac{1}{\sqrt{2}}$ या 0.707 गुना हो जाता है।

अर्द्ध शक्ति बिन्दुओं पर समीकरण (2) में धारा का मान रखने पर

$$I_{rms} = \frac{(I_{rms})_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{2}R}$$

$$\text{या} \quad R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2 = 2R^2$$

$$\text{या} \quad \left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2 = R^2$$

$$\text{या} \quad \omega L-\frac{1}{\omega C} = \pm R \quad .....(4)$$

बिन्दु P_1 के लिए,

$$\omega_1 L-\frac{1}{\omega_1 C} = -R \quad .....(5)$$

बिन्दु P_2 के लिए,

$$\omega_2 L-\frac{1}{\omega_2 C} = +R \quad .....(6)$$

समीकरण (5) तथा (6) को जोड़ने पर

$$(\omega_1+\omega_2)L-\frac{(\omega_1+\omega_2)}{\omega_1\omega_2}\frac{1}{C} = 0$$

$$\text{या} \quad \omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} = \omega_r^2 \quad ......(7)$$

$$\text{या} \quad \omega_1\omega_2 = \omega_r^2 \quad ......(8)$$

समीकरण (6) में से (5) को घटाने पर

$$(\omega_2-\omega_1)L+\frac{1}{C}\left(\frac{1}{\omega_1}-\frac{1}{\omega_2}\right)=2R$$

या $$(\omega_2-\omega_1)L+\frac{(\omega_2-\omega_1)}{C(\omega_1\omega_2)}=2R$$

या $$(\omega_2-\omega_1)L+\frac{(\omega_2-\omega_1)}{C\left(\frac{1}{LC}\right)}=2R$$

या $$(\omega_2-\omega_1)[L+L]=2R$$

या $\omega_2-\omega_1=\frac{R}{L}$ = बैण्ड चौड़ाई (Band Width) ... (9)

अर्द्ध शक्ति बिन्दुओं P_1 तथा P_2 के संगत आवृत्तियों के अन्तर को बैण्ड चौड़ाई कहते हैं।

समी. (9) से

$$f_2-f_1=\frac{R}{2\pi L} \quad ...(10)$$

उपरोक्त समी. (10) से बैण्ड चौड़ाई का व्यंजक प्राप्त होता है।

10.6.3. विशेषता गुणांक (Quality Factor)

"अनुनादी आवृत्ति (f_r) तथा बैण्ड चौड़ाई (β) के अनुपात को परिपथ का विशेषता गुणांक कहते है।"

विशेषता गुणांक $Q=\frac{f_r}{f_2-f_1}$ मात्रक-इकाई रहित

किसी अनुनादी परिपथ के अनुनाद की तीक्ष्णता (Sharpness) परिपथ के गुणता कारक (Quality Factor) Q से निम्रानुसार परिभाषित की जाती है–

$$Q=\frac{f_r}{f_2-f_1}=\frac{f_r}{\Delta f}=\frac{\omega_r}{\omega_2-\omega_1}=\frac{\omega_r}{\Delta\omega} \quad .....(1)$$

समीकरण (9) से मान रखने पर

$$Q=\frac{\omega_r}{R/L}=\frac{\omega_r L}{R}=\frac{\text{अनुनाद पर प्रेरणिक प्रतिघात}}{\text{परिपथ का प्रतिरोध}}$$

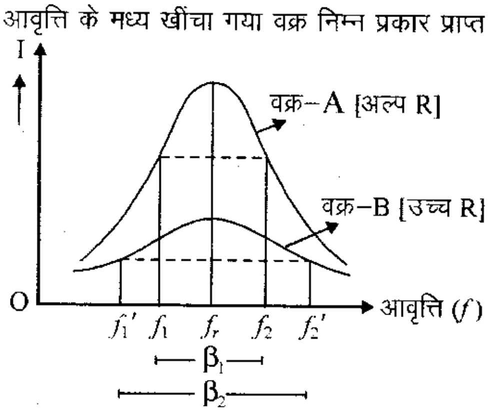
$$\because \quad \omega_r=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \quad .....(2)$$

किसी अनुनादी परिपथ के लिए अनुनाद पर प्रेरणिक प्रतिघात तथा परिपथ के प्रतिरोध के अनुपात को परिपथ का गुणता कारक या **विशेषता गुणांक** (Quality factor) Q कहते हैं।

वास्तव में विशेषता गुणांक (Q), अनुनादी वक्र की तीक्ष्णता (Sharpness of Resonance curve) को बताता हैं।

प्रतिरोध (R) का मान कम या ज्यादा होने से धारा के शिखर मान I_0 तथा आवृत्ति के मध्य खींचा गया वक्र निम्न प्रकार प्राप्त होता हैं–



चित्र 10.53

आलेख से स्पष्ट है कि जब प्रतिरोध का मान अल्प होता है तो व (A) प्राप्त होता है। जिसकी बैण्ड चौडाई (β_1) भी अल्प होती है। फलस्व वक्र A का विशेषता गुणांक ($Q \propto 1/\beta_1$) उच्च होता है। अतः हम कह स हैं कि उच्च Q वाले वक्र, तीक्ष्ण अनुनाद वाले वक्र होते है।

दूसरी ओर जब R का मान अधिक होता है तो वक्र (B) प्राप्त होता जिसकी बैण्ड चौडाई (β_2) अधिक होती है। परिणामस्वरूप वक्र B का विशे गुणांक (Q) कम होता है अर्थात् कम Q वाले वक्रो में चपटा अनुनाद प्र होता है।

- $Q=\frac{X_L}{R}=\frac{\omega_r L}{R}$ ....
- $Q=\frac{X_C}{R}=\frac{1}{\omega_r CR}$ ....

वोल्टता प्रवर्धन (Voltage Amplification)

किसी अनुनादी परिपथ का विशेषता गुणांक कारक (Q) उस परिपथ लिए **वोल्टता प्रवर्धन** का भी मापन है। अनुनाद की स्थिति में प्रे (L) पर विभवान्तर तथा संधारित्र (C) पर विभवान्तर समान होंगे त कला में 180° विपरीत होंगे, इस कारण इनका फ़ेजर योग शून्य जाता है। अतः परिपथ से स्त्रोत का जो विभवान्तर है वह प्रतिरोध सिरों के मध्य उपलब्ध रहता है।

यदि परिपथ में स्त्रोत की वोल्टता $V=V_0\sin\omega t$ से निरूपित की ज तथा अनुनादी आवृत्ति को f_r, अनुनादी कोणीय आवृत्ति को ω_r निरूपित किया जाये तो परिपथ में अधिकतम धारा

$$I_0=\frac{V_0}{R}$$

वोल्टता प्रवर्धन को निम्न सूत्र की सहायता से परिभाषित किया सकता है–

$$\text{वोल्टता प्रवर्धन}=\frac{\text{प्रेरक संधारित्र पर विभवान्तर}}{\text{आरोपित विभवान्तर}}$$

प्रेरकत्व के लिए,

$$m=\frac{I_0(\omega_r L)}{V_0}=\frac{V_0}{R}\frac{\omega_r L}{V_0}=\frac{\omega_r L}{R}=Q \quad .....$$

संधारित्र के लिए,

$$m=\frac{I_0(1/\omega_r C)}{V_0}=\frac{V_0}{R}\frac{(1/\omega_r C)}{V_0}=\frac{(1/\omega_r C)}{R}=Q \quad .....($$

अतः L-C-R अनुनादी परिपथ में वोल्टता प्रवर्धन परिपथ के विशेष गुणांक (Q) के बराबर होता है। Q का मान सामान्यतया 1 से अधिक हो है।

उदा.32. LCR परिपथ में यदि R = 100 Ω, L = 1 mH त C = 1000 μF है, तो परिपथ की अनुनादी आवृत्ति तथा बैण्ड चौड़ ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.26

हल– दिया गया है– $R=100\Omega$,

$L=1\text{ mH}=10^{-3}\text{ H}$

$C=1000\ \mu F=1000\times10^{-6}\text{ F}=10^{-3}\text{ F}$

$\because$ अनुनादी आवृत्ति $f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$$f_r=\frac{1}{2\times3.14\sqrt{10^{-3}\times10^{-3}}}$$

$$= \frac{1000}{2\pi} Hz$$

बैण्ड चौड़ाई $f_2 - f_1 = \frac{R}{2\pi L} = \frac{100}{2\pi \times 10^{-3}}$

$$= \frac{50000}{\pi} Hz$$

उदा.33. एक *LCR* परिपथ की, जिसमें $L = 2.0$ H, $C = 32\ \mu F$ तथा $R = 10\ \Omega$ अनुनाद आवृत्ति परिकलित कीजिए। इस परिपथ के लिए *Q* का क्या मान है?

हल: दिया है: L = 2 हेनरी , C = 32 माइक्रो फैरड, R = 10Ω

अनुनादी आवृति

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{2 \times 32 \times 10^{-6}}}$$

$$= \frac{1}{8 \times 10^{-3}} = \frac{1000}{8} = 125 \text{ रेडियन/सेकण्ड}$$

तथा विशेषता गुंणाक $Q = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{125 \times 2}{10} = 25$

उदा.34. L–C–R परिपथ में प्रतिरोध R = 14Ω और प्रेरकत्व L = 7 mH है। परिपथ में स्रोत की आवृत्ति परिपथ की अनुनादी आवृत्ति के बराबर है। यदि परिपथ का विशेषता गुणांक $\frac{1}{2}$ हो, तो परिपथ में (i) बैण्ड चौड़ाई (ii) धारितीय प्रतिघात ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.27

हल– दिया गया है– $R = 14\Omega$,
$L = 7mH = 7 \times 10^{-3}$ H,

$$Q = \frac{1}{2}$$

बैण्ड चौड़ाई $\omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} = \frac{14}{7 \times 10^{-3}}$
$= 2 \times 10^3\ s^{-1}$

∵ विशेषता गुणांक $Q = \frac{1}{\omega CR}$

$$Q = \frac{X_C}{R}$$

$$\Rightarrow \quad X_C = QR = \frac{1}{2} \times 14 = 7\Omega$$

उदा.35. एक L–C परिपथ अनुनाद की स्थिति में है। यदि C = 1.0 माइक्रोफैरड तथा L = 0.25 हेनरी हो तो परिपथ में दोलन की आवृत्ति ज्ञात कीजिये। परिपथ का ओमीय प्रतिरोध नगण्य है।

हल–माना कि परिपथ में दोलन की आवृत्ति f_r है। L–C परिपथ की अनुनाद की स्थिति में,

प्रेरण प्रतिघात = धारितीय प्रतिघात

अथवा $\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C}$ अथवा $2\pi f_r L = \frac{1}{2\pi f C}$

अथवा $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

दिया है– L = 0.25 हेनरी तथा $C = 1.0\ \mu F = 1.0 \times 10^{-6}$ फैरड

अतः $f_r = \frac{1}{2 \times 3.14 \times \sqrt{0.25 \times 1 \times 10^{-6}}}$

$$= \frac{1}{2 \times 3.14 \times 5 \times 10^{-4}}$$

= 318.5 हर्ट्ज।

उदा.36. एक LCR श्रेणी परिपथ की अनुनादी प्रवृत्ति 600 Hz है। 570 एवं 620 Hz आवृत्तियों पर परिपथ में धारा उसकी अनुनादी स्थिति की धारा से $\frac{1}{\sqrt{2}}$ गुनी रह जाती है। परिपथ का विशेषता गुणांक, अनुनादी स्थिति में X_L, X_C, L और C का मान ज्ञात कीजिए। (R = 3Ω)

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.28

हल–दिया गया है– $f_r = 600$ Hz,
$f_1 = 570$ Hz,
$f_2 = 620$ Hz,
$R = 3\Omega$

∵ विशेषता गुणांक $Q = \frac{f_r}{f_2 - f_1}$

$$Q = \frac{600}{620 - 570} = 12$$

∵ $Q = \frac{\omega_r L}{R}$

∴ अनुनादी स्थिति में प्रेरणिक प्रतिघात

$\omega_r L = QR = 12 \times 3$
$= 36\ \Omega$

∵ अनुनादी अवस्था में प्रेरणिक तथा धारितीय प्रतिघात परस्पर बराबर होते हैं।

∴ $X_C = X_L = \omega_r L = 36\Omega$

∵ $X_C = \frac{1}{\omega_r C} = 36$

$\Rightarrow$ $C = \frac{1}{36\omega_r} = \frac{1}{36 \times 2\pi f_r}$

$$C = \frac{1}{36 \times 2 \times 3.14 \times 600}$$

$= 7.37 \times 10^{-6}$ F
$= 7.37\ \mu F$

∵ $X_L = \omega_r L$

$\Rightarrow$ $L = \frac{X_L}{\omega_r} = \frac{X_L}{2\pi f_r} = \frac{36}{2 \times 3.14 \times 600}$

$= 9.56 \times 10^{-3}$ H
$= 9.56$ mH

10.7 प्रत्यावर्ती परिपथ में औसत शक्ति (Average Power in AC Circuit)

"किसी विद्युत परिपथ में शक्ति, प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा प्रत्यावर्ती धारा के गुणनफल के तुल्य होती है।" इसका मान लगातार आवर्त रूप से परिवर्तित होता रहता है।

शक्ति $P = VI$

तात्क्षणिक या तात्कालिक शक्ति
(Instantaneous Power-P_i या P_t)

"किसी निश्चित समय t पर वोल्टता तथा धारा के गुणनफल को तात्कालिक या तात्क्षणिक शक्ति कहते हैं।"

इसे P_i या P_t से व्यक्त करते है। परिपथ में वोल्टता तथा धारा की समीकरण निम्न है–

$$V = V_o \sin(\omega t) \quad .....(1)$$

$$I = I_o \sin(\omega t - \phi) \quad .....(2)$$

ϕ = कलान्तर

t समय पर तात्क्षणिक शक्ति

$$P_t = VI$$

$$P_t = V_o \sin(\omega t) \times I_o \sin(\omega t - \phi)$$

$$P_t = V_o I_o \sin(\omega t) \sin(\omega t - \phi)$$

$$P_t = \frac{V_o I_o}{2} \times 2 \sin(\omega t) \sin(\omega t - \phi)$$

[सूत्र– $2\sin C \sin D = \cos(C-D) - \cos(C+D)$]

$$P_t = \frac{V_o I_o}{2}[\cos\{(\omega t) - (\omega t - \phi)\} - \cos\{(\omega t) + (\omega t - \phi)\}]$$

$$= \frac{V_o I_o}{2}[\cos(\omega t - \omega t + \phi) - \cos(\omega t + \omega t - \phi)]$$

$$P_t = \frac{V_o I_o}{2}[\cos\phi - \cos(2\omega t - \phi)]$$

$$P_t = \frac{V_o I_o}{2}\cos\phi - \frac{V_o I_o}{2}\cos(2\omega t - \phi) \quad .....(3)$$

समीकरण (3) प्रत्यावर्ती धारा परिपथ की तात्क्षणिक शक्ति को निरुपित करता है। इस समीकरण के दो पद हैं। पहला पद, $\frac{V_o I_o}{2}\cos\phi$ है, जिसमें t नहीं है। अतः यह पद समय पर निर्भर नहीं करता। जबकि दूसरे पद में t है। यह पद समय पर निर्भर करता है। यह भाग समय के साथ आवर्त रूप से परिवर्तित होता रहता है।

औसत शक्ति (Average Power - P_m या P_{av})

"तात्क्षणिक शक्ति का एक आवर्तकाल (या एक चक्र) के लिए ज्ञात किया गया औसत मान, औसत शक्ति कहलाता है।"

समीकरण (3) का औसत ज्ञात करने पर

$$P_m \text{ या } P_{av} = \overline{\frac{V_o I_o}{2}\cos\phi - \frac{V_o I_o}{2}\cos(2\omega t - \phi)}$$

$$\overline{P}_t = \overline{\frac{V_o I_o}{2}\cos\phi} - \overline{\frac{V_o I_o}{2}\cos(2\omega t - \phi)}$$

प्रथम पद समय पर निर्भर नहीं करता है, अतः

$$\overline{\frac{V_o I_o}{2}\cos\phi} = \frac{V_o I_o}{2}\cos\phi$$

दूसरा पद समय के साथ आवर्तरूप से परिवर्तित होता है। अतः इसक एक चक्र के लिए औसत मान शून्य होगा।

$$\overline{\frac{V_o I_o}{2}\cos(2\omega t - \phi)} = 0$$

इसलिए औसत शक्ति

$$P_m = P_{av} = \frac{V_o I_o}{2}\cos\phi - 0$$

$$P_m = \frac{V_o I_o}{2}\cos\phi$$

$$P_m = \frac{V_o}{\sqrt{2}}\frac{I_o}{\sqrt{2}}\cos\phi$$

$$P_m = V_{rms} I_{rms} \cos\phi \quad .....(4$$

समीकरण (4) औसत शक्ति को निरूपित करता है।

समीकरण (4) से

P_m = आभासी (व.मा.मू.) वोल्टता × आभासी (व.मा.मू.) धारा × $\cos\phi$

हम जानते हैं कि

$$\because \quad \tan\phi = \frac{X}{R}$$

जहाँ X का मान ωL, $\frac{1}{\omega C}$ या $\omega L - \frac{1}{\omega C}$ तीनों में से परिस्थिति व अनुसार कुछ भी हो सकता है।

विशेष परिस्थितियाँ (Special cases) –

(i) यदि $\phi = 0°$ हो तो $\cos\phi = 1$

$$P_m = V_{rms} I_{rms}$$

$$(P_m)_{Max.} = V_{rms} I_{rms}$$

अर्थात् यदि परिपथ में जब केवल प्रतिरोध हो या अनुनाद की अवस्थ हो तो धारा तथा वोल्टता में कलान्तर शून्य होने के कारण शक्ति व्यय अधिकतम होता है।

(ii) यदि $\phi = \pm\pi/2$ हो तो $\cos\phi = 0$

$$P_m = V_{rms} I_{rms} \times 0 \Rightarrow P_m = 0$$

अतः यदि परिपथ में केवल शुद्ध प्रेरकत्व (L) या शुद्ध संधारित्र (C) जु हों तो कलान्तर $\pm\pi/2$ होने के कारण शक्ति व्यय शून्य होता है। य एक महत्वपूर्ण निष्कर्ष है।

10.8 शक्ति गुणांक (Power Factor)

हम जानते है औसत शक्ति की समीकरण

$$P_m = V_{rms} I_{rms} \cos\phi$$

$$\cos\phi = \frac{P_m}{V_{rms} I_{rms}}$$

$$\cos\phi = \frac{P_m}{P_{app.}} \quad [\text{जहाँ } P_{app} = \text{आभासी शक्ति} = V_{rms} I_{rms}]$$

अर्थात् "औसत शक्ति (P_m) तथा आभासी शक्ति ($P_{app.}$) के अनुपात क शक्ति गुणांक कहते है।"

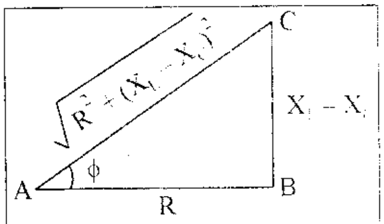
दूसरे शब्दों में– "वोल्टता तथा धारा के मध्य के कलान्तर (ϕ) क कोज्या ($\cos\phi$) को शक्ति गुणांक कहते है।"

हम जानते हैं–

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

चित्र से– $\cos\phi = \frac{AB}{AC}$

$$\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$



चित्र 10.54

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} \qquad [\because Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}]$$

अर्थात् शक्ति गुणांक, प्रतिरोध तथा प्रतिबाधा के अनुपात के तुल्य होता है।

विशेष परिस्थितियाँ (Special Cases) :

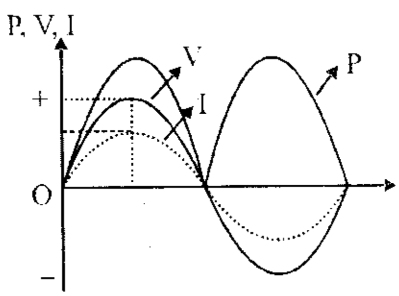
(i) शुद्ध प्रतिरोध परिपथ– जब परिपथ में केवल प्रतिरोध जुड़ा हो, तो वोल्टता तथा धारा समान कला में होते हैं, जिससे $\phi = 0$

$\therefore$ शक्ति गुणांक $\cos\phi = 1$

परिपथ में औसत शक्ति

$$P_{av} = V_{rms} I_{rms} = P_{app}$$

इस प्रकार शुद्ध प्रतिरोध युक्त परिपथ में शक्ति गुणांक का मान अधिकतम तथा शक्ति व्यय भी अधिकतम होता है। इस स्थिति में औसत शक्ति तथा आभासी शक्ति बराबर होती है।



चित्र 10.55

चित्र में शुद्ध प्रतिरोध युक्त परिपथ के लिए तात्क्षणिक वोल्टता V, धारा I तथा शक्ति P के वक्र प्रदर्शित किये गये हैं।

(ii) शुद्ध प्रेरक परिपथ–जब परिपथ में केवल प्रेरकत्व जुड़ा हो, तो प्रत्यावर्ती वोल्टता की कला, धारा की कला से $\frac{\pi}{2}$ आगे रहती है, जिससे

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

$\therefore$ शक्ति गुणांक $\cos\phi = 0$

परिपथ में औसत शक्ति

$$P_{av} = 0$$

इस प्रकार शुद्ध प्रेरक परिपथ में शक्ति गुणांक का मान शून्य तथा औसत शक्ति व्यय भी शून्य होता है। शुद्ध प्रेरक परिपथ के शक्ति वक्र में धनात्मक लूपों का क्षेत्रफल ऋणात्मक लूपों के क्षेत्रफल के बराबर होता है।

(iii) शुद्ध धारितीय परिपथ–जब परिपथ में केवल संधारित्र जुड़ा हो, तो प्रत्यावर्ती वोल्टता की कला, धारा की कला से $\frac{\pi}{2}$ पीछे रहती है, जिसे

$$\phi = -\frac{\pi}{2}$$

$\therefore$ शक्ति गुणांक $\cos\phi = 0$

परिपथ में औसत शक्ति

$$P_{av} = 0$$

इस प्रकार शुद्ध धारितीय परिपथ में शक्ति गुणांक का मान शून्य तथा औसत शक्ति व्यय भी शून्य होता है। शुद्ध धारितीय परिपथ के शक्ति वक्र में धनात्मक लूपों का क्षेत्रफल ऋणात्मक लूपों के क्षेत्रफल के बराबर होता है।

(iv) L-C-R परिपथ– इस परिपथ में शक्ति गुणांक $\cos\phi = \frac{R}{Z}$ श्रेणी L–C–R अनुनादी परिपथ में $\phi = 0$ अर्थात् धारा और वोल्टता समान कला में होते हैं। अत: $\cos\phi = 1$

अर्थात् अनुनादी अवस्था में परिपथ का शक्ति गुणांक अधिकतम होता है।

विद्युत पंखे की मोटर में तारों के अनेक फेरों के कारण इसका स्वप्रेरकत्व L बहुत बढ़ जाता है, जिससे ϕ का मान बढ़ जाता है एवं शक्ति गुणांक बहुत कम हो जाता है। इस कला कोण ϕ को कम करने के लिए संधारित्र का उपयोग किया जाता है। ऐसा करने पर कुल कला कोण कम होकर लगभग शून्य तथा शक्ति गुणांक बढ़कर लगभग 1 हो जाता है, जिसके कारण पंखे की मोटर को पूर्ण शक्ति मिलती है अर्थात् यह तेज चलता है। इसी कारण कई बार घरों में पंखा धीमा चलने पर सामान्यतया इसका संधारित्र बदला जाता है।

10.9 वॉटहीन धारा (Wattless Current)

यदि प्रत्यावर्ती परिपथ में प्रेरकत्व अथवा धारिता अथवा दोनों है परन्तु प्रतिरोध शून्य है, तब धारा तथा वोल्टता में 90° का कलान्तर होता है अर्थात् $\phi = \pm 90°$

तब परिपथ में औसत शक्ति क्षय

$$P_m = V_{rms} I_{rms} \cos(\pm 90°) = 0 \qquad [\because \cos 90° = 0]$$

इस प्रकार स्पष्ट है कि यदि प्रत्यावर्ती परिपथ में प्रेरकत्व अथवा धारिता अथवा दोनों है परन्तु प्रतिरोध शून्य है, तब यद्यपि परिपथ में धारा प्रवाहित होती है परन्तु औसत शक्ति क्षय शून्य रहता है अर्थात् परिपथ में ऊर्जा क्षय नहीं होता है। अत: इस धारा को शक्तिहीन धारा कहते हैं। व्यवहार में ऐसा होना असंभव है क्योंकि कोई भी परिपथ प्रतिरोधहीन नहीं हो सकता है। परिपथ में कुण्डली, संधारित्र की प्लेटों एवं संयोजक तारों (connecting wires) का कुछ न कुछ प्रतिरोध अवश्य होता है। अत: **"कार्यहीन धारा, प्रत्यावर्ती धारा का वह घटक है, जिसका कार्य में अर्थात् शक्ति व्यय में कोई योगदान नहीं होता।"**

इसका मान ज्ञात करने के लिए हम प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा प्रत्यावर्ती धारा के समीकरणों का उपयोग करते हैं।

$$V = V_0 \sin(\omega t) \qquad .....(1)$$

$$I = I_0 \sin(\omega t - \phi) \qquad .....(2)$$

तात्क्षणिक शक्ति $P_t = VI$

$$P_t = V_0 \sin(\omega t) \times I_0 \sin(\omega t - \phi)$$

$$P_t = V_0 I_0 \sin(\omega t) \times [\sin\omega t \cos\phi - \cos\omega t \sin\phi]$$

$$P_t = V_0 I_0 \cos\phi \sin^2\omega t - V_0 I_0 \sin\phi \sin\omega t \cos\omega t$$

$$P_t = V_0 I_0 \cos\phi \sin^2\omega t - V_0 I_0 \sin\phi \times \frac{2\sin\omega t \cos\omega t}{2}$$

$$P_t = V_o I_o \cos\phi \sin^2 \omega t - \frac{V_o I_o}{2} \sin\phi \times \sin(2\omega t)$$

$P_t = P_1 - P_2$ औसत लेने पर

$$(P_1)_m = (P_1)_m - (P_2)_m$$

$$(P_1)_m = \overline{V_o I_o \cos\phi \sin^2 \omega t}$$

$$(P_1)_m = V_o I_o \cos\phi \overline{\sin^2 \omega t}$$

$$(P_1)_m = V_o I_o \cos\phi \times \frac{1}{2} \quad \left[\because \overline{\sin^2 \omega t} = \frac{1}{2}\right]$$

$$(P_1)_m = \frac{V_o I_o}{2} \cos\phi$$

इसी प्रकार

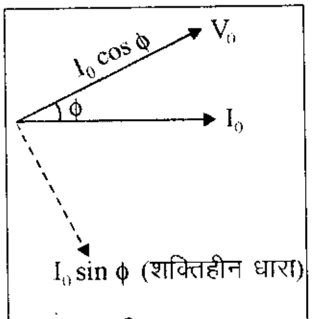
$$(P_2)_m = \overline{\frac{V_o I_o}{2} \sin\phi \sin 2\omega t}$$

$$(P_2)_m = \frac{V_o I_o}{2} \sin\phi \overline{\sin 2\omega t}$$

$$(P_2)_m = \frac{V_o I_o \sin\phi}{2} \times 0 \quad \left[\because \overline{\sin 2\omega t} = 0\right]$$

$$(P_2)_m = 0$$

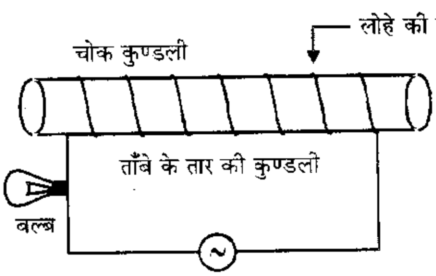
उक्त गणितीय विवेचना से स्पष्ट है कि औसत शक्ति निकालते समय, दूसरे भाग (P_2) का मान शून्य हो जाता है अर्थात् हम कह सकते हैं कि दूसरे भाग (P_2) का शक्ति व्यय में कोई योगदान नहीं होता है। चूंकि इस भाग (P_2) में धारा का घटक $I_o \sin\phi$ है, अतः इस घटक $I_o \sin\phi$ को **कार्यहीन** या **शक्तिहीन धारा** कहते हैं।



