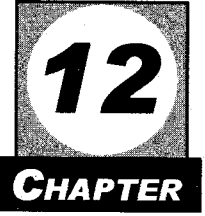


प्रकाश की प्रकृति

NATURE OF LIGHT



12.1 प्रकाश की प्रकृति (Nature of Light)

प्रकाश एक प्रकार की ऊर्जा है जो हमारी आँख के रेटिना को प्रभावित करके हमें वस्तुओं का आभास कराती है। यदि हम किसी सुग्राही थर्मामीटर को सूर्य के प्रकाश में रखे दें तो थर्मामीटर में पारा चढ़ जाता है जो यह व्यक्त करता है कि प्रकाश में उष्मीय प्रभाव होता है तथा इससे इस बात की पुष्टि होती है कि प्रकाश ऊर्जा का ही एक रूप है। प्रकाश के सम्बन्ध में अनेक तथ्य ज्ञात हैं जैसे प्रकाश सरल रेखा में गमन करता है, प्रकाश निर्वात में गमन कर सकता है, प्रकाश में परावर्तन, अपवर्तन व वर्ण-विक्षेपण होता है तथा प्रकाश व्यतिकरण, विवर्तन व ध्रुवण उत्पन्न करता है। प्रकाश जब किसी धातु की सतह पर आपतित होता है तो इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित करता है। इस घटना को प्रकाश विद्युत प्रभाव कहते हैं। इन तथ्यों को समझाने के लिये प्रकाश की प्रकृति के सम्बन्ध में भिन्न-भिन्न सिद्धान्त प्रस्तुत किये गये जैसे न्यूटन का कणिका वाद का सिद्धान्त, हाइगेन्स का तरंग सिद्धान्त, मैक्सवेल का विद्युत-चुम्बकीय सिद्धान्त, प्रकाश का क्वाण्टम सिद्धान्त व प्रकाश की द्वैत प्रकृति आदि।

न्यूटन ने सन् 1675 ई० में प्रकाश के कणिका सिद्धान्त का प्रतिपादन किया। इस सिद्धान्त के अनुसार प्रत्येक प्रकाश स्रोत से असंख्य सूक्ष्म व हल्के अदृश्य कण निकलते रहते हैं। इन कणों को 'कणिकायें' (Corpuscles) कहते हैं। ये कणिकायें प्रकाश के वेग से सभी दिशाओं में चलती हैं। जब ये कणिकायें आँख के रेटिना पर आपतित होती हैं तो हमें वस्तुयें दिखाई देने लगती हैं। विभिन्न रंगों की कणिकायें भिन्न-भिन्न आकार की होती हैं। इस सिद्धान्त के आधार पर, प्रकाश के सरल रेखीय गमन, निर्वात में गमन, परावर्तन, अपवर्तन इत्यादि समझाया जा सका। लेकिन यह सिद्धान्त प्रकाश के व्यतिकरण, विवर्तन, ध्रुवण इत्यादि को नहीं समझा सका।

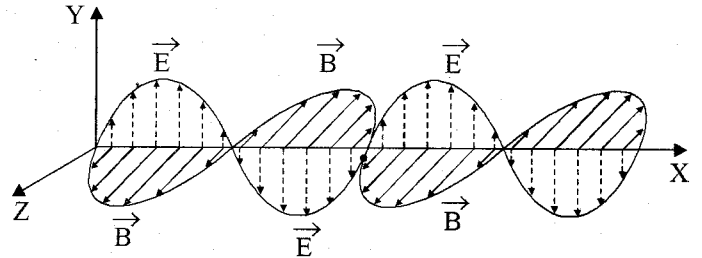
सन् 1678 ई० में हालैण्ड के वैज्ञानिक हाइगेन्स ने प्रकाश का तरंग सिद्धान्त प्रतिपादित किया। हाइगेन्स के अनुसार प्रकाश तरंगों के रूप में चलता है। ये तरंगें प्रकाश स्रोत से निकल कर सभी दिशाओं में प्रकाश की चाल से चलती हैं। ये तरंगे 'ईथर' (ether) नाम के काल्पनिक माध्यम में संचरित होती हैं। इस काल्पनिक माध्यम के लिए यह माना गया कि यह भारहीन है तथा सभी पदार्थों में प्रवेश कर सकता है। इसमें प्रकाश-तरंग के संचरण के सभी गुण होते हैं।

सन् 1873 में जेम्स क्लार्क मैक्सवेल ने केवल गणितीय सूत्रों की सहायता से स्थापित किया कि प्रकाश तरंगें विद्युत-चुम्बकीय तरंगें हैं। यह सिद्धान्त प्रकाश का विद्युत-चुम्बकीय सिद्धान्त के नाम से विख्यात है। इसके अनुसार जब किसी परिपथ में चुम्बकीय अथवा विद्युत क्षेत्र किसी आवृत्ति से परिवर्तित होता है, तो वह केवल परिपथ तक सीमित नहीं रहता। परिपथ में हो रहे दोलनों में एक प्रकार की तरंगें जिन्हें विद्युत-चुम्बकीय तरंगें कहते हैं, उत्पन्न होती हैं, जिनका वेग प्रकाश के वेग के बराबर होता है तथा ये तरंगें निर्वात में भी गमन करती हैं।

साधारणतया विद्युत-चुम्बकीय तरंग गति में \vec{E} तथा \vec{B} समान रूप से तरंग के अभिलाक्षणिक गुण प्रदर्शित करते हैं लेकिन फोटोग्राफिक प्लेट पर या हमारी आँख के रेटिना पर \vec{E} क्षेत्र \vec{B} की तुलना में अधिक प्रभावी है। अतः देखने की क्रिया में विद्युत सदिश \vec{E} अधिक महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। प्रकाश के विद्युत चुम्बकीय तरंग स्वरूप की पुष्टि के लिए निम्नलिखित प्रयोग हैं-

- जीमान प्रभाव (Zeeman Effect)** - स्पेक्ट्रमी रेखाओं का मन्द चुम्बकीय क्षेत्र में विभक्त हो जाना।
- फैराडे का प्रभाव (Faraday's Effect)** - चुम्बकीय क्षेत्र के प्रभाव में ध्रुवण तल का घूम जाना।
- स्टार्क प्रभाव (Stark Effect)** - स्पेक्ट्रमी रेखाओं का विद्युत क्षेत्र में विभक्त होना।

उपर्युक्त प्रभाव केवल प्रकाश के विद्युत चुम्बकीय तरंग स्वरूप से ही समझाये जा सकते हैं, अन्य किसी सिद्धान्त से नहीं।



चित्र 12.1

प्रकाश के तरंग सिद्धान्त के आधार पर प्रकाश की अनेक घटनाओं जैसे-व्यतिकरण, विवर्तन, तथा ध्रुवण की सफलतापूर्वक व्याख्या की जा सकती है परन्तु कुछ अन्य घटनाओं जैसे-प्रकाश विद्युत प्रभाव, कॉम्पटन प्रभाव असंगत जीमान प्रभाव एवं रमन प्रभाव आदि की व्याख्या करने में यह सिद्धान्त असफल रहा। इन घटनाओं की व्याख्या सन् 1900 में जर्मन वैज्ञानिक मैक्स प्लांक के क्वाण्टम सिद्धान्त के आधार पर सफलतापूर्वक की गयी।

इस सिद्धान्त के अनुसार विकिरण का अवशोषण अथवा उत्सर्जन ऊर्जा की निश्चित मात्रा के छोटे-छोटे पैकटों अथवा बण्डलों के रूप में होता है। ऊर्जा के इन पैकटों को क्वाण्टा अथवा फोटॉन कहते हैं यदि फोटॉन आवृत्ति ν हो तब फोटॉन की ऊर्जा-

$$E = h\nu \text{ होगी।}$$

जहां h प्लांक नियतांक है जिसका मान 6.62×10^{-34} जूल-सेकण्ड-होता है क्वाण्टम सिद्धान्त के अनुसार फोटॉन ऊर्जा का संचरण $h\nu, 2h\nu, \dots, nh\nu$ के रूप में ही हो सकता है इनके मध्य में नहीं। अतः कहा जा सकता है कि प्रकाश ऊर्जा एक क्वाण्टीकृत राशि है।

यदि विकिरण तरंगदैर्घ्य λ हो तो फोटॉन का वेग-

$$c = \nu\lambda \text{ होगा।}$$

फलतः फोटॉन की ऊर्जा-

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

उदाहरण के लिए यदि दृश्य प्रकाश के किसी विकिरण का तरंग दैर्घ्य $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ है तो $c = \nu\lambda$ के अनुसार-

विकिरण की आवृत्ति

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{6000 \times 10^{-10}} \text{ मी./से.}$$

$$\nu = 5.0 \times 10^{14} \text{ प्रति सेकण्ड}$$

प्लांक के क्वाण्टम सिद्धान्त से प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा

$$E = h\nu$$

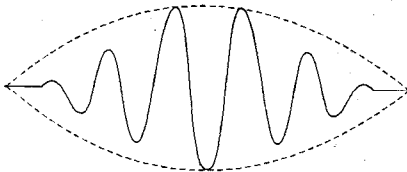
$$E = 6.62 \times 10^{-34} \times 5 \times 10^{14}$$

$$E = 33.10 \times 10^{-20} \text{ जूल}$$

इस प्रकार विकिरण ऊर्जा का आदान-प्रदान $n h \nu$ जहाँ $n = 1, 2, 3, \dots$ है के रूप में ही सम्भव है सन् 1905 में अलबर्ट आइन्सटीन ने प्लांक के क्वाण्टम सिद्धान्त के आधार पर प्रकाश विद्युत प्रभाव की व्याख्या की।

प्रकाश की समस्त घटनाओं को समझाने के लिए विद्युत चुम्बकीय तरंग सिद्धान्त तथा फोटॉन सिद्धान्त दोनों ही आवश्यक हैं तरंग सिद्धान्त से प्रकाश के व्यतिकरण, विवर्तन एवं ध्रुवण आदि घटनाओं की व्याख्या की जा सकती है तथा फोटॉन सिद्धान्त से प्रकाश विद्युत प्रभाव, क्वाण्टम प्रभाव, रमन प्रभाव आदि की व्याख्या होती है इस प्रकार कुछ घटनाओं में प्रकाश, विद्युत चुम्बकीय तरंग के समान तथा कुछ घटनाओं में कण की तरह व्यवहार करता है अतः कहा जा सकता है कि प्रकाश में कणिक (फोटॉन) एवं तरंग दोनों ही गुण विद्यमान हैं अर्थात् प्रकाश की प्रकृति द्वैत (Dual) होती है।

प्रकाश का आधुनिक क्वाण्टम सिद्धान्त उसकी द्वैत प्रकृति की व्याख्या करने में सक्षम है फोटॉन की संरचना मध्यम आवृत्ति के निकटवर्ती आवृत्तियों की अनंत तरंगों के अध्यारोपण से होती है। इस अध्यारोपण से एक सीमित विस्तार का तरंग पैकिट प्राप्त होता है (चित्र)।



चित्र 12.2

यह तरंग पैकिट या फोटॉन कण की भाँति व्यवहार करता है इस प्रकार फोटॉन में तरंग व कण स्वरूप दोनों विद्यमान हैं।

उदाहरण 1. एक सोडियम लैम्प 5890 Å तरंगदैर्घ्य के 1 मिलीवॉट विकिरण का उत्सर्जन करता है। प्रति सेकण्ड उत्सर्जित होने वाले फोटॉनों की संख्या का परिकलन कीजिए।

हल- एक फोटॉन की ऊर्जा

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

∴ n फोटॉनों की ऊर्जा प्रति सेकण्ड

$$= n \cdot \frac{hc}{\lambda}$$

प्रश्नानुसार $n \cdot \frac{hc}{\lambda} = 10^{-3}$

$$n = \frac{10^{-3} \times 5890 \times 10^{-10}}{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}$$

$$= 2.963 \times 10^{15}$$

12.2 हाइगेन का तरंग सिद्धान्त तथा तरंगाग्र (Hygen's Wave Theory and Wave front)

प्रकाश के तरंग सिद्धान्त का प्रतिपादन हॉलैंड के वैज्ञानिक क्रिस्टोफर हाइगेन ने सन् 1678 ई. में किया था हाइगेन के अनुसार प्रकाश तरंगों के रूप में चलता है। ये तरंगें प्रकाश स्रोत से निकलकर सभी सर्वसम्भव दिशाओं में प्रकाश की चाल (3×10^8 मी./से.) से चलती हैं क्योंकि तरंगों को चलने के लिए माध्यम की आवश्यकता होती है इसलिए हाइगेन ने एक सर्वव्यापी माध्यम ईथर की कल्पना