चित्र 10.56

10.10 चोक कुण्डली (Choke Coil)

चोक कुण्डली वह विद्युत युक्ति है, जिससे ऊष्मा के रूप में होने वाली ऊर्जा हानि को नगण्य करके, धारा को नियंत्रित किया जाता है।



चित्र 10.57

संरचना–चोक कुण्डली का निर्माण एक नर्म लोहे की बनी पटलित क्रोड पर तांबे के विद्युत रूद्ध तारों को लपेट कर किया जाता है। चोक कुण्डली को बनाते समय निम्न बातों का ध्यान रखा जाता है–

(i) लोहे का क्रोड पटलित होना चाहिए, ताकि भँवर धाराओं से होने वाली ऊष्मा हानि को कम किया जा सके।

(ii) ताँबे के मोटे तार का उपयोग किया जाता है, ताकि कुण्डली के प्रतिरोध को कम किया जा सके। फलस्वरूप ऊष्मा हानि कम हो सके।

(iii) फेरों की संख्या अधिक रखी जाती है, जिससे कुण्डली के प्रेरकत्व को अधिक बनाया जा सके।

इनका ध्यान रखकर एक आदर्श चोक कुण्डली का निर्माण किया जा सकता है।

सिद्धांत– चोक कुण्डली वास्तव में प्रेरकत्व है, परंतु इसमें कुछ प्रतिरोध भी होता है। अतः चोक कुण्डली की प्रतिबाधा–

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \qquad ...(1)$$

चोक कुण्डली में प्रवाहित धारा

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \qquad ...(2)$$

उक्त समी. से स्पष्ट है, कि धारा को प्रतिरोध R तथा प्रेरकत्व L दोनों से ही नियंत्रित किया जा सकता है। परंतु हम जानते हैं, कि प्रतिरोध की उपस्थिति में ऊष्मा हानि होती है ($H = I^2Rt$)। दूसरी ओर प्रेरकत्व में वोल्टता तथा धारा में 90^o का कलान्तर होने के कारण ऊर्जा व्यय नहीं होता। अतः यह निष्कर्ष निकलता है, कि धारा को नियंत्रित करने के लिए प्रतिरोध ज्यादा उपयोगी नहीं होता है।

इसी कारण प्रतिरोध को घटाकर (मोटा तार उपयोग कर) तथा प्रेरकत्व बढ़ाकर (फेरों की संख्या अधिक संख्या) चोक कुण्डली का उपयोग धारा नियंत्रक के रूप में किया जाता है।

उपयोग–ट्यूबलाइट, विद्युत पंखों, पावर सप्लाई, रेडियो, टी.वी. इत्यादि में चोक कुण्डली का उपयोग किया जाता है।

धातु संसूचक –धातु संसूचक एक प्रत्यावर्ती L–C परिपथ होता है, यह परिपथ अनुनाद अवस्था में होता है। परन्तु जब हम धातु संसूचक में से गुजरते हैं तो वास्तव में हम कुण्डली से होकर गुज़रते हैं तथा जेब में धातु रखा होने पर परिपथ की प्रतिबाधा परिवर्तित होती है जिससे परिपथ में धारा के मान में पर्याप्त परिवर्तन होता है, इन परिवर्तनों को इलेक्ट्रॉनिक परिपथ संसूचित कर, चेतावनी ध्वनि उत्पन्न करता है।

10.11 ट्रांसफॉर्मर (Transformer)

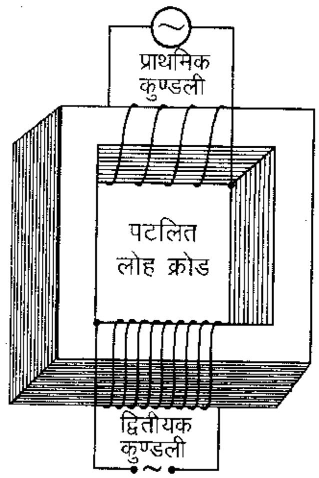
"ट्रांसफॉर्मर वह विद्युत साधन है, जिससे प्रत्यावर्ती वोल्टता के मान को परिवर्तित किया जा सकता है।" ट्रांसफॉर्मर अन्योन्य प्रेरण के सिद्धान्त पर आधारित विद्युत उपकरण है। यह प्रत्यावर्ती वोल्टता के लिए ही कार्य करता है। दिष्ट वोल्टता आरोपित करने पर यह कार्य नहीं करता।

10.11.1 रचना (Construction)

ट्रांसफॉर्मर के निर्माण में कच्चे लोहे की आयताकार पत्तियों का उपयोग किया जाता है। इन पत्तियों को एक के ऊपर एक रखकर आयताकार पटलित क्रोड बनाया जाता है। इन पत्तियों के मध्य विद्युत रूद्ध पदार्थ का लेप किया जाता है। यह व्यवस्था इसलिए कि जाती है, ताकि भँवर धाराएं उत्पन्न न हो फलस्वरूप ऊर्जा हानियों को रोका जा सकें।

अब इस आयताकार पटलित क्रोड पर चित्रानुसार दो कुण्डलियाँ विद्युत रूद्ध तांबे के तार से बनाई जाती है। एक कुण्डली को प्राथमिक

कुण्डली (Primary coil) तथा दूसरी कुण्डली को द्वितीयक कुण्डली (Secondary coil) कहते हैं। प्राथमिक कुण्डली में प्रत्यावर्ती वोल्टता को निवेशित किया जाता है। दूसरी ओर द्वितीयक कुण्डली में निर्गत वोल्टता प्राप्त की जाती है। दोनों कुण्डलियों के मध्य की दूरी इस प्रकार रखी जाती है कि प्राथमिक कुण्डली का अधिकतम फ्लक्स द्वितीयक कुण्डली से सम्बद्ध हो सकें।



चित्र 10.58

10.11.2 सिद्धान्त एवं कार्यविधि (Principle and Working)

हम जानते हैं कि प्रत्यावर्ती धारा वह है जिसके मान तथा दिशा में लगातार परिवर्तन होता रहता है। ऐसे में जब इस प्रकार के प्रत्यावर्ती धारा स्रोत को ट्रांसफॉर्मर की प्राथमिक कुण्डली से सम्बद्ध किया जाता है तो प्रत्यावर्ती धारा के मान व दिशा में सतत् परिवर्तन होने के कारण प्राथमिक कुण्डली के फ्लक्स के मान में भी लगातार परिवर्तन होता है। फलस्वरूप द्वितीयक कुण्डली से गुजरने वाले फ्लक्स के मान में भी सतत् परिवर्तन होता है और फैराडे के नियमानुसार द्वितीयक कुण्डली में प्रेरित वोल्टता उत्पन्न होती है।

यदि फ्लक्स का क्षरण (Leakage of flux) शून्य माने तो प्राथमिक तथा द्वितीयक कुण्डलियों में फ्लक्स में परिवर्तन की दर बराबर होगी।

$$\left[\frac{d\phi}{dt}\right]_P = \left[\frac{d\phi}{dt}\right]_S \quad .....(1)$$

माना–

प्राथमिक कुण्डली में फेरों की संख्या $= N_P$

द्वितीयक कुण्डली में फेरों की संख्या $= N_S$

प्राथमिक कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित वोल्टता $= V_P$

द्वितीयक कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित वोल्टता $= V_S$

प्राथमिक कुण्डली के लिए

$$V_P = -N_P\left[\frac{d\phi}{dt}\right]_P \quad .....(2)$$

इसी प्रकार द्वितीयक कुण्डली के लिए

$$V_S = -N_S\left[\frac{d\phi}{dt}\right]_S \quad .....(3)$$

समी. (3) में समी. (2) का भाग देने पर

$$\frac{V_S}{V_P} = \frac{-N_S\left[\frac{d\phi}{dt}\right]_S}{-N_P\left[\frac{d\phi}{dt}\right]_P}$$

$$\frac{V_S}{V_P} = \frac{N_S}{N_P} \quad ......(4)$$

यदि ट्रांसफॉर्मर में ऊर्जा हानि को नगण्य माना जाये, तो

द्वितीयक कुण्डली की शक्ति = प्राथमिक कुण्डली की शक्ति

$$V_S I_S = V_P I_P$$

(जहाँ I_P तथा I_S प्राथमिक तथा द्वितीयक कुण्डली की धाराएँ है)

$$\frac{V_S}{V_P} = \frac{I_P}{I_S} \quad ......(5)$$

समी. (4) व समी. (5) से

$$\frac{V_S}{V_P} = \frac{N_S}{N_P} = \frac{I_P}{I_S} \quad ......(6)$$

10.11.3 ट्रांसफॉर्मर के प्रकार (Types of Transformer)

ट्रांसफॉर्मर दो प्रकार के होते हैं–

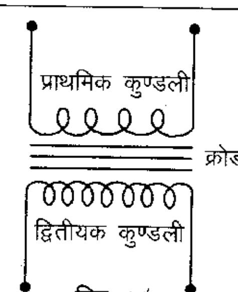
उच्चायी ट्रांसफॉर्मर (Step up transformer) तथा

अपचायी ट्रांसफॉर्मर (Step Down transformer)

(a) उच्चायी ट्रांसफॉर्मर (Step up transformer)–"वह ट्रांसफॉर्मर जो निम्न प्रत्यावर्ती वोल्टता को उच्च प्रत्यावर्ती वोल्टता में रूपान्तरित करता हो।"

समी. (4) से यदि हम द्वितीयक कुण्डली में प्राथमिक कुण्डली की अपेक्षा अधिक वोल्टता उत्पन्न करना चाहते हैं तो हमें द्वितीयक कुण्डली में फेरों की संख्या प्राथमिक कुण्डली की अपेक्षा अधिक रखनी होगी।

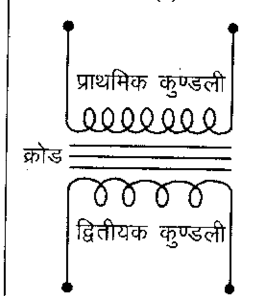
$V_S > V_P$ तो $N_S > N_P$



चित्र (a)

(b) अपचायी ट्रांसफॉर्मर (Step Down transformer)–"वह ट्रांसफॉर्मर जो उच्च प्रत्यावर्ती वोल्टता को निम्न प्रत्यावर्ती वोल्टता में रूपान्तरित करता हो।"

समी. (4) से द्वितीयक कुण्डली में निम्न वोल्टता प्राप्त करने के लिए द्वितीयक कुण्डली में फेरों की संख्या प्राथमिक कुण्डली की अपेक्षा कम होनी चाहिए।



चित्र 10.59 (b)

$V_S < V_P$ तो $N_S < N_P$

ट्रांसफॉर्मर की दक्षता (Efficiency of a transformer)–ट्रांसफॉर्मर की दक्षता (η) को निम्न सूत्र से व्यक्त किया जा सकता है–

$$\eta = \frac{\text{द्वितीयक कुण्डली में शक्ति}}{\text{प्राथमिक कुण्डली में शक्ति}} \times 100\%$$

ट्रांसफॉर्मर का निर्माण करते समय इस बात का ध्यान रखा जाता है कि प्राथमिक कुण्डली की समस्त ऊर्जा (समस्त शक्ति), द्वितीयक कुण्डली को हस्तान्तरित हो सकें। एक आदर्श ट्रांसफॉर्मर वह होता है जो प्राथमिक कुण्डली की समस्त ऊर्जा को द्वितीयक कुण्डली को दे सकें। आदर्श ट्रांसफॉर्मर के लिए

प्राथमिक कुण्डली की शक्ति (P_P) = द्वितीयक कुण्डली शक्ति (P_S)

अर्थात् आदर्श ट्रांसफॉर्मर की दक्षता 100% होती है।

वास्तव में ट्रांसफॉर्मर में किसी न किसी रूप में ऊर्जा की हानि होती है। यही कारण है कि व्यवहार में ट्रांसफॉर्मर की दक्षता 100% नहीं होती। सामान्यतया यह दक्षता 75% से 95% तक होती है।

ट्रांसफॉर्मर में विभिन्न प्रकार की ऊर्जा हानियाँ एवं इन्हें कम करने के उपाय–

(1) ऊष्मा के रूप में ऊर्जा हानि–ट्रांसफॉर्मर की कुण्डलियाँ तांबे के तार से बनती है। इन तांबे के तारों का प्रतिरोध होता है। इस कारण जब धारा, इन तारों से प्रवाहित की जाती है तो ऊष्मीय प्रभाव देखने को मिलता है $[H = I^2Rt]$। प्रतिरोध के कारण उत्पन्न यह ऊष्मा ट्रांसफॉर्मर को गर्म कर देती है तथा अन्त में यह ऊष्मा वातावरण में चली जाती है। इस ऊष्मा हानि को ताम्रिक हानि (copper loss) भी कहते हैं। इस ऊर्जा हानि को कम करने के लिए ताँबे के मोटे तार का इस्तेमाल किया जाता है।

(2) भँवर धाराओं के कारण ऊर्जा हानि–हम जानते हैं ट्रांसफॉर्मर में फ्लक्स में परिवर्तन सतत् रूप से होता रहता है। ऐसे में क्रोड से गुजरने वाले फ्लक्स के मान में परिवर्तन के कारण भँवर धाराएँ प्रेरित होती है। इन भँवर धाराओं से ऊष्मा उत्पन्न होती है और लोहे की क्रोड गर्म हो जाती है। इस प्रकार इस हानि को न्यूनतम करने के लिए क्रोड को पटलित बनाया जाता है एवं इन्हें परस्पर विद्युत रूद्ध रखा जाता है।

(3) शैथिल्य हानि–ट्रांसफॉर्मर में प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित की जाती है। ट्रांसफॉर्मर क्रोड का चुम्बकन तथा विचुम्बकन होता रहता है। इस प्रक्रिया में शैथिल्य पाश के क्षेत्रफल के तुल्य ऊर्जा हानि होती है। इस ऊर्जा हानि को न्यूनतम करने के लिए क्रोड को नर्म लोहे का बनाया जाता है।

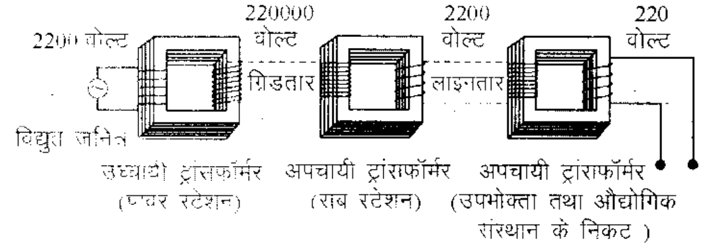
(4) चुम्बकीय फ्लक्स का क्षरण–जैसा की हमने पढ़ा की ट्रांसफॉर्मर के निर्माण में इस बात का ध्यान रखा जाता है कि प्राथमिक कुण्डली से सम्पूर्ण ऊर्जा द्वितीयक कुण्डली को हस्तान्तरित हो सकें। परन्तु वास्तव में ऐसा हो नहीं पाता। प्राथमिक कुण्डली का सम्पूर्ण फ्लक्स द्वितीयक कुण्डली को हस्तान्तरित नहीं हो पाता। इसे चुम्बकीय फ्लक्स का क्षरण (leakage of flux) कहते हैं। इस हानि को न्यूनतम करने के लिए प्राथमिक कुण्डली के ऊपर ही द्वितीयक कुण्डली लपेट दी जाती है।

ट्रांसफॉर्मर के उपयोग–

(i) ट्रांसफॉर्मर का मुख्य रूप से उपयोग विद्युत शक्ति के संचरण में किया जाता है।

(ii) ट्रांसफॉर्मर का उपयोग रेडियो, टी.वी. तथा टेलिफोन में भी किया जाता है।

विद्युत शक्ति संचरण में ट्रांसफॉर्मर का उपयोग–विद्युत को चालक तारों (तांबे, एलुमिनियम) की सहायता से वह स्थान जहाँ इसका उत्पादन हुआ है, वहाँ से अन्य शहरो में संचरित किया जाता है। उपयोग में लाए गए तारों का कुछ न कुछ प्रतिरोध अवश्य होता है। ऐसे में जूल के उष्मीय प्रभाव के कारण उष्मा उत्पन्न होती है जो कि वातावरण को चली जाती है यह एक प्रकार की ऊर्जा हानि है $(H = I^2Rt)$। दूसरा कुछ विभव पतन इन तारों पर भी हो जाता है, जिससे वास्तविक वोल्टता में कमी आ जाती है।



चित्र 10.60

ऊष्मीय प्रभाव को न्यूनतम करने के लिए प्रतिरोध को न्यूनतम करना होता है। लेकिन तार का प्रतिरोध कम तब होता है, जब मोटे तारों का उपयोग किया जाये। ऐसा करने से ऊष्मीय हानि तो कम की जा सकती है, परन्तु तार का खर्च बढ़ जाता है। ऐसे में ऊष्मीय प्रभाव को कम करने के लिए, धारा का कम करना आवश्यक हो जाता है। $(H \propto I^2)$ धारा को कम मान तक लाने के लिए वोल्टता को अधिक करना होता है। अतः जिस स्थान पर विद्युत का उत्पादन होता है, वहाँ उच्चायी ट्रांसफॉर्मर का उपयोग कर विद्युत का कम धारा तथा उच्च वोल्टता पर संचरण किया जाता है। लेकिन हमारे घरों में काम आने वाले विद्युत उपकरण को 220 वोल्ट की आवश्यकता होती है। ऐसे में अपचायी ट्रांसफॉर्मर का उपयोग कर, उच्च वोल्टता को पुनः 220 वोल्ट तक लाया जाता है।

महत्त्वपूर्ण तथ्य

LC परिपथ	स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय
1. प्रेरकत्व L	द्रव्यमान m
2. धारिता का व्युत्क्रम 1/C	स्प्रिंग का बल नियतांक K
3. संधारित्र पर आवेश q	द्रव्यमान का विस्थापन x
4. परिपथ में धारा $I = \frac{dq}{dt}$	द्रव्यमान की चाल $v = \frac{dx}{dt}$
5. प्रेरित विभवान्तर $= L\frac{dI}{dt}$	बल $= m\frac{dv}{dt}$
6. संधारित्र की विद्युत ऊर्जा $= \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$	स्प्रिंग की प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}Kx^2$
7. प्रेरकत्व की चुम्बकीय ऊर्जा $= \frac{1}{2}LI^2$	द्रव्यमान की गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}mv^2$
8. दोलनों में अवमंदन प्रतिरोध के कारण होता है।	दोलनों में अवमंदन माध्यम की श्यानता के कारण होता है।

उदा.37. एक ट्रांसफार्मर की प्राथमिक कुण्डली में 1A की धारा प्रवाहित हो रही है। परिपथ की निवेशी शक्ति 4kW तथा द्वितीयक कुडली में उत्पन्न वोल्टता 400 V है। यदि प्राथमिक कुण्डली में फेरों की संख्या 400 हो, तो द्वितीयक कुण्डली में फेरों की संख्या ज्ञात कीजिए

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.31

हल– दिया गया है– $I_p = 1A$

$P_p = 4kW = 4 \times 10^3 W$

$V_s = 100$ वोल्ट,

$N_p = 400$,

$N_s = ?$

$\because \quad P_p = V_p I_p$

$$\Rightarrow \quad V_p = \frac{P_p}{I_p} = \frac{4\times10^3}{1} = 4 \times 10^3 \text{ वोल्ट}$$

$$\because \quad \frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

$$\therefore \quad N_s = N_p \times \frac{V_s}{V_p} = 400 \times \frac{100}{4\times10^3} = 10$$

उदा.38. किसी ट्रांसफॉर्मर की प्राथमिक कुण्डली में 400 फेरें हैं तथा द्वितीयक कुण्डली में 2000 हैं।

(i) यदि द्वितीयक वोल्टता 1100 वोल्ट हो तो प्राथमिक वोल्टता ज्ञात कीजिए।

(ii) यदि ट्रांसफार्मर की दक्षता 95%, द्वितीयक कुण्डली पर प्राप्त शक्ति 12.1 किलो वॉट, प्राथमिक कुण्डली का प्रतिरोध 0.2 ओम तथा द्वितीयक कुण्डली का प्रतिरोध 3.0 ओम हो तो प्राथमिक तथा द्वितीयक कुण्डली में ऊष्मा क्षय ज्ञात कीजिए।

हल– (i) दिया गया है–

$N_P = 400,\ N_S = 2000,\ V_S = 1100$ वोल्ट

$V_P = V_S(N_P/N_S) = ?$

$$\text{अतः} \quad V_P = 1100 \times \frac{400}{2000} = 220 \text{ वोल्ट}$$

(ii) दिया गया है :

$$\text{दक्षता} = \frac{P_S}{P_P} \times 100\% = 95\%, P_S = 12.1 \text{ किलोवॉट}$$

$= 12100$ वॉट

$R_P = 0.2$ ओम $\quad R_S = 3.0$ ओम

$I_S = ?, \quad P_P = ?\ I_P = ?,$

$(P_{loss})_S = I_P^2 R_P = ?$

$(P_{loss})_S = I_S^2 R_S = ?$

द्वितीयक कुण्डली में धारा

$$I_S = \frac{P_S}{P_P} = \frac{12100}{1100} = 11 \text{ एम्पियर}$$

$$P_P = \frac{P_S \times 100}{\text{दक्षता}} = \frac{12.1 \times 100}{95} = 12.74 \text{ किलोवॉट}$$

$$I_P = \frac{P_P}{V_P} = \frac{12.74\times10^3}{220} = 57.9 \text{ एम्पियर}$$

प्राथमिक कुण्डली में शक्ति क्षय $= (I_P)^2 R_P$

$= (57.9)^2 (0.2) = 670.5$ **वॉट**

द्वितीयक कुण्डली में शक्ति क्षय $= (I_S)^2 R_S$

$= (11)^2 (3.0) = 363$ **वॉट**

उदा.39. एक विद्युत लाइन का प्रतिरोध 20Ω है तथा विद्युत शक्ति 6.6 kW है। यदि विद्युत को 22000 V तथा 220 V पर संचरित किया जाए, तो दोनों स्थितियों में शक्ति में हानि तथा वोल्टता पतन ज्ञात कीजिए। इससे क्या निष्कर्ष निकलता है?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 10.32

हल– दिया गया है– $R = 20\Omega$

$P = 6.6 \text{ kW} = 6.6 \times 10^3 \text{ W}$

$V_1 = 22000$ वोल्ट

$V_2 = 220$ वोल्ट

प्रथम स्थिति में प्रवाहित धारा

$$I_1 = \frac{P}{V_1} = \frac{6.6\times10^3}{22000} = 0.3 \text{ एम्पियर}$$

$\therefore$ प्रथम स्थिति में शक्ति क्षय $= I_1^2 R$

$= (0.3)^2 \times 20 = 1.8$ वॉट

तार पर वोल्टता पतन $= I_1 R$

$= 0.3 \times 20 = 6$ वोल्ट

द्वितीय स्थिति में प्रवाहित धारा

$$I_2 = \frac{P}{V_2} = \frac{6.6\times10^3}{220} = 30 \text{ एम्पियर}$$

द्वितीय स्थिति में शक्ति क्षय $= I_2^2 R$

$= (30)^2 \times 20 = 1800$ वॉट

तार पर वोल्टता पतन $= I_2 R = 30 \times 20$

$= 600$ वोल्ट

इस प्रकार जब वोल्टता कम होती है, तब शक्ति क्षय अधिक होता है। अतः उच्च वोल्टता पर विद्युत का संचरण किया जाता है।

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. श्रेणीबद्ध LCR प्रत्यावर्ती परिपथ में धारा व वोल्टता के मध्य कितना कलान्तर होता है?

प्र.2. यदि किसी LCR परिपथ में V_L, V_R, V_C तथा V_0 क्रमशः प्रेरकत्व प्रतिरोध, संधारित्र तथा स्त्रोत में लगे प्रत्यावर्ती वोल्टमीटर के पाठ्यांक हो तो इन पाठ्यांकों के मध्य सम्बन्ध लिखिए।

प्र.3. क्या कारण है प्रत्यावर्ती धारा मापन के लिए चलकुण्डली धारामापी प्रयुक्त नहीं किया जा सकता है?

प्र.4. सही युग्म बनाइए–

(i) प्रेरणिक प्रतिघात, (a) $\sqrt{R^2 + X_L^2}$

(ii) धारितीय प्रतिघात, (b) $\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

(iii) R-L परिपथ की प्रतिबाधा (c) $\frac{1}{2\pi fC}$

(iv) R-C परिपथ की प्रतिबाधा (d) ωL

(v) LCR परिपथ की प्रतिबाधा (e) $\sqrt{R^2 + X_C^2}$

प्र.5. श्रेणीक्रम में जुड़े LCR परिपथ में नियत विभवान्तर, परन्तु परिवर्ती आवृत्ति का धारा स्त्रोत जोड़ा जाता है। किस आवृत्ति के लिए प्रतिरोध R के सिरों पर विभवान्तर अधिकतम होगा?

प्र.6. किसी प्रत्यावर्ती RL परिपथ में शक्ति गुणांक का मान बढ़ाने के लिए प्रायः परिपथ में उचित धारिता का संधारित्र जोड़ देते हैं, क्यों?

प्र.7. ट्रांसफॉर्मर में कौनसी राशि नियत रहती है? धारा, विभव, आवृत्ति, शक्ति?

प्र.8. किसी ट्रांसफॉर्मर की द्वितीयक कुण्डली में प्रेरित प्रत्यावर्ती वोल्टता

का मुख्य कारण लिखिए।

प्र.9. बड़े ट्रांसफॉर्मर कुछ समय तक कार्य करते रहने पर गर्म हो जाते हैं तथा तेल के संचरण से ठण्डे किए जाते हैं। ट्रांसफॉर्मर के गर्म होने का कारण लिखिए।

प्र.10. किसी LCR श्रेणीक्रम परिपथ में अनुनाद पर शक्ति क्षय का मान लिखिए।

प्र.11 दिष्ट धारा परिपथ में ट्रांसफॉर्मर का उपयोग नहीं किया जा सकता है, कारण सहित बताइए।

प्र.12. यदि ट्रांसफॉर्मर की प्राथमिक कुण्डली को एक बैटरी से जोड़ा जाए तो क्या घटना प्रेक्षित होगी?

प्र.13. LCR प्रत्यावर्ती परिपथ में प्रतिबाधा का सूत्र लिखिए।

प्र.14. LCR प्रत्यावर्ती परिपथ में वोल्टता तथा धारा के मध्य कलान्तर का सूत्र लिखिए।

प्र.15. LCR प्रत्यावर्ती परिपथ की अनुनादी आवृत्ति का सूत्र लिखिए।

प्र.16. अनुनादी परिपथ से क्या तात्पर्य है?

प्र.17. LCR अनुनादी परिपथ के प्रकार लिखिए।

प्र.18. LCR अनुनादी परिपथ में अनुनाद की अवस्था में न्यूनतम प्रतिबाधा का मान कितना होता है?

प्र.19. सम-स्वरण परिपथ (Tunning circuit) से क्या तात्पर्य है?

प्र.20. बैण्ड चौड़ाई का मात्रक लिखिए।

प्र.21. विशेषता गुणांक का सूत्र लिखिए।

प्र.22. विशेषता गुणांक तथा अनुनादी वक्र एक दूसरे से किस प्रकार सम्बन्धित होते हैं?

प्र.23. LCR अनुनादी परिपथ में वोल्टत प्रवर्धन का मान किस राशि के तुल्य होता है?

प्र.24. शक्ति गुणांक से क्या तात्पर्य है?

प्र.25. LCR प्रत्यावर्ती परिपथ के लिए शक्ति गुणांक का सूत्र लिखिए।

प्र.26. कार्यहीन या शक्तिहीन धारा घटक लिखिए।

प्र.27. ट्रांसफार्मर किस सिद्धान्त पर कार्य करता है?

प्र.28. ट्रांसफार्मर में होने वाली किन्हीं दो हानियों का नाम लिखिए।

प्र.29. आदर्श ट्रांसफॉर्मर से क्या तात्पर्य है?

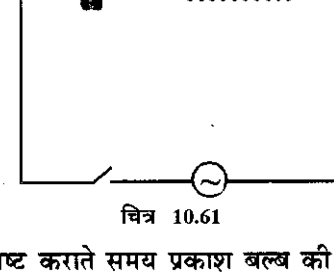
उत्तरमाला

1. 0 तथा $\pm\frac{\pi}{2}$ के मध्य कोई कोण।
2. $V_0^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2$
3. प्रत्यावर्ती धारा का एक पूर्ण चक्र में औसत मान शून्य होता है तथा चल कुण्डली धारामापी में विक्षेप $\theta \propto I$
4. (i)–(d), (ii) – (c), (iii) – (a), (iv) – (e), (v) – (b)
5. $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
6. $\because$ शक्ति गुणांक $= \frac{R}{Z}$
   जहां Z परिपथ की प्रतिबाधा है।
   परिपथ में उचित धारिता का संधारित्र जोड़ने से परिपथ की प्रतिबाधा Z कम हो जाती है, जिससे शक्ति गुणांक का मान बढ़ जाता है।
7. आवृत्ति।
8. परिवर्ती चुम्बकीय क्षेत्र।
9. शैथिल्य ह्रास तथा धारा का ऊष्मीय प्रभाव दोनों।
10. I^2R
11. दिष्ट धारा से क्रोड में परिवर्ती चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न नहीं हो सकता है।
12. द्वितीयक कुण्डली में प्रारंभ में क्षणिक धारा प्रवाहित होगी फिर कोई धारा प्रवाहित नहीं होगी।
13. प्रतिबाधा $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$
14. $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$
15. $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
16. जब किसी निकाय पर आरोपित बाह्य ऊर्जा स्रोत की आवृत्ति, उ निकाय की स्वाभाविक आवृत्ति के बराबर हो जाती है तब इस अवस्थ को अनुनाद कहते हैं तथा परिपथ अनुनादी परिपथ कहलाता है।
17. (i) श्रेणी अनुनादी परिपथ तथा (ii) समान्तर अनुनादी परिपथ।
18. $Z_{min} = R$
19. किसी वांछित आवृत्ति में से विद्युत दोलनों के छाँटने की क्रिया को सम स्वरण कहते हैं तथा L–C परिपथ को सम-स्वरण परिपथ कहते हैं।
20. हर्ट्ज
21. $Q = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_r L}{R}$ या $Q = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{\omega_r CR}$
22. विशेषता गुणांक Q अधिक होने पर अनुनादी वक्र तीक्ष्ण तथा Q क होने पर अनुनादी वक्र चपटा प्राप्त होता है।
23. विशेषता गुणांक।
24. औसत शक्ति तथा आभासी शक्ति के अनुपात को शक्ति गुणांक कहते हैं
25. $\cos\phi = \frac{R}{Z}$
26. $I_0 \sin\phi$ घटक कार्यहीन या शक्तिहीन धारा घटक कहलाता है।
27. ट्रांसफार्मर अन्योन्य प्रेरण के सिद्धान्त पर कार्य करता है।
28. (i) ऊष्मा के रूप में ऊर्जा हानि
    (ii) भँवर धाराओं के कारण ऊर्जा हानि।
29. आदर्श ट्रांसफार्मर के लिए
    प्राथमिक कुण्डली की शक्ति = द्वितीयक कुण्डली की शक्ति

विविध उदाहरण

Basic Level

उदा.40. एक प्रकाश बल्ब और एक सरल कुंडली प्रेरक, एक कुं सहित, चित्र में दर्शाए अनुसार, एक ac स्रोत से जोड़े गए हैं। स्वि को बंद कर दिया गया है और कुछ समय पश्चात एक लोहे छड़ प्रेरक कुंडली के अंदर प्रविष्ट कराई जाती है।



चित्र 10.61

छड़ को प्रविष्ट कराते समय प्रकाश बल्ब की चमक (a) बढ़ती (b) घटती है (c) अपरिवर्तित रहती है। कारण सहित उत्तर दीजि

हल- लोहे की छड़ कुण्डली में प्रवेशित कराने पर कुण्डली के अन्दर चुम्बकीय क्षेत्र बढ़ जाता है जिससे कुण्डली का प्रेरकत्व बढ़ जात

फलत: प्रेरणिक प्रतिघात बढ़ जाता है तथा परिपथ में धारा का मान कम हो जाता है तथा बल्ब की दीप्ति कम हो जाती है।

उदा.41. एक ऐसे परिपथ में प्रेरकत्व वाली कुण्डली प्रयुक्त की जाती है जिसमें 60 हर्ट्ज आवृत्ति की प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित हो रही है। 100 ओम का प्रतिघात उत्पन्न करने के लिए कुण्डली के प्रेरकत्व का मान क्या होगा ? यदि इसी कुण्डली में प्रवाहित धारा की आवृत्ति 70 हर्ट्ज हो तो उसका प्रतिघात क्या होगा ? प्रतिघात के मानों से क्या निष्कर्ष प्राप्त होता है।

हल– (i) $X_L = \omega L = 2\pi f \times L$

$L = \dfrac{X_L}{2\pi f} = \dfrac{100}{2\pi \times 50}$

$= \dfrac{1}{\pi} = 0.31$ हेनरी

यहाँ $X_L = \omega L = = 100$ ओम, $f = 50$ हर्ट्ज

(ii) $X_L' = 2\pi f' \times L$

$= 2\pi \times 70 \times \dfrac{1}{\pi}$

$= 140$ ओम

यहाँ $L = \dfrac{1}{\pi}$ हेनरी, $f' = 70$ हर्ट्ज

निष्कर्ष–प्रेरणिक प्रतिघात का मान आवृत्ति बढ़ाने से बढ़ता है।

उदा.42. एक लैंप किसी संधारित्र के साथ श्रेणीक्रम में जुड़ा है। dc एवं ac संयोजनों के लिए अपने प्रेक्षणों की प्रागुक्ति कीजिए। प्रत्येक प्रकरण में बताइए कि संधारित्र की धारिता कम करने का क्या प्रभाव होगा?

हल– जब संधारित्र को दिष्ट धारा स्रोत से संयोजित करते हैं तो संधारित्र के पूर्ण आवेशन के पश्चात् परिपथ में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती

क्योंकि धारितीय प्रतिघात $X_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{2\pi f C} = \infty$ क्योंकि $f_{dc}=0$

फलत: लैंप प्रकाशित नहीं होगा तथा संधारित्र की धारिता कम करने का कोई प्रभाव नहीं होगा परन्तु प्रत्यावर्ती धारा स्रोत के लिए परिपथ में धारा प्रवाहित होगी तथा लैंप प्रकाशित होगा तथा इस स्थिति में संधारित्र की धारिता कम करने से धारितीय प्रतिघात $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ बढ़ेगा तथा लैंप की दीप्ति कम होगी।

उदा.43. 200/π माइक्रो फेरड की धारिता क्रमशः 1000 हर्ट्ज एवं 500 हर्ट्ज आवृत्ति के प्रत्यावर्ती स्रोत से जोड़ी जाती है। दोनों स्थितियों में धारतीय प्रतिघात ज्ञात करो। प्रतिघात के मानों से क्या निष्कर्ष निकलता है?

हल– (i) $X_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{2\pi f C}$

$= \dfrac{1}{2\pi \times 1000 \times \dfrac{200}{\pi} \times 10^{-6}}$

$= 2.5$ ओम

(ii) $X_C' = \dfrac{1}{\omega' C} = \dfrac{1}{2\pi f' C}$

$= \dfrac{1}{2\pi \times 500 \times \dfrac{200}{\pi} \times 10^{-6}}$

$= 5$ ओम

दिया है–
$C = \dfrac{200}{\pi} \times 10^{-6}$ फेरड
$f = 1000$ हर्ट्ज
$f' = 500$ हर्ट्ज
$X_C = ?$
$X_C' = ?$

निष्कर्ष-अत: धारितीय प्रतिघात आवृत्ति घटाने से बढ़ता है।

उदा.44. 15.0 μF का एक संधारित्र, 220 V, 50 Hz स्रोत से जोड़ा गया है। परिपथ का संधारित्रीय प्रतिघात और इसमें प्रवाहित होने वाली (rms एवं शिखर) धारा का मान बताइए। यदि आवृत्ति को दोगुना कर दिया जाए तो संधारित्रीय प्रतिघात और धारा के मान पर क्या प्रभाव होगा?

हल– दिया है– $C = 15$ माइक्रो फैरड $= 15 \times 10^{-6}$ फैरड,

$V_{rms} = 220$ वोल्ट, $f = 50$ हर्ट्ज

धारितीय प्रतिघात

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 15 \times 10^{-6}} = 212.3 \text{ ओम}$$

प्रवाहित धारा $I_{rms} = \dfrac{V_{rms}}{X_C} = \dfrac{220}{212.3} = 1.036$ एम्पियर

शिखर धारा $I_0 = \sqrt{2}\, I_{rms} = 1.414 \times 1.036 = 1.464$ एम्पियर

आवृत्ति दोगुनी करने पर धारितीय प्रतिघात आधा रह जायेगा तथा परिपथ में धारा दोगुनी हो जायेगी।

उदा.45. एक 200mH का प्रेरक (L), 20 ओम का प्रतिरोध (R), 40μF का संधारित्र (C), 120 वोल्ट वर्ग-माध्य-मूल (E_{rms}) तथा 60 हर्ट्ज (f) के एक जनित्र के श्रेणी क्रम में जुड़े हैं। गणना कीजिए : (i) कोणीय आवृत्ति (ω) (ii) प्रेरण-प्रतिघात (X_L) (iii) धारिता-प्रतिघात (X_C) (iv) कुल प्रतिघात (X) (v) प्रतिबाधा (Z) (vi) वर्ग-माध्य-मूल धारा (I_{rms}) (vii) प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर (V_R) (viii) प्रेरक के सिरों पर विभवान्तर (V_L) (ix) संधारित्र के सिरों पर विभवान्तर (V_C) (x) कला कोण (ϕ) (xi) शक्ति गुणांक (cos ϕ) (xii) व्यय हुई औसत शक्ति (P_{av})। प्रतिरोध, प्रेरक तथा संधारित्र के सिरों पर विभवान्तर को फेजर आरेख बनाकर कला कोण की गणना करें तथा इसकी तुलना (X) में ज्ञात किये गये कला कोण से भी करें।

हल– दिया गया है–

$R = 20\,\Omega$, $L = 200\,mH$, $C = 40\,\mu F$

$V_{rms} = 120V$, $f = 60$ Hz

(i) $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 60 = 376.8$ रेडियन/सेकण्ड

(ii) $X_L = \omega L = 376.8 \times 200 \times 10^{-3} = 75.36$ ओम

(iii) $X_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{376.8 \times 40 \times 10^{-6}} = 66.35$ ओम

(iv) $X = X_L - X_C = 75.36 - 66.35 = 9.01$ ओम

(v) $Z = [R^2 + X^2]^{1/2} = [400 + 81.18]^{1/2} = 21.94$ ओम

(vi) $I_{rms} = \dfrac{V_{rms}}{Z} = \dfrac{120}{21.94} = 5.47$ ऐम्पियर

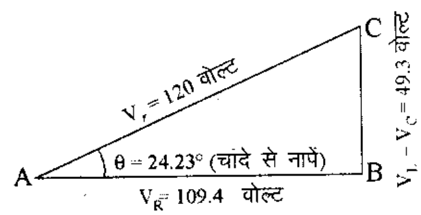
(vii) $V_R = (I_{rms})\, R = 5.47 \times 20 = 109.4$ वोल्ट

(viii) $V_L = (I_{rms})\, X_L = 5.47 \times 75.36 = 412.2$ वोल्ट

(ix) $V_C = (I_{rms})\, X_C = 5.47 \times 66.35 = 362.9$ वोल्ट

(x) $\tan\phi = \dfrac{X}{R} = \dfrac{9.01}{20} = 0.45$, $\therefore \theta = 24.23°$

(xi) $\cos\phi = \dfrac{R}{Z} = \dfrac{20}{21.94} = 0.91$



चित्र 10.62

(xii) $P_{av} = V_r I_r \cos\phi = 120 \times 5.47 \times 0.91 = 597.3$ वॉट

विभवान्तरों का फेज़र आरेख बनाने हेतु कोई उपयुक्त पैमाना मानते हुए निम्न समकोण त्रिभुज (आरेख) की रचना करते हैं। कोण CAB नापने पर उसका मान 24.23° आयेगा जो कि कला कोण है।

उदा.46. किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में बहने वाली धारा का शिखर मान 2 एम्पियर है। यदि परिपथ में धारा मापने के लिए पहले प्रत्यावर्ती धारा अमीटर तथा बाद में दिष्ट धारा अमीटर जोड़ा जाये तो इनके पाठ्यांक क्या होंगे?

हल–दिया गया है–

$$I_0 = 2 \text{ एम्पियर}$$

(a) प्रत्यावर्ती धारा अमीटर, धारा के वर्ग माध्य मूल मान को प्रदर्शित करता है, अतः इस अमीटर का पाठ्यांक

$$I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} = 1.414 \text{ एम्पियर}$$

(b) दिष्ट धारा अमीटर, धारा के औसत मान को प्रदर्शित करता है। चूंकि प्रत्यावर्ती धारा का औसत मान शून्य होता है, अतः दिष्ट धारा अमीटर का पाठ्यांक शून्य होगा।

उदा.47. यदि किसी प्रत्यावर्ती वोल्टता को निम्न समी.

$$V = 100 \sin (314\, t)$$

से व्यक्त किया जाये तो वोल्टता का वर्ग माध्य मूल मान, वोल्टता की आवृत्ति तथा आवर्त काल ज्ञात करो।

हल– $V = 100 \sin (314\, t)$

उक्त समीकरण की नीचे दी गई समी. से तुलना करने पर

$$V = V_0 \sin (\omega t)$$

$$V_0 = 100 \text{ वोल्ट}$$

$$\omega = 314 \text{ रे./से.}$$

ज्ञात करना है– $V_{rms} = ?$, $f = ?$ व $T = ?$

(a) $$V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{100}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{2} = 70.7 \text{ वोल्ट}$$

(b) $$\text{आवृत्ति } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2 \times 3.14} = 50 \text{ हर्ट्ज}$$

(c) $$\text{आवर्तकाल } T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.02 \text{ सेकण्ड}$$

उदा.48. यदि किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में एक शुद्ध 10 ओम का प्रतिरोध जुड़ा हो तथा प्रत्यावर्ती वोल्टता की समीकरण

$$V = 100 \sin (314\, t)$$

हो तो परिपथ में प्रवाहित धारा ज्ञात करो।

हल– $V = 100 \sin (314\, t)$

$$V_0 = 100 \text{ वोल्ट}$$

$$R = 10\,\Omega$$

अतः $$I_0 = \frac{V_0}{R}$$

$$I_0 = \frac{100}{10} = 10 \text{ एम्पियर}$$

$$I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} = 7.07 \text{ एम्पियर}$$

अतः परिपथ में प्रवाहित धारा 7.07 एम्पियर होगी।

उदा.49. 220 वर्ग-माध्य-मूल तथा 50 हर्ट्ज आवृत्ति की प्रत्यावर्ती वोल्टता, 1 हेनरी की चोक और 100 ओम के प्रतिरोध पर आरोपित की गई है। इस स्थिति में परिपथ में क्षय शक्ति की तुलना उस स्थिति में परिपथ में क्षय शक्ति से करें जब परिपथ में मात्र प्रतिरोध ही लगा हुआ है।

हल– $$\frac{P_{av}[L,R]}{P_{av}[R]} = \frac{V_{rms} I_{rms} \cos\theta}{V_{rms} I'_{rms} \cos\theta'}$$

$$= \frac{V_{rms}\left(\frac{V_{rms}}{Z}\right)\left(\frac{R}{Z}\right)}{V_{rms}\left(\frac{V_{rms}}{R}\right)\left(\frac{R}{R}\right)} = \frac{R^2}{Z^2}$$

$$= \frac{R^2}{\left[R^2 + \omega^2 L^2\right]}$$

$$= \frac{100^2}{\left[100^2 + 4\pi^2 \times 50^2 \times 1\right]}$$

$$= \frac{100^2}{100^2 + 100^2 \pi^2} = \frac{1}{1+\pi^2}$$

$$= \frac{1}{1+\left(\frac{22}{7}\right)^2} = \frac{49}{533} = 0.092$$

उदा.50. यदि किसी कुण्डली का प्रेरकत्व $\frac{2}{\pi}$ हेनरी हो तथा इसे पहले 60 हर्ट्ज आवृत्ति तथा दूसरी बार 120 हर्ट्ज आवृत्ति के प्रत्यावर्ती धारा स्रोत से जोड़ा जाये तो कुण्डली द्वारा उत्पन्न रूकावट ज्ञात करो। परिणामों से क्या निष्कर्ष निकलता है ? लिखो।

हल–सूत्र

$$X_L = \omega L$$

$$X_L = 2\pi f L$$

दिया है–

$$L = \frac{2}{\pi} \text{H}$$

$$f_1 = 60 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 120 \text{ Hz}$$

$$X_{L_1} = ?$$

$$X_{L_2} = ?$$

(i) जब $f = 60$ Hz हो तो

$$X_{L_1} = 2\pi \times 60 \times \frac{2}{\pi} = 240 \text{ ओम}$$

(ii) जब $f_2 = 120$ Hz हो तो

$$X_{L_2} = 2\pi \times 120 \times \frac{2}{\pi} = 480 \text{ ओम}$$

प्राप्त परिणाम–

$f_1 = 60$ Hz तो $X_{L_1} = 240$ ओम

$f_2 = 120$ Hz तो $X_{L_2} = 480$ ओम

उक्त परिणामों से स्पष्ट है कि आवृत्ति को दुगुना करने से कुण्डली के कारण उत्पन्न रुकावट [प्रेरणिक प्रतिघात (X_L)] भी दुगुना हो जाता है।

$$X_L \propto f$$

उदा.51. किसी प्रत्यावर्ती वोल्टता के स्रोत का शिखर मान 100 वोल्ट तथा प्रत्यावर्ती धारा का शिखर मान 2 एम्पियर है। यदि प्रेरकत्व का मान $\frac{1}{\pi}$ हेनरी हो तो प्रत्यावर्ती धारा स्रोत की आवृत्ति ज्ञात करो।

हल– सूत्र $I_0 = \frac{V_0}{X_L}$

दिया है–
$V_0 = 100$ वोल्ट
$I_0 = 2$ एम्पियर
$L = \frac{1}{\pi}$ हेनरी
$f = ?$

$$X_L = \frac{V_0}{I_0}$$

या $2\pi f L = \frac{V_0}{I_0}$

$$f = \frac{V_0}{2\pi L I_0}$$

$$f = \frac{100}{2\pi \times \frac{1}{\pi} \times 2}$$

$f = 25$ हर्ट्ज

उदा.52. प्रत्यावर्ती वोल्टता को निम्न समी. से व्यक्त किया जाता है–
$V = 200 \sin (314\,t)$

यदि परिपथ में $\frac{1}{\pi}$ माइक्रो फैराडे का संधारित्र जुड़ा हो तो संधारित्र द्वारा धारा के मार्ग में उत्पन्न बाधा तथा परिपथ में प्रवाहित धारा ज्ञात करो।

हल– प्रत्यावर्ती वोल्टता की दी गई समीकरण

$$V = 200 \sin (314\,t)$$

उक्त समी. की नीचे लिखी समी. से तुलना करने पर

$V = V_0 \sin (\omega t)$

$V_0 = 200$ वोल्ट

$\omega = 314$ रेडियन/से.

$2\pi f = 314$

$f = \frac{314}{2\pi} = 50$ हर्ट्ज

(i) धारितीय प्रतिघात

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$X_C = \frac{1}{314 \times \frac{1}{\pi} \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{\pi \times 10^6}{314}$$

$$= \frac{3.14 \times 10^6}{314}$$

$= 10^4$ ओम

$= 10$ किलो ओम

(ii) परिपथ में प्रवाहित धारा

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{X_C}$$

$$= \frac{\frac{200}{\sqrt{2}}}{10{,}000} \qquad [\because E_{rms} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}}]$$

$$I_{rms} = \frac{200}{\sqrt{2} \times 10{,}000}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{100}$$

$$= \frac{1.41}{100}$$

$= 0.0141$ एम्पियर

उदा.53. प्रत्यावर्ती वोल्टता को निम्न समीकरण से व्यक्त किया जाता है–
$V = 100 \sin (628\,t)$

यदि परिपथ में $\frac{200}{\pi}$ माइक्रो फैराड का संधारित्र जुड़ा हो तो संधारित्र द्वारा उत्पन्न अवरोध ज्ञात करो। साथ ही प्रत्यावर्ती धारा की समीकरण भी लिखो।

हल– समी. $V = 100 \sin (628\,t)$

की $V = V_0 \sin (\omega t)$

से तुलना करने पर

$V_0 = 100$ वोल्ट

$\omega = 628$ रेडियन/से.

दिया है–
$V_0 = 100$ वोल्ट
$\omega = 628$ रे./से.
$C = \frac{200}{\pi} \mu F$
$= \frac{200}{\pi} \times 10^{-6} F$
$X_C = ?$
I की समी. = ?

(i) $X_C = \frac{1}{\omega C}$

$$= \frac{1}{628 \times \frac{200}{\pi} \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{\pi \times 10^6}{628 \times 200}$$

$$= \frac{3.14 \times 10^6}{628 \times 200}$$

$$= \frac{100}{4}$$

$= 25$ ओम

(ii) प्रत्यावर्ती धारा की समी. का मानक रूप, जब परिपथ में केवल C जुड़ा हो।

$$I = I_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$I_0 = \frac{V_0}{X_C}$$

$$I_0 = \frac{100}{25}$$

$= 4$ एम्पियर

अतः धारा की समीकरण

$$I = 4 \sin(628t + \frac{\pi}{2})$$

उदा.54. किसी प्रत्यावर्ती वोल्टता का शिखर मान 200 वोल्ट तथा आवृत्ति 60 हर्ट्ज है। यदि परिपथ में प्रतिरोध तथा प्रेरकत्व जुड़े हो तथा इनके कारण धारा के मार्ग में उत्पन्न प्रतिबाधा 13 ओम हो तथा प्रतिरोध का मान 5 ओम हो तो निम्न के मान ज्ञात करो–
(i) प्रेरणिक प्रतिघात (ii) धारा का वर्ग माध्य मूल मान
(iii) कलान्तर

हल– (i) प्रेरणिक प्रतिघात (X_L)

सूत्र $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2$$

$X_L^2 = Z^2 - R^2$
$= (13)^2 - (5)^2$
$= 169 - 25$
$= 144$
$X_L = 12$ ओम

दिया है–
$V_0 = 200$ वोल्ट
$f = 60$ हर्ट्ज
$Z = 13$ ओम
$R = 5$ ओम
$X_L = ?$
$I_{rms} = ?$
$\phi = ?$

(ii) धारा का वर्ग माध्य मूल मान (I_{rms})

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{\frac{200}{\sqrt{2}}}{13} = \frac{200}{13\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{13}$$
$= 10.8$ एम्पियर

(iii) वोल्टता व धारा में कलान्तर

$$\tan\phi = \frac{X_L}{R}$$
$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right)$$
$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{12}{5}\right)$$

वि. वा. बल, धारा से $\tan^{-1}\left(\frac{12}{5}\right)$ कला कोण से आगे रहेगा।

उदा.55. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में प्रतिरोध तथा प्रेरकत्व श्रेणी क्रम में जुड़े हुए है। यदि प्रतिरोध तथा प्रेरकत्व के सिरों पर विभवान्तर क्रमशः 70 वोल्ट तथा 40 वोल्ट हो तो वोल्टता तथा धारा में कलान्तर ज्ञात करो।

हल– सूत्र

दिया है–
$V_R = 70$ वोल्ट
$V_L = 40$ वोल्ट
$\phi = ?$

$$\tan\phi = \frac{V_L}{V_R}$$
$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{V_L}{V_R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{40}{70}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{4}{7}\right)$$

उदा.56. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में आरोपित वोल्टता का मान 200 वोल्ट तथा आवृति 50 हर्ट्ज है। यदि परिपथ में केवल प्रतिरोध जोड़ा जाये तो 2 एम्पियर की धारा प्रवाहित होती है। दूसरी बार में यदि इसी प्रतिरोध के साथ $\frac{1}{\pi}$ हेनरी का प्रेरकत्व श्रेणी क्रम में जोड़ दिया तो अब परिपथ में प्रवाहित धारा का मान ज्ञात करो।

हल–R की गणना–

दिया है–
$V_{rms} = 200$ वोल्ट
$f = 50$ हर्ट्ज
$I_{rms} = 2A$ (जब केवल R हो)
$L = \frac{1}{\pi}$ हेनरी
$I_{rms} = ?$ (जब R व L दोनों)

$$R = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = \frac{200}{2}$$
$= 100$ ओम

L के कारण प्रेरणिक प्रतिघात

$X_L = \omega L$
$= 2\pi f L$
$= \left(2\pi \times 50 \times \frac{1}{\pi}\right)$
$= 100$ ओम

जब परिपथ में R व L दोनों हो तब

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{200}{\sqrt{(100)^2 + (100)^2}} = \frac{200}{100\sqrt{2}}$$
$= 1.41$ एम्पियर

उदा.57. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में 200 ओम का प्रतिरोध तथा $\frac{0}{\pi}$ मिली फैरड का संधारित्र श्रेणी क्रम में जुड़े हुए है। यदि परिप में 2 एम्पियर मान तथा 50 हर्ट्ज आवृति की धारा प्रवाहित हो र हो तो आरोपित वोल्टता का मान ज्ञात करो। वोल्टता तथा धा में कलान्तर भी ज्ञात करो।

हल–

दिया है–
$R = 200$ ओम
$C = \frac{0.1}{\pi} mF$
$= \frac{0.1}{\pi} \times 10^{-3}$ I

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{0.1}{\pi} \times 10^{-3}} = \frac{10^4}{100}$$
$= 100$ ओम

$V_R = I_{rms} R$
$= 2 \times 200 = 400$ ओम

$V_C = I_{rms} \times X_C$
$= 2 \times 100$
$= 200$ ओम

आरोपित वि. वा. बल

$$V_{rms} = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} = \sqrt{(400)^2 + (200)^2} = 100\sqrt{16+4} = 100\sqrt{20}$$
$V_{rms} = 200\sqrt{5}$ वोल्ट

कलान्तर $\tan\phi = \frac{V_C}{V_R}$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{V_C}{V_R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{200}{400}\right)$$
$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