की। इस काल्पनिक माध्यम के लिए यह माना गया कि यह भारहीन है सभी दिशाओं में प्रवेश कर सकता है। इसमें प्रकाश तरंग के संचरण के लिए आवश्यक सभी गुण विद्यमान हैं। उदाहरण के लिए-प्रकाश अतितीव्र वेग (3×10^8 मी./से.) से चलता है अतः यह माना गया कि माध्यम ईथर का घनत्व बहुत कम तथा प्रत्यास्थता बहुत अधिक होती है इस माध्यम में-

$$\text{तरंग चाल} = \sqrt{\frac{\text{माध्यम की प्रत्यास्थता}}{\text{माध्यम का घनत्व}}}$$

$$v = \sqrt{\frac{E}{d}}$$

सूत्र से ज्ञात की जा सकती है इस प्रकार के काल्पनिक माध्यम में प्रकाशीय तरंगें संचरित होती हुई जब आंख की रेटिना पर गिरती हैं तो हमें वस्तुएँ दिखाई देने लगती हैं विभिन्न रंगों के प्रकाश की तरंगों की लम्बाईयाँ अलग-अलग होती है।

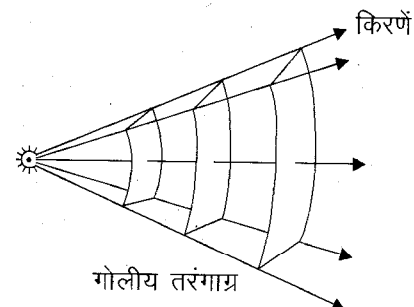
तरंगाग्र (Wavefront)

प्रकाश के तरंग सिद्धान्त के अनुसार, प्रकाश का प्रत्येक स्रोत सभी दिशाओं में विक्षोभ भेजता है। एक समांगी माध्यम में विक्षोभ माध्यम के उन सभी बिन्दुओं पर, जो कि प्रकाश स्रोत से समान दूरी पर हैं, एक ही कला में पहुँचता है अतः किसी क्षण, सभी ऐसे कण एक दूसरे के साथ एक ही कला में कम्पन करने चाहिए। **माध्यम के ऐसे सभी कणों, जो किसी क्षण समानकला में कम्पन कर रहे हैं, का बिन्दुपथ तरंगाग्र कहलाता है** अथवा समांगी माध्यम में खींचा गया कोई ऐसा पृष्ठ जिसमें स्थित सभी कण कम्पन की समान कला हो तरंगाग्र कहलाता है। तरंगाग्र का आकार स्रोत के आकार पर निर्भर करता है किसी समांगी माध्यम में तरंग का तरंगाग्र तरंग संचरण की दिशा के लम्बवत् होता है। अतः तरंगाग्र के अभिलम्बवत् खींची गई रेखा, तरंग संचरण की दिशा को व्यक्त करती है तथा इसे प्रकाशीय किरण कहते हैं। जिस गति के साथ तरंगाग्र स्रोत से बाहर की ओर बढ़ता है, वह तरंग की चाल कहलाती है। तरंग की ऊर्जा तरंगाग्र के लम्बवत् चलती है।

प्रकाश स्रोत की आकृति के आधार पर तरंगाग्र विभिन्न आकृतियों के हो सकते हैं-

(i) यदि माध्यम में तरंगें एक बिन्दु-स्रोत (point source) से उत्पन्न हो रही हैं तब वे सभी दिशाओं में संचरित होती हैं। यदि हम बिन्दु स्रोत को केन्द्र मानकर उसके चारों ओर एक गोलीय पृष्ठ खींचें तो उस पर स्थित माध्यम के कण समान कला में कम्पन कर रहे होंगे। उसका कारण है कि स्रोत से चलने वाला विक्षोभ उन सभी कणों पर एक साथ पहुंचेगा। अतः उस दशा में तरंगाग्र गोलीय (Spherical) होगा, और हमें एक गोलीय तरंग प्राप्त होती है तथा किरणें त्रिज्य रेखाएँ (radial lines) होगी। इस तरंगाग्र से सम्बद्ध तरंग

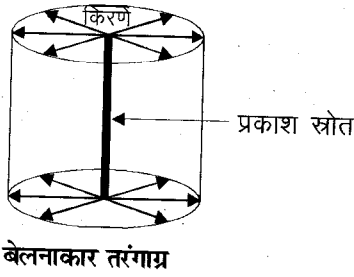
का समी. $y = \frac{a}{r} \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ होगा।



गोलीय तरंगाग्र

चित्र 12.3

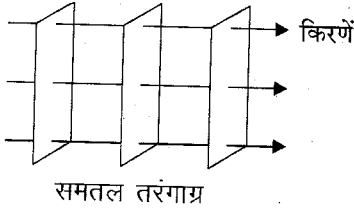
(ii) रेखीय स्रोत से समान दूरी पर स्थित बिन्दुओं का बिन्दुपथ बेलनाकार तरंगाग्र कहलाता है अर्थात् जब प्रकाश का स्रोत एक रेखीय आकार जैसे स्लिट हो तो इनसे प्राप्त तरंगाग्र बेलनाकार होगा।



बेलनाकार तरंगाग्र
चित्र 12.4

(iii) जब प्रकाश का बिन्दु स्रोत या रेखीय स्रोत बहुत अधिक दूरी पर होता है तो क्रमशः गोलीय एवं बेलनाकार तरंगाग्रों का आकार बहुत बड़ा हो जाता है। इन तरंगाग्रों का छोटा-सा भाग समतल तरंगाग्र माना जा सकता है। इस स्थिति में हमें एक समतल तरंग प्राप्त होती है तथा किरणें समान्तर ऋजुरेखीय होगी। समीकरण

$y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ एक समतल तरंग का समीकरण है। जो कि धनात्मक X दिशा में संचरित हो रही है।



समतल तरंगाग्र
चित्र 12.5

**हाइगेन का द्वितीयक तरंगिकाओं का सिद्धान्त
(Huygen's Principle of Secondary Wavelets)**

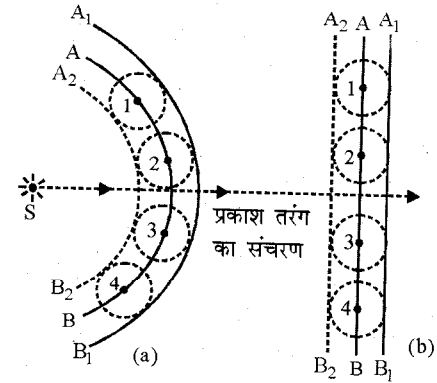
हाइगेन के सिद्धान्त के अनुसार-

1. प्रत्येक प्रकाश स्रोत से प्रकाश तरंगाग्रों के रूप में चलता है यह प्राथमिक तरंगाग्र कहलाता है। तरंगाग्र का प्रत्येक बिन्दु एक द्वितीयक विक्षोभ का नवीन स्रोत है और इन बिन्दुओं से उत्सर्जित तरंगिकाएँ तरंग की गति की दिशा से सभी दिशाओं में फैलती हैं। इन तरंगिकाओं को प्रायः द्वितीयक तरंगिकाओं के नाम से जाना जाता है किसी भी क्षण उत्पन्न हुई द्वितीयक तरंगिकाओं से आगे की दिशा में उभयनिष्ठ स्पर्शीय पृष्ठ खींचने पर एक नवीन तरंगाग्र का निर्माण होता है जिसे द्वितीयक तरंगाग्र कहते हैं।

2. तरंगाग्र माध्यम में प्रकाश के वेग से गतिमान होता है तथा तरंगाग्र के किसी बिन्दु पर खींचा गया अभिलम्ब प्रकाश संचरण की दिशा को व्यक्त करता है जिसे प्रकाश किरण कहते हैं। हाइगेन के सिद्धान्त से तरंग संचरण निम्न प्रकार से समझाया जा सकता है-

माना S एक प्रकाश स्रोत है जिसके चारों ओर माध्यम एक समान है किसी क्षण $t=0$ पर एक गोलीय तरंगाग्र के एक भाग AB को (चित्र a) प्रदर्शित किया गया है। इस पर स्थित माध्यम का प्रत्येक कण समान कला में कम्पन करता है तथा इस तरंगाग्र पर स्थित प्रत्येक कण नवीन तरंगों का स्रोत एवं केन्द्र बन जाएगा। जो अपने चारों ओर द्वितीयक तरंगिकाएँ उत्सर्जित करते हैं।

t समय के पश्चात् तरंग के तरंगाग्र का निर्धारण करने के लिए AB पर स्थित प्रत्येक बिन्दु को केन्द्र मानकर vt त्रिज्या के गोले खींचे, जिन्हें गोलीय द्वितीयक तरंगिकाएँ कहते हैं। जहाँ पर v माध्यम में तरंग की चाल को व्यक्त करता है। अब इन सभी गोलों पर एक उभयनिष्ठ स्पर्शीय रेखा खींचे तो हमें अग्र दिशा में $A_1 B_1$ तरंगाग्र की नयी स्थिति प्राप्त होगी जो पुनः गोलीय है। जिसे द्वितीयक तरंगाग्र कहते हैं। इन तरंगाग्रों पर अभिलम्ब की दिशा प्रकाश संचरण की दिशा को व्यक्त करती है। जिसे प्रकाश किरण कहते हैं।



चित्र 12.6

यदि प्रकाश स्रोत की स्थिति प्रेक्षण बिन्दु से अनन्त दूरी पर हो तो गोलीय तरंगाग्र का छोटा सा भाग ही प्रभावित होने पर समतल तरंगाग्र (चित्र b) का रूप माना जा सकता है।

हाइगेन का सिद्धान्त विभिन्न प्रक्रियाओं जैसे प्रकाश का परावर्तन, अपवर्तन, व्यतिकरण की व्याख्या करने में सहायक साबित हुआ है। लेकिन इस सिद्धान्त में दो कमियाँ भी हैं-

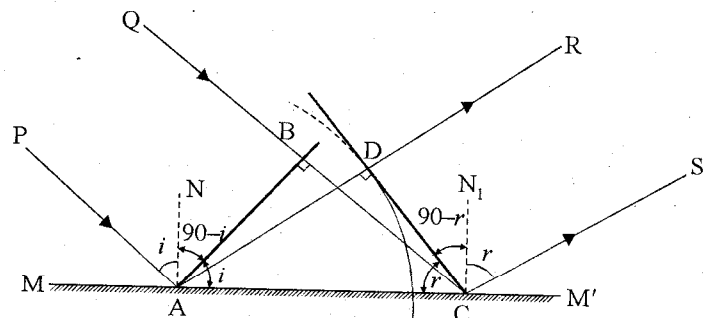
- (i) इसमें हमें एक पश्च तरंग भी प्राप्त होती है। हाइगेन ने तर्क प्रस्तुत किया कि आगे की दिशा में द्वितीयक तरंगिकाओं का आयाम अधिकतम होता है तथा पीछे की दिशा में यह शून्य होता है। इस तदर्थ कल्पना से हाइगेन ने पश्च तरंगों की अनुपस्थिति को समझाया परन्तु यह कल्पना संतोषक जनक नहीं है अतः द्वितीय स्रोत से प्रकाश का पीछे की ओर संचरण उपस्थित न होने की व्याख्या इस सिद्धान्त से संभव नहीं है।
- (ii) प्रकाश का ऋजु रेखीय संचरण की व्याख्या नहीं करना।

ध्वनि स्रोत से भी ध्वनि चारों ओर ध्वनि के वेग से तरंगों (अनुदैर्घ्य) के रूप में संचरित होती है। इसमें माध्यम का प्रत्येक कण द्वितीयक स्रोत माना जा सकता है। अतः ध्वनि तरंगों का संचरण भी हाइगेन सिद्धान्त के आधार पर समझाया जा सकता है।

12.3 हाइगेन सिद्धान्त का उपयोग करते हुए समतल तरंगों का परावर्तन तथा अपवर्तन (Reflection and Refraction of Plane Waves by Huygen's Principle)

12.3.1 हाइगेन के तरंग सिद्धान्त से प्रकाश परावर्तन की व्याख्या (Explanation of Reflection of Light by Huygen's Principle)

हाइगेन के तरंग सिद्धान्त से परावर्तन की प्रक्रिया की व्याख्या भली प्रकार से की जा सकती है।



चित्र 12.7

उपर्युक्त चित्र के अनुसार एक समतल परावर्तक तल MM' पर AB एक समतल तरंगग्र आपतित है। इस तरंगग्र का बिन्दु A परावर्तक तल को स्पर्श करता है लेकिन B भाग अभी उसी माध्यम में ही है।

B को परावर्तक तल तक पहुँचने के लिए $BC = vt$ दूरी तय करनी पड़ेगी। जहाँ v माध्यम में प्रकाश का वेग है। इतने समय में A भाग उसी माध्यम में उतनी ही दूरी तय करेगा। फलतः $AD = BC = vt$ । अतः A को केन्द्र मानकर BC के तुल्य त्रिज्या का एक चाप खींचकर C से इस पर एक स्पर्श रेखा CD खींची जाती है। अतः जब तरंगग्र का B भाग C पर पहुँचता है तो A भाग D पर पहुँच जाता है। इस प्रकार से CD परावर्तित तरंगग्र हुआ।

चित्र से स्पष्ट है कि आपतित तरंगग्र AB , परावर्तित तरंगग्र CD व अभिलम्ब AN एवं CN_1 सभी कागज के तल में स्थित हैं।

$$\begin{aligned} \text{चित्रानुसार} \quad \angle PAN &= \angle i = \angle BAC \\ \angle SCN_1 &= \angle r = \angle DCA \end{aligned}$$

त्रिभुज ABC एवं त्रिभुज DCA से-

AC भुजा उभयनिष्ठ है

$BC = AD$ (रचना से)

एवं $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ (समकोण)

अतः दोनों त्रिभुज सर्वांगसम (अनुरूप) अर्थात् त्रिभुजों की सभी भुजाएँ एवं कोण भी समान होंगे।

$$\therefore \angle BAC = \angle DCA$$

$$\text{या} \quad \angle i = \angle r$$

यही परावर्तन का प्रथम नियम है।

आपतित तरंगग्र, परावर्तक सतह तथा परावर्तित तरंगग्र तीनों कागज के तल के लम्बवत् है अर्थात् आपतित किरण, परावर्तित किरण तथा अभिलम्ब तीनों कागज के तल में स्थित है।

यही परावर्तन का द्वितीय नियम है।

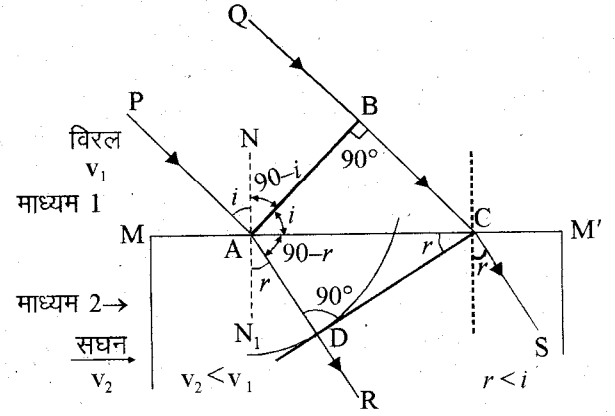
अतः हाइगेन सिद्धान्त परावर्तन के नियमों की व्याख्या करता है।

12.3.2 हाइगेन के तरंग सिद्धान्त से अपवर्तन की व्याख्या (Explanation of Refraction by Huygen's Principle)

1. विरल माध्यम से सघन माध्यम में अपवर्तन

चित्र में दिखाये अनुसार माना MM' माध्यम 1 (विरल) तथा माध्यम 2 (सघन) को पृथक करने वाले पृष्ठ को निरूपित करता है माना v_1 तथा v_2 क्रमशः माध्यम 1 तथा माध्यम 2 में प्रकाश के वेग को व्यक्त करते हैं। एक समतल तरंगग्र AB अपवर्तक तल MM' पर आपतित तरंगग्र है जिसका A भाग अपवर्तक तल को स्पर्श करता है एवं B भाग विरल माध्यम में ही है। माना B को अपवर्तक तल के बिन्दु C तक पहुँचने में t समय लगता है अतः $BC = v_1 t$ । इतने ही समय में तरंगग्र का A भाग सघन माध्यम में $v_2 t$ दूरी तक पहुँचेगा तथा $v_2 < v_1$ होगा। बिन्दु A को केन्द्र मानकर $v_2 t$ त्रिज्या का एक चाप दूसरे माध्यम में खींचकर, C से एक स्पर्श रेखा खण्ड खींचा जाता है जो D पर स्पर्श करता है तब $AD = v_2 t$ तथा CD को हम अपवर्तित तरंगग्र कहते हैं।

$$\begin{aligned} \text{चित्रानुसार} \quad \angle PAN &= \angle i \text{ (आपतन कोण)} \\ \angle DAN_1 &= \angle r \text{ (अपवर्तन कोण)} \end{aligned}$$



चित्र 12.8

अब त्रिभुज ABC तथा ADC से

$$\sin i = \frac{BC}{AC} = \frac{v_1 t}{AC} \quad \dots(1)$$

$$\text{और} \quad \sin r = \frac{AD}{AC} = \frac{v_2 t}{AC} \quad \dots(2)$$

समी. (1) व (2) से

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} \quad \dots(3)$$

यदि c निर्वात में प्रकाश का वेग हो तब, निरपेक्ष अपवर्तनांक

$$\mu_1 = \frac{c}{v_1} \text{ तथा } \mu_2 = \frac{c}{v_2}$$

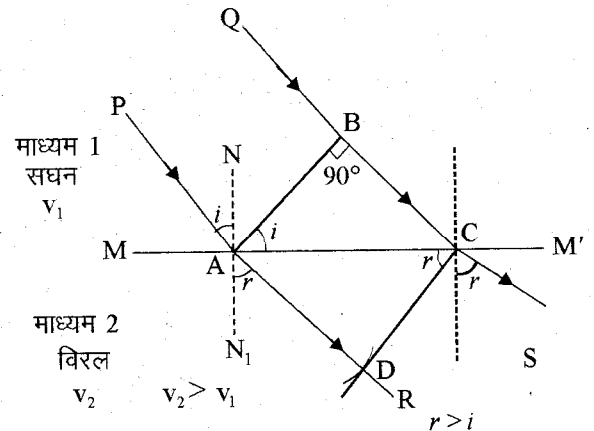
जहाँ μ_1 तथा μ_2 क्रमशः माध्यम 1 तथा माध्यम 2 के अपवर्तनांक हैं।

$$\text{अतः} \quad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \mu_2$$

जिसे माध्यम 2 का माध्यम 1 के सापेक्ष अपवर्तनांक कहते हैं। यही स्नेल का अपवर्तन संबंधी नियम है।

चित्र से स्पष्ट है कि आपतित तरंगग्र, अभिलम्ब एवं अपवर्तित तरंगग्र सभी एक ही समतल में स्थित है। यही अपवर्तन का द्वितीय नियम है। इस प्रकार हाइगेन के तरंग सिद्धान्त से अपवर्तन के नियमों की व्याख्या होती है।

2. सघन माध्यम से विरल माध्यम में अपवर्तन



चित्र 12.9

चित्र में दिखाये अनुसार एक समतल तरंगाग्र का विरल माध्यम से अपवर्तन दर्शाया गया है। जिसमें माध्यम 1 सघन तथा माध्यम 2 विरल है। माध्यम 1 में प्रकाश वेग v_1 तथा माध्यम 2 में v_2 है अर्थात् $v_2 > v_1$ । AB एक आपतित तरंगाग्र तथा CD अपवर्तित तरंगाग्र है इसमें अपवर्तनकोण (r), आपतन कोण (i) से बड़ा होगा ($r > i$)। यदि μ_1 व μ_2 क्रमशः माध्यम 1 तथा माध्यम 2 के अपवर्तनांक हैं,

$$\text{तब} \quad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\mu_2}{\mu_1} = {}_1\mu_2$$

जिसे माध्यम 2 (विरल) का माध्यम 1 (सघन) के सापेक्ष अपवर्तनांक कहते हैं।

$$\text{या} \quad \mu_1 \sin i = \mu_2 \sin r$$

स्थिति-I:

यदि $i = i_c$ क्रांतिक कोण तथा $r = 90^\circ$ तब

$$\sin i_c = \frac{\mu_2}{\mu_1} = {}_1\mu_2$$

यदि $i > i_c$ तब कोई भी अपवर्तित तरंग प्राप्त नहीं होगी तथा तरंग का पूर्ण आंतरिक परावर्तन हो जायेगा।

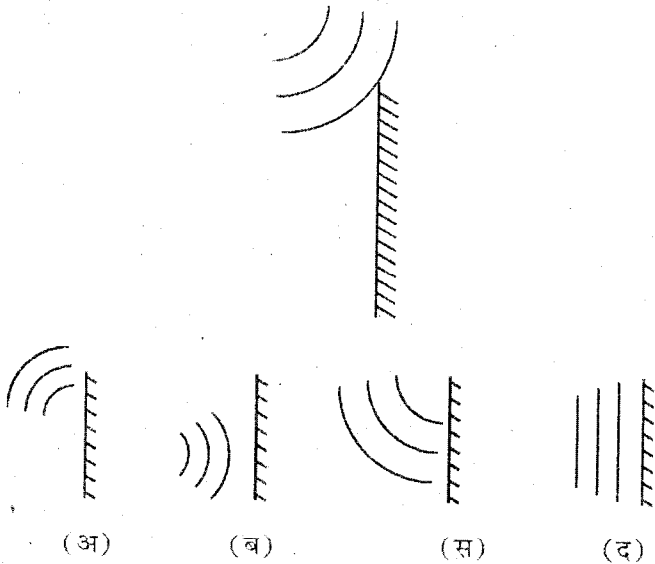
$$\text{या} \quad \sin i_c = \frac{1}{{}_2\mu_1} \quad \text{जहाँ} \quad {}_1\mu_2 = \frac{1}{{}_2\mu_1}$$

जहाँ ${}_2\mu_1$ माध्यम 1 (सघन) का माध्यम 2 (विरल) के सापेक्ष अपवर्तनांक है।

स्थिति-II:

- (i) यदि $v_1 = v_2$ हो तो $\angle i = \angle r$ तथा आपतित व अपवर्तित तरंगाग्र परस्पर समान्तर होंगे जिसके कारण प्रकाश किरणें अपने मार्ग से विचलित नहीं होगी।
 (ii) यदि आपतित समतल तरंगाग्र अपवर्तक तल के समान्तर है तो अपवर्तित तरंगाग्र भी अपवर्तक तल के समान्तर होगा अर्थात् $i = 0$ तो $r = 0$

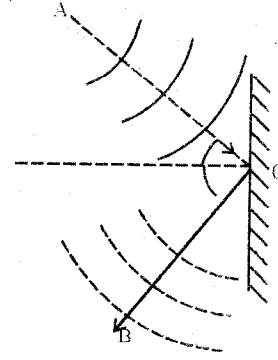
उदा.2. संलग्न चित्र में दर्शाए अनुसार एक गोलाकार तरंगाग्र एक समतल दर्पण पर आपतित है। परावर्तित तरंगाग्र नीचे दिए गए चित्रों (अ), (ब), (स) व (द) में से किसकी तरह होगा? पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.1



चित्र 12.10

हल: किसी समांगी माध्यम से तरंगाग्र सदैव तरंग संचरण की दिशा में अभिलंबवत् होता है। अतः तरंगाग्र के अभिलंबवत् खींची गई रेखा किरण कहलाती है तथा तरंग संचरण की दिशा दर्शाती है।

∴ प्रश्नानुसार आपतित गोलाकार तरंग के लिए रेखा AB आपतित किरण को दर्शाती है। परावर्तन के नियम के अनुसार परावर्तित किरण OB की दिशा चित्र में दर्शाए अनुसार होगी। किरण की परिभाषा से अब परावर्तित तरंगाग्र चित्र में विभिन्न वृत्ताकार चापों द्वारा दर्शाए अनुसार गोलाकार होगा जो प्रश्न के विकल्प (स) में दिए गए चित्र से समानता रखता है।



चित्र 12.11

उदा.3. एक किलोमीटर लम्बी पानी से भरी नली में प्रकाश के पूर्ण गमन के लिए कितने सेकण्ड लगेंगे (प्रकाश का निर्वात में वेग $= 3 \times 10^8$ मी./सेकण्ड तथा पानी का अपवर्तनांक $= 4/3$)?