उदा.58. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में प्रतिरोध, प्रेरकत्व तथा संधारित्र श्रेणीक्रम में जुड़े है। जिनके मान क्रमशः 50 ओम, $\frac{100}{\pi}$ मिली हेनरी तथा $\frac{200}{\pi}$ माइक्रो फैरड हैं। यदि प्रत्यावर्ती वोल्टता का मान 220 वोल्ट तथा इसकी आवृति 50 हर्ट्ज हो तो निम्न ज्ञात करो–

(i) परिणामी प्रतिघात (X)

(ii) प्रतिबाधा (Z)

(iii) प्रवेश्यता (A)

(iv) धारा का वर्ग माध्य मूल मान (I_{rms})

(v) कलान्तर

दिया है–

$R = 50$ ओम

$L = \frac{100}{\pi} mH = \frac{100}{\pi} \times 10^{-3} H$

$C = \frac{200}{\pi} \times 10^{-6} F$

$V_{rms} = 220$ वोल्ट

$f = 50$ हर्ट्ज

हल–(i) परिणामी प्रतिघात (X)–

$$X = X_L - X_C$$

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi \times 50 \times \frac{100}{\pi} \times 10^{-3} = 10 \text{ ओम}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{200}{\pi} \times 10^{-6}}$$

$$X_C = 50 \text{ ओम}$$

परिणामी प्रतिघात

$$X = X_C - X_L \quad [\because X_C > X_L]$$

$$X = 50 - 10$$

$$X = 40 \text{ ओम}$$

(ii) प्रतिबाधा (Z)–

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{(50)^2 + (40)^2} = \sqrt{2500 + 1600} = \sqrt{4100} = 64.03 \text{ ओम}$$

(iii) प्रवेश्यता (A)–

$$A = \frac{1}{Z} = \frac{1}{64} = 0.015 \text{ ओम}^{-1}$$

(iv) धारा का वर्ग माध्य मूल मान (I_{rms})–

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{220}{64.03} = 3.43 \text{ एम्पियर}$$

(v) कलान्तर (ϕ)–

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left[\frac{X_L - X_C}{R}\right]$$

$$\phi = \tan^{-1}\left[\frac{10-50}{50}\right]$$

$$\phi = \tan^{-1}\left[-\frac{40}{50}\right]$$

$$\phi = \tan^{-1}\left[-\frac{4}{5}\right]$$

$$\phi = -\tan^{-1}\left[\frac{4}{5}\right]$$

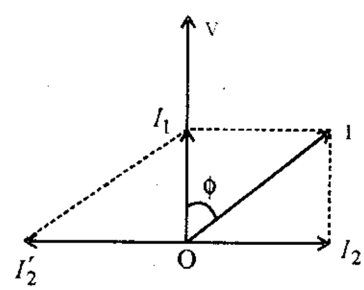
अतः धारा, वि. वा. बल से $\tan^{-1}\left[\frac{4}{5}\right]$ कला कोण से आगे रहेगी।

उदा.59. (a) विद्युत शक्ति के परिवहन के लिए प्रयुक्त होने वाले परिपथों में निम्न शक्ति गुणांक, संप्रेषण में अधिक ऊर्जा का क्षय होगा, निर्दिष्ट करता है। इसका कारण समझाइए। (b) परिपथ का शक्ति गुणांक, प्रायः परिपथ में उपयुक्त मान के संधारित्र का उपयोग करके सुधारा जा सकता है। यह तथ्य समझाइए।

हल– (a) चूँकि शक्ति $P_m = V_{rms} I_{rms} \cos\phi$, अब यदि शक्ति गुणांक $\cos\phi$ निम्न हैं तो किसी दी गई वोल्टता के लिये वांछित शक्ति की पूर्ति के लिए धारा का मान बढ़ाना होगा फलतः संचरण में ऊर्जा क्षय I^2R अधिक होगा।

(b) माना किसी परिपथ में धारा I, वोल्टता से ϕ कला कोण पीछे हैं तथा इस परिपथ के लिए शक्ति गुणांक

$$\cos\phi = \frac{R}{Z}$$



चित्र 10.63

चित्रानुसार धारा I को दो घटकों (i) वोल्टता के अनुदिश घटक I_1 तथा (ii) वोल्टता के लम्बवत् घटक I_2 में वियोजित करने पर

घटक, I_1 शक्ति घटक कहलाता है क्योंकि वोल्टता के साथ समान कला में होने के कारण इसी के साथ परिपथ में शक्ति क्षय होगा। जबकि I_2, वॉटहीन घटक हैं क्योंकि इसके संगत शक्ति क्षय नहीं होता।

शक्ति गुणांक में सुधार लाने (1 की ओर अग्रसर करने) के लिए वोल्टता से $\pi/2$ कला कोण पीछे धारा I_2 को उदासीन करने के लिए, $\pi/2$ कला कोण आगे धारा I_2' की आवश्यकता होगी जिसके लिए उपयुक्त मान का संधारित्र समान्तर क्रम में संयोजित करना होगा।

उदा.60. एक कुण्डली 220 वोल्ट, 50 हर्ट्ज वाले प्रत्यावर्ती धारा स्रोत से 2 ऐम्पियर धारा तथा 200 वाट शक्ति लेती है। कुण्डली का प्रतिरोध तथा प्रेरकत्व ज्ञात कीजिये।

हल– चूँकि शक्ति क्षय केवल प्रतिरोध में होता है।

$$P = I_{rms}^2 R$$

$200 = 2^2 \times R$

या $R = 50$ ओम

कुण्डली की प्रतिबाधा

$$Z = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = \frac{220}{2} = 110 \text{ ओम}$$

चूँकि $Z^2 = R^2 + X_L^2$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{110^2 - 50^2} = 98 \text{ ओम}$$

या $L \times 2\pi f = X_L$

$$L = \frac{98}{2 \times 3.14 \times 50} = 0.312 \text{ हेनरी}$$

दिया है–
V_{rms} = 220 वोल्ट
I_{rms} = 2 एम्पियर
P = 200 वॉट
f = 50 हर्ट्ज
R = ?
L = ?

उदा.61. V_{rms} =100 वोल्ट की वोल्टता एक LCR श्रेणी परिपथ में लगाया जाता है। यदि परिपथ में प्रेरणिक प्रतिघात, धारितीय प्रतिघात तथा प्रतिरोध के मान क्रमशः 4 ओम, 12 ओम तथा 6 ओम हो तो परिपथ के लिए औसत शक्ति का मान ज्ञात करो।

हल–

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$
$$= \sqrt{(6)^2 + (4-12)^2}$$
$$= \sqrt{36+64}$$
$$= \sqrt{100} = 10 \text{ ओम}$$

दिया है–
V_{rms} = 100 वोल्ट
X_L = 4 ओम
X_C = 12 ओम
R = 6 ओम

औसत शक्ति $P_m = V_{rms} I_{rms} \cos\phi$

$$= V_{rms} \cdot \frac{V_{rms}}{Z} \cdot \frac{R}{Z}$$

$$\frac{100 \times 100}{10} \times \frac{6}{10} = 600 \text{ वाट}$$

उदा.62. 283 V शिखर वोल्टता एवं 50 Hz आवृत्ति की एक ज्यावक्रीय वोल्टता एक श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ से जुड़ी है जिसमें $R=3\,\Omega, L=25.48$ mH, एवं $C=796\,\mu F$ है। ज्ञात कीजिए (a) परिपथ की प्रतिबाधा; (b) स्रोत के सिरों के बीच लगी वोल्टता एवं परिपथ में प्रवाहित होने वाली धारा के बीच कला-अंतर; (c) परिपथ में होने वाला शक्ति-क्षय; एवं (d) शक्ति गुणांक।

हल– दिया है– V_0 = 283 वोल्ट, f = 50 हर्ट्ज
R = 3 ओम, L = 25.48 मिली हेनरी
तथा C = 796 माइक्रो फैरड

(a) परिपथ की प्रतिबाधा

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC})^2}$$

$$= \sqrt{9 + \left(2 \times 3.14 \times 50 \times 25.48 \times 10^{-3} - \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 796 \times 10^{-6}}\right)^2}$$

$$\sqrt{9 + (8-4)^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ ओम}$$

(b) धारा व वोल्टता के मध्य कलान्तर

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) = \tan^{-1}\frac{(8-4)}{3}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = \tan^{-1}(1.33) = 53.1^\circ$$

अर्थात् धारा, वोल्टता से $\phi = 53.1^\circ$ पीछे होगी।

(c) परिपथ में शक्ति क्षय

$$P = I_{rms}^2 R = \left(\frac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2 R = \left(\frac{V_0}{\sqrt{2}Z}\right)^2 R = \frac{V_0^2}{2Z^2} R$$

$$P = \frac{283 \times 283}{2 \times 5 \times 5} \times 3 = 4805.3 \text{ वॉट}$$

(d) शक्ति गुणांक $\cos\phi = \cos 53.1^\circ = 0.6$

उदा.63. एक विद्युत परिपथ में प्रयुक्त प्रत्यावर्ती वोल्टता एवं धारा निम्नलिखित समीकरण में दर्शायी जाती है।

$$\mathbf{V = 100 \sin 314\, t \text{ वोल्ट}}$$

$$\mathbf{I = \sin\left(314t + \frac{\pi}{3}\right) \text{एम्पियर}}$$

निम्नलिखित की गणना कीजिए (I) प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति, (ii) वोल्टता एवं धारा का वर्ग मूल मान, (iii) शक्ति गुणांक, (iv) औसत शक्ति

हल– (i) आवृत्ति

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2 \times 3.14} = 50 \text{ हर्ट्ज}$$

(ii) $$V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = 0.707 \times 100 = 70.7 \text{ वोल्ट}$$

$$I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0.707 \times 1 = 0.707 \text{ एम्पियर}$$

यहाँ
V_0 = 100 वोल्ट
I_0 = 1 एम्पियर
$\omega = 314$
$\phi = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$

(iii) शक्ति गुणांक $= \cos\phi$
$= \cos 60^\circ$
$= 0.5$

(iv) औसत शक्ति $\bar{p} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \times \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cos\phi$

या $$P_m = \frac{100}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 60^\circ$$

$$= \frac{100}{2} \times \frac{1}{2} = 25 \text{ वॉट}$$

उदा.64. किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में प्रतिबाधा का मान कितना प्रतिशत बढ़ाया जाये ताकि शक्ति गुणांक $\frac{1}{2}$ से $\frac{1}{4}$ रह जाये।

हल– माना परिपथ का प्रतिरोध R है तथा प्रारम्भिक एवं अन्तिम प्रतिबाधायें क्रमशः Z_1 एवं Z_2 है। तब

$$\cos\phi_1 = \frac{R}{Z_1} \qquad \frac{1}{2} = \frac{R}{Z_1} \qquad .....(1)$$

$$\cos\phi_2 = \frac{R}{Z_2} \qquad \frac{1}{4} = \frac{R}{Z_2} \qquad .....(2)$$

समी. (1) में समी. (2) का भाग देने पर

$$\frac{12}{14} = \frac{R/Z_1}{R/Z_2}$$

$$\frac{4}{2} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad \text{या} \quad Z_2 = 2Z_1$$

अतः प्रतिबाधा का अन्तिम मान प्रारम्भिक मान से दुगुना करना पड़ेगा अर्थात् 100 प्रतिशत बढ़ाना पड़ेगा।

उदा.65. एक परिपथ में 100 वोल्ट की वोल्टता लगाने पर 1 एम्पियर की धारा प्रवाहित होती है। यदि धारा की कला वोल्टता से π/3 कोण से पीछे हो तो परिपथ का (i) शक्ति गुणांक (ii) परिपथ में औसत शक्ति एवं (iii) शक्तिहीन धारा का वर्ग माध्य मूल मान ज्ञात करो।

हल– (i) शक्ति गुणांक $= \cos\phi = \cos 60°$
$= 0.5$

दिया है–
$V_{rms} = 100$ वोल्ट
$I_{rms} = 1$ एम्पियर
$\phi = \frac{\pi}{3} = 60°$

(ii) परिपथ में औसत शक्ति

$$P_m = V_{rms} \times I_{rms} \times \cos\phi$$
$$= 100 \times 1 \times 0.5 = 50 \text{ वाट}$$

(iii) शक्तिहीन धारा का वर्ग माध्य मूल मान

$$= I_{rms} \times \sin\phi$$
$$= 1 \times \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= \frac{1.732}{2} = 0.866 \text{ एम्पियर}$$

उदा.66. किसी विद्युत परिपथ में प्रयुक्त प्रत्यावर्ती वोल्टता V = 20 sin 300 *t* वोल्ट होने पर धारा I = 4 sin (300*t* + π/6) एम्पियर प्राप्त होती है–

(i) शक्तिहीन धारा का शिखर मान

(ii) शक्तिहीन धारा के वर्ग माध्य मूल मान की गणना कीजिये।

हल– वोल्टता एवं धारा में कलान्तर $= \frac{\pi}{6} = 30°$

(i) शक्तिहीन धारा का शिखर मान

$$= I_0 \sin\phi$$
$$= 4 \sin 30°$$
$$= 2 \text{ एम्पियर}$$

दिया है–
$I_0 = 4$ एम्पियर
$\phi = 30°$

(ii) शक्तिहीन धारा का वर्ग माध्य मूल मान

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} = 1.41 \text{ एम्पियर}$$

उदा.67. किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में प्रतिरोध 10 ओम तथा प्रतिबाधा 20 ओम की हो तो शक्ति गुणांक तथा कलान्तर ज्ञात करो।

हल– सूत्र–

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

दिया है–
$R = 10\,\Omega$
$Z = 20\,\Omega$
$\cos\phi = ?$
$\phi = ?$

∴ शक्ति गुणांक

$$\cos\phi = \frac{1}{2}$$
$$\cos\phi = \cos 60°$$

कलान्तर $\phi = 60°$

उदा.68. यदि किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में औसत शक्ति 173.2 वॉट तथा आभासी शक्ति 200 वॉट है तो शक्ति गुणांक तथा कलान्तर का मान ज्ञात करो।

हल– सूत्र– $P_m = V_{rms} I_{rms} \cos\theta$

$$P_m = P_{\text{आभासी}} \cos\theta$$

$$\cos\phi = \frac{P_m}{P_{\text{आभासी}}} = \frac{173.2}{200} = \frac{1.732}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

दिया है–
$P_m = 173.2$ वॉट
$P_{\text{आभासी}} = 200$ वॉट
$\cos\phi = ?$
$\phi = ?$

अतः शक्ति गुणांक $= \frac{\sqrt{3}}{2}$

कलान्तर $\cos\phi = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\cos\phi = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$
$$\phi = \frac{\pi}{6}$$

उदा.69. एक ट्रांसफॉर्मर की प्राथमिक कुण्डली में 1 एम्पियर की धारा प्रवाहित हो रही है। परिपथ की निवेशी शक्ति 4 किलोवॉट तथा द्वितीयक कुण्डली में उत्पन्न विभव 400 वोल्ट होता है। यदि प्राथमिक कुण्डली में फेरों की संख्या 100 हो तो द्वितीयक कुण्डली में कितने फेरे होने चाहिए।

हल– सूत्र–

निवेशी शक्ति $P_i = V_P I_P$

$$V_P = \frac{P_i}{I_P} = \frac{4 \times 1000}{1} = 4000 \text{ वोल्ट}$$

दिया है–
$I_P = 1$ एम्पियर
$P_i = 4$ किलोवॉट
$V_S = 400$ वोल्ट
$N_P = 100$
$N_S = ?$

$$\because \quad \frac{V_S}{V_P} = \frac{N_S}{N_P}$$

$$N_S = \frac{E_S}{E_P} \times N_P = \frac{400}{4000} \times 100 = 10$$

उदा.70. 20 ओम के एक प्रतिरोध को एक प्रत्यावर्ती वोल्टता V = 220 sin (100πt) के स्रोत से जोड़ा जाता है। धारा को शिखर मान से वर्ग माध्य मूल मान तक परिवर्तित होने में लगा समय ज्ञात कीजिए।

हल- शिखर मान से वर्ग माध्य मूल मान तक धारा $\frac{1}{\sqrt{2}}$ गुना हो जाती है।

अतः $I = I_0 \sin 100\pi t$

$$\Rightarrow \quad \frac{I_0}{\sqrt{2}} = I_0 \sin 100\pi t$$

$$\Rightarrow \quad \sin\frac{\pi}{4} = \sin 100\pi t$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{1}{400} \text{ सेकण्ड}$$

उदा.71. एक L–C परिपथ में 20mH का प्रेरकत्व तथा 50μF का संधारित्र प्रारंभिक आवेश 10mC के साथ जुड़े हैं। परिपथ का प्रतिरोध नगण्य है। किसी क्षण t = 0 पर परिपथ बन्द किया जाता है। वह समय ज्ञात कीजिए जब संचित ऊर्जा पूर्णतः चुम्बकीय हो।

हल- L – C दोलित्र का आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{LC}$

जब विद्युत क्षेत्र अधिकतम होता है तब चुम्बकीय क्षेत्र शून्य तथा जब विद्युत क्षेत्र शून्य होता है तब चुम्बकीय क्षेत्र अधिकतम होता है।

समय $t = \frac{T}{4}$ पर संचित ऊर्जा पूर्णतः चुम्बकीय होती है।

$\therefore$ समय $t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{4}$

$\Rightarrow \quad t = \frac{2\times 3.14\sqrt{20\times10^{-3}\times50\times10^{-6}}}{4}$

$\Rightarrow \quad t = 1.57\times10^{-3}$ सेकण्ड

Advance Level

उदा.72. किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में प्रवाहित धारा को निम्न समीकरण से प्रदर्शित किया जाता है–

$$I = 5\sin(2\pi t)$$

निम्न ज्ञात करो–

(a) प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति

(b) प्रत्यावर्ती धारा का आवर्तकाल

(c) $t = 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ व 1 सेकण्ड पर धारा के तात्क्षणिक मान ज्ञात करो तथा प्राप्त आंकड़ों से आलेख खींचो।

(d) प्रत्यावर्ती धारा का माध्य मान।

(e) प्रत्यावर्ती धारा का वर्ग माध्य मूल मान।

हल-दी गई समी. की $I = I_0\sin(\omega t)$ से तुलना करने पर

$I_0 = 5$ एम्पियर

$\omega = 2\pi$ रे./से.

(a) आवृत्ति– $\omega = 2\pi$

या $2\pi f = 2\pi$

या $f = 1\,Hz$

अतः प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति 1Hz है।

(b) आवर्त काल–

$$\text{आवर्त काल (T)} = \frac{1}{\text{आवृत्ति (f)}}$$

$T = \frac{1}{1}$

$T = 1$ सेकण्ड

अतः प्रत्यावर्ती धारा का आवर्तकाल 1 से. है।

(c) $t = 0$ सेकण्ड पर धारा का तात्क्षणिक मान

$I_{t=0} = 5\sin(2\pi\times0)$
$= 5\sin 0$
$= 5\times0$ $\quad [\because \sin 0° = 0]$
$I_{t=0} = 0$

$t = \frac{1}{4}$ से. पर धारा का तात्क्षणिक मान

$I_{t=0.25} = 5\sin(2\pi\times\frac{1}{4})$
$= 5\sin(\frac{\pi}{2})$
$= 5\times1$ $\quad [\because \sin(\frac{\pi}{2}) = 1]$
$= 5$ एम्पियर

$t = \frac{1}{2}$ से. पर धारा का तात्क्षणिक मान

$I_{t=0.5} = 5\sin(2\pi\times\frac{1}{2})$
$= 5\sin(\pi)$
$= 5\times0$ $\quad [\because \sin(\pi) = 0]$
$= 0$

$t = \frac{3}{4}$ से. पर धारा का तात्क्षणिक मान

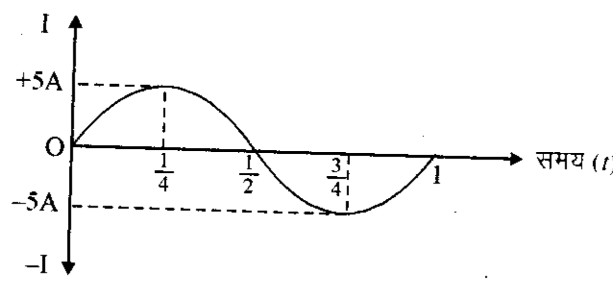
$I_{t=0.75} = 5\sin(2\pi\times\frac{3}{4})$
$= 5\sin(\frac{3\pi}{2})$
$= 5\times-1$ $\quad [\because \sin(\frac{3\pi}{2}) = -1]$
$= -5$ एम्पियर

$t = 1$ से. पर धारा का तात्क्षणिक मान

$I_{t=1} = 5\sin(2\pi\times1)$
$= 5\sin(2\pi)$
$= 5\times0$ $\quad [\because \sin(2\pi) = 0]$
$= 0$

t (सेकण्ड)	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
I (एम्पियर)	0	+5	0	–5	0

I व t में आलेख



चित्र 10.64

(d) प्रत्यावर्ती धारा का माध्य मान शून्य होता है।

(e) $I_{rms} = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = 3.5A$

उदा.73. 60 हर्ट्ज पर एक कुण्डली का शक्ति गुणांक 0.7071 है। 180 हर्ट्ज पर शक्ति गुणांक क्या होगा ?

हल- सूत्र $\quad \cos\phi = \frac{R}{Z}$

या $\quad \cos\phi = \frac{R}{\left[R^2 + 4\pi^2 f^2 L^2\right]^{1/2}}$

$f = 60$ Hz पर $\cos\phi = 0.7071$ है अतः

$$0.7071 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{R}{\left[R^2 + 4\pi^2\left(60^2\right)L^2\right]^{1/2}}$$

वर्ग करने पर $\left[R^2+4\pi^2\left(60^2\right)L^2\right] = 2R^2$

या $\quad R^2 = 4\pi^2(60)^2L^2$

या $\quad R = 2\pi(60)L = 120\pi L$

सूत्र में $f = 180$ हर्ट्ज तथा $R = 120\pi L$ का मान रखने पर

$$\cos\phi' = \frac{120\pi L}{\left[(120\pi L)^2+4\pi^2(180)^2L^2\right]^{1/2}}$$

$$= \frac{120\pi L}{\left[(120\pi L)^2+(360\pi L^2)\right]^{1/2}}$$

$$= \frac{120\pi L}{120\pi L[1+9]^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = 0.3162$$

उदा.74. 15 V, 150W का एक लैम्प 220 V, 50Hz के एक प्रत्यावर्ती विद्युत स्रोत से प्रकाशित किया जाता है। लैम्प को प्रकाशित करने के लिए श्रेणी क्रम में

(i) किस प्रेरकत्व की चोक कुण्डली लगानी होगी ?

(ii) किस प्रतिरोध का लगाना होगा तथा इससे कितने वॉट का अतिरिक्त विद्युत व्यय होगा ?

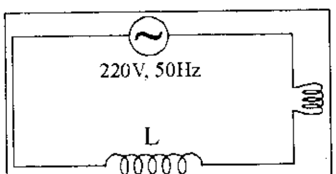
हल– विद्युत लैम्प के लिए–

$P = VI$ या $I = P/V = 150/15 = 10A$

$R = V/I$ या $R = 15/10 = 1.5$ ओम

इस लैम्प में से सुरक्षित तौर पर 10A धारा प्रवाहित हो सकती है। इससे अधिक धारा प्रवाहित होने पर यह बल्ब फ्यूज हो जायेगा। बिना प्रेरकत्व या प्रतिरोध प्रयोग किये यदि लैम्प को 220 वोल्ट स्रोत से सीधा जोड़ दिया जाये तो लैम्प में से 220/1.5 = 147 A धारा प्रवाहित होगी जिससे यह फ्यूज़ हो जायेगा।

(i) चोक कुण्डली का प्रयोग–यदि हम चाहें कि लैम्प में से धारा मात्र 10A ही प्रवाहित हो तो हमें परिपथ में L प्रेरकत्व की चोक कुण्डली जोड़नी होगी। तब परिपथ की प्रतिबाधा,



चित्र 10.65

$Z = [R^2+(\omega L)^2]^{1/2}$
$= [1.5^2+(2\pi\times 50\times L)^2]^{1/2}$

तथा $\quad Z = \frac{E_{rms}}{I_{rms}} = \frac{220}{10} = 22\Omega$

अतः $1.5^2+314^2L^2 = 22^2$

या $\quad 2.25+98596L^2 = 484$

या $\quad L^2 = \frac{481.75}{98596} = 0.004886$

या $\quad L = 0.0699$ हेनरी

$\approx 70\,mH$

इस प्रेरकत्व का उपयोग करने पर परिपथ में व्यर्थ व्यय औसत शक्ति

$$P_{av} = V_{rms}I_{rms}\cos\frac{\pi}{2} = \text{शून्य}$$

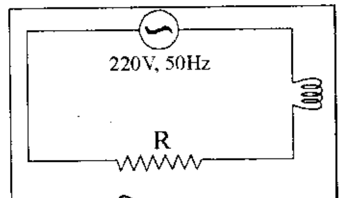
(ii) लैम्प के श्रेणी क्रम में उचित मान के किसी प्रतिरोध को जोड़ कर– इस लैम्प को हम श्रेणी क्रम में प्रतिरोध R का उपयोग कर भी प्रयोग कर सकते हैं। ओम के नियम का प्रयोग करने पर

$R = V/I$

या $\quad R+1.5 = \frac{220}{10}$

या $\quad R+1.5 = 22\,\Omega$

या $\quad R = 20.5\,\Omega$



चित्र 10.66

लेकिन यह प्रतिरोध जोड़ने से इस अतिरिक्त प्रतिरोध में व्यर्थ शक्ति क्षय की दर होगी :

$P_{loss} = I^2R = 10^2(20.5) = 2050$ वॉट

इससे हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि लैम्प को प्रकाशित करने के लिए चोक कुण्डली वाली विधि अधिक उपयुक्त है।

उदा.75. किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में 220 वोल्ट तथा 60 हर्ट्ज आवृति का स्रोत जुड़ा हुआ है। इससे 2 एम्पियर की धारा परिपथ में प्रवाहित होती है। यदि वोल्टता तथा धारा में 30° का कलान्तर हो तो निम्न ज्ञात करो–

(a) औसत शक्ति

(b) शक्ति गुणांक

(c) कार्यहीन धारा का वर्ग माध्य मूल मान।

हल– (a) औसत शक्ति–

दिया है–
$V_{rms} = 220\,V$
$f = 60$ हर्ट्ज
$I_{rms} = 2\,A$
$\phi = 30°$

$P_m = V_{rms}I_{rms}\cos\phi$
$= 220\times 2\times\cos 30°$
$= 440\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 381$ वॉट

(b) शक्ति गुणांक–

$= \cos\phi$
$= \cos 30°$
$= \frac{\sqrt{3}}{2}$
$= 0.866$

(c) कार्यहीन धारा का वर्ग माध्य मूल मान–

$= I_{rms}\sin\phi$
$= 2\times\sin 30°$
$= 2\times\frac{1}{2}$
$= 1$ एम्पियर

उदा.76. प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में 200 वोल्ट तथा 50 हर्ट्ज आवृति का स्रोत जुड़ा है। परिपथ में प्रतिरोध तथा प्रतिबाधा के मान क्रमशः 10 ओम तथा 14.1 ओम है।

निम्न ज्ञात करो–

(a) शक्ति गुणांक

(b) धारा का वर्ग माध्य मूल मान

(c) आभासी शक्ति

(d) औसत शक्ति

(e) कलान्तर

(f) शक्तिहीन धारा

हल–(a) शक्ति गुणांक–

दिया है–
$V_{rms} = 200$ वोल्ट
$f = 50$ हर्ट्ज
R= 10 ओम
Z= 14.1 ओम

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{14.1} = \frac{1}{1.41}$$

$$\cos\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(b) धारा का वर्ग माध्य मूल मान (I_{rms})–