हल- पानी का अपवर्तनांक $\mu = \frac{\text{प्रकाश की निर्वात में चाल}}{\text{प्रकाश की पानी में चाल}}$

$$\text{यहाँ } \mu = \frac{4}{3}, \quad c = 3 \times 10^8 \text{ मी./से.}$$

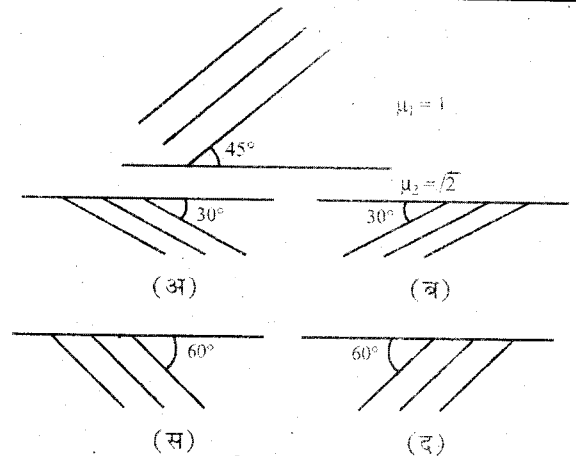
$$\frac{4}{3} = \frac{3 \times 10^8}{v_w}$$

$$v_w = \frac{9}{4} \times 10^8 \\ = 2.25 \times 10^8 \text{ मी./से.}$$

एक किलोमीटर पानी की नली को पार करने में लगा समय

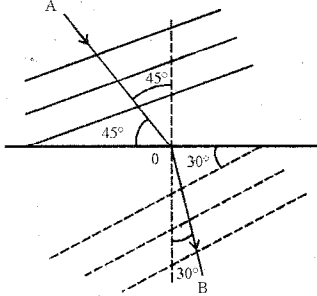
$$t = \frac{10^3}{2.25 \times 10^8} \\ = 4.44 \times 10^{-6} \text{ सेकण्ड}$$

उदा.4. संलग्न चित्र में दो माध्यमों के अंतरा पृष्ठ पर आपतित तरंगाग्र को दर्शाया गया है। अपवर्तित तरंगाग्र चित्र (अ), (ब), (स) तथा (द) में से किसके द्वारा प्रदर्शित होगा? पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.2



चित्र 12.12

हल: किरण की परिभाषा से माध्यम 1 में आपतित किरण AO से दर्शाए गई है। आपतन कोण $\theta_1 = 45^\circ$ है। अतः स्नेल के नियम से



चित्र 12.13

$$\mu_1 \sin \theta_1 = \mu_2 \sin \theta_2$$

$$\therefore 1 \sin 45^\circ = \sqrt{2} \sin \theta_2$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \sin \theta_2$$

$$\text{या } \sin \theta_2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{या } \theta_2 = 30^\circ$$

अतः अपवर्तित किरण अभिलंब की ओर झुकेगी। अतः अपवर्तित तरंग CB द्वारा प्रदर्शित होगी, जिसके संगत समतल तरंगाग्र भी चित्र में दर्शाया गया है। यह प्रश्न के विकल्प (ब) में दिए चित्र के तुल्य है।

महत्वपूर्ण तथ्य

1. स्नेल के अपवर्तन नियम से

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$\Rightarrow \mu_1 \sin i = \mu_2 \sin r$$

- 2.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$$

यदि प्रकाश के लिए v_1 निर्वात में प्रकाश का वेग तथा v_2 माध्यम में प्रकाश का वेग हो तो माध्यम का अपवर्तनांक

$$\mu = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\text{अतः } \frac{\sin i}{\sin r} = \mu$$

3. λ_1 तथा λ_2 क्रमशः माध्यम 1 तथा माध्यम 2 में प्रकाश की तरंग दैर्घ्य को व्यक्त करते हैं यदि दूरी $BC = \lambda_1$ तथा दूरी $AD = \lambda_2$ तो

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{BC}{AD} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\text{अथवा } \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}$$

उपरोक्त समीकरण में जब तरंग सघन माध्यम से अपवर्तित होती है ($v_1 > v_2$) तो तरंग दैर्घ्य तथा संचरण की चाल कम हो जाती है। लेकिन

आवृत्ति $\nu (= \frac{v}{\lambda})$ स्थिर रहती है।

12.4 प्रकाश का व्यतिकरण तथा कला सम्बद्ध स्रोत (Interference of Light and Coherent Sources)

(i) **अध्यारोपण का सिद्धान्त**—अध्यारोपण के सिद्धान्त के अनुसार जब दो या दो से अधिक तरंगें किसी माध्यम में एक बिन्दु पर मिलती हैं तो संगम क्षेत्र में उनका अध्यारोपण होता है, अर्थात् माध्यम के प्रत्येक बिन्दु पर परिणामी विस्थापन उन तरंगों के कारण अलग-अलग विस्थापनों के सदिश योग के बराबर होता है। अध्यारोपण के बाद संगम क्षेत्र में ये तरंगें अपनी प्रकृति यथावत् रखते हुये आगे बढ़ जाती हैं। परिणामी विस्थापन का मान तरंगों के आयाम, आवृत्ति, तरंग संचरण की दिशा एवं कलान्तर पर निर्भर करता है।

अतः परिणामी विस्थापन (\vec{Y})

$$\vec{Y} = \vec{Y}_1 + \vec{Y}_2 + \vec{Y}_3 + \dots$$

(ii) **प्रकाश का व्यतिकरण**—जब दो या दो से अधिक समान आवृत्ति की कला सम्बद्ध प्रकाश तरंगें एक साथ किसी एक दिशा में संचरित होते हुए किसी माध्यम में एक दूसरे पर अध्यारोपित होती हैं तो माध्यम के किन्हीं बिन्दुओं पर परिणामी प्रकाश की तीव्रता अधिकतम तथा किन्हीं बिन्दुओं पर तीव्रता न्यूनतम (शून्य) प्राप्त होती है। प्रकाश के इस प्रभाव को प्रकाश का व्यतिकरण कहते हैं। व्यतिकरण में प्रकाश की तीव्रता का माध्यम में असमान वितरण या पुनर्वितरण होता है। व्यतिकरण तरंगों का अभिलाक्षणिक गुण होता है। व्यतिकरण दो प्रकार का होता है—

(a) संपोषी व्यतिकरण

(b) विनाशी व्यतिकरण

(a) **संपोषी व्यतिकरण (Constructive Interference)**—जब दो तरंगें एक ही कला में अध्यारोपित होती हैं अर्थात् उनमें कलान्तर का मान शून्य होता है अथवा π का समगुणज ($2n\pi$) होता है तो परिणामी तरंग की तीव्रता अधिकतम होती है इस घटना को संपोषी व्यतिकरण कहा जाता है।

(b) **विनाशी व्यतिकरण (Destructive Interference)**—जब दो तरंगें विपरीत कला में अध्यारोपित होती हैं अर्थात् उनमें कलान्तर का मान 180° या π का विषम गुणज $[(2n+1)\pi]$ होता है तो परिणामी विस्थापन एवं तीव्रता का मान न्यूनतम होता है इस घटना को विनाशी व्यतिकरण कहा जाता है। प्रकाश के स्थायी व्यतिकरण के लिए प्रकाशीय तरंगों की आवृत्ति समान, आयाम लगभग समान या असमान तथा उनके मध्य कलान्तर समय के संगत नियत होने चाहिए अन्यथा यह हमें प्रेक्षित नहीं होगा क्योंकि कलान्तर परिवर्तित होने पर एक ही स्थान पर कभी संपोषी व कभी विनाशी व्यतिकरण प्राप्त होगा।

व्यतिकरण की घटना ऊर्जा संरक्षण का एक उदाहरण है जिसमें ऊर्जा का केवल पुनर्वितरण होता है। उदाहरण के लिए विनाशी व्यतिकरण में ऊर्जा का कोई विनाश नहीं होता है ऊर्जा का केवल पुनर्वितरण होता है।

ऊर्जा न्यूनतम तीव्रता वाले बिन्दुओं से उच्चतम तीव्रता वाले बिन्दुओं पर स्थानान्तरित हो जाती है।

व्यतिकरण की घटना अनुप्रस्थ व अनुदैर्घ्य दोनों तरंगों में संभव है अर्थात् प्रकाश व ध्वनि तरंगों में।

कला असम्बद्ध व कला सम्बद्ध स्रोत (Incoherent & Coherent Sources)

(i) **कला असम्बद्ध स्रोत**—प्रत्येक प्रकाश स्रोत में प्रकाश (विकिरण) के उत्सर्जन का कारण उसके करोड़ों परमाणुओं का उत्तेजित अवस्था से मूल अवस्था में संक्रमण है। ऊर्जा प्राप्त कर परमाणु उत्तेजित अवस्था में लगभग 10^{-8} सेकण्ड तक रहते हैं तत्पश्चात् वे अपनी मूल अवस्था में लौट आते हैं। विभिन्न परमाणुओं से प्राप्त विकिरणों (प्रकाशीय तरंगों) में कोई कला सम्बन्ध नहीं होता। क्योंकि परमाणुओं से उत्सर्जन की प्रक्रिया यादृच्छिक (random) होती है। यदि हम दो स्वतंत्र प्रकाश स्रोत लें तो उनसे प्राप्त प्रकाश तरंगों के बीच किसी भी स्थिति पर

कलान्तर नियत नहीं रहेगा वरन् यादृच्छिक रूप से परिवर्तित होगा। इस प्रकार, "वे प्रकाश स्रोत जिनसे उत्सर्जित तरंगों के बीच किसी स्थान पर कलान्तर समय के साथ परिवर्तित होता रहे कला असम्बद्ध स्रोत कहलाते हैं।" इन स्रोतों से प्राप्त व्यतिकरण प्रारूप अस्थायी होगा तथा स्पष्ट प्रेक्षित नहीं होगा।

उदाहरण-पूर्णतया समान 15 वॉट के दो बल्ब परस्पर अतिनिकट रखे गये हैं क्या इनसे व्यतिकरण प्रभाव उत्पन्न होगा ?

उत्तर-दो, बल्ब पृथक् स्रोत हैं जिनसे उत्सर्जित प्रकाशीय तरंगों के बीच कलान्तर समय के साथ परिवर्तित होता है फलतः व्यतिकरण प्रभाव दृष्टि गोचर नहीं होगा।

(ii) कला सम्बद्ध स्रोत-ऐसे प्रकाश स्रोतों को जिनसे उत्सर्जित तरंगों के मध्य कलान्तर का मान किसी स्थिति पर शून्य या समय के साथ नियत रहे कलासम्बद्ध स्रोत कहते हैं। ऐसे दो स्वतंत्र प्रकाश स्रोत प्राप्त करना असम्भव है जिनसे प्राप्त तरंगें कला सम्बद्ध होती हैं। वास्तव में एक ही स्रोत से प्राप्त दो स्रोत ही कला सम्बद्ध होते हैं इन स्रोतों से उत्सर्जित तरंगों के मध्य कलान्तर नियत रहने के कारण प्रेक्षण योग्य व्यतिकरण प्रतिरूप प्राप्त होता है।

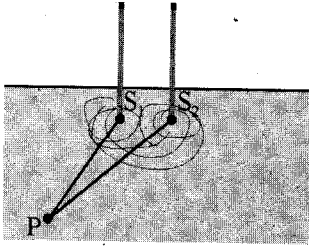
उदाहरण के लिए-यंग का द्वि-स्लिट प्रयोग।

आजकल दृश्य-प्रकाश के कुछ ऐसे स्रोतों का निर्माण किया गया है जिनसे उत्सर्जित प्रकाशीय तरंगें उच्चतः कला सम्बद्ध होती हैं इन प्रकाश स्रोतों को लेसर [LASER] कहते हैं। लेसर से प्राप्त प्रकाश एकवर्णी तथा अत्यधिक तीव्र होता है।

इस प्रकार के दो स्वतंत्र एवं समान पदार्थ के लेसर से स्थायी व्यतिकरण प्राप्त किया जा सकता है।

उदाहरण :

दो सुईयों S_1 व S_2 की कल्पना करें जो जल की एक द्रोणिका में ऊपर और नीचे समान आवर्ती गति कर रही है। [चित्र] वे जल की दो तरंगें उत्पन्न करती हैं तथा किसी विशिष्ट बिन्दु पर प्रत्येक तरंग द्वारा उत्पन्न विस्थापनों के बीच कलान्तर समय के साथ नहीं बदलता तो इन दो स्रोतों को कला संबद्ध कहा जाता है।



चित्र 12.14

12.5 व्यतिकरण की आवश्यक शर्तें (Necessary Conditions for interference)

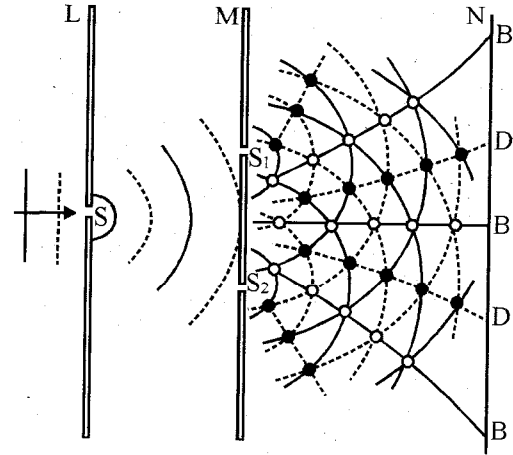
स्थायी व्यतिकरण के लिए निम्न शर्तें हैं-

1. प्रकाश तरंगें कलासम्बद्ध (Coherent) होनी चाहिये अर्थात् इनसे उत्सर्जित प्रकाशीय तरंगों के बीच कलान्तर समय के साथ नियत रहना चाहिये।
2. दोनों तरंगों की आवृत्ति अथवा तरंगदैर्घ्य बराबर होनी चाहिये अर्थात् प्रकाश स्रोत एक वर्णीय होना चाहिये।
3. दोनों तरंगें एक ही दिशा में संचरित होनी चाहिये।
4. दोनों प्रकाश स्रोत अति निकट स्थित होने चाहिये।
5. दोनों तरंगों के आयाम बराबर या लगभग बराबर होने चाहिये। इससे विनाशी व्यतिकरण की स्थिति में पूर्ण अंधेरा होगा तथा फ्रिन्जों के मध्य विपर्यास (Contrast) अच्छा होगा जिससे व्यतिकरण प्रतिरूप स्पष्ट दिखाई देगा।
6. दोनों प्रकाश स्रोत या स्लिट की चौड़ाई अत्यन्त संकीर्ण होनी चाहिये परन्तु कुछ व्यतिकरण प्रयोगों में विस्तृत अथवा चौड़े प्रकाश स्रोत की आवश्यकता होती है।

7. दोनों तरंगों के मध्य पथान्तर बहुत अधिक नहीं होना चाहिये।
8. यदि प्रकाश तरंगें ध्रुवित हो तो इनके ध्रुवण तक एक ही तल में होने चाहिये।

12.6 यंग द्विलिस्ट प्रयोग (Young's double Slit experiment)

सर थॉमस यंग ने सन् 1801 ई. में प्रकाश के व्यतिकरण को द्विक रेखा-छिद्र (double slit) के द्वारा प्रयोगात्मक रूप से दिखाया। यह प्रयोग चित्र में दिखाया गया है। L एक पर्दा है जिसमें एक रेखा-छिद्र S है। इस पर्दे से आगे कुछ दूरी पर एक दूसरा पर्दा M है जिसमें पास-पास दो रेखा-छिद्र S_1 व S_2 हैं। ये रेखा-छिद्र, पहले रेखा-छिद्र S की सीध में न होकर ऊपर-नीचे हैं तथा S से समान दूरियों पर हैं। M के आगे, कुछ दूरी पर एक तीसरा पर्दा N है। जब रेखा-छिद्र S पर एकवर्णी (monochromatic) प्रकाश डालते हैं तो पर्दे पर समान चौड़ाई की दीप्त तथा अदीप्त पट्टियाँ (bright and dark bands) एकान्तर क्रम में दिखाई देती हैं (चित्र)।



चित्र 12.15

चित्र में दीप्त पट्टी के स्थानों को B से तथा अदीप्त पट्टी के स्थानों को D से प्रदर्शित किया गया है। इन पट्टियों को 'फ्रिन्जें' (fringes) कहते हैं तथा फ्रिन्जों का यह समूह द्विक रेखा-छिद्र का व्यतिकरण-प्रतिरूप (interference pattern) कहलाता है।

फ्रिन्जों के बनने की तरंग-सिद्धान्त द्वारा व्याख्या-रेखा-छिद्र S से एक तरंगाग्र चलता है। जब यह तरंगाग्र पर्दे M पर पहुँचता है तो रेखा-छिद्र S_1 व S_2 नये प्रकाश-स्रोतों का कार्य करने लगते हैं तथा इनसे द्वितीयक तरंगिकायें निकलकर प्रत्येक दिशा में चलने लगती हैं। ये तरंगिकायें पर्दा M व N के बीच एक-दूसरे से मिलती हैं। चित्र में S_1 व S_2 को केन्द्र मानकर अविच्छिन्न (continuous) तथा विच्छिन्न (dotted) चाप खींचे गये हैं। अविच्छिन्न चाप तरंगिकाओं के शृंगों (crests) को, तथा विच्छिन्न चाप गर्तों (troughs) को प्रदर्शित करते हैं। जिन स्थानों पर एक तरंगिका का शृंग दूसरी के शृंग से, अथवा एक का गर्त दूसरी के गर्त से मिलता है उन स्थानों पर तरंगिकायें एक ही कला में होती हैं। अतः उन स्थानों पर परिणामी आयाम दोनों तरंगिकाओं के आयामों के योग के बराबर होता है, तथा प्रकाश की तीव्रता अधिकतम होती है। चित्र में ऐसे स्थानों को छोटे वृत्तों द्वारा दिखाया गया है। इन्हें मिलाने वाली रेखायें 'प्रस्पन्द रेखायें' (antinodal lines) कहलाती हैं। इसके विपरीत, जिन स्थानों पर एक रेखा-छिद्र से उत्पन्न तरंगिकाओं के शृंग, दूसरे रेखा-छिद्र से उत्पन्न तरंगिकाओं के गर्त से मिलते हैं, उन स्थानों पर तरंगिकायें विपरीत कलाओं में होती हैं। अतः उन स्थानों पर परिणामी आयाम दोनों तरंगिकाओं के आयामों के अन्तर के बराबर होता है। यदि तरंगिकाओं के आयाम एक दूसरे के बराबर हैं तो इन बिन्दुओं पर परिणामी आयाम शून्य होता है। अतः यहाँ प्रकाश की

तीव्रता भी शून्य होती है। चित्र में ऐसे स्थानों को काले बिन्दुओं से दिखाया गया है। इन्हें मिलाने वाली रेखायें 'निस्पन्द रेखायें' (nodal lines) कहलाती हैं। अतः पर्दे N पर दीप्त तथा अदीप्त पट्टियाँ एकान्तर क्रम से दिखाई देती हैं। चूंकि व्यतिकरण, तरंगों का एक अभिलाक्षणिक गुण है, अतः प्रकाश में व्यतिकरण का होना प्रकाश की तरंग-प्रकृति का समर्थन करता है। यदि हम रेखा-छिद्र S पर बारी-बारी से भिन्न-भिन्न रंगों के प्रकाश डालें तो दीप्त पट्टियाँ उन्हीं-उन्हीं रंगों की दिखाई देती है। अलग-अलग रंगों के प्रकाश से बनी पट्टियों की चौड़ाई अलग-अलग होती है। लाल प्रकाश द्वारा बनी व्यतिकरण पट्टियाँ नीले प्रकाश की व्यतिकरण पट्टियों से चौड़ी होती हैं। यह इस बात का सूचक है कि लाल प्रकाश की तरंगदैर्घ्य नीले प्रकाश की तरंगदैर्घ्य से बड़ी होती है।

12.6.1 प्रकाश के व्यतिकरण का गणितीय विश्लेषण (Analytic Treatment of Interference)

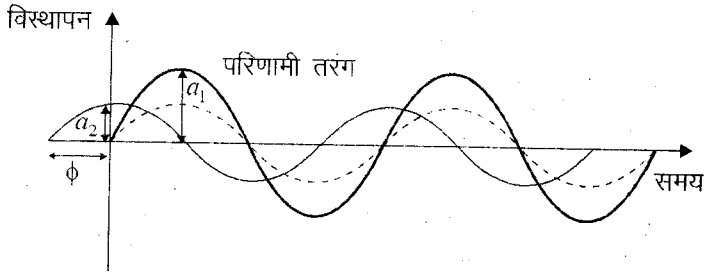
माना कला सम्बद्ध स्रोतों से निकलने वाली दो समान आवृत्ति की प्रगामी प्रकाशीय तरंगों जिनके आयाम क्रमशः a_1 तथा a_2 हैं के विस्थापन समीकरण-

$$Y_1 = a_1 \sin \omega t \quad \dots(1)$$

$$Y_2 = a_2 \sin (\omega t + \phi) \quad \dots(2)$$

एक ही दिशा में संचरित होती हुई परस्पर अध्यारोपित होती है। जहाँ ϕ तरंगों

के मध्य कलान्तर हैं तथा $\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}$, कोणीय आवृत्ति है, n तरंगों की आवृत्ति है, T आवर्तकाल है।



चित्र 12.16

अध्यारोपण के सिद्धान्त से परिणामी तरंग का विस्थापन-

$$Y = Y_1 + Y_2 \quad \dots(3)$$

$$Y = a_1 \sin \omega t + a_2 \sin (\omega t + \phi)$$

$$Y = a_1 \sin \omega t + a_2 (\sin \omega t \cos \phi + \cos \omega t \sin \phi)$$

$$Y = a_1 \sin \omega t + a_2 \sin \omega t \cos \phi + a_2 \cos \omega t \sin \phi$$

$$Y = [a_1 + a_2 \cos \phi] \sin \omega t + a_2 \sin \phi (\cos \omega t)$$

माना

$$a_1 + a_2 \cos \phi = R \cos \theta \quad \dots(4)$$

$$a_2 \sin \phi = R \sin \theta \quad \dots(5)$$

$$Y = R \cos \theta \sin \omega t + R \sin \theta \cos \omega t$$

$$Y = R \sin (\omega t + \theta) \quad \dots(6)$$

यही परिणामी तरंग का विस्थापन समीकरण है जिसमें R -परिणामी तरंग का आयाम है तथा प्रारम्भिक कला कोण θ है।

समीकरण (4) व (5) का वर्ग करके जोड़ने पर

$$\frac{a_1^2 + a_2^2 \cos^2 \phi + 2a_1 a_2 \cos \phi}{a_2^2 \sin^2 \phi} = \frac{R^2 \cos^2 \theta}{R^2 \sin^2 \theta}$$

$$\frac{a_1^2 + a_2^2 (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi) + 2a_1 a_2 \cos \phi}{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \phi} = \frac{R^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)}{R^2}$$

$$R = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \phi} \quad \dots(7)$$

समीकरण (5) को समीकरण (4) से भाग देने पर-

$$\frac{R \sin \theta}{R \cos \theta} = \frac{a_2 \sin \phi}{a_1 + a_2 \cos \phi}$$

$$\tan \theta = \frac{a_2 \sin \phi}{a_1 + a_2 \cos \phi}$$

$$\text{या } \theta = \tan^{-1} \left[\frac{a_2 \sin \phi}{a_1 + a_2 \cos \phi} \right] \quad \dots(8)$$

समीकरण (7) तथा (8) से यह स्पष्ट होता है कि परिणामी तरंग का आयाम तथा प्रारम्भिक कला कोण θ दोनों तरंगों के आयाम तथा उनके मध्य कलान्तर पर निर्भर करते हैं।

क्योंकि प्रकाश की तीव्रता तरंग के आयाम के वर्ग के समानुपाती होती है अतः

$$I \propto R^2$$

$$\text{या } I = KR^2 \quad (K \text{ समानुपाती नियतांक है}) \quad \dots(9)$$

$$\text{या } I = K(a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \phi)$$

$$I = Ka_1^2 + Ka_2^2 + 2\sqrt{K}a_1 \times \sqrt{K}a_2 \cos \phi$$

परन्तु $Ka_1^2 = I_1$ तथा $Ka_2^2 = I_2$ जहाँ I_1 व I_2 दोनों तरंगों की क्रमशः तीव्रताएँ हैं इसलिए,

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi \quad \dots(10)$$

अतः व्यतिकरण की घटना में परिणामी तीव्रता तरंगों की तीव्रताओं एवं उनके बीच कलान्तर पर निर्भर करती है।

महत्वपूर्ण तथ्य

उपरोक्त सूत्र में भाग $2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$ को व्यतिकरण भाग कहा जाता है। कला असम्बद्ध व्यतिकरण के लिये यह भाग शून्य होगा। अतः परिणामी तीव्रता $I = I_1 + I_2$

व्यतिकरण की विभिन्न अवस्थाएँ-

स्थिति 1 : जब आयाम समान हो तब-

$$\text{परिणामी आयाम } R = \sqrt{a^2 + a^2 + 2a^2 \cos \phi} \quad (a_1 = a_2 = a)$$

$$R = \sqrt{2a^2 + 2a^2 \cos \phi}$$

$$R = \sqrt{2a^2 [1 + \cos \phi]} \quad \left[\because 1 + \cos \phi = 2 \cos^2 \frac{\phi}{2} \right]$$

$$R = \sqrt{2a^2 \times 2 \cos^2 \frac{\phi}{2}}$$

$$R = \sqrt{4a^2 \cos^2 \frac{\phi}{2}}$$

$$R = 2a \cos \frac{\phi}{2} \quad \dots(11)$$

तथा परिणामी तीव्रता यदि $I_1 = I_2 = I_0$

$$I = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0} \sqrt{I_0} \cos \phi$$

$$I = 2I_0 + 2I_0 \cos \phi$$

$$I = 2I_0 [1 + \cos \phi]$$

$$I = 2I_0 \left[2 \cos^2 \frac{\phi}{2} \right]$$

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \quad \dots(12)$$

यदि $\phi = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots, 2n\pi$ हों जहाँ $n = 0, 1, 2, \dots$ है तो-
परिणामी आयाम

$$R = 2a \text{ होगा} \quad \dots(13)$$

एवं परिणामी तीव्रता $I = 4I_0$ होगी $\dots(14)$

अतः संपोषी व्यतिकरण के समय किसी बिन्दु पर प्रकाश की तीव्रता केवल अकेले स्रोत से आने वाले प्रकाश की तीव्रता से चार गुनी होती है।

जहाँ I_0 प्रत्येक स्रोत की पृथक् तीव्रता को व्यक्त करती है तथा I_0, a^2 के समानुपाती होती है।

इस अवस्था में परिणामी आयाम तथा तीव्रता दोनों अधिकतम होते हैं एवं व्यतिकरण संपोषी होता है। यह व्यतिकरण श्रेष्ठ तथा स्पष्ट होता है।

यदि $\phi = \pm\pi, \pm 3\pi, \dots, (2n+1)\pi$ हो जहाँ $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ है तब-

परिणामी आयाम $R = 2a \times 0$

$$R = 0$$

तथा परिणामी तीव्रता भी $I = 0$ होगी इस अवस्था में व्यतिकरण विनाशी होगी।

स्थिति 2 : जब $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots, 2n\pi$ अर्थात् π का समगुणज $(2n\pi)$ हो तब-