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{200}{14.1} = 14.1 \text{ एम्पियर}$$

(c) आभासी शक्ति–

$$= V_{rms} I_{rms} = 200 \times 14.1 = 2820 \text{ वॉट}$$

(d) औसत शक्ति–

$$P_m = V_{rms} I_{rms} \cos\phi$$

$$= 200 \times 14.1 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 2000 \text{ वॉट}$$

(e) कलान्तर–

चूंकि $\cos\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\cos\phi = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

अतः $\phi = \frac{\pi}{4}$

(f) शक्तिहीन धारा–

$$= I_{rms} \sin\phi = 14.1 \times \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 14.1 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 10 \text{ एम्पियर}$$

उदा.77. एक विद्युत लाइन का प्रतिरोध 20 ओम है तथा विद्युत शक्ति 6.6 किलोवाट है। यदि विद्युत को 22000 वोल्ट, 2200 तथा 220 वोल्ट पर संचरित किया जाये तो तीनों स्थितियों में शक्ति में हानि तथा विभवपात ज्ञात करो।

हल– **स्थिति–I :** जब

दिया है–

$P = 6.6$ किलोवॉट $= 6600$ वॉट

$R = 20$ ओम

$V_1 = 22000$ वोल्ट

$V_2 = 2200$ वोल्ट

$V_3 = 220$ वोल्ट

$V = 22000$ वोल्ट

$P = VI$

$$I = \frac{P}{V}$$

$$I = \frac{6600}{22000} = \frac{3}{10} = 0.3\,A$$

ऊष्मा के रूप में शक्ति हानि

$$= I^2R = (0.3)^2 \times 20 = 0.09 \times 20 = 1.8 \text{ वाट}$$

तार पर विभव पतन

$$= IR = 0.3 \times 20 = 6 \text{ वोल्ट}$$

स्थिति–II : जब

$V = 2200$ वोल्ट

$$I = \frac{P}{V} = \frac{6600}{2200} = 3A$$

ऊष्मा के रूप में शक्ति हानि

$$= I^2R = (3)^2 \times 20 = 180 \text{ वॉट}$$

तार पर विभवपतन

$$= IR = 3 \times 20 = 60 \text{ वोल्ट}$$

स्थिति–III : जब

$V = 220$ वोल्ट

$$I = \frac{P}{V} = \frac{6600}{220} = 30 \text{ एम्पियर}$$

ऊष्मा के रूप में शक्ति हानि

$$= I^2R = (30)^2 \times 20 = 900 \times 20 = 18{,}000 \text{ वॉट}$$

तार पर विभव पतन

$$= IR = 30 \times 20 = 600 \text{ वोल्ट}$$

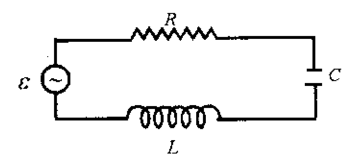
उक्त प्राप्त परिणामों को सारणी बद्ध करने पर

वोल्टता	शक्ति हानि	विभवपतन
22000 V	1.8 वॉट	6 वोल्ट
2200 V	180 वॉट	60 वोल्ट
220 V	18000 वॉट	600 वोल्ट

उक्त सारणी से स्पष्ट है कि जब वोल्टता 220 V (कम) होती है तब शक्ति हानि 18,000 वॉट तथा विभवपतन 600 वोल्ट होता है जो कि अत्यधिक है। इसके विपरीत जब विद्युत का संचरण 22000 वोल्ट पर होता है तो शक्ति हानि मात्र 1.8 वॉट तथा विभवपतन भी मात्र 6 वोल्ट होता है।

अतः यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि उच्च वोल्टता पर विद्युत का संचरण श्रेयस्कर होता है।

उदा. 78. चित्र में एक श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ दिखलाया गया है जिसे परिवर्ती आवृत्ति के 230 V के स्रोत से जोड़ा गया है। $L = 5.0$ H, $C = 80\ \mu F$, $R = 40\ \Omega$



चित्र 10.67

(a) स्रोत की आवृत्ति निकालिए जो परिपथ में अनुनाद उत्पन्न करे।

(b) परिपथ की प्रतिबाधा तथा अनुनादी आवृत्ति पर धारा का आयाम निकालिए।

(c) परिपथ के तीनों अवयवों के सिरों पर विभवपात के rms मानों को निकालिए। दिखलाइए कि अनुनादी आवृत्ति पर *LC* संयोग के सिरों पर विभवपात शून्य है।

हल: दिया है: $V_{rms} = 230$ वोल्ट, $L = 5$ हेनरी, $C = 80\ \mu F = 80 \times 10^{-6}$ फैरड

$R = 40$ ओम

(a) अनुनादी आवृत्ति f_r

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times \sqrt{5 \times 80 \times 10^{-6}}}$$

$$= \frac{10^3}{2 \times 3.14 \times 20} \text{ हर्ट्ज}$$

$$f_r = 7.96 \text{ हर्ट्ज तथा } \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{10^3}{20} = 50 \text{ रेडियन/सेकण्ड}$$

(b) परिपथ की प्रतिबाधा

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega c})^2} = R \quad \text{(अनुनादी आवृत्ति पर } \omega L = \frac{1}{\omega c}\text{)}$$

अतः: $Z = 40$ ओम

तथा प्रवाहित धारा $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{230}{40} = 5.75$ एम्पियर

एवं शिखर मान $I_o = \sqrt{2}\ I_{rms} = 1.414 \times 5.75 = 8.13$ एम्पियर

(c) R के सिरों पर विभव पात

$V_R = I_{rms} R = 5.75 \times 40 = 230$ वोल्ट

L के सिरों पर विभव पात

$V_L = I_{rms}\, \omega_r L = 5.75 \times 50 \times 5 = 1437.5$ वोल्ट

C के सिरों पर विभवपात

$$V_C = I_{rms} \times \frac{1}{\omega_r C} = 5.75 \times \frac{1}{50 \times 80 \times 10^{-6}} =$$

$$= \frac{10^3 \times 5.75}{4} = 1437.5 \text{ वोल्ट}$$

L- C संयोजन के लिए विभवपात

$$V_{L-C} = I_{rms}\ (\omega_r L - \frac{1}{\omega_r C}) = 1437.5 - 1437.5 = 0$$

उदा.79. एक कुंडली को जिसका प्रेरण 0.50 H तथा प्रतिरोध 100 Ω है, 240 V व 50 Hz की एक आपूर्ति से जोड़ा गया है।

(a) कुंडली में अधिकतम धारा कितनी है?

(b) वोल्टेज शीर्ष व धारा शीर्ष के बीच समय-पश्चता (time lag) कितनी है?

हल : दिया है $L = 0.50$ हेनरी, $R = 100$ ओम,

$V_{rms} = 240$ वोल्ट, $f = 50$ हर्ट्ज

$V_o = \sqrt{2}\ V_{rms} = 1.414 \times 240 = 339.4$ वोल्ट

$\omega = 2\pi f = 2 \times 3.14 \times 50 = 314$ रेडियन/सेकण्ड

(a) अत: परिपथ में अधिकतम धारा

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{339.4}{\sqrt{10^4 + (314 \times 314 \times 0.50 \times 0.50)}}$$

$$I_0 = \frac{339.4}{\sqrt{34649}} = \frac{339.4}{186.1} = 1.82 \text{ एम्पियर}$$

(b) R-L परिपथ में

यदि $V = V_0 \sin \omega t$ तब $I = I_0 \sin(\omega t - \phi)$

यदि $t = 0$ पर $V = V_0$ (अधिकतम)

तो $t = \frac{\phi}{\omega}$ पर $I = I_0$ (अधिकतम)

अत: वोल्टता शीर्ष एवं धारा शीर्ष के मध्य समय पश्चता $t = \frac{\phi}{\omega}$

परंतु $\tan\phi = \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi f L}{R} = \frac{2\pi \times 50 \times 0.50}{100} = \frac{22}{7 \times 2} = 1.571$

$\Rightarrow \phi = \tan^{-1}(1.571) = 57.5^0$ (सारणी से)

$$\phi = 57.5 \times \frac{\pi}{180} \text{ रेडियन}$$

अत: समय पश्चता

$$t = \frac{\omega}{\phi} = \frac{\phi}{2\pi f} = \frac{57.5 \times \pi}{180 \times 2 \times \pi \times 50} = 3.19 \times 10^{-3} \text{ सेकण्ड}$$

उदा.80. एक परिपथ को जिसमें 80 mH का एक प्रेरक तथा 60 μF का संधारित्र श्रेणीक्रम में है, 230 V, 50 Hz की आपूर्ति से जोड़ा गया है। परिपथ का प्रतिरोध नगण्य है।

(a) धारा का आयाम तथा rms मानों को निकालिए।

(b) हर अवयव के सिरों पर विभवपात के rms मानों को निकालिए।

(c) प्रेरक में स्थानांतरित माध्य शक्ति कितनी है?

(d) संधारित्र में स्थानांतरित माध्य शक्ति कितनी है?

(e) परिपथ द्वारा अवशोषित कुल माध्य शक्ति कितनी है? ['माध्य में यह समाविष्ट है' कि इसे 'पूरे चक्र' के लिए लिया गया है]।

हल: दिया है $L = 80$ मिली हेनरी $= 80 \times 10^{-3}$ हेनरी,

$C = 60$ माइक्रो फैरड $= 60 \times 10^{-6}$ फैरड, $V_{rms} = 230$ वोल्ट,

$f = 50$ हर्ट्ज अत: $\omega = 2\pi f = 100\pi$ रेडियन/सेकण्ड

अत: कुल प्रतिघात

$$X = |X_L - X_C| = \left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right| = \left|100 \times 80 \times 10^{-3} - \frac{1}{100\pi \times 60 \times 10^{-6}}\right|$$

या $X = |25.12 - 53.07| = 27.95$ ओम

(a) परिपथ में धारा $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{X} = \frac{230}{27.95} = 8.22$ एम्पियर

तथ धारा का आयाम $I_0 = \sqrt{2} I_{rms} = 1.414 \times 8.22 = 11.62$ एम्पियर

$\because \frac{1}{\omega C} > \omega L$ अत: धारा, वोल्टता से $\frac{\pi}{2}$ कला कोण आगे होगी।

(b) प्रेरक के सिरों पर विभवपात

$V_L = I_{rms}\, \omega L = 8.22 \times 25.12 = 206.48$ वोल्ट

संधारित्र के सिरों पर विभवपात

$$V_C = I_{rms} \times \frac{1}{\omega C} = 8.22 \times 53.07 = 436.23 \text{ वोल्ट}$$

(c),(d), (e) : एक पूरे चक्र के लिए प्रेरक, संधारित्र एवं पूरे परिपथ को स्थानान्तरित माध्य शक्ति शून्य होगी क्योंकि वोल्टता एवं धारा के मध्य प्रत्येक स्थित में कलान्तर $\frac{\pi}{2}$ हैं।

उदा. 81. एक श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ को जिसमें *L*=0.12H, *C*=480 nF, *R*=23 Ω, 230 V परिवर्ती आवृत्ति वाले स्त्रोत से जोड़ा गया है।

(a) स्त्रोत की वह आवृत्ति कितनी है जिस पर धारा आयाम अधिकतम है। इस अधिकतम मान को निकालिए।

(b) स्त्रोत की वह आवृत्ति कितनी है जिसके लिए परिपथ द्वारा अवशोषित माध्य शक्ति अधिकतम है।

(c) स्रोत की किस आवृत्ति के लिए परिपथ को स्थानांतरित शक्ति अनुनादी आवृत्ति की शक्ति की आधी है।

(d) दिए गए परिपथ के लिए Q कारक कितना है?

हल: दिया है $L = 0.12$ हेनरी, $C = 480nF = 480 \times 10^{-9}$ फैरड,

$R = 23$ ओम, $V_{rms} = 230$ वोल्ट

अत: $V_0 = \sqrt{2}V_{rms} = 1.414 \times 230 = 325.27$ वोल्ट

(a) अनुनाद आवृत्ति $\omega = \omega_r$ पर धारा अधिकतम होती है

अत: अनुनाद आवृत्ति

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.12 \times 4.8 \times 10^{-8}}}$$

$$= \frac{1}{2.4 \times 10^{-4}} = 4166.7 \text{ रेडियन/सेकण्ड}$$

तथा धारा का अधिकतम आयाम $I_0 = \frac{E_0}{R} = \frac{325.27}{23} = 14.14$ एम्पियर

(b) परिपथ द्वारा अवशोषित माध्य शक्ति की अनुनाद आवृत्ति $\omega_r = 4166.7$ रेडियन/सेकण्ड पर अधिकतम होगी तथा इसका मान

$$P = I^2_{rms}R = \frac{1}{2}I_0^2R = \frac{1}{2} \times 14.14 \times 14.14 \times 23 = 2299.3 \text{ वॉट}$$

(c) यदि बैड चौड़ाई $\Delta\omega$ है तब

$$\Delta\omega = \frac{R}{L} = \frac{23}{0.12} = 191.67 \text{ रेडियन/से.}$$

अत: अर्द्धशक्ति बिन्दुओं के संगत आवृत्तियाँ $= \omega_r \pm \frac{\Delta\omega}{2}$

$$\omega_1 = \omega_r - \frac{\Delta\omega}{2} = 4166.7 - \frac{191.67}{2} = 4166.7 - 95.83 = 4070.87$$

रेडियन/सेकण्ड

तथा $\omega_2 = \omega_r + \frac{\Delta\omega}{2} = 4166.7 + 95.83 = 4262.53$ रेडियन/सेकण्ड

तथा इन आवृत्तियों के संगत परिपथ में धारा का आयाम

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{14.14}{1.414} = 10 \text{ एम्पियर}$$

(d) परिपथ का विशेषता गुणांक $Q = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{4166.7 \times 0.12}{23} = 21.74$

उदा.82. **एक श्रेणीबद्ध LCR परिपथ के लिए जिसमें $L = 3.0$ H, $C = 27$ μF तथा $R = 7.4\ \Omega$ अनुनादी आवृत्ति तथा Q कारक निकालिए। परिपथ के अनुनाद की तीक्ष्णता को सुधारने की इच्छा से "अर्ध उच्चिष्ठ पर पूर्ण चौड़ाई" को 2 गुणक द्वारा घटा दिया जाता है। इसके लिए उचित उपाय सुझाइए।**

हल- दिया है- $L = 3$ हेनरी, $C = 27 \times 10^{-6}$ फैरड,
$R = 7.4$ ओम

अनुनाद आवृत्ति

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{3 \times 27 \times 10^{-6}}} = \frac{10^3}{9} = 111.11 \text{ रेडियन/सेकण्ड}$$

विशेषता गुणांक $Q = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{111.11 \times 3}{7.4} = 45.04$

बैंड चौड़ाई को 2 गुना कम करने या विशेषता गुणांक को 2 गुना बढ़ाने के लिए परिपथ के प्रतिरोध को आधा अर्थात् $\frac{7.4}{2} = 3.7$ ओम करना होगा।

उदा.83. **निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए**

(a) **क्या किसी ac परिपथ में प्रयुक्त तात्क्षणिक वोल्टता परिपथ में श्रेणीक्रम में जोड़े गए अवयवों के सिरों पर तात्क्षणिक वोल्टताओं के बीजगणितीय योग के बराबर होता है? क्या यही बात rms वोल्टताओं में भी लागू होती है?**

(b) **प्रेरण कुंडली के प्राथमिक परिपथ में एक संधारित्र का उपयोग करते हैं।**

(c) **एक प्रयुक्त वोल्टता संकेत एक dc वोल्टता तथा उच्च आवृत्ति के एक ac वोल्टता के अध्यारोपण से निर्मित है। परिपथ एक श्रेणीबद्ध प्रेरक तथा संधारित्र से निर्मित है। दर्शाइए कि dc संकेत C तथा ac संकेत L के सिरे पर प्रकट होगा।**

(d) **एक लैंप से श्रेणीक्रम में जुड़ी चोक को एक dc लाइन से जोड़ा गया है। लैंप तेजी से चमकता है। चोक में लोहे के क्रोड को प्रवेश कराने पर लैंप की दीप्ति में कोई अंतर नहीं पड़ता है। यदि एक ac लाइन से लैंप का संयोजन किया जाए तो तदनुसार प्रेक्षणों की प्रागुक्ति कीजिए।**

(e) **ac मेंस के साथ कार्य करने वाली फ्लोरोसेंट ट्यूब में प्रयुक्त चोक कुंडली की आवश्यकता क्यों होती है? चोक कुंडली के स्थान पर सामान्य प्रतिरोधक का उपयोग क्यों नहीं होता?**

हल-

(a) हाँ तात्क्षणिक वोल्टता, अवयवों के सिरों पर तात्क्षणिक वोल्टताओं के बीजगणितीय योग के समान होती है परंतु rms वोल्टताओं में कलान्तर होने के कारण यह तथ्य rms वोल्टताओं पर लागू नहीं होता।

(b) क्योंकि जब परिपथ खण्डित किया जाए तो उच्च प्रेरित धारा संधारित्र का आवेशन कर ले तथा स्पार्किंग जैसी घटनाओं से बचा जा सके।

(c) हम जानते हैं कि $X_L = \omega L = 2\pi fL$ तथा

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$$

$\because dc$ के लिए $f = 0$ अत: $X_L = 0$ तथा $X_C = \infty$

जबकि ac के लिए $f =$ उच्च, अत: $X_L =$ उच्च तथा $X_C =$ निम्न अत: दिष्ट वोल्टता को संधारित्र अवरोधित कर देता है तथा यह L के सिरों पर उत्पन्न होती है। जबकि ac वोल्टता को प्रेरक अवरोधित कर देता है तथा यह C के सिरों पर उत्पन्न होती है।

(d) dc लाइन के लिए चोक का प्रेरणिक प्रतिघात शून्य होता है परन्तु ac के लिए यह उच्च होता है तथा चोक में लोह क्रोड रखने पर प्रेरणिक प्रतिघात बढ़ जाता है अत: लैंप की चमक कम हो जायेगी।

(e) प्रत्यावर्ती धारा को कम करने के लिए चोक कुण्डली या सामान्य प्रतिरोध प्रयुक्त कर सकते हैं परंतु चोक कुण्डली पर अतिरिक्त शक्ति क्षय शून्य होता है क्योंकि $\phi = \frac{\pi}{2}$ तथा $P = V_{rms} I_{rms} \cos\phi = 0$

जबकि प्रतिरोध पर अतिरिक्त शक्ति क्षय अधिकतम होता हैं क्योंकि $\phi = 0$ तथा $\cos\phi = 1. P = V_{rms} I_{rms} =$ अधिकतम

उदा.84. एक जल विद्युत शक्ति संयंत्र में जल दाब शीर्ष 300 m की ऊँचाई पर है तथा उपलब्ध जल प्रवाह 100 m^3s^{-1} है। यदि टर्बाइन जनित्र की दक्षता 60% हो तो संयंत्र से उपलब्ध विद्युत शक्ति का आंकलन कीजिए, $g = 9.8\ m\ s^{-2}$।

हल: दिया है $h = 300$ मी., जल प्रवाह दर $V = 100$ मी³/से.,

$\eta = 60\%$ $g = 9.8$ मी./से.²

जल विद्युत शक्ति

$$= \frac{\text{कार्य}}{\text{समय}} = \frac{\text{बल} \times \text{दूरी}}{\text{समय}} = \text{बल} \times \text{वेग} = \text{दाब} \times \text{क्षेत्रफल} \times \text{वेग}$$

$\because$ क्षेत्रफल × वेग = प्रवाह दर V

अत: जल विद्युत शक्ति $= P \times V = h\rho gV$

परन्तु $\eta = 60\%$ अत: उपलब्ध जल वैद्युत शक्ति= $h\rho gV \times \frac{60}{100}$

$$= 300 \times 10^3 \times 9.8 \times 100 \times \frac{6}{10} = 17.4 \times 10^6 \text{ वॉट}$$

$= 176.4$ मेगावॉट

उदा.85. 440 V पर शक्ति उत्पादन करने वाले किसी विद्युत संयंत्र से 15 km दूर स्थित एक छोटे से कस्बे में 220 V पर 800 kW शक्ति की आवश्यकता है। विद्युत शक्ति ले जाने वाली दोनों तार की लाइनों का प्रतिरोध 0.5 Ω प्रति किलोमीटर है। कस्बे को उप-स्टेशन में लगे 4000 – 220 V अपचायी ट्रांसफार्मर से लाइन द्वारा शक्ति पहुँचती है।

(a) ऊष्मा के रूप में लाइन से होने वाली शक्ति के क्षय का आकलन कीजिए।

(b) संयंत्र से कितनी शक्ति की आपूर्ति की जानी चाहिए, यदि क्षरण द्वारा शक्ति का क्षय नगण्य है।

(c) संयंत्र के उच्चायी ट्रांसफार्मर की विशेषता बतलाइए।

हल: दिया है आवश्यक शक्ति $P = 800$ किलो वॉट $= 8 \times 10^5$ वॉट

संचरण लाइन का कुल प्रतिरोध $R = 0.5 \times 15 \times 2 = 15$ ओम

सप्लाई $4000 - 220$ वोल्ट के ट्रांसफार्मर द्वारा है

अत: $V_{rms} = 4000$ वोल्ट

$$\therefore P = I_{rms} V_{rms} \Rightarrow I_{rms} = \frac{P}{V_{rms}} = \frac{8 \times 10^5}{4 \times 10^3} = 200 \text{ एम्पियर}$$

(a) लाइन में शक्ति क्षय $I_{rms}^2 R = 200 \times 200 \times 15 = 6 \times 10^5$ वॉट

$= 600$ किलो वॉट

(b) यदि क्षरण द्वारा शक्ति नगण्य है तो संयंत्र की आवश्यक शक्ति $= 600 + 800 = 1400$ किलो वॉट

(c) संचरण लाइन पर वोल्टता क्षय $I_{rms}R = 200 \times 15 = 3000$ वोल्ट

अत: संयंत्र से सप्लाई वोल्टता = 4000+3000 = 7000 वोल्ट तथा उत्पादन 440 वोल्ट पर है अत: संयंत्र का ट्रांसफार्मर 440-7000 वोल्ट का उच्चायी ट्रांसफार्मर होना चाहिए।

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति तथा आवर्तकाल से क्या तात्पर्य है ?

प्र.2. यदि किसी प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति 50 हर्ट्ज है तो आवर्त काल ज्ञात करो।

प्र.3. प्रत्यावर्ती धारा या प्रत्यावर्ती वोल्टता एक चक्र में कितनी बार अधिकतम तथा कितनी बार न्यूनतम होते हैं ?

प्र.4. प्रत्यावर्ती धारा या प्रत्यार्ती वोल्टता के वर्ग माध्य मूल मान तथा शिखर मान में सबंध लिखो।

प्र.5. विभिन्न प्रकार की प्रत्यावर्ती धाराओं के नाम लिखो।

प्र.6. भारत में घरों में आने वाले प्रत्यावर्ती वोल्टता का मान तथा इसकी आवृत्ति कितनी है ?

प्र.7. प्रत्यावर्ती धारा तथा प्रत्यावर्ती वोल्टता का औसत मान, एक चक्र के लिए कितना होता है ?

प्र.8. प्रत्यावर्ती धारा तथा प्रत्यावर्ती वोल्टता का वर्ग माध्य मूल मान, इनके शिखर मान का कितना प्रतिशत होता है ?

प्र.9. प्रतिरोध किसे कहते हैं ?

प्र.10. क्या किसी चालक का प्रतिरोध, प्रत्यावर्ती धारा स्रोत की आवृत्ति पर निर्भर करता है ?

प्र.11. यदि प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में केवल शुद्ध प्रतिरोध जुड़ा हो तो वोल्टता तथा धारा में कितना कलान्तर होता है ?

प्र.12. जब किसी प्रेरकत्व (कुण्डली) को प्रत्यावर्ती धारा स्रोत से जोड़ा जाता है तो कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित विरोधी वोल्टता का मान कितना होता है ?

प्र.13. यदि प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में केवल L जुड़ा हो तो वोल्टता तथा धारा में कलान्तर कितना होता है ?

प्र.14. यदि प्रत्यावर्ती वोल्टता का समीकरण $V = V_0 \sin(\omega t)$ हो तथा परिपथ में केवल प्रेरकत्व (L) जुड़ा हो तो प्रत्यावर्ती धारा की समीकरण लिखो।

प्र.15. दिष्ट धारा की आवृत्ति कितनी होती है ?

प्र.16. दिष्ट धारा के मार्ग में, प्रेरकत्व द्वारा कितनी रूकावट उत्पन्न की जाती है ?

प्र.17. प्रेरणिक प्रतिघात के व्युत्क्रम को क्या कहते हैं ?

प्र.18. यदि किसी संधारित्र की धारिता C, तथा वोल्टता का मान V हो तो प्रेरित आवेश का मान कितना होगा ?

प्र.19. यदि किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में केवल शुद्ध संधारित्र जुड़ा हो तो वोल्टता तथा प्रत्यावर्ती धारा में कलान्तर कितना होगा ?

प्र.20. संधारित्र, दिष्ट धारा में कितनी रूकावट उत्पन्न करता है ?

प्र.21. प्रतिबाधा को परिभाषित करो।

प्र.22. यदि परिपथ में प्रतिरोध तथा प्रेरकत्व जुड़े हो तो धारा का वर्ग माध्य मूल मान प्राप्त करने के लिए किस सूत्र का प्रयोग करेंगे।

प्र.23. यदि परिपथ में सिर्फ R व L श्रेणी क्रम में जुड़े हो तो दोनों की कला में क्या सम्बन्ध होता है ?

प्र.24. यदि परिपथ में सिर्फ R व L जुड़े हो तो कलान्तर ज्ञात करने का सूत्र लिखो।

प्र.25. यदि प्रत्यावर्ती वोल्टता की समी. $V = V_0 \sin \omega t$ हो तो $R - L$ परिपथ में धारा की समी. क्या होगी ?

प्र.26. $R - L$ परिपथ की प्रतिबाधा का सूत्र क्या है ?

प्र.27. यदि परिपथ में प्रतिरोध R तथा संधारित्र C श्रेणी क्रम में जुड़े हो तो परिपथ की प्रतिबाधा का सूत्र लिखो।

प्र.28. R व C के सिरों पर विभवान्तर तथा आरोपित वोल्टता V में क्या सम्बन्ध है ?

प्र.29. $R - C$ परिपथ में धारा तथा वोल्टता के कला कोण में क्या संबंध है ?

प्र.30. $R - C$ परिपथ में कलान्तर ज्ञात करने का सूत्र लिखो।

प्र.31. $R - C$ परिपथ में वोल्टता की समीकरण $V = V_0 \sin \omega t$ है तो धारा की समीकरण क्या होगी ?

प्र.32. यदि किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में प्रतिरोध R, प्रेरकत्व L तथा संधारित्र C श्रेणी क्रम में जुड़े हुए है। कलान्तर ज्ञात करने का सूत्र लिखो।

प्र.33. यदि R, L तथा C के सिरों पर विभवान्तर क्रमशः V_{0R}, V_{0L} तथा V_{0C} हो तो आरोपित वोल्टता तथा इनमें सम्बन्ध लिखो।

प्र.34. यदि वोल्टता का समी. $V = V_0 \sin \omega t$ हो तो $V_{0L} > V_{0C}$, $V_{0L} < V_{0C}$ तथा $V_{0L} = V_{0C}$ तीनों परिस्थितियों के लिए धारा की समीकरण ज्ञात करो।

प्र.35. $L - C - R$ अनुनादी परिपथ में प्रतिबाधा का मान कितना होता है ?