परिणामी आयाम

$$R = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos 0}$$

$$R = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \times 1}$$

$$R = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2} = \sqrt{(a_1 + a_2)^2}$$

$$R = a_1 + a_2 \text{ (अधिकतम)} \quad \dots(15)$$

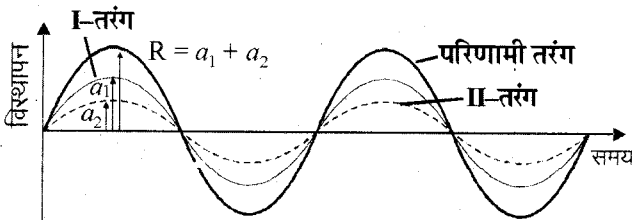
तथा परिणामी तीव्रता

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$I = (\sqrt{I_1})^2 + (\sqrt{I_2})^2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$I = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 \text{ (अधिकतम)} \quad \dots(16)$$

इस अवस्था में व्यतिकरण संपोषी होगा तथा पथान्तर $(\Delta) = n\lambda$ तथा समयान्तर $(T.D.) = nT$ होता है। जहाँ $n = 0, 1, 2, \dots$ है।



चित्र 12.17

स्थिति 3 : जब $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots, (2n+1)\pi$ का विषमगुणज $(2n+1)\pi$ हो जहाँ $n = 0, 1, 2, \dots$ है तब-

परिणामी आयाम $R = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \pi}$

$$R = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \times -1}$$

$$R = \sqrt{(a_1 - a_2)^2}$$

$$R = a_1 - a_2 \text{ (न्यूनतम)} \quad \dots(17)$$

तथा परिणामी तीव्रता

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \pi$$

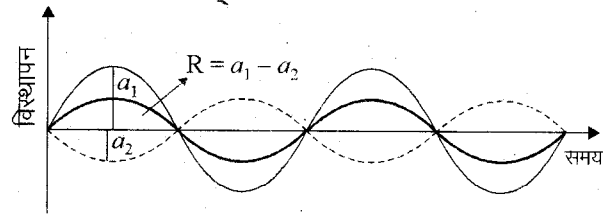
$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$I = (\sqrt{I_1})^2 + (\sqrt{I_2})^2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$I = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2 \text{ (न्यूनतम)} \quad \dots(18)$$

इस अवस्था में विनाशी व्यतिकरण होगा तथा पथान्तर $(\Delta) = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$

एवं समयान्तर $(T.D.) = (2n+1)\frac{T}{2}$ होंगे। जहाँ $n = 0, 1, 2, \dots$ है।



चित्र 12.18

उपरोक्त विश्लेषण से निष्कर्ष प्राप्त होता है कि (i) कलान्तर/पथान्तर/समयान्तर का मान बदलने पर परिणामी तरंग के आयाम एवं तीव्रता बदल जाते हैं जिससे परिणामी तरंग की ऊर्जा का निरन्तर परिवर्तन होता है जिन स्थानों पर आयाम एवं तीव्रता अधिकतम होते हैं वहाँ संपोषी व्यतिकरण होता है और जिन स्थानों पर आयाम एवं तीव्रता के मान न्यूनतम प्राप्त होते हैं वहाँ विनाशी व्यतिकरण होता है।

**व्यतिकरण की चट्टना में ऊर्जा वितरण
(Energy Distribution in Interference)**

यदि दो स्रोत कला संबद्ध हैं तो किसी भी बिंदु पर कलान्तर (ϕ) समय के साथ नहीं बदलेगा तथा स्थिर व्यतिकरण प्रतिरूप प्राप्त होगा।

संपोषी व विनाशी व्यतिकरण से स्पष्ट है कि समान आयाम के लिए व्यतिकरण में विभिन्न बिंदुओं पर तीव्रता अधिकतम मान $4I_0$ एवं न्यूनतम मान शून्य के मध्य बदलती है।

यदि दो भिन्न कला असम्बद्ध स्रोत होते तो तीव्रता सभी स्थानों पर समान होती जो $2I_0$ के बराबर होती है। जिसे औसत तीव्रता कहते हैं।

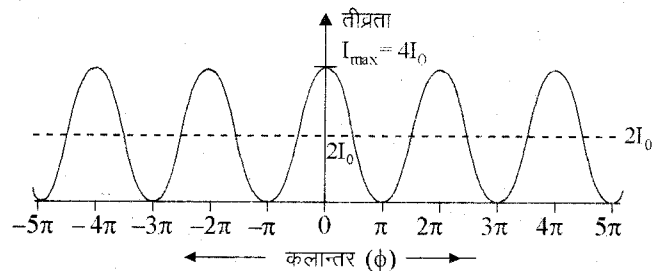
अतः सभी बिन्दुओं पर परिणामी तीव्रता

$$\langle I \rangle = 4I_0 \langle \cos^2 \frac{\phi}{2} \rangle \quad \text{जहाँ } \langle \cos^2 \frac{\phi}{2} \rangle = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow I = 2I_0$$

अर्थात् कला असम्बद्ध स्रोत की अवस्था में तीव्रताएँ केवल जुड़ जाती हैं।

व्यतिकरण की अवस्था में ऊर्जा नष्ट नहीं होती अर्थात् कुल ऊर्जा संरक्षित रहती है। अतः प्रकाश व्यतिकरण में फ्रिन्जों का निर्माण ऊर्जा संरक्षण के अनुसार होता है।



चित्र : 12.19 व्यतिकरण में ऊर्जा वितरण

जब कलान्तर $\phi = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$

तब $I_{\max} = 4I_0$

जब $\phi = \pm\pi, \pm 3\pi, 5\pi, \dots$

तब $I_{\min} = 0$

महत्वपूर्ण तथ्य

(1) कला/कलान्तर/पथान्तर/समयान्तर-

(i) कला :- किसी तरंग के विस्थापन समीकरण में ज्या या कोज्या के कोणांक को कला कहते हैं। विस्थापन समीकरण $y = a \sin \omega t$ में पद $\omega t =$ कला या तात्क्षणिक कला।

(ii) कलान्तर ϕ :- दो तरंगों की कलाओं में अंतर को कलान्तर कहते हैं।

अर्थात् $y_1 = a_1 \sin \omega t$ तथा

$y_2 = a_2 \sin(\omega t + \phi)$ है तब इनके बीच कलान्तर $= \phi$

(iii) पथान्तर Δ :- किसी बिन्दु पर पहुँचने वाली दो तरंगों के पथों की लम्बाइयों के अन्तर को उस बिन्दु पर तरंगों के मध्य पथान्तर कहते हैं।

$$\text{पथान्तर } \Delta = \frac{\lambda}{2\pi} \times \phi$$

(iv) समयान्तर (T.D.) :- दो तरंगों के मध्य समयान्तर

$$(T.D.) = \frac{T}{2\pi} \times \phi$$

(v) कलान्तर, पथान्तर एवं समयान्तर में सम्बन्ध :

$$\frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta T}{T}$$

(2) अधिकतम तथा न्यूनतम तीव्रताओं का अनुपात-

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left(\frac{\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}}{\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} + 1}{\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} - 1} \right)^2$$

$$= \left(\frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2} \right)^2 = \left(\frac{\frac{a_1}{a_2} + 1}{\frac{a_1}{a_2} - 1} \right)^2$$

$$\text{तथा } \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = \frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{\sqrt{\frac{I_{\max}}{I_{\min}}} + 1}{\sqrt{\frac{I_{\max}}{I_{\min}}} - 1} \right)$$

(3) यदि दो समान तीव्रताओं ($I_1 = I_2 = I_0$) की तरंगों बिन्दुओं P तथा Q पर पथान्तर क्रमशः Δ_1 तथा Δ_2 पर मिलता है तब P तथा Q पर परिणामी तीव्रताओं का अनुपात होगा-

$$\frac{I_P}{I_Q} = \frac{\cos^2 \frac{\phi_1}{2}}{\cos^2 \frac{\phi_2}{2}} = \frac{\cos^2 \left(\frac{\pi \Delta_1}{\lambda} \right)}{\cos^2 \left(\frac{\pi \Delta_2}{\lambda} \right)}$$

(4) जब $I_1 = I_2 = I_0$

$$\text{तब } I = 4I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

$\phi = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots, 2n\pi$ जहाँ $n = 0, 1, 2, \dots$

तो परिणामी तीव्रता $I = 4I_0$

अतः संपोषी व्यतिकरण के समय किसी बिंदु पर प्रकाश की तीव्रता केवल अकेले स्रोत से आने वाली प्रकाश की तीव्रता से चार गुनी होती है।

(5) यदि दो सोडियम लैंप दो सूची छिद्रों को प्रदीप्त करते हैं तो तीव्रताएँ जुड़ जाती हैं तथा परदे पर व्यतिकरण फ्रिंजें दिखाई नहीं देती। क्योंकि एक सामान्य स्रोत से उत्सर्जित होने वाली प्रकाश तरंगों में 10^{-10} s की कोटि के समय अंतरालों पर, आकस्मिक कला परिवर्तन होता है। अतः ये कला असम्बद्ध स्रोत होते हैं। इसी कारण परदे पर तीव्रताएँ जुड़ जाती हैं।

(6) जब $a_1 = a_2 = a$

$$\text{तो } R = \sqrt{2a^2(1 + \cos \phi)} = 2a \cos \frac{\phi}{2}$$

चूँकि $I \propto R^2$, $I = KR^2$

$$\text{तो } I = K2a^2(1 + \cos \phi) = K4a^2 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

जब $I_1 = I_2 = I_0 = Ka^2$

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

(7) प्रकाश के कला सम्बद्ध स्रोत प्राप्त करने की दो व्यापक विधियाँ हैं-

(i) तरंगाग्र के विभाजन द्वारा-इसका उदाहरण यंग का द्विरेखा छिद्र प्रयोग, फ्रेनल द्विप्रिज्म तथा लॉयड दर्पण।

(ii) आयाम के विभाजन द्वारा-इसका उदाहरण माइकेल्सन व्यतिकरण मापी, न्यूटन वलय तथा पतली फिल्म है।

$$(8) \frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \left(\frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2} \right) = \left(\frac{\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}}{\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}} \right)$$

(9) तीव्रता \propto स्लिट की चौड़ाई \propto (आयाम)²

$$\Rightarrow I \propto w \propto a^2$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2}$$

(10) संपोषी व्यतिकरण के लिए शर्तें-

(i) कलान्तर शून्य या π का समगुणज ($2n\pi$) होना चाहिए

$$\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots, 2n\pi$$

(ii) पथान्तर शून्य या λ का पूर्ण गुणज ($n\lambda/4$) होना चाहिए।

$$\Delta = 0, \lambda, 2\lambda, \dots, n\lambda \quad \text{जहाँ } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

(11) विनाशी व्यतिकरण के लिए शर्तें :

(i) कलान्तर π का विषम गुणज ($(2n-1)\pi$) होना चाहिए

$$\phi = \pi, 3\pi, \dots, (2n-1)\pi$$

(ii) पथान्तर $\frac{\lambda}{2}$ का विषम गुणज $(2n-1)\frac{\lambda}{2}$ होना चाहिए।

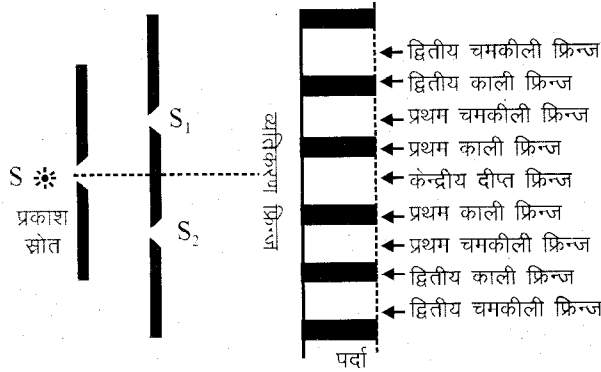
$$\Delta = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \dots, (2n-1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{जहाँ } n = 1, 2, 3, \dots$$

आकिक प्रश्नों को हल करने के लिए इन्हीं सूत्रों का प्रयोग करते हैं। $n = 1$ रखने पर प्रथम अदीप्त फ्रिंज की स्थिति, $n = 2$ रखने पर दूसरी अदीप्त फ्रिंज की स्थिति प्राप्त होती है।

$n = 0$ रखने पर केन्द्रीय दीप्त फ्रिंज जिसे शून्य क्रम फ्रिंज कहते हैं, की स्थिति प्राप्त होती है जबकि $n = 1$ रखने पर प्रथम दीप्त फ्रिंज की स्थिति, $n = 2$ रखने पर दूसरी दीप्त फ्रिंज की स्थिति प्राप्त होती है।

**12.6.2 व्यतिकरण फ्रिन्जों की चौड़ाई के लिए व्यंजक
(Expression for fringe width)**

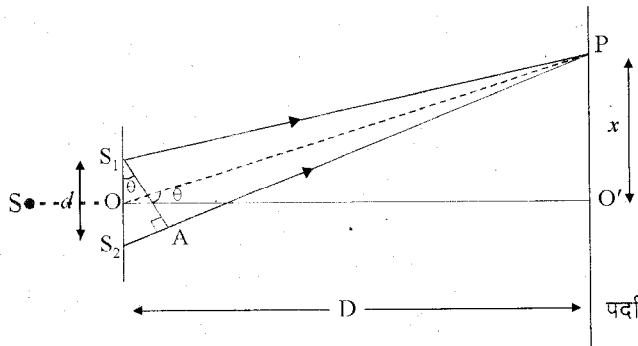
माना एक गते में बने बारीक छिद्र S_1 व S_2 द्वितीयक प्रकाश स्रोत कि तरह कार्य करते हैं जिनके बीच कि दूरी d है व इन छिद्रों पर आपतित प्रकाश एकवर्णी है जिसका तरंगदैर्घ्य λ है। इन छिद्रों से लम्बवत् दूरी D पर एक पर्दा रखा है। जिस पर व्यतिकरण प्रतिरूप प्रेक्षित किया जा सकता है।



चित्र 12.20

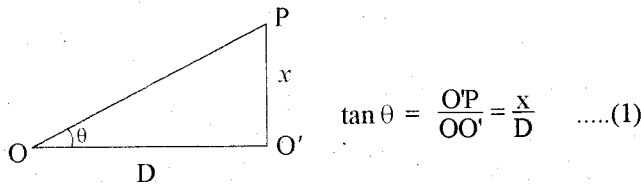
पर्दे के केन्द्र बिन्दु O' पर S_1, S_2 से पहुँचने वाली तरंगों के मध्य पथान्तर शून्य होता है, जिसके कारण वहाँ तीव्रता अधिकतम प्राप्त होती है। जिसे केन्द्रीय दीप्त फ्रिन्ज कहते हैं।

माना स्रोत S_1 व S_2 से उत्सर्जित द्वितीयक तरंगिकाएँ पथ S_1P व S_2P से होकर पर्दे के बिन्दु P पर मिलती है जिससे व्यतिकरण प्रतिरूप



चित्र 12.21

उत्पन्न होता है। यदि इसमें बनी फ्रिन्ज कि दूरी पर्दे के केन्द्र बिन्दु O' से x हो तो समकोण त्रिभुज $OO'P$ से

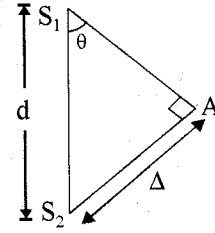


चित्र 12.22

अब यदि तरंगों के पथ की लम्बाई पर विचार करे तो $S_2P > S_1P$ है फलतः दोनों तरंगों के मध्य पथान्तर होगा। जिसे $S_2P - S_1P = S_2A - S_1A = \Delta$ से यदि व्यक्त किया जा सकता है यदि S_1 से S_2P पर लम्ब S_1A डाले तो-

समकोण त्रिभुज S_2AS_1 से

$$\sin \theta = \frac{\Delta}{d} \quad \dots(2)$$



चित्र 12.23

यदि θ का मान बहुत कम है तब $\sin \theta \cong \tan \theta$ होगा

$$\text{अतः } \frac{\Delta}{d} = \frac{x}{D} \text{ या } \Delta = \frac{xd}{D}$$

$$\text{अतः } x = \frac{\Delta D}{d} \quad \dots(3)$$

इस दूरी x का मान d व D नियत रहने पर पथान्तर Δ पर निर्भर करता है।

(i) चमकीली फ्रिन्जों के लिए यदि n वें क्रम कि चमकीली फ्रिन्ज बिन्दु P पर पर्दे पर दिखाई देती है तो फ्रिन्ज के निर्माण में प्रयुक्त द्वितीयक तरंगिकाओं के मध्य पथान्तर $\Delta = n\lambda$ होगा।

अतः n वें क्रम कि चमकीली फ्रिन्ज की पर्दे के केन्द्र बिन्दु से दूरी-

$$x_n = \frac{n\lambda D}{d} \text{ होगी। } n=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \dots(4)$$

$n = 0$ रखने पर केन्द्रीय दीप्त फ्रिन्ज जिसे शून्य क्रम फ्रिन्ज कहते हैं की स्थिति, $n = 1$ रखने पर प्रथम दीप्त फ्रिन्ज की स्थिति प्राप्त होती है।

इसी प्रकार, यदि $(n + 1)$ वें क्रम की चमकीली फ्रिन्ज की पर्दे के केन्द्र बिन्दु से दूरी

$$x_{n+1} = \frac{(n+1)\lambda D}{d} \quad \dots(5)$$

क्योंकि क्रमागत फ्रिन्जों के बीच कि दूरी फ्रिन्ज चौड़ाई के बराबर होता है। n वीं चमकीली फ्रिन्जों के लिए फ्रिन्ज चौड़ाई-

$$\beta = x_{n+1} - x_n$$

$$\beta = \frac{(n+1)\lambda D}{d} - \frac{n\lambda D}{d}$$

$$\beta = \frac{\lambda D}{d} \quad \dots(6)$$

इस पद से स्पष्ट होता है कि फ्रिन्ज चौड़ाई फ्रिन्ज संख्या पर निर्भर नहीं करती है अर्थात् चमकीली फ्रिन्जों के लिए फ्रिन्ज चौड़ाई समान रहती है।

(ii) यदि पर्दे पर बिन्दु P पर काली फ्रिन्ज बनती है तो n वें क्रम की काली फ्रिन्ज के लिए पथान्तर-

$$\Delta = (2n+1) \frac{\lambda}{2}; n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

n वें क्रम की काली फ्रिन्ज की पर्दे के केन्द्र बिन्दु से दूरी

$$x'_n = \frac{(2n+1)\lambda D}{2d} \quad \dots(7)$$

इसी प्रकार $(n + 1)$ वें क्रम की काली फ्रिन्ज की पर्दे के केन्द्र बिन्दु से दूरी

$$x'_{n+1} = [2(n+1)+1] \frac{\lambda D}{2d} \quad \dots(8)$$

क्रमागत काली फ्रिन्जों के बीच की दूरी अर्थात् फ्रिन्ज चौड़ाई

$$\beta' = x'_{n+1} - x'_n$$

$$\beta' = [2(n+1)+1] \frac{\lambda D}{2d} - \frac{(2n+1)\lambda D}{2d}$$

$$\beta' = \frac{\lambda D}{d} \text{ होगी।} \quad \dots(9)$$

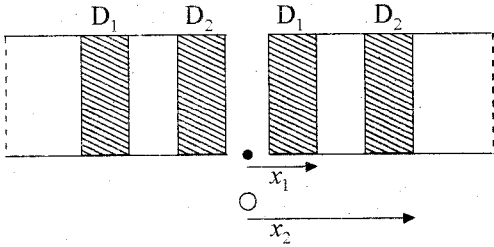
अतः काली फ्रिन्जों के लिए भी फ्रिन्ज चौड़ाई समान होती है।
समी. (6) व समी. (9) कि तुलना करने पर

$$\beta = \beta' \quad \dots(10)$$

इस प्रकार कहा जा सकता है कि **चमकीली एवं काली फ्रिन्जों के लिए फ्रिन्ज चौड़ाई समान होती है।**

$$\text{अतः फ्रिन्ज चौड़ाई } \beta = \frac{\lambda D}{d}$$

फ्रिन्ज चौड़ाई—प्रकाश तरंगों के व्यतिकरण प्रतिरूप में दो क्रमागत चमकीली अथवा दो काली फ्रिन्जों के बीच की दूरी को फ्रिन्ज चौड़ाई कहते हैं।



चित्र 12.24

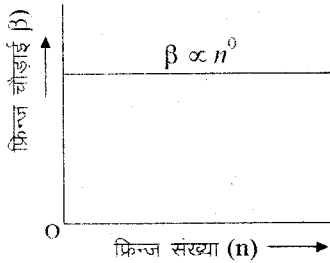
यदि निर्देश बिन्दु (केन्द्र बिन्दु) O से प्रथम एवं द्वितीय काली फ्रिन्जों की रेखीय दूरियाँ क्रमशः x_1 व x_2 हो तब फ्रिन्ज चौड़ाई

$$\beta = x_2 - x_1$$

इसी प्रकार n वीं एवं $n+1$ वें क्रम की फ्रिन्जों के बीच की दूरी फ्रिन्ज चौड़ाई होगी अतः $\beta = x_{n+1} - x_n$

फ्रिन्ज चौड़ाई काली एवं चमकीली, फ्रिन्जों के लिए समान रहती है तथा यह फ्रिन्ज संख्या पर निर्भर नहीं करती है।

फ्रिन्ज चौड़ाई की निर्भरता—फ्रिन्ज चौड़ाई सूत्र $\beta = \frac{\lambda D}{d}$ के अनुसार निम्न कारकों पर निर्भर करती है—



चित्र 12.25

(i) **तरंगदैर्घ्य पर**—फ्रिन्ज चौड़ाई (β) तरंगदैर्घ्य (λ) के समानुपाती होती है अर्थात्

$$\beta \propto \lambda$$

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

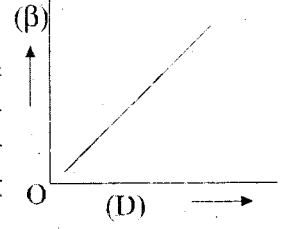
उदाहरण के लिए—यदि समस्त प्रयोग को पानी में ले जाये तो तरंगदैर्घ्य कम हो जाने की वजह से फ्रिन्ज चौड़ाई घट जायेगी।

(ii) **स्रोत से पर्दे के बीच की दूरी पर**—यह स्रोत से पर्दे के बीच की दूरी D पर अर्थात् समानुपाती होती

$$\beta \propto D$$

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{D_1}{D_2}$$

उदाहरण के लिए यदि निश्चित तरंगदैर्घ्य (λ) के लिए d नियत रखते हुए यदि पर्दे व स्रोत के बीच की दूरी दुगुनी कर दे तो फ्रिन्ज चौड़ाई भी दो गुनी हो जायेगी। D का मान बहुत अधिक करने पर फ्रिन्जों की तीव्रता कम हो जाती है।



चित्र 12.27

(iii) **स्लिटों के बीच की दूरी पर**—फ्रिन्ज चौड़ाई (β), स्लिटों के बीच की दूरी (d) के व्युत्क्रमानुपाती होती है अर्थात्

$$\beta \propto \frac{1}{d}$$

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

अतः $d \downarrow \beta \uparrow$ एवं $d \uparrow \beta \downarrow$

यंग द्विस्लिट प्रयोग से सम्बन्धित मुख्य तथ्य

(1) इस प्रयोग में प्रदर्शित व्यतिकरण की घटना में केवल ऊर्जा का पुनः वितरण होता है। कुल ऊर्जा संरक्षित रहती है।

(2) फ्रिन्ज चौड़ाई व्यतिकरण प्रारूप को द्रव में डुबो देने पर घट जाती है। उदाहरण स्वरूप यदि वायु में फ्रिन्ज चौड़ाई β हो तो पानी में फ्रिन्ज चौड़ाई—

$$\beta \propto \lambda$$

$$\frac{\beta_a}{\beta_w} = \frac{v_a}{v_w} = \frac{\mu_w}{\mu_a}$$

$$\text{या } \beta_w = \frac{\mu_a}{\mu_w} \beta_a = \frac{1}{4/3} \beta_a$$

$$\beta_w = \frac{\beta_a}{\mu}$$

$$\beta_w = \frac{3}{4} \beta_a$$

जहाँ $\mu_a = 1$ वायु में

$$\mu_w = 4/3$$

अपवर्तनांक $\mu = \mu_w / \mu_a$

$$\text{या } \lambda_w = \frac{\lambda}{\mu_w}$$

(3) बहुवर्णीय प्रकाश (श्वेत प्रकाश) के प्रयुक्त होने पर (a) केन्द्रीय फ्रिन्ज सफेद तथा उसके चारों ओर कुछ रंगीन फ्रिन्जें प्राप्त होगी।

(b) काली फ्रिन्जों का आन्तरिक किनारा लाल तथा बाहरी किनारा बैंगनी या नीला होता है जबकि चमकीली फ्रिन्जों में विपरीत क्रम के रंग दिखाई देते हैं।

(c) फ्रिन्जों की चौड़ाई असमान प्राप्त होती है।

(4) यदि एक वर्णीय प्रकाश लाल रंग, एवं नीले रंग के फिल्टर से पारगमित कराया जाता है तो व्यतिकरण प्रतिरूप प्राप्त नहीं होता।

(5) यदि स्लिट चौड़ाई निरन्तर बढ़ाते जायें तो कला सम्बद्धता की कोटि कम हो जाती है तथा स्रोतों के बीच की दूरी बढ़ाने पर व्यतिकरण प्रतिरूप गायब हो जाता है।

(6) यदि कला सम्बद्ध स्रोत असमान है तो चमकीली फ्रिन्ज का चमकीलापन एवं गहरी फ्रिन्ज का गहरापन कम हो जाता है।

(7) कला सम्बद्ध स्रोतों से उत्सर्जित किसी भी तरंगिका के मार्ग में यदि (i) मोटाई वाली कांच या अभ्रक की पतली पट्टिका रख दी जाती है, तो—(i) केन्द्रीय फ्रिन्ज उस ओर विस्थापित हो जाती है जिस ओर पट्टिका रखी हुई है। (ii) प्रकाश का पथ μt होगा। (iii) $\Delta = (\mu - 1) t$ होगा। यह प्रकाशीय पथान्तर कहलाता है।