प्र.36. क्या अनुनाद की अवस्था में परिपथ में अधिकतम धारा प्रवाहित होती है ?

प्र.37. अनुनाद की अवस्था में प्रेरणिक प्रतिघात तथा धारितीय प्रतिघात में क्या संबंध है ?

प्र.38. अनुनादी आवृति ज्ञात करने के लिए सूत्र लिखो।

प्र.39. अनुनाद की अवस्था में कलान्तर कितना होता है ?

उत्तरमाला

1. प्रत्यावर्ती धारा द्वारा 1 से. में लगाए गए चक्करों की संख्या को आवृत्ति तथा एक चक्र में लगे समय को आवर्तकाल कहते हैं।
2. $T = 0.02$ सेकण्ड।
3. दो बार अधिकतम तथा दो बार न्यूनतम (शून्य)।
4. $I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ तथा $V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$
5. ज्यावक्रीय, वर्गाकार, त्रिकोण, जटिल प्रत्यावर्ती धारा इत्यादि।
6. 220 वोल्ट, 50 हर्ट्ज।
7. शून्य।
8. 70.7%
9. किसी चालक द्वारा धारा के मार्ग (मुक्त इलेक्ट्रॉनों के प्रवाह) में उत्पन्न की गई रूकावट प्रतिरोध कहलाती है।
10. प्रतिरोध आवृत्ति पर निर्भर नहीं करता।
11. कलान्तर $\phi = 0°$।
12. विरोधी वोल्टता $= -L\frac{dI}{dt}$
13. कलान्तर $\phi = +\frac{\pi}{2}$
    अर्थात् वोल्टता, धारा से 90° कला कोण से आगे होता है।
14. $I = I_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$
15. दिष्ट धारा के लिए $f = 0$
16. प्रेरकत्व द्वारा रूकावट $X_L = 0$
17. प्रेरणिक अधिकल्पित प्रवेश्यता
18. प्रेरित आवेश $q = CE$
19. कलान्तर $\phi = -\frac{\pi}{2}$
    अर्थात् वोल्टता धारा से 90° कला कोण से पीछे होगा।
20. अनन्त।
21. प्रतिरोध, प्रेरकत्व तथा संधारित्र के कारण धारा के मार्ग में उत्पन्न कुल रूकावट प्रतिबाधा कहलाती है।
    सूत्र– $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$
22. $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$
23. धारा, वोल्टता से ϕ कला कोण से पीछे रहती है।
24. $\tan\phi = \frac{X_L}{R}$
25. $I = I_0 \sin(\omega t - \phi)$
26. $Z_{RL} = \sqrt{R^2 + X_L^2}$
    $= \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = \sqrt{R^2 + 4\pi^2 f^2 L^2}$
27. $Z_{RC} = \sqrt{R^2 + X_C^2}$
    $= \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$
    $= \sqrt{R^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C^2}}$

28. $V_o = \sqrt{V_{oR}^2 + V_{oC}^2}$

29. धारा, वोल्टता से ϕ कला कोण से आगे होती है।

30. $\tan\phi = \frac{X_C}{R}$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2\pi fCR}\right)$$

31. $I = I_0 \sin(\omega t + \phi)$

32. $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$

33. $V_o = \sqrt{V_{oR}^2 + (V_{oL} - V_{oC})^2}$

34. $V_{0L} > V_{0C}$ $\quad I = I_0 \sin(\omega t + \phi)$

$V_{0L} < V_{0C}$ $\quad I = I_0 \sin(\omega t - \phi)$

$V_{0L} = V_{0C}$ $\quad I = I_0 \sin\omega t$

35. $Z_{min} = R$

36. हाँ।

37. प्रेरणिक प्रतिघात = धारितीय प्रतिघात $X_L = X_C$

38. $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

39. $\phi = 0$

पाठ्यपुस्तक के प्रश्न-उत्तर

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. प्रत्यावर्ती धारा के वर्ग माध्य मूल का मान होता है–
(अ) शिखर मान का दुगुना
(ब) शिखर मान का आधा
(स) शिखर मान के बराबर
(द) शिखर मान का $\frac{1}{\sqrt{2}}$ गुना

2. प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में निम्न में से किसके लगे होने पर धारा, वोल्टता से कला में आगे होगी–
(अ) शुद्ध प्रतिरोध (ब) शुद्ध प्रेरकत्व
(स) शुद्ध धारिता (द) कोई नहीं

3. प्रत्यावर्ती धारा की कला वोल्टता की कला से $\frac{\pi}{2}$ कोण से पीछे रहती है, जब परिपथ में
(अ) केवल प्रतिरोध हो (ब) केवल प्रेरकत्व हो
(स) केवल धारिता हो (द) धारिता और प्रतिरोध हो

4. $C\omega$ का मात्रक है–
(अ) ओम (ब) म्हो
(स) वोल्ट (द) एम्पीयर

5. परिपथ में संधारित्र –
(अ) प्रत्यावर्ती धारा को गुजरने देता है
(ब) प्रत्यावर्ती धारा को रोक देता है
(स) दिष्ट धारा को गुजरने देता है
(द) प्रत्यावर्ती धारा को रोकता है और दिष्ट धारा को गुजरने देता है

6. किसका मात्रक समान नहीं है–
(अ) $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ (ब) $\sqrt{LC}$
(स) RC (द) $\frac{L}{R}$

7. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ 10 kHz आवृत्ति पर अनुनादित होता है। यदि आवृत्ति बढ़ाकर 12 Hz कर दी जाए तो परिपथ की प्रतिबाधा पर क्या प्रभाव पड़ेगा–
(अ) अपरिवर्तित रहेगी
(ब) 1.2 गुना बढ़ जाएगी
(स) बढ़ जाएगी ओर धारितीय हो जाएगी
(द) बढ़ जाएगी और प्रेरणिक हो जाएगी

8. एक परिपथ में धारा की कला वोल्टता की कला से $\pi/3$ कोण पीछे है, परिपथ में अवयव है
(अ) R और C (ब) R और L
(स) L और C (द) केवल L

9. शुद्ध प्रेरकत्व या धारिता का शक्ति गुणांक का मान होता है
(अ) एक (ब) शून्य
(स) π (द) शून्य से अधिक

10. एक प्रत्यावर्ती परिपथ में शक्ति की हानि किए बिना धारा को कम कर सकता है–
(अ) शुद्ध प्रेरकत्व का प्रयोग कर
(ब) शुद्ध प्रतिरोध प्रयुक्त कर
(स) प्रतिरोध और प्रेरकत्व लगाकर
(द) प्रतिरोध तथा धारिता प्रयुक्त कर

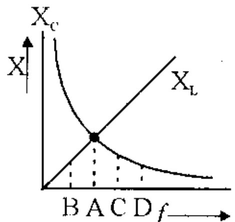
11. धारा $I = I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ प्रत्यावर्ती परिपथ में प्रवाहित हो रही है यदि प्रत्यावर्ती वोल्टता $V = V_m \sin\omega t$ हो तो व्यय होने वाली शक्ति है–
(अ) $\frac{V_m I_m}{R}$ (ब) $\frac{V_m I_m}{\sqrt{2}}$
(स) $\frac{VI}{2}$ (द) शून्य

12. श्रेणी LCR परिपथ में अनुनाद की स्थिति में यदि धारिता $C = 1\ \mu F$ तथा $L = \mu H$ हो तो आवृत्ति का मान कितने हर्ट्ज होगा
(अ) 10^6 (ब) $2\pi \times 10^6$

(स) $\frac{10^6}{2\pi}$ (द) $2\pi \times 10^{-6}$

13. ट्रांसफार्मर की क्रोड पटलित इसलिए होती है ताकि–
(अ) चुम्बकीय क्षेत्र बढ जाए
(ब) क्रोड में अवशेष चुम्बकत्व कम हो जाए
(स) क्रोड की चुम्बकीय संतृप्ति का मान बढ जाए
(द) भंवर धाराओं के कारण ऊर्जा हानि कम हो

14. संलग्न चित्र में अनुनादी स्थिति को प्रदर्शित करने वाला बिन्दु है
(अ) A
(ब) B
(स) C
(द) D



चित्र 10.68

15. 100% दक्षता वाले ट्रांसफार्मर की प्राथमिक व द्वितीयक कुण्डलियों में प्रवाहित हो रही धारा का अनुपात 1 : 4 है तो प्राथमिक द्वितीयक कुण्डलियों पर वोल्टता का अनुपात है
(अ) 1 : 4 (ब) 4 : 1
(स) 1 : 2 (द) 2 : 1

उत्तरमाला

1. (द)	2. (स)	3. (ब)	4. (ब)	5. (अ)
6. (अ)	7. (द)	8. (ब)	9. (ब)	10. (अ)
11. (द)	12. (स)	13. (द)	14. (अ)	15. (ब)

हल एवं संकेत (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

1. (द) $\because I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0$

2. (स) $\because$ शुद्ध धारिता के लिए, $V = V_0 \sin\omega t$ तथा
$$I = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$
($\therefore$ धारा, वोल्टता से $\frac{\pi}{2}$ कलान्तर से आगे होती है।)

3. (ब) $\because$ केवल प्रेरकत्व परिपथ में होने पर जब $V = V_0 \sin\omega t$ तब $I = I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ अर्थात् I की कला V की कला से $\frac{\pi}{2}$ पीछे रहती है।

4. (ब) ωC, धारितीय प्रतिघात $X_c = \frac{1}{\omega C}$ का व्युत्क्रम है अत: इसका मात्रक (ओम)$^{-1}$ या म्हो होता है।

5. (अ) प्रत्यावर्ती धारा को गुजरने देता है।

6. (अ) $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ का मात्रक प्रति सेकण्ड है, जबकि शेष सभी का मात्रक सेकण्ड है।

7. (द) आवृत्ति 10kHz से बढ़कर 12kHz हो जाती है तथा कोणीय आवृत्ति भी ω_r से बढ़कर ω हो जायेगी, अत: प्रतिबाधा $Z = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ का मान धनात्मक हो जायेगा $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ होने से प्रतिबाधा प्रेरणिक हो जायेगी।

8. (ब) R और L के परिपथ में $V = V_0 \sin\omega t$ तथा $I = I_0 \sin(\omega t - \phi)$ होते हैं अत: धारा वोल्टता से कला में ϕ पीछे रहता है। यहाँ $\phi = \frac{\pi}{3}$ है।

9. (ब) शुद्ध प्रेरकत्व या धारिता के लिए कलान्तर $\theta = \pm\frac{\pi}{2}$, अत:
शक्ति गुणांक $\cos\theta = \cos\left(\pm\frac{\pi}{2}\right) = 0$ होगा।

10. (अ) शुद्ध प्रेरकत्व के प्रयोग में परिपथ में V व I का कलान्तर
$$\theta = -\frac{\pi}{2}$$
शक्ति गुणांक $\cos\theta = \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$
अत: $P_{av} = V_{rms} I_{rms} (0) = 0$

11. (द) दिए गए V व I के व्यंजकों से कलान्तर $\theta = -\frac{\pi}{2}$, अत: प्रश्न 10 के हल की भाँति $P_{av} = 0$

12. (स) $C = 1\mu F = 10^{-6} F$ तथा $L = 1\mu H = 10^{-6} H$
$\therefore$ अनुनादी आवृत्ति हर्ट्ज
$$\upsilon_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-6} \times 10^{-6}}} = \frac{10^6}{2\pi} Hz$$

13. (द) भंवर धाराओं के कारण ऊर्जा हानि कम हो।

14. (अ) अनुनादी स्थिति में $X_L = X_C$ अत: जिस आवृत्ति f के लिए X_L व X_C के लिए वक्र परस्पर एक दूसरे को काटते हैं, उस बिन्दु A द्वारा ही अनुनादी स्थिति प्रदर्शित होगी।

15. (ब) $\frac{I_P}{I_S} = \frac{1}{4} \therefore \frac{V_P}{V_S} = \frac{I_S}{I_P} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)} = \frac{4}{1} \Rightarrow V_P : V_S = 4 : 1$

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र 1. एक प्रत्यावर्ती वोल्टता का समीकरण निम्न है $V = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ इसका वर्ग माध्य मूल मान तथा आवृत्ति लिखो।

उत्तर- प्रत्यावर्ती वोल्टता के व्यंजक $V = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ के अनुसार
$V_0 = 200\sqrt{2}$ वोल्ट

$\therefore V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 200V$

तथा $\omega = 2\pi f = 100\pi \Rightarrow f = 50Hz$

$V_{rms} = 200V,\ f = 50Hz$

प्र 2. प्रत्यावर्ती धारा के वर्ग माध्य मूल तथा शिखर मान में संबंध लिखो।

उत्तर- प्रत्यावर्ती धारा का वर्ग माध्य मूल मान= $\frac{1}{\sqrt{2}}$ प्रत्यावर्ती धारा का शिखर मान

अर्थात् $I_{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0$

प्र 3. किसी प्रत्यावर्ती धारा का समीकरण $I = I_0 \sin\omega t$ है तो प्रेरकत्व परिपथ में प्रत्यावर्ती वोल्टता का समीकरण लिखो।

उत्तर- प्रत्यावर्ती धारा का समीकरण $I = I_0\ sin\omega t$ है, तब प्रेरकत्व परिपथ में प्रत्यावर्ती वोल्टता का समीकरण $V = V_0\, sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ होगा।

($\therefore$ शुद्ध L वाले परिपथ में वोल्टता, धारा से $\frac{\pi}{2}$ कला में आगे रहती है।)

प्र 4. किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में किसी समय वोल्टता $V = 200\sin 314t$ है तो प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति लिखो।

उत्तर- परिपथ में जब वोल्टता V=200 sin 314t तब प्रत्यावर्ती धारा की

आवृत्ति $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2\times 3.14} = 50Hz$

प्र 5. प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति बढ़ाने पर प्रेरणिक प्रतिघात तथा धारितीय प्रतिघात पर क्या प्रभाव पड़ता है?

उत्तर- चूँकि प्रेरणिक प्रतिघात $X_L = 2\pi f.L$ तथा धारितीय प्रतिघात $X_C = \frac{1}{2\pi fC}$ होते हैं, अत: आवृत्ति f बढ़ाने पर प्रेरणिक प्रतिघात का मान बढ़ेगा तथा धारितीय प्रतिघात का मान घटेगा।

प्र 6 एक कुण्डली का प्रेरकत्व 0.1 H है। 50 Hz आवृत्ति की प्रत्यावर्ती धारा के लिए इसके प्रतिघात का मान ज्ञात करो।

उत्तर- प्रेरकत्व L=0.1H, f=50Hz

$\therefore$ प्रतिघात $X_L = 2\pi f.L = 2\times 3.14\times 50\times 0.1 = 31.4\Omega$

प्र 7. एक श्रेणी LCR परिपथ में धारा तथा वोल्टता के मध्य कलांतर कितना होगा?

उत्तर- एक श्रेणी LCR परिपथ में धारा तथा वोल्टता के मध्य कलान्तर

$\phi = \pm\tan^{-1}\frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right)}{R}$ सूत्रानुसार 0 से $\pm\frac{\pi}{2}$ के मध्य होता है।

प्र 8. श्रेणी LCR अनुनादी परिपथ में प्रेरकत्व तथा धारिता पर विभवांतर के मध्य कलांतर कितना होगा?

उत्तर- एक श्रेणी LCR अनुनादी परिपथ में प्रेरकत्व पर विभवान्तर V_L तथा धारिता पर विभवान्तर V_C के बीच 180° का कलान्तर होता है।

प्र 9. श्रेणी LCR अनुनादी परिपथ में प्रतिबाधा का मान कितना होता है?

उत्तर- प्रतिबाधा (Z)= प्रतिरोध (R)

प्र 10. प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में प्रेरकत्व, धारिता तथा प्रतिरोध के लिए शक्ति गुणांक का क्या मान होता है?

उत्तर- प्रेरकत्व के लिए शक्ति गुणांक $= cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$

धारिता के लिए शक्ति गुणांक $= cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

प्रतिरोध के लिए शक्ति गुणांक $= cos 0 = 1$

प्र 11. $\sqrt{LC}$ का मात्रक क्या होता है?

उत्तर- $\sqrt{L.C}$ का मात्रक सेकण्ड होता है।

प्र 12. श्रेणी LCR परिपथ में धारिता को चार गुना करने पर समान अनुनादी आवृत्ति के लिए प्रेरकत्व का मान कितना करना होगा?

उत्तर- $\because\ \omega_r = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$, समान अनुनादी आवृत्ति के लिए जब C को बढ़ाकर 4C कर दिया जाये तो L का मान $\frac{1}{4}$L करना होगा

$\therefore \frac{1}{\sqrt{\frac{1L}{4}\times 4C}} = \frac{1}{\sqrt{L.C}} = \omega_r$ ही रहेगा।

प्र 13. वाटहीन धारा का वर्ग माध्य मूल मान कितना होगा?

उत्तर- वाटहीन धारा का वर्ग माध्य मूल मान $I_{ow(rms)} = I_{rms} sin\theta$

या $I_{ow(rms)} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} sin\theta$

प्र 14. एक ट्रांसफार्मर की प्राथमिक और द्वितीयक कुण्डली में घेरों की संख्या का अनुपात 1 : 4 है। यह कौनसा ट्रांसफार्मर हैं?

उत्तर- ट्रांसफार्मर की प्राथमिक व द्वितीयक कुण्डलियों के घेरों की संख्या का अनुपात $N_P : N_S = 1:4$ है $\therefore N_S > N_P$

अत: $V_S > V_P$, ट्रांसफार्मर उच्चायी है।

प्र 15. प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में वाटहीन धारा का मान लिखो।

उत्तर- $I_{ow} = I_{rms} sin\theta$ या $I_{ow} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} Sin\theta$

लघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र 1. दिष्ट धारा की तुलना में प्रत्यावर्ती धारा को प्राथमिकता क्यों दी जाती है? समझाइए।

उत्तर- दिष्ट धारा की तुलना में प्रत्यावर्ती धारा को प्राथमिकता निम्न कारणों से दी जाती है:-

(1) प्रत्यावर्ती धारा को कम ऊर्जा ह्रास पर चोक कुण्डली से नियंत्रित कर संकेत हैं, जब कि दिष्ट धारा में ऐसा करना संभव नहीं है।

(2) प्रत्यावर्ती धारा के जनित्र एवं मोटर, दिष्ट धारा के जनित्र एवं मोटर की तुलना में अधिक दृढ़ एवं सुविधाजनक होते हैं।

(3) प्रत्यावर्ती धारा के संचरण के लिए उच्च वोल्टता (अर्थात् न्यूनधारा) पर संचरण कराके शक्ति ह्रास बहुत कम किया जा सकता है। ऐसा करना दिष्ट धारा के लिए संभव नहीं होता है।

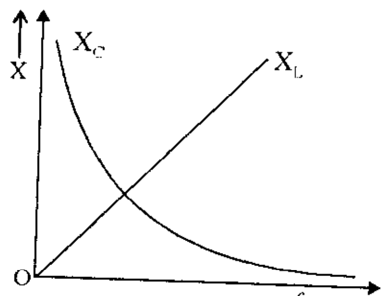
(4) प्रत्यावर्ती धारा को दिष्ट धारा में परिवर्तित करना सुविधाजनक होता है, जबकि दिष्ट धारा का प्रत्यावर्ती धारा में परिवर्तन अपेक्षाकृत सुविधाजनक नहीं होता है।

प्र 2. 220 V पर प्रत्यावर्ती धारा, 220 V पर दिष्ट धारा से अधिक घातक है। क्यों?

उत्तर- वर्ग माध्य मूल मान 220 वोल्ट की प्रत्यावर्ती धारा उसी मान की दिष्ट धारा की तुलना में अधिक घातक है, क्योंकि प्रत्यावर्ती धारा की वोल्टता का शिखर मान इसके प्रभावी मान से अधिक $\sqrt{2}$ गुना अर्थात् $220\sqrt{2} \approx 311$ वोल्ट होता है, जबकि दिष्ट धारा का शिखर मान 220 वोल्ट ही होगा।

प्र 3. प्रेरणिक प्रतिघात तथा धारितीय प्रतिघात का आवृत्ति के साथ लेखाचित्र बनाइए।

उत्तर-



चित्र 10.69

प्र 4. संधारित्र दिष्ट धारा का मार्ग अवरूद्ध करता है, जबकि प्रत्यावर्ती धारा को जाने देता है क्यों?

उत्तर- दिष्ट धारा की आवृत्ति f=0 होती है अत: दिष्ट धारा के लिए धारितीय प्रतिघात $X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \infty$ (अनन्त)होती है, अत: संधारित्र में दिष्ट धारा का मार्ग अवरुद्ध होता है जबकि प्रत्यावर्ती धारा के लिए आवृत्ति f का कुछ मान होने से संधारित्र द्वारा धारितीय प्रतिघात सीमित होती है और प्रत्यावर्ती धारा संधारित्र से सुगमता से गुजर जाती है।

प्र 5. एक कुण्डली का ओमीय प्रतिरोध 6 Ω है यदि कुण्डली की प्रतिबाधा 10 Ω हो तो X_L प्रेरणिक प्रतिघात ज्ञात करो।

उत्तर- कुण्डली का ओमीय प्रतिरोध $R = 6\Omega$

कुण्डली की प्रतिबाधा $Z = 10\Omega$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(10)^2 - (6)^2}$$

$$X_L = \sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8\Omega$$

प्र 6. किसी प्रत्यावर्ती परिपथ में धारा और विभवांतर के मध्य कला संबंध बताओ जब (i) $f = f_r$ (ii) $f < f_r$ (iii) $f > f_r$ यहाँ f_r अनुनादी आवृत्ति है।

उत्तर- प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में धारा और विभवान्तर के मध्य कला ϕ के सम्बन्ध

(i) जब $f=f_r$, तब $\tan\phi=0$ या $\phi = 0^0$

(ii) जब $f<f_r$, तब $\tan\phi = \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right)}{R}$ $\therefore \omega L < \frac{1}{\omega C}$

$\therefore$ ϕ ऋणात्मक होगा। परिपथ धारिता प्रभावी होगा।

(iii) जब $f>f_r$, तब $\tan\phi = \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R}$ $\because \omega L > \frac{1}{\omega C}$

$\therefore$ ϕ धनात्मक होगा। परिपथ प्रेरकत्व प्रभावी होगा।

प्र 7. बैण्ड चौड़ाई किसे कहते हैं? LCR परिपथ में इसका मान लिखो।

उत्तर- बैण्ड चौड़ाई : श्रेणी LCR परिपथ में धारा आवृत्ति वक्र (अनुनाद वक्र) पर स्थित अर्ध शक्ति बिन्दुओं (अर्धशक्ति आवृत्तियाँ f_1 व f_2 के संगत बिन्दु) के मध्य के अन्तराल को बैण्ड चौड़ाई कहते हैं। इसे β या Δf से व्यक्त किया जाता है।

LCR परिपथ के लिए

बैण्ड चौड़ाई $\Delta f = \frac{R}{2\pi L}$

प्र 8. अर्द्ध शक्ति बिन्दु आवृत्तियाँ किसे कहते हैं? इन पर धारा का मान कितना होता हैं?

उत्तर- **अर्द्ध शक्ति बिन्दु आवृत्तियाँ :–** अर्द्ध शक्ति बिन्दु आवृत्तियाँ, श्रेणी LCR परिपथ के लिए खींचे गये अनुनाद वक्र पर आवृत्ति के वे मान हैं, जिन पर परिपथ में शक्ति परिपथ की अधिकतम शक्ति की आधी रह जाती है तथा धारा का मान, धारा के शिखर मान का $\frac{1}{\sqrt{2}}$ गुना (अर्थात् $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$)रह जाता है। इन्हें f_1 व f_2 से दर्शाया जाता है।

अत: f_1 व f_2 के संगत धारा का मान $= \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

प्र 9. किसी कुण्डली के प्रतिरोध व प्रतिघात बराबर होने पर उसका शक्ति गुणांक कितना होगा?

उत्तर- जब प्रतिघात = प्रतिरोध $\Rightarrow X = R$

$\therefore$ प्रतिबाधा $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2R^2} = \sqrt{2}R$

$\therefore$ परिपथ का शक्ति गुणांक

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{2}R} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$

प्र 10. विद्युत शक्ति संचरण में प्रयुक्त परिपथों के लिए शक्ति गुणांक कम होने का अर्थ है, अधिक शक्ति क्षय। समझाइए।

उत्तर- $P_{av} = \frac{V_0 I_0}{2}\cos\phi$

जहाँ शक्ति गुणांक $\cos\phi = \frac{R}{Z}$

जब शक्ति गुणांक का मान कम होता है, तब प्रतिबाधा Z का मान

बढ़ता है और उसके फलस्वरूप धारा के संचरण में अधिक प्रतिबाधा के कारण ऊष्मीय प्रभाव अधिक होता है और अधिक शक्ति क्षय होता है।

प्र 11. अनुनादी LCR परिपथ में प्रतिबाधा, आवृत्ति तथा शक्ति गुणांक का मान कितना होगा? व्यंजक लिखो।

उत्तर- अनुनादी LCR परिपथ में, प्रतिबाधा $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ किन्तु अनुनाद की स्थिति में $X = 0$

$\therefore$ प्रतिबाधा Z=R

आवृत्ति $f_r = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

शक्ति गुणांक $cos\phi = \dfrac{R}{Z} = \dfrac{R}{R} = 1$

प्र 12. ट्रांसफार्मर किस सिद्धांत पर कार्य करता है? इसका उपयोग लिखो।

उत्तर- ट्रांसफार्मर अन्योन्य प्रेरण के सिद्धान्त पर कार्य करता है। इसमें प्राथमिक कुण्डली में निवेशित प्रत्यावर्ती वोल्टता के कारण द्वितीयक कुण्डली में फ्लक्स परिवर्तन होता है, जिससे अन्योन्य प्रेरण के द्वारा उसमें वोल्टता प्रेरित होती है, जो निर्गत वोल्टता के रूप में प्राप्त होती है। ट्रांसफार्मर का प्रमुख उपयोग विद्युत शक्ति संचरण में किया जाता है। इसके अन्य उपयोग निम्नांकित हैं

(i) विद्युतशक्ति वितरण में

(ii) श्रव्य आवृत्ति ट्रांसफार्मर रेडियोग्राही, टेलीविजन, रेडियो, टेलीफोन आदि में।

(iii) रेडियो आवृत्ति ट्रांसफार्मरों का उपयोग रेडियो संचार में।

(iv) प्रतिबाधा सुमेलन करने के लिए।

प्र 13. प्रत्यावर्ती धारा के प्रथम अर्द्ध चक्र में औसत मान को ज्ञात करो।

उत्तर- अनुच्छेद 10.3.3 पर देखें।

प्र 14. ट्रांसफार्मर में ऊर्जा हानि किन-किन कारणों से होती हैं? इन्हें किस प्रकार कम किया जा सकता हैं?

उत्तर- अनुच्छेद 10.11.3 पर देखें।

प्र 15. श्रेणी R–L परिपथ में धारा और वोल्टता के मध्य कलांतर तथा प्रतिबाधा का व्यंजक ज्ञात करो।

उत्तर- अनुच्छेद 10.4.4 पर देखें।

निबंधात्मक प्रश्न

1. एक प्रत्यावर्ती वोल्टता परिपथ में शुद्ध प्रेरकत्व लगा है। परिपथ में धारा का मान, कलांतर, प्रतिघात तथा औसत व्यय ऊर्जा दर ज्ञात करो। फेजर आरेख भी बनाओ।

उत्तर- अनुच्छेद 10.4.2 पर देखें।

2. एक प्रत्यावर्ती वोल्टता **R–L** परिपथ पर आरोपित है। परिपथ में प्रतिबाधा, धारा के व्यंजक निगमित कीजिए तथा फेजर आरेख बनाओ।

उत्तर- अनुच्छेद 10.4.4 पर देखें।

3. अनुनादी परिपथ से क्या तात्पर्य है? श्रेणी **LCR** अनुनादी परिपथ के लिए आवश्यक प्रतिबंध बताइए तथा अनुनादी आवृत्ति का व्यंजक स्थापित करो। इस परिपथ का कहाँ उपयोग होता है।

उत्तर- अनुच्छेद 10.5 पर देखें।

4. श्रेणी **L–C–R** परिपथ के लिए आवृत्ति एवं धारा के मध्य सम्बन्ध को ग्राफ द्वारा प्रदर्शित करो। अर्द्धशक्ति बिन्दु आवृत्तियों को दर्शाते हुए बैण्ड चौड़ाई के लिए आवश्यक सूत्र स्थापित करो।

उत्तर- अनुच्छेद 10.6.1 तथा 10.6.2 पर देखें।

5. प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में शक्ति का सूत्र स्थापित करो। प्रतिघात रहित एवं प्रतिरोध रहित परिपथ के लिए उपर्युक्त सूत्र में क्या परिवर्तन होता है? शक्ति गुणांक को भी परिभाषित कीजिए।

उत्तर- अनुच्छेद 10.7 तथा 10.8 पर देखें।

आंकिक प्रश्न

प्र 1. किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में प्रत्यावर्ती वोल्टता $V = 50\sin(157t + \phi)$ **V** है तो ज्ञात कीजिए

(अ) प्रत्यावर्ती वोल्टता का वर्ग माध्य मूल मान

(ब) प्रत्यावर्ती वोल्टता की आवृत्ति

हल- प्रश्नानुसार परिपथ में प्रत्यावर्ती वोल्टता,

$V=50 \sin(157t+\phi)$ वोल्ट ...(1)

प्रत्यावर्ती वोल्टता के मानक समीकरण $V= V_0 \sin(\omega t+\phi)$ से तुलना करने पर,

$V_0=50$ वोल्ट, $\omega= 157$ रेडियन/सेकण्ड

(अ) प्रत्यावर्ती वोल्टता का वर्ग माध्य मूल मान $V_{rms}=\dfrac{V_0}{\sqrt{2}}$

या $V_{rms} = 0.707V_0$
$= 0.707\times50$
$= 35.350V$

(ब) प्रत्यावर्ती वोल्टता की आवृत्ति

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{157}{2\times3.14} = 25Hz$$

प्र 2. किस समय t पर ज्यावक्रीय प्रत्यावर्ती धारा का मान अपने शिखर मान का (i) आधा (ii) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ गुना होगा?

हल- ज्यावक्रीय प्रत्यावर्ती धारा का व्यंजक

$I=I_0 \sin\omega t$

(i) माना कि समय t_1 पर धारा का मान शिखर मान का आधा रह जाता है तब $I = \dfrac{I_0}{2}$

$\therefore \quad I = \dfrac{I_0}{2} = I_0 \sin\omega t_1$

या $\sin\omega t_1 = \dfrac{1}{2} = \sin\dfrac{\pi}{6}$

$t_1 = \dfrac{T}{12}$ सेकण्ड

$\therefore \quad \omega t_1 = \frac{\pi}{6}$ या $\frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{6}$

(ii) माना समय t_2 पर धारा का नाम शिखर मान का $\frac{\sqrt{3}}{2}$ गुना होगा। तब $I = \frac{\sqrt{3}}{2} I_0$

$\therefore \quad \frac{\sqrt{3}}{2} I_0 = I_0 \sin \omega t_2$

या $\therefore \quad \sin \omega t_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3}$

$\omega t_2 = \frac{\pi}{3}$ या $\frac{2\pi}{T} \times t_2 = \frac{\pi}{3}$

$\therefore \ t_2 = \frac{T}{6}$ सेकण्ड

प्र 3. 10Ω का एक प्रतिरोध तथा 100 mH का एक प्रेरकत्व श्रेणी क्रम में एक प्रत्यावर्ती वोल्टता स्त्रोत $V = 100 \cos \omega t$ से जुड़े है। परिपथ में प्रवाहित धारा और वोल्टता के मध्य कलांतर ज्ञात करो।

हल- प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में प्रतिरोध R=10Ω
तथा L = 100 mH = 10^{-1} H
प्रत्यावर्ती वोल्टता V=100 cos100t

या $V = 100 \sin\left(100t + \frac{\pi}{2}\right)$ की $V = V_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ से तुलना करने पर V_0=100V तथा ω=100 rad/second
यदि V व I के बीच कलान्तर ϕ हो तो,

$$\tan \phi = \frac{\omega L}{R} = \frac{100 \times 10^{-1}}{10} = 1 = \tan \frac{\pi}{4}$$

$\therefore$ कलान्तर $\phi = \frac{\pi}{4}$

चूँकि R-L परिपथ में धारा वोल्टता से कला कोण ϕ से पीछे रहती है।

$\therefore$ धारा का समीकरण

$$I = I_0 \sin\left(100t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

या $$I = I_0 \sin\left(100t + \frac{\pi}{4}\right)$$

R-L परिपथ के लिए, प्रतिबाधा $Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$

$$Z = \sqrt{(10)^2 + 100 \times 100 \times 10^{-1} \times 10^{-1}}$$

$$Z = \sqrt{100 + 100} = 10\sqrt{2}\Omega$$

$\therefore \quad I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{100}{10\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} A$

$\therefore$ परिपथ में धारा $I = 5\sqrt{2} \sin\left(100t + \frac{\pi}{4}\right)$

प्र 4. 1 kHz आवृत्ति की प्रत्यावर्ती धारा के लिए 100 mH के प्रेरकत्व का प्रतिघात ज्ञात करो। यदि स्त्रोत की वोल्टता 6.28 V हो तो प्रेरकत्व में धारा का मान ज्ञात करो।

हल- प्रश्नानुसार
f = 1kHz=10^3Hz
L = 100mH=10^{-1}H
V= 6.28वोल्ट
I = ? X_L = ?

$\therefore$ प्रेरकत्व का प्रतिघात $X_L = 2\pi f.L = 2 \times 3.14 \times 10^3 \times 10^{-1}$

X_L=628Ω

प्रेरकत्व में धारा $I = \frac{V}{X_L} = \frac{6.28}{6.28} = 1A$

प्र 5. एक कुण्डली का प्रेरकत्व 1 हेनरी है। (i) किस आवृत्ति पर इसका प्रतिघात 3140 Ω होगा? (ii) एक संधारित्र की धारिता क्या होनी चाहिए कि उसी आवृत्ति पर उसका प्रतिघात उतना ही रहे?

हल- प्रश्नानुसार कुण्डली का प्रेरकत्व L=1H
(i) f = ? जब X_L=3140 Ω
(ii) C = ? जब X_C= X_L
(i) X_L= 2πfL

$\therefore \ f = \frac{X_L}{2\pi L} = \frac{3140}{2 \times 3.14 \times 1} = 500 Hz$

(ii) X_C= X_L

$$\frac{1}{2\pi f C} = X_L$$

$\therefore \quad C = \frac{1}{2\pi f . X_L} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 500 \times 3140}$

$C = 0.1014 \times 10^{-6} F$

या $C = 0.1014 \mu F$

प्र 6 एक 120 μH का संधारित्र 50Hz के स्त्रोत से जुड़ा है। इसके धारितीय प्रतिघात का मान ज्ञात करो। यदि प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति 5 MHz मेगा हर्ट्ज कर दी जाए तो प्रतिघात में क्या परिवर्तन होगा?

हल- प्रश्नानुसार, $C = 120\mu F = 120 \times 10^{-6} F$
f = 50Hz
(i) X_C=?
(ii) $f^1 = 5MHz = 5 \times 10^6 Hz$
ΔX_C =?

(i) $X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 120 \times 10^{-6}}$
= 26.539 Ω = 26.54 Ω

$X'_C = \frac{1}{2\pi f^1 C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 5 \times 10^{-6} \times 120 \times 10^{-6}}$

$X_C' = 2.6539 \times 10^{-4} \Omega$

$X_C' = 2.654 \times 10^{-4} \Omega$

अत: प्रतिघात 26.54Ω से कम होकर $2.654 \times 10^{-4} \Omega$ रह जायेगी।

प्र 7. एक कुण्डली का प्रतिरोध $R = 10\Omega$ तथा प्रेरकत्व $L = 0.4$ H है। इसे 6.5 V, $\frac{30}{\pi} Hz$ के प्रत्यावर्ती धारा स्त्रोत से जोड़ते हैं। परिपथ में औसत शक्ति व्यय ज्ञात करो।

हल- प्रश्नानुसार

$R = 10\Omega$

$L = 0.4H$

$V_{rms} = 6.5V$

$f = \frac{30}{\pi} Hz$

$\therefore$ प्रेरणिक प्रतिघात $X_L = 2\pi fL = 2\pi \times \frac{30}{\pi} \times 0.4 = 24\Omega$

$\therefore$ परिपथ की प्रतिबाधा $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(10)^2 + (24)^2}$

$Z = \sqrt{100 + 576} = \sqrt{676}\,\Omega$

$\therefore$ परिपथ में औसत शक्ति व्यय $P_{av} = V_{rms} . I_{rms.} cos\phi$

या $P_{av} = V_{rms.} \frac{V_{rms}}{Z} \times \left(\frac{R}{Z}\right)$

या $P_{av} = 6.5 \times \frac{6.5}{\sqrt{676}} \times \frac{10}{\sqrt{676}} = \frac{422.5}{676}$

या $P_{av} = 0.625W = \frac{5}{8} W$

प्र 8. एक 60 V तथा 10 W का बल्ब 100 V के प्रत्यावर्ती स्त्रोत से जुड़ा है। इसके श्रेणीक्रम में एक प्रेरक कुण्डली जुड़ी है। यदि बल्ब पूर्ण तीव्रता से प्रकाशित होता है तो कुण्डली के प्रेरकत्व का मान ज्ञात करो। $(f = 60Hz)$

हल- प्रश्नानुसार,

बल्ब पर वोल्टता V_R=60V

बल्ब की शक्ति P=10W

आवृत्ति f=60Hz

तथा परिपथ में धारा $I = \frac{P}{V_R} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6} A$

प्रेरक कुण्डली पर विभवान्तर $V_L = \sqrt{V^2 - V_R^2}$

$V_L = \sqrt{(100)^2 - (60)^2}$

$V_L = \sqrt{10000 - 3600} = \sqrt{6400} = 80V$

$\therefore \quad V_L = I.X_L = I.2\pi f.L$

$\therefore \quad L = \frac{V_L}{I.2\pi f} = \frac{80}{\frac{1}{6} \times 2 \times 3.14 \times 60}$

$L = 1.273H$

प्र 9. $V_{rms} = 120$ V तथा $f = 60$ Hz का एक प्रत्यावर्ती स्त्रोत $L =$ 200 mH, $C = 40$ μF तथा $R = 20\,\Omega$ के श्रेणी परिपथ से जुड़ा है। निम्न राशियों के मान ज्ञात करो–

(i) कुल प्रतिघात (ii) प्रतिबाधा (iii) शक्ति गुणांक

(iv) औसत शक्ति

हल- प्रश्नानुसार

$V_{rms} = 120V$

$f = 60Hz$

$L = 200mH = 0.2H$

$C = 40\ \mu F = 40 \times 10^{-6}$ F

$R = 20\Omega$

(i) $X_L = 2\pi fL$

$X_L = 2 \times 3.14 \times 60 \times 0.2$

$X_L = 75.36\Omega$

$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 60 \times 40 \times 10^{-6}}$

$\therefore X = X_L - X_C$

$= 75.36 - 66.35$

$= 9.01\Omega = 9\Omega$

(ii) प्रतिबाधा

$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{(20)^2 + (9)^2} = \sqrt{400 + 81}$

या $Z = \sqrt{481} = 21.93\Omega$

(iii) शक्ति गुणांक $cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{20}{21.93} = 0.912$

(iv) औसत शक्ति

$P_{av} = V_{rms} . I_{rms} cos\phi$

$= V_{rms} \times \frac{V_{rms}}{Z} \times cos\phi$

$= 120 \times \frac{120}{21.93} \times 0.912 = 598.85W$

प्र 10. एक प्रेरकत्व, संधारित्र और प्रतिरोध श्रेणीक्रम में जुड़े हैं। यदि L = 0.1 H, C = 20 μF, $R = 10\Omega$ हो तो किस आवृत्ति पर परिपथ अनुनादित होगा?

हल- प्रश्नानुसार

$L = 0.1H$

$C = 20\mu F$

$R = 10\Omega$

परिपथ की अनुनादित आवृत्ति

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$f_r = \frac{1}{2\times3.14\sqrt{0.1\times20\times10^{-6}}} = 112.48Hz$$

$$f_r = 112.5Hz$$

प्र 11. किसी LCR परिपथ में 10 mH का प्रेरकत्व 3 Ω का प्रतिरोध तथा 1 μF की धारिता श्रेणीक्रम में $15\cos\omega t$ V के स्त्रोत से जुड़े हैं। अनुनादी आवृत्ति से 10% कम आवृत्ति पर धारा का शिखर मान ज्ञात करो।

हल- प्रश्नानुसार

L = 10mH = 10^{-2}H
R = 3Ω
C = 1μF = 10^{-6}F
V = 15cosωt वोल्ट

LCR परिपथ की अनुनादित आवृत्ति

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\times3.14\sqrt{10^{-2}\times10^{-6}}}$$

या $f_r = 1592.35Hz$

अनुनादी आवृत्ति से 10% कम आवृत्ति $f = 1592.35\times\frac{(100-10)}{100}$

या $f = 1433.12Hz \simeq 1433Hz$

इस आवृत्ति f पर कोणीय आवृत्ति $\omega = 2\pi f = 2\times3.14\times1433$

या $\omega = 8999.24 \simeq 9000$ रेडियन/सेकण्ड

अत: आवृत्ति f पर प्रेरिणक प्रतिघात

$$X_L = \omega.L = 9000\times10^{-2} = 90\Omega$$

तथा आवृत्ति f पर धारितीय प्रतिघात

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{9000\times10^{-6}} = 111\Omega$$

अत: आवृत्ति f पर कुल प्रतिघात $X = (X_C - X_L) = 111 - 90$

या $X = 21\Omega$

अत: प्रतिबाधा

$$Z = \sqrt{R^2+X^2} = \sqrt{(3)^2+(21)^2} = \sqrt{9+441}$$

$$Z = \sqrt{450} = 21.21\Omega$$

दिये हुये स्रोत वोल्टता समीकरण $V = 15\cos\omega t$ वोल्ट से

शिखर वोल्टता $V_0 = 15V$

$\therefore$ शिखर मान धारा $I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{15}{21.21} = 0.707A$

प्र 12. एक प्रेरकत्व L = 200 mH, C = 500 μF, $R = 100\Omega$ श्रेणीक्रम में 100V के प्रत्यावर्ती स्त्रोत से जुड़े है। ज्ञात करो–

(i) वह आवृत्ति जिस पर परिपथ का शक्ति गुणांक 1 हो
(ii) इस आवृत्ति पर धारा का शिखर मान
(iii) विशेषता गुणांक

हल- प्रश्नानुसार

L = 200mH = 0.2H
C = 500μF = 5×10^{-4}F
R = 100Ω
V_{rms} = 100V

(i) माना कि आवृत्ति f पर शक्ति गुणांक 1 हो जाता है।

$\therefore \cos\theta = \frac{R}{Z} = 1$ या $Z = R$

$\therefore X = 0$

या $X_L = X_C$ (अनुनादी अवस्था)

तब $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}} = \frac{1}{2\times3.14\sqrt{0.2\times5\times10^{-4}}}$

या $f_r = \frac{100}{6.28} = 15.92Hz$

(ii) इस आवृत्ति f_r पर धारा का शिखर मान $I_0 = \sqrt{2}I_{rms} = \sqrt{2}\left(\frac{V_{rms}}{R}\right)$

$$I_0 = 1.414\times\frac{100}{100} = 1.414A$$

(iii) विशेषता गुणांक $Q = \frac{2\pi f_r L}{R}$

$$Q = \frac{2\times3.14\times15.92\times0.2}{100}$$

$$Q = 0.199 \simeq 0.2$$

प्र 13. एक कुण्डली का शक्ति गुणांक 60 Hz आवृत्ति पर 0.707 है, यदि आवृत्ति 120 Hz हो जाए तो शक्ति गुणांक क्या होगा?

हल- प्रश्नानुसार

$\cos\theta_1 = 0.707$
$f_1 = 60Hz$
$f_2 = 120Hz$
$\cos\theta_2 = ?$

$$\cos\theta_1 = 0.707 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos\frac{\pi}{4}$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \tan\theta_1 = \tan\frac{\pi}{4} = 1$$

$$\tan\theta_1 = \frac{X_1}{R} = \frac{2\pi f_1 L}{R} \quad ...(1)$$

इसी प्रकार $\tan\theta_2 = \frac{X_2}{R} = \frac{2\pi f_2 L}{R}$ ...(2)

समी. (1) व (2)से

$$\frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} = \frac{f_2}{f_1}$$

$$\therefore \tan\theta_2 = \frac{f_2}{f_1}\times\tan\theta_1 = \frac{120}{60}\times 1 = 2$$

$$\therefore cos\theta_2 = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta_2}} = \frac{1}{\sqrt{1+2^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{2.236}$$

$$cos\theta_2 = 0.447$$

अत: जब आवृत्ति $f_2 = 120Hz$ होगी तब शक्ति गुणांक 0.447 होगा।

प्र 14. एक श्रेणी LCR परिपथ में प्रत्यावर्ती वोल्टता 230 V का स्त्रोत जुड़ा है। यदि L = 5H, C = 80 μF $R = 40\Omega$ है तो (i) अनुनादी आवृत्ति (ii) परिपथ की प्रतिबाधा और अनुनादी आवृत्ति पर धारा का शिखर मान (iii) परिपथ के तीनों अवयवों के सिरों पर वोल्टता के वर्ग माध्य मूल मान

हल- प्रश्नानुसार

V_{rms} = 230V

L = 5H

C = 80μF = 80×10^{-6}F

R = 40Ω

(i) ω_r =?

(ii) Z=? , I_0 =?

(iii) V_R=?, V_L= ?, V_C= ?

(i) $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L.C.}} = \frac{1}{\sqrt{5\times80\times10^{-6}}}$ = 50 रेडियन/सेकण्ड

(ii) अनुनादी आवृत्ति पर प्रतिबाधा Z=R

$$\therefore Z = 40\Omega$$

धारा का शिखर मान $I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{\sqrt{2}V_{rms}}{Z}$

$$I_0 = \frac{1.414\times230}{40} = 8.13A$$

(iii) $\therefore I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{230}{40} = 5.75A$

$$\therefore V_R = I_{rms}R = 5.75\times40 = 230V$$

$$V_L = I_{rms}\omega_r L = 5.75\times50\times5 = 1437.5V$$

$$V_C = I_{rms}\frac{1}{\omega_r C} = 5.75\times\frac{1}{50\times80\times10^{-6}}$$

$$= 1437.5V$$

प्र 15. एक अपचायी ट्रांसफार्मर 2200 V को 220 V में परिवर्तित करता है। इसकी प्राथमिक कुण्डली में 5000 फेरे हैं। यदि ट्रांसफार्मर की दक्षता 80% तथा निर्गत शक्ति 8 kW है तो ज्ञात करो–

(i) N_S (ii) I_P (iii) I_S (iv) निवेशी शक्ति

हल- प्रश्नानुसार

V_P= 2200V

V_S= 220V

N_P= 5000फेरे

दक्षता η= 80%

निर्गत शक्ति P_0=8kW=8000W

N_S=? निवेशी शक्ति P_i=?

I_P=?, I_S= ?

(i) $\because \frac{N_S}{N_P} = \frac{V_S}{V_P}$

$$\therefore N_S = \frac{V_S}{V_P}\times N_P$$

$$= \frac{220}{2200}\times5000$$

$$= 500$$

(ii) I_S के लिए - $P_0 = I_S.V_S$

$$\therefore I_S = \frac{P_0}{V_S} = \frac{8000}{220} = 36.36A$$

(iii) P_i के लिए $\frac{P_0}{P_i} = 80\% = \frac{80}{100}$

$$\therefore P_i = P_0\times\frac{100}{80}$$

$$= 8000\times\frac{100}{80}$$

$$= 10000\ W = 10kW$$

(iv) I_P के लिए $P_i = V_P.I_P$

$$\therefore I_P = \frac{P_i}{V_P} = \frac{10000}{2200}$$

या $I_P = 4.54A$

अन्य महत्त्वपूर्ण प्रश्न

महत्त्वपूर्ण वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. प्रत्यावर्ती वोल्टता $V = 200\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ में, वोल्टता का वर्ग माध्य मूल मान है–

(अ) $100\sqrt{2}$ V (ब) $200\sqrt{2}$ V

(स) 200 V (द) 100 V

2. एक संधारित्र निम्न में से किसके लिए अनन्त प्रतिरोध की भाँति कार्य करता है–

(अ) dc (ब) ac
(स) ac तथा dc दोनों के लिए (द) उपर्युक्त में से कोई नहीं।

3. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में किसी क्षण पर धारा का मान शून्य है जबकि वोल्टता का मान अधिकतम है। निम्न से स्रोत का क्या जुड़ा नहीं हो सकता–
(अ) शुद्ध प्रेरकत्व (ब) शुद्ध संधारित्र
(स) शुद्ध प्रतिरोध (द) उपर्युक्त में कोई नहीं।

4. एक विद्युत हीटर को क्रमशः दिष्ट धारा तथा प्रत्यावर्ती धारा से गर्म करते हैं। दोनों धाराओं के लिए हीटर के सिरों पर लगाये गये विभवान्तर समान हैं। प्रति सेकण्ड उत्पन्न ऊष्मा अधिक होगी–
(अ) प्रत्यावर्ती धारा स्रोत से गर्म करने पर
(ब) दिष्ट धारा स्रोत से गर्म करने पर
(स) दोनों से समान
(द) उपर्युक्त में से कोई भी नहीं।

5. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में धारा उसकी वोल्टता से $\frac{\pi}{2}$ कोण से आगे है। परिपथ में निम्नलिखित में से कौनसा अवयव होगा ?
(अ) केवल R (ब) केवल L
(स) केवल C (द) L.C.R. तीनों ही

6. प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में I_0, I_{rms}, I_0 व I क्रमशः धारा के शिखर मान, वर्ग माध्य मूल मान, औसत मान, तात्क्षणिक मान को व्यक्त करते हैं। प्रत्यावर्ती धारा के अमीटर द्वारा पढ़ा जाने वाला मान होता है–
(अ) I_0 (ब) I (स) I_0 (द) I_{rms}

7. शुद्ध प्रेरकत्वीय परिपथ में व्ययित शक्ति का मान होता है–
(अ) अधिकतम (ब) शून्य
(स) प्रतिबाधा के समानुपाती (द) धारा के वर्ग के समानुपाती

8. एक परिपथ के किसी अवयव के सिरों के बीच विभवान्तर स्रोत वोल्टता से भी अधिक है तो वह–
(अ) दिष्ट धारा परिपथ होगा (ब) प्रत्यावर्ती धारा परिपथ होगा
(स) दिष्टधारा तथा प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में से कोई भी हो सकता है।
(द) न दिष्ट धारा परिपथ न प्रत्यावर्ती धारा परिपथ है।

9. अर्द्ध शक्ति बिन्दु पर परिपथ में धारा का मान होता है–
(अ) $I_{max}\sqrt{2}$ (ब) $\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$ (स) $2I_{max}$ (द) $\frac{I_{max}}{2}$

10. एक R–L–C परिपथ का शक्ति गुणांक 1 होने के लिए क्या प्रतिबंध होगा ?
(अ) $R = L\omega - \frac{1}{C\omega}$ (ब) $L\omega = \frac{1}{C\omega}$
(स) $L = C$ (द) $R = 0$

11. किसी अनुनादी (L–C) परिपथ में अनुनाद की स्थिति में प्रवाहित धारा होती है :
(अ) शून्य (ब) अनन्त
(स) निश्चित (द) इनमें से कोई नहीं

12. ट्रांसफार्मर तथा अन्य विद्युत चुम्बकीय युक्तियों में प्रयुक्त क्रोड इसलिए पटलित होती है
(अ) चुम्बकीय क्षेत्र बढ़े
(ब) क्रोड़ की चुम्बकीय सुतृप्ति का स्तर बढ़े
(स) क्रोड़ का अवशिष्ट चुम्बकत्व घटे,
(द) क्रोड़ में भंवर धारा हानि घटे।

हल एवं संकेत

1. (अ) $V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{2}$

2. (अ)

3. (स)

4. (ब) दिष्टधारा स्त्रोत से प्रति सेकण्ड ऊष्मा अधिक होगी क्योंकि प्रत्यावर्ती धारा में निरन्तर आयाम परिवर्तित होता रहेगा।

5. (स) 6. (द) 7. (ब) 8. (ब)

9. (ब) 10. (ब)

11. (ब) $X_L = X_C$, $I = \frac{V}{X} = \frac{V}{0}$

12. (द)

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. दिष्ट धारा के लिए एक कुण्डली का प्रतिरोध R ओम है। प्रत्यावर्ती धारा प्रयुक्त करने पर कुण्डली के प्रतिरोध पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

उत्तर–कुण्डली का प्रतिरोध बढ़ जायेगा क्योंकि प्रत्यावर्ती धारा प्रयुक्त करने पर कुण्डली के प्रभावी प्रतिरोध $\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$ होगा जबकि दिष्ट धारा के लिए ओमीय प्रतिरोध केवल R है। यही कारण है कि कुण्डली के सिरों पर समान विभवान्तर लगाने पर प्रत्यावर्ती धारा द्वारा गर्म करने पर प्रति सेकण्ड उत्पन्न ऊष्मा कम होती है।

प्र.2 प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति शून्य होने पर प्रेरण प्रतिघात X_L तथा धारितीय प्रतिघात X_c के मान पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?

उत्तर–जब $f = 0$ तब $X_L = 2\pi fL = 0$ तथा $X_c = \frac{1}{2\pi fC} = \infty$

प्र.3 क्या बिना ऊर्जा क्षय के दिष्ट धारा नियन्त्रित की जा सकती है? क्या चोक कुण्डली द्वारा यह सम्भव है ? क्या प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में यह सम्भव है ?

उत्तर–[नहीं, नहीं, हाँ]

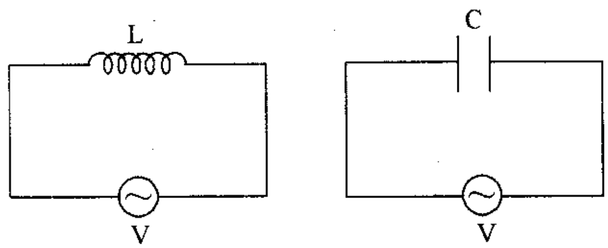
प्र.4 प्रत्यावर्ती धारा के स्त्रोत से एक बल्ब तथा एक संधारित्र श्रेणी से जुडे हैं। धारा–स्त्रोत की आवृत्ति अधिक करने पर क्या होगा ?

उत्तर–[आवृत्ति अधिक करने पर प्रतिबाधा कम होगी जिससे परिपथ में धारा बढेगी। फलस्वरूप बल्ब का प्रकाश तीव्र होगा।]

प्र.5 प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में लगा एक बल्ब जल रहा है। (i) बल्ब के साथ श्रेणीक्रम में चोक कुण्डली जोड़ देने पर बल्ब का प्रकाश धीमा क्यों पड़ जाता है ? (ii) कुण्डली के भीतर नर्म लोहे की क्रोड़ रख देने पर बल्ब का प्रकाश और धीमा पड़ जाता है, क्यों (iii) बल्ब के साथ श्रेणीक्रम में कुण्डली के अतिरिक्त परिवर्ती संधारित्र भी जोड दें तो प्रकाश की तीव्रता को पुनः पहले के बराबर कैसे किया जा सकता है?

उत्तर–(i) प्रभावी प्रतिरोध बढ़ जाने से प्रवाहित धारा घट जाती है। (ii) नर्म लोहे की क्रोड रखने से कुण्डली का प्रेरकत्व और भी बढ जाता है जिससे प्रभावी प्रतिरोध और भी बढ़ जाता है तथा बल्ब प्रवाहित धारा और भी कम हो जाती है। (iii) संधारित की धारिता को इस प्रकार समायोजित करते हैं कि $X_L = X_C$ अर्थात् $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ हो जाये।]

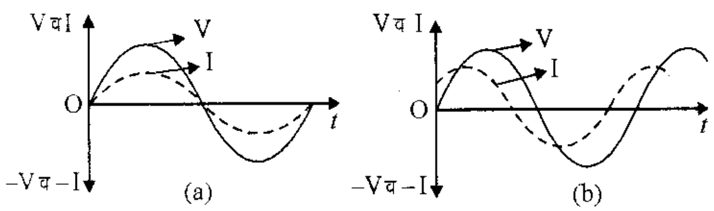
प्र.6 संलग्न चित्र में प्रदर्शित प्रत्यावर्ती धारा परिपथों में बहने वाली धाराओं में क्या परिवर्तन होगा यदि प्रत्यावर्ती वोल्टता की आवृत्ति बढ़ा दी जाये ?



चित्र 10.70

उत्तर–[(a) घटेगी, (b) बढेगी ।]

प्र.7 निम्नांकित चित्र में (a) व (b) दो प्रत्यावर्ती परिपथों के E व I के समय t के साथ लेखा चित्र दिये गये हैं। कौन-सा वक्र धारितीय परिपथ का है एवं कौन-सा प्रतिरोधीय परिपथ का ?



चित्र 10.71

उत्तर–[(a) प्रतिरोधीय परिपथ (b) धारितीय परिपथ]

प्र.8 ट्रांसफार्मर की प्राथमिक व द्वितीयक कुण्डलियों में परस्पर कोई विद्युत संयोजन नहीं होता फिर प्राथमिक से द्वितीयक में विद्युत ऊर्जा कैसे स्थानान्तरित होती है?

उत्तर–[चुम्बकीय ऊर्जा द्वारा]

प्र.9 एक L–C परिपथ में दोलनों की आवृत्ति f है। यदि प्रेरकत्व L तथा धारिता C दोनों दुगुने कर दिये जायें तो परिपथ की आवृत्ति कितनी हो जायेगी ?

उत्तर–

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$f' = \frac{1}{2\pi\sqrt{2L.2C}} = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}}$$

$$\therefore \quad f' = \frac{f}{2}$$

प्र.10 जब ट्रांसफार्मर की कुण्डली में धारा बहती है तो उसकी क्रोड गर्म क्यों हो जाती है ?

उत्तर–ट्रांसफार्मर की क्रोड़ में प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित होती है जिससे उसकी क्रोड़ बार–बार चुम्बकीय एवं विचुम्बकीय होती है। क्रोड़ चुम्बकीय होने में जो विद्युत ऊर्जालेती है उसे वह विचुम्बकीय होने पर पूरा नहीं लौटाती है। क्रोड में बची यह ऊर्जा ऊष्मा के रूप में प्रकट होती है।

प्र.11 क्या हम 15 चक्कर प्रति सेकण्ड की प्रत्यावर्ती धारा को घर में उपयोग में ला सकते है?

उत्तर–हाँ, हम 15 चक्कर प्रति सेकण्ड की प्रत्यावर्ती धारा को घर में प्रकाश के लिए उपयोग में ले सकते हैं। धारा में स्पन्दन इतनी शीघ्रता से होगें कि बल्ब लगातार जलता प्रतीत होगा।

प्र.12 क्या किसी प्रत्यावर्ती परिपथ में धारा, विभवान्तर से पीछे रहती है, आगे रहती है या समान कला में होती है जब परिपथ विभवान्तर की आवृत्ति f (i) $f = f_r$ (ii) $f < f_r$ (iii) $f > f_r$ हो जहाँ f_r अनुनादी आवृत्ति है ?

उत्तर–(i) जब $f = f_r$ तब $X_L = X_C$ परिपथ पूर्णतया प्रतिरोधी होगा। इस लिये धारा विभवान्तर दोनों समान कला में होंगे।

(ii) $f < f_r$ $\quad X_L = \omega L = 2\pi f L$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

जब आवृत्ति f कम है तो X_L का मान X_C की तुलना में कम होगा। परिपथ धारितीय होगा, अतः धारा विभवान्तर से ϕ कला कोण से आगे होगी।

(iii) $f > f_r$, $X_L > X_C$ परिपथ पूर्णतया प्रेरकीय होगा। धारा विभवान्तर से ϕ कला कोण से पीछे होगी।

प्र.13 क्या किसी प्रत्यावर्ती परिपथ में, स्त्रोत की तात्क्षणिक विभवान्तर, परिपथ में लगे घटकों पर उत्पन्न विभवान्तर के बीज गणितीय योग के बराबर होती है। क्या यह विभवान्तर के rms मान के लिए भी सही है ?

उत्तर–हाँ, स्त्रोत की तात्क्षणिक विभवान्तर, सदैव प्रत्यावर्ती परिपथ में श्रेणीक्रम में लगे घटकों पर उत्पन्न विभवान्तर का बीजीय योग होता है।

नहीं, यह rms मान के लिए सही नहीं है क्यों कि इस प्रकार की वोल्टता विभिन्न घटकों पर समान कला में नहीं होती है।

प्र.14 प्रत्यावर्ती अमीटर के डायल पर खानों के मध्य की दूरी समान नहीं होती क्यों ?

उत्तर–क्योंकि प्रत्यावर्ती अमीटर विद्युत धारा के उष्मीय प्रभाव पर आधारित है। इसके अनुसार उत्पन्न उष्मा H, धारा के वर्ग I^2 के अनुक्रमानुपाती होती है न की I के।

प्र.15. दिष्ट धारा (dc) व प्रत्यावर्ती धारा (ac) को तप्त तन्तु अमीटर द्वारा नापा जा सकता है, क्यों ?

उत्तर–क्योंकि दिष्ट व प्रत्यावर्ती दोनों ही धाराएं उष्मा उत्सर्जित करती है और यह उत्सर्जित ऊष्मा धारा के वर्ग के अनुक्रमानुपाती होती है। प्रत्यावर्ती धारा के दिशा परिवर्तन का कोई प्रभाव नहीं हैं, ऊष्मा प्रत्येक स्थिति में उत्पन्न होगी।

प्र.16. एक विद्युत हीटर को एक पात्र में रखकर पहले दिष्ट धारा (dc) और बाद में प्रत्यावर्ती धारा (ac) से ऊष्मा उत्पन्न करने के लिए उपयोग में लिया गया है। दोनों स्थितियों में हीटर पर विभवान्तर समान रखा गया। क्या दोनों स्थितियों में हीटर में उत्सर्जित उष्मा की दर समान होगी ?

उत्तर–विद्युत हीटर वास्तव में चालक तारों की कुण्डली होती है जिसका ओमीय प्रतिरोध R तथा प्रेरकत्व L होता है। दिष्ट धारा प्रवाहित करने पर प्रतिरोध (R) ही प्रभावी होगा। प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित करनें परिणामी प्रतिरोध (प्रतिबाधा) $\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$ होगा, जो अधिक है।

प्र.17. (a) विद्युत धारा के दूर प्रेषण के लिए कम शक्ति गुणांक अधिक हानि व्यक्त करता है क्यों ?

(b) शक्ति गुणांक को उचित मान का संधारित्र प्रेषण के स्थान पर लगा कर क्या इसे बढ़ाया जा सकता है ?

उत्तर–(a) शक्ति $P = V_{rms} I_{rms} \cos\phi$

$\therefore$ जब शक्ति गुणांक $\cos\phi$ कम है तो I_{rms} का मान अधिक होगा क्योंकि I_{rms} नियत है। इस कारण क्षय $(I^2_{rms}R)$ अधिक होगा।

(b) शक्ति गुणांक $\cos\phi = \dfrac{R}{\sqrt{R^2+\left(\omega L \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}$ यदि संधारित्र C का

इस प्रकार चयन किया जाये कि $\dfrac{1}{\omega C} = \omega L$ तो $Z = R$ होगा।

$\therefore$ $\cos\phi = 1$ (अधिकतम)

प्र.18. क्या किसी प्रत्यावर्ती परिपथ में चोक कुण्डली के स्थान पर उचित मान का संधारित्र उपयोग में लिया जा सकता है ?

उत्तर–हाँ, क्यों कि संधारित्र में भी औसत शक्ति क्षय का मान प्रति चक्कर शून्य होता है। चोक कुण्डली की भांति, संधारित्र भी प्रत्यावर्ती धारा को बिना शक्ति क्षय के कम कर देगा।

प्र.19. क्या कोई ऐसी युक्ति है जिससे दिष्ट धारा (dc) को बिना क्षति के नियंत्रित किया जा सके ? क्या चोक कुण्डली यह कर सकती है?

उत्तर–नहीं, इस प्रकार की कोई युक्ति नहीं है। जिससे बिना क्षति के दिष्ट धारा को नियंत्रित किया जा सके। चोक कुण्डली भी यह नही कर सकती।

प्र.20. एक ट्रांसफार्मर में द्वितीयक कुण्डली में फेरों की संख्या प्राथमिक कुण्डली से 20 गुना अधिक है। द्वितीयक में प्राप्त शक्ति क्या होगी, यदि प्राथमिक कुण्डल में निवेशी शक्ति 100 वाट हो।

उत्तर–द्वितीयक कुण्डली में प्राप्त शक्ति भी 100 वाट होगी क्योंकि ट्रांसफॉर्मर में शक्ति क्षय नहीं होता।

प्र.21. जब ट्रांसफार्मर में धारा प्रवाहित होती है तो इसकी कुण्डलियाँ क्यों गर्म हो जाती है?

उत्तर–जब ट्रांसफार्मर में प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित होती है तो इसकी क्रोड निरन्तर चुम्बकित व विचुम्बकित होती है। चुम्बकन में व्यय ऊर्जा, पूर्ण रूप से विचुम्बकन में प्राप्त नहीं होती। यह ऊर्जा क्रोड में उष्मा के रूप में प्रकट होती है।

प्र.22. ट्रांसफार्मर की क्रोड पटलित (laminated) क्यों होती है ?

उत्तर–भंवर धाराओं की क्षति को कम करने के लिए ट्रांसफार्मर की क्रोड को पटलित किया जाता है। इससे भंवर धाराओं की प्रबलता कम हो जाती है। अतः ऊर्जा क्षय न्यूनतम हो जाता है।

प्र.23. ट्रांसफार्मर द्वारा प्रत्यावर्ती धारा की वोल्टता कम करते है। दिष्ट धारा को कम करने के लिए आप क्या करोगे?

उत्तर–दिष्ट धारा को कम करने के लिए ओमीय प्रतिरोध प्रयुक्त किया जा सकता है।

प्र.24. मोटर में विरोधी वि. वा. बल का क्या तात्पर्य है ?

उत्तर–यह वि. वा. बल, जब मोटर की कुण्डली चुम्बकीय क्षेत्र में घूर्णन करती है तो कुण्डली में वि. वा. बल प्रेरित होता है। जिसकी दिशा मेन स्त्रोत के विपरीत होती है।

प्र.25. 'जनित्र' शब्द भ्रामक है क्यों ?

उत्तर–जनित्र में यांत्रिक ऊर्जा का रूपान्तरण विद्युत ऊर्जा में होता है। इस प्रकार यह एक परिवर्तक है न कि उत्सर्जक।

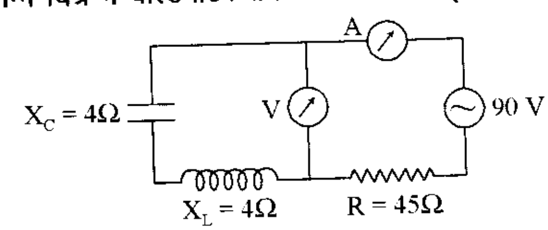
प्र.26. मोटर में प्रर्वतक (Starter) का क्या उपयोग है ?

उत्तर–प्रर्वतक में परिवर्ती प्रतिरोध होते है। जब मोटर को चलाते हैं तो यह अधिकतम प्रतिरोध परिपथ में लगाता है। इससे मोटर की कुण्डली से अल्प धारा प्रवाहित होती है, इस समय कुण्डली में विरोधी वि. वा. बल नही होता अतः यह मोटर की कुण्डली को जलने से बचाता है।

प्र.27. प्रत्यावर्ती धारा को नियंत्रित करने के लिए धारा नियंत्रक की अपेक्षा चोक कुण्डली का उपयोग क्यों करते हैं ?

उत्तर–क्योंकि चोक कुण्डली में सैद्धान्तिक रूप से कोई ऊर्जा अथवा शक्ति क्षय नहीं होती। जब कि धारा नियंत्रक में उष्मा के रूप में कुछ ऊर्जा क्षय होती है।

प्र.28. निम्न चित्र में वोल्टमीटर तथा अमीटर के पाठ्यांक क्या होंगे ?



चित्र 10.72

उत्तर–

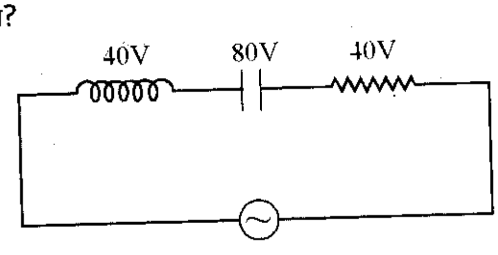
$$Z = \sqrt{R^2+(X_L - X_C)^2}$$

$$= \sqrt{45^2+(4-4)^2} = 45 \text{ ओम}$$

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{90}{45} = 2 \text{ एम्पियर}$$

$$V'_{rms} = I_{rms}(X_L - X_C) = 0 \text{ वोल्ट}$$

प्र.29. निम्न चित्र में प्रत्यावर्ती धारा स्त्रोत की वोल्टता का मान व होगा?

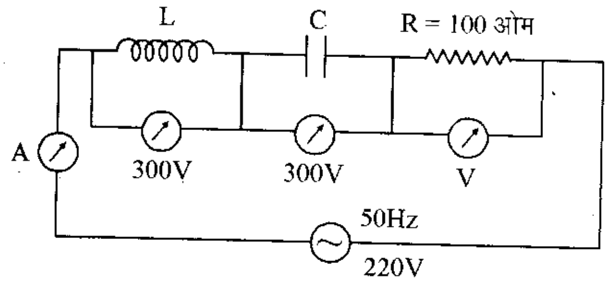


चित्र 10.73

उत्तर– $V_{rms} = \sqrt{V_R^2 + (V_C - V_L)^2}$

$= \sqrt{1600+1600} = 40\sqrt{2}$ वोल्ट

प्र.30. निम्न चित्र में वोल्टमीटर तथा अमीटर के पाठ्यांक क्या होंगे ?



चित्र 10.74

उत्तर– $V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$

$220 = \sqrt{V_R^2}$

$V_R = 220$ वोल्ट

अनुनाद की अवस्था $I_{rms} = \frac{V_R}{R}$

V_R व R का मान रखने पर

$I_{rms} = \frac{220}{100} = 2.2$ एम्पियर

प्र.31. प्रत्यावर्ती धारा एवं वोल्टता में अन्तर स्पष्ट कीजिये।

उत्तर– जब किसी कुण्डली को प्रबल चुम्बकीय क्षेत्र में तेजी से घुमाया जाता है तो कुण्डली से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स में निरन्तर परिवर्तन होता है जिससे कुण्डली में वोल्टता प्रेरित होती है तथा प्रेरित धारा प्रवाहित होती है। प्रेरित वोल्टता तथा धारा का परिमाण तथा दिशा कुण्डली के घूर्णन के साथ परिवर्तित होते हैं। इस प्रकार की धारा को प्रत्यावर्ती धारा तथा वोल्टता को प्रत्यावर्ती वोल्टता कहते हैं।

प्रत्यावर्ती धारा की वोल्टता या धारा को sin या cos के फलन के रूप में प्रदर्शित किया जाता है। प्रत्यावर्ती धारा के वोल्टता का तात्क्षणिक मान निम्न समीकरण से प्रदर्शित करते हैं–

$V = V_o \sin(\omega t + \phi)$

या $V = V_o \cos(\omega t + \phi)$

जहाँ V तात्क्षणिक मान, V_o = शिखर मान = $NB\omega A$ तथा $(\omega t + \phi)$ को कला कहते हैं।

प्रत्यावर्ती धारा के तात्क्षणिक मान को निम्न समी. द्वारा प्रदर्शित किया जाता है–

$I = I_o \sin(\omega t + \phi)$

या $I = I_o \cos(\omega t + \phi)$

I = तात्कालिक मान

I_o शिखर मान = $\frac{N\omega BA}{R}$ जहाँ पर R कुण्डली का प्रतिरोध है।

प्र.32. प्रत्यावर्ती धारा एवं वोल्टता साधारण (dc) मीटरों से नहीं नापी जा सकती। व्याख्या कीजिये।

उत्तर– प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में यदि दिष्ट धारा अमीटर या वोल्टमीटर जाये तो वह प्रत्यावर्ती धारा या वोल्टता को नहीं मापेगा क्योंकि प्रत्यावर्ती धारा का औसत मान शून्य होता है तथा उसमें कोई विक्षेप उत्पन्न नहीं होगा। चल कुण्डली धारामापी की सुई को शून्य होता है तथा उसमें कोई विक्षेप उत्पन्न नहीं होगा। चल कुण्डली धारामापी की सुई को प्रत्यावर्ती धारा के आधे चक्र में दायीं ओर तथा आधे चक्र में बायीं ओर को धक्का लगता है। एक सेकण्ड में 2n बार (n प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति) करना पड़ता है, लेकिन सुई अपने जड़त्व के कारण ऐसा नहीं कर पाती है, इसलिये वहाँ स्थिर बनी रहती है।

प्र.33. एक प्रत्यावर्ती धारा अनुनादी परिपथ में L, C तथा R श्रेणीक्रम में जुड़े है। दोलित परिपथ के आवर्तकाल का व्यंजक लिखिये।

उत्तर– परिपथ में अनुनाद की स्थिति में

$X_L = X_C$ या $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

या $\omega^2 = \frac{1}{LC}$

या $(2\pi f_r)^2 = \frac{1}{LC}$

या $f_r^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$

$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

और आवर्तकाल $T = \frac{1}{f_r} = 2\pi\sqrt{LC}$

प्र.34. चोक कुण्डली में से प्रवाहित होने वाली धारा वॉटहीन क्यों?

उत्तर– जब कुण्डली पर प्रत्यावर्ती विभव लगाते हैं तब कुण्डली में बहने वाली धारा के बीच कला कोण $\frac{\pi}{2}$ होता है, और $P = \frac{I_o V_o}{2}\cos\phi$ होता है, लेकिन $\phi = \frac{\pi}{2}$ है।

$\therefore \quad P = \frac{I_o V_o}{2}\cos\frac{\pi}{2}$

$\therefore \quad P = 0$

इसलिये कुण्डली में प्रत्यावर्ती धारा बहने से ऊर्जा का कोई भी ह्रास नहीं होगा।

प्र.35. ट्रान्सफॉर्मर आदर्श ट्रान्सफॉर्मर कब कहलाता है?

उत्तर– एक आदर्श ट्रांसफॉर्मर में ट्रांन्सफॉर्मर की प्राथमिक कुण्डली से द्वितीय कुण्डली में ऊर्जा के हस्तान्तरण में ऊर्जा की कोई हानि नहीं होती है एवं तब प्राथमिक कुण्डली एवं द्वितीयक कुण्डली में शक्ति का मान भी समान होता है। ऐसे ट्रांसफार्मर की दक्षता 100% होनी चाहिये।

प्र.36. ट्रान्सफॉर्मर की दक्षता से क्या अभिप्राय है?

उत्तर– एक आदर्श ट्रान्सफॉर्मर में ऊर्जा की हानि होती है तथा ऊर्जा के संरक्षण नियम से प्राथमिक कुण्डली में जितनी शक्ति निवेशित की जाती है उतनी ही शक्ति द्वितीयक कुण्डली से निर्गत होती है। इस प्रकार आदर्श ट्रान्सफार्मर की दक्षता 100% होती है, लेकिन सामान्य ट्रॉन्सफॉर्मर की दक्षता कम होती है। इस प्रकार किसी ट्रॉन्सफॉर्मर की दक्षता का मान निम्न सूत्र से ज्ञात करते है–

$$\frac{\text{द्वितीयक कुण्डली के टर्मिनलों पर प्राप्त शक्ति}}{\text{प्राथमिक कुण्डली में निवेशित शक्ति}} \times 100$$

या $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100$

सामान्यतया ट्रॉन्फॉर्मर की दक्षता 70% से 95% तक होती है।

आंकिक प्रश्न

प्र.1. एक 100 Ω का प्रतिरोधक 200 V, 50 Hz आपूर्ति से संयोजित है।

(a) परिपथ में धारा का rms मान कितना है?

(b) एक पूरे चक्र में कितनी नेट शक्ति व्यय होती है।

हल: दिया है: R= 100Ω, V_{rms} = 200 वोल्ट, f = 50 हर्ट्ज

(a) $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{R} = \frac{200}{100} = 2$ एम्पियर

(b) नेट शक्ति व्यय $P = I_{rms} V_{rms} = 200 \times 2 = 400$ वाट प्रति चक्र.

प्र.2 (a) ac आपूर्ति का शिखर मान 300 V है। rms वोल्टता कितनी है?

(b) ac परिपथ में धारा का rms मान 10 A है। शिखर धारा कितनी है?

हल: दिया है: V_o = 300 वोल्ट, I_{rms} = 10 एम्पियर

(a) $V_{rms} = \frac{V_o}{\sqrt{2}} = \frac{300}{1.414} = 212.1$ वोल्ट

(b) $I_o = \sqrt{2} I_{rms} = 1.414 \times 10 = 14.14$ एम्पियर

प्र.3 एक 44 mH का प्रेरित्र 220 V, 50 Hz आपूर्ति से जोड़ा गया है। परिपथ में धारा के rms मान को ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है: L = 44मिली हेनरी = 44×10^{-3} हेनरी,

V_{rms} =220 वोल्ट, f = 50 हर्ट्ज

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{X_L} = \frac{V_{rms}}{\omega L} = \frac{V_{rms}}{2\pi f L}$$

$$= \frac{220}{2 \times 3.14 \times 50 \times 44 \times 10^{-3}} = 15.92 \text{ एम्पियर}$$

प्र.4 एक 60 μF का संधारित्र 110 V, 60 Hz ac आपूर्ति से जोड़ा गया है। परिपथ में धारा के rms मान को ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है: C = 60 माइक्रो फैरड , V_{rms} = 110 वोल्ट, f = 60 हर्ट्ज

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{X_c} = \omega C V_{rms} = 2\pi f C\ V_{rms}$$

$$= 2 \times 3.14 \times 60 \times 60 \times 10^{-6} \times 110 = 2.49 \text{ एम्पियर}$$

प्र.5 30 μF का एक आवेशित संधारित्र 27 mH के प्रेरित्र से जोड़ा गया है। परिपथ के मुक्त दोलनों की कोणीय आवृत्ति कितनी है?

हल: दिया है: $C = 30\mu F = 30 \times 10^{-6}$ फैरड,

$L = 27$ मिली हेनरी $= 27 \times 10^{-3}$ हेनरी

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{30 \times 27 \times 10^{6} \times 10^{-3}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{81 \times 10^{-8}}} = \frac{1}{9 \times 10^{-4}} = \frac{10000}{9} \text{ रेडियन/ सेकण्ड}$$

या $\omega = 1.11 \times 10^{3}$ रेडियन/सेकण्ड

प्र.6 एक श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ को, जिसमें *R* = 20 Ω, *L* = 1.5 H तथा *C* = 35 μF, एक परिवर्ती आवृत्ति की 200 V, ac आपूर्ति से जोड़ा गया है। जब आपूर्ति की आवृत्ति परिपथ की मूल आवृत्ति के बराबर होती है तो एक पूरे चक्र में परिपथ को स्थानांतरित की गई माध्य शक्ति कितनी होगी?

हल: दिया है: R = 20Ω, L = 1.5 हेनरी, तथा C = 35 माइक्रो फैरड

V_{rms} = 200 वोल्ट

जब आपूर्ति (स्रोत)की आवृत्ति परिपथ की आवृत्ति के समान होती है तो परिपथ अनुनाद अवस्था में होता है अत: इस स्थिति में परिपथ की प्रतिबाधा Z = R = 20 ओम,

परिपथ में धारा $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{200}{20} = 10$ एम्पियर

परिपथ में माध्य शक्ति व्यय $P = V_{rms} I_{rms} \cos\phi$

$= 200 \times 10 \times 1$ वॉट

P = 2000 वॉट

प्र.7. एक रेडियो को MW प्रसारण बैंड के एक खंड के आवृत्ति परास के एक ओर से दूसरी ओर (800 kHz से 1200 kHz) तक समस्वरित किया जा सकता है। यदि इसके *LC* परिपथ का प्रभावकारी प्रेरकत्व 200 μH हो, तो उसके परिवर्ती संधारित्र की परास कितनी होनी चाहिए?

हल: दिया है: $f_1 = 800$ किलो हर्ट्ज $= 800 \times 10^3$ हर्ट्ज तथा

$f_2 = 1200 \times 10^3$ हर्ट्ज, $L = 200$ माइक्रो हेनरी $= 2 \times 10^{-4}$ हेनरी

आवृति $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 L f^2}$

अत: $C_1 = \frac{1}{4 \times 3.14 \times 3.14 \times 2 \times 10^{-4} \times 64 \times 10^{10}}$

$C_1 = \frac{10^{-6}}{8 \times 64 \times 3.14 \times 3.14} = 1.98 \times 10^{-10}$ फैरड

$C_1 = 198$ पिको फैरड

तथा $C_2 = \frac{1}{4 \times 3.14 \times 3.14 \times 2 \times 10^{-4} \times 144 \times 10^{10}} =$

$\frac{10^{-6}}{8 \times 3.14 \times 3.14 \times 14 \times 144} = 88 \times 10^{-12}$ फैरड

$C_2 = 88$ पिको फैरड

अत: परिवर्ती संधारित्र की धारिता परास 88 पिको फैरड से 198 पिको फैरड के मध्य होनी चाहिए।

प्र.8. एक शक्ति संप्रेषण लाइन अपचयी ट्रांसफार्मर में जिसकी प्राथमिक कुंडली में 4000 फेरे हैं, 2300 वोल्ट पर शक्ति निवेशित करती है। 230 V की निर्गत शक्ति प्राप्त करने के लिए द्वितीयक में कितने फेरे होने चाहिए?

हल: दिया है $N_p = 4000, V_p = 2300$ वोल्ट, $V_s = 230$ वोल्ट, $N_s = ?$

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} \Rightarrow N_s = \frac{V_s N_p}{V_p} = \frac{230 \times 4000}{2300} = 400 \text{ फेरे}$$