चित्र 12.26

अतः n वीं चमकीली फ्रिन्ज के लिए पथान्तर-

$$n\lambda = (\mu - 1)t \quad \text{जहाँ } n = 1, 2, 3, \dots$$

n वीं काली फ्रिन्ज के लिए पथान्तर

$$(2n - 1)\frac{\lambda}{2} = (\mu - 1)t \quad \text{जहाँ } n = 1, 2, 3, \dots$$

(8) यंग व्यतिकरण प्रतिरूप में प्राप्त फ्रिन्जों का आकार अतिपरवलयकार होगा। यदि व्यतिकरण प्रारूप अन्तरिक्ष में लिया जाये।

(9) परदे पर प्राप्त व्यतिकरण प्रतिरूप में अदीप्त तथा दीप्त बैंडों को फ्रिन्ज कहते हैं।

(10) यंग व्यतिकरण प्रतिरूप में फ्रिन्जों का आकार अतिपरवलय है परन्तु यदि कला सम्बद्ध स्रोतों से पर्दे की दूरी (D), स्रोतों के मध्य की दूरी (d) की अपेक्षा बहुत अधिक है तो फ्रिन्जें काफी हद तक सीधी रेखाएँ होगी। जब $D \gg d$ ।

(11) यंग के द्विस्लिट प्रयोग में व्यतिकरण के साथ-साथ विवर्तन की घटना भी होती है।

(12) यदि स्रोत पर भिन्न-भिन्न रंगों का प्रकाश डालें तो दीप्त पट्टियाँ उसी रंग की प्राप्त होती हैं। जिस रंग का प्रकाश रेखा स्लिट पर डाला जाता है। इन पट्टियों की चौड़ाई भी भिन्न-भिन्न प्राप्त होती है।

(13) लाल प्रकाश से बनी पट्टी की चौड़ाई नीली की अपेक्षा अधिक होती है। क्योंकि $\beta \propto \lambda$

$$\text{चूँकि } \lambda_R > \lambda_V$$

$$\text{अतः } \beta_R > \beta_V$$

(14) परदे पर प्राप्त व्यतिकरण प्रतिरूप में मध्य बिंदु दीप्त होगा जिसे केन्द्रीय दीप्त फ्रिन्ज कहते हैं। जो $n = 0$ के संगत प्राप्त होता है।

$$(15) \text{ कोणीय फ्रिन्ज चौड़ाई } \theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{\beta}{D} = \frac{\text{फ्रिन्ज चौड़ाई}}{\text{स्रोत से पर्दे की दूरी}}$$

(16) यंग के द्विस्लिट प्रयोग में यदि λ_1 तरंगदैर्घ्य का प्रकाश उपयोग करने पर दृश्य क्षेत्र में n_1 फ्रिन्जें दिखायी देती हैं तथा λ_2 तरंगदैर्घ्य वाले प्रकाश का उपयोग करने पर उसी दृश्य क्षेत्र में n_2 फ्रिन्जें दिखायी देती हैं तब

$$n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$$

(17) फ्रिन्जों के बीच की दूरी (Δx)

(i) n वीं चमकीली तथा m वीं चमकीली फ्रिन्ज ($n > m$) के बीच की दूरी

$$\Delta x = (n - m)\beta$$

(ii) n वीं चमकीली तथा m वीं काली फ्रिन्ज के बीच की दूरी

(a) यदि $n > m$ तब

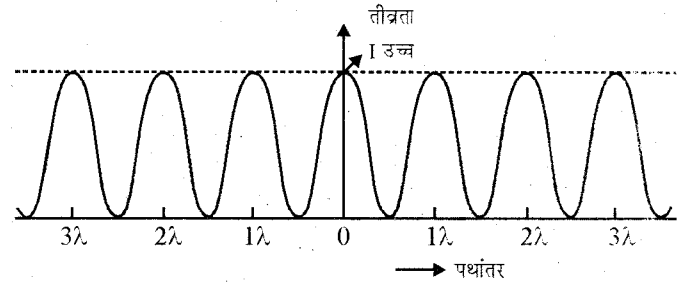
$$\Delta x = \left(n - m + \frac{1}{2} \right) \beta$$

(b) यदि $n < m$ तब

$$\Delta x = \left(m - n - \frac{1}{2} \right) \beta$$

(18) यदि स्रोत S दोनों स्लिटों के लम्ब अर्धक पर है तब केन्द्रीय फ्रिन्ज बिन्दु O' पर होगा। यदि स्रोत S किसी नये बिंदु S' पर कोण ϕ से खिसका दिया जाता है। तो केन्द्रीय फ्रिन्ज $-\phi$ कोण पर स्थित नये बिन्दु O'' पर दिखाई देगा जिसका अर्थ है कि यह लंब अर्धक से दूसरी ओर इतने ही कोण से खिसक जाएगा अर्थात् स्रोत S' दोनों स्लिटों का मध्य बिन्दु तथा केन्द्रीय फ्रिन्ज का बिन्दु O'' एक सरल रेखा में है।

(19)



चित्र 12.28 यंग के द्विस्लिट प्रयोग में तीव्रता वितरण

(20) जब $d = \beta/2$ हो तो पर्दे पर एक समान प्रदीपन होता है अर्थात् फ्रिन्जें प्राप्त नहीं होती हैं।

$$(21) \text{ यदि } d \text{ नियत हो तो } \frac{\lambda_1}{\theta_1} = \frac{\lambda_2}{\theta_2}$$

जहाँ θ_1 व θ_2 भिन्न-भिन्न कोणीय चौड़ाई है।

$$(22) n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$$

यदि D व d नियत हो।

(23) यदि एक तरंग के मार्ग में π का अतिरिक्त कलान्तर उत्पन्न कर दिया जाए तो केन्द्रीय फ्रिन्ज काली हो जाती है।

(24) केन्द्रीय चमकीली फ्रिन्ज से n वीं चमकीली फ्रिन्ज की दूरी

$$x_n = \frac{nD\lambda}{d} = n\beta \quad \text{जहाँ } n = 1, 2, 3, \dots$$

केन्द्रीय फ्रिन्ज से n वीं काली फ्रिन्ज की दूरी

$$x'_n = \frac{(2n-1)D\lambda}{2d} = \frac{(2n-1)\beta}{2}$$

आंकिक प्रश्नों को हल करने के लिए इन्हीं सूत्रों का उपयोग करते हैं।

12.6.3 श्वेत प्रकाश द्वारा उत्पन्न व्यतिकरण फ्रिन्जें (Interference fringes produced due to white light)

श्वेत प्रकाश में अनेक रंग होते हैं, जिनकी तरंगदैर्घ्य परास 4000Å से 8000Å तक होती है, जब द्विप्रिज्म के छिद्र को श्वेत प्रकाश से आलोकित करते हैं, तो द्विप्रिज्म से अपवर्तन के पश्चात् दो कला सम्बद्ध स्रोत S₁ व S₂ प्राप्त होते हैं, जो आभासी होते हैं सभी तरंग दैर्घ्य वाली तरंगों से पर्दे पर व्यतिकरण प्रारूप बनता है। इस प्रारूप की विशेषताएँ निम्न है-

(1) केन्द्रीय फ्रिन्ज श्वेत प्राप्त होती है, क्योंकि S₁ व S₂ से केन्द्र पर आने वाले सभी तरंगाम्रों के लिए पथान्तर का मान शून्य होता है।

(2) श्वेत प्रकाश प्रमुखतया सात रंगों से मिलकर बना है। अलग-अलग रंगों की फ्रिन्जों की चौड़ाई, तरंगदैर्घ्य अलग-अलग होने के कारण होती है। लाल रंग की फ्रिन्ज की चौड़ाई अधिक तथा बैंगनी रंग की फ्रिन्ज की चौड़ाई सबसे कम होती है, इसलिए काली फ्रिन्ज का अंदर का किनारा लाल तथा बाहरी किनारा बैंगनी प्राप्त होता है।

(3) उच्च क्रम की व्यतिकरण फ्रिन्जों के स्थान पर समान प्रदीपन होता है, क्योंकि उच्च क्रम की फ्रिन्जों में अति व्यापन होता है।

(4) असमान चौड़ाई की फ्रिन्जें प्राप्त होती है।

(5) बहुत ही कम तरंगदैर्घ्य की रंगीन फ्रिन्जें कठिनाई से प्राप्त होती है।

महत्वपूर्ण तथ्य

(1) फ्रिन्ज विस्थापन फ्रिन्ज की कोटि पर निर्भर नहीं करता (अर्थात् शून्य कोटि के उच्चिष्ठ का विस्थापन = n वीं कोटि के उच्चिष्ठ का विस्थापन)

(2) फ्रिन्ज विस्थापन तरंगदैर्घ्य पर निर्भर नहीं करता है।

(3) फ्रेनेल का द्विप्रिन्ज प्रयोग :

(i) प्रिन्ज से गुजरने पर प्रकाश की किरण का विचलन

$$\delta = (\mu - 1)\alpha$$

जहाँ

μ = प्रिन्ज के पदार्थ का अवर्तनांक

α = अपवर्तन कोण रेडियन में

(ii) दो स्रोतों के मध्य की दूरी

$$d = 2a\delta = 2a(\mu - 1)\alpha$$

जहाँ

a = दोनों स्रोतों से प्रिन्ज की दूरी

(iii) फ्रिन्ज चौड़ाई $\beta = \frac{\lambda D}{d} = \frac{\lambda(a+b)}{2a(\mu-1)\alpha}$

जहाँ $D = a + b$, पर्दे व स्रोत के मध्य कुल दूरी

b = द्विप्रिन्ज व पर्दे के बीच की दूरी

(iv) d की गणना के लिए दूसरी विधि (विस्थापन विधि) :

कला सम्बद्ध स्रोतों के बीच की दूरी

$$d = \sqrt{d_1 d_2}$$

जहाँ d_1 व d_2 एक उत्तल लेंस की दो स्थितियों के लिए प्रतिबिम्ब अन्तराल

अतः फ्रिन्ज चौड़ाई $\beta = \frac{\lambda(a+b)}{\sqrt{d_1 d_2}}$

(4) यदि यंग का द्विरेखा छिद्र प्रयोग वायु के स्थान पर पानी में किया जाए तो फ्रिन्ज चौड़ाई घटेगी (λ घटेगा) जबकि फ्रेनेल द्विप्रिन्ज प्रयोग को वायु की जगह पानी में किया जाए तो फ्रिन्ज चौड़ाई बढ़ेगी क्योंकि λ व साथ में μ भी घटेगा।

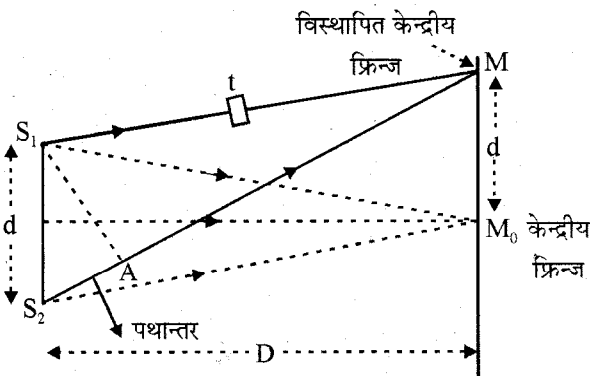
(5) माइकेल्सन व्यतिकरणमापी से एक वर्णीय प्रकाश की तरंग दैर्घ्य

$$\lambda = \frac{2X}{N}$$

जहाँ X = दर्पण का विस्थापन

N = केन्द्र से गुजरने वाली फ्रिन्जों की संख्या

(6) जब μ अपवर्तनांक तथा t मोटाई की एक पारदर्शी पतली प्लेट, यंग के द्विस्लिट प्रयोग में एक स्लिट के सामने रख दी जाती है तो केन्द्रीय फ्रिन्ज उस ओर विस्थापित हो जाती है जिस ओर प्लेट रखी हुई है क्योंकि यह प्लेट अतिरिक्त पथान्तर उत्पन्न करती है।



पथान्तर में परिवर्तन के कारण केन्द्रीय चमकीली फ्रिन्ज M_0 स्थिति से विस्थापित होकर M पर आ जाती है।

यह ज्ञात है कि माध्यम में t दूरी वायु में μt दूरी के बराबर होती है। अतः t मोटाई की प्लेट के कारण उत्पन्न पथान्तर

$$= (\mu t - t) = (\mu - 1)t \text{ होगा}$$

यदि प्लेट की अनुपस्थिति में इस स्थिति पर n वीं चमकीली फ्रिन्ज बनती हो तो यह पथान्तर $n\lambda$ के बराबर होगा। अतः केन्द्रीय फ्रिन्ज का विस्थापन n वीं चमकीली फ्रिन्ज के स्थान पर होने के स्थिति में

$$(\mu - 1)t = n\lambda = \frac{xd}{D}$$

जहाँ $n = 1, 2, 3, \dots$

या प्लेट की मोटाई $t = \frac{n\lambda}{(\mu - 1)}$ तथा विस्थापित फ्रिन्जों की संख्या

$$n = \frac{t(\mu - 1)}{\lambda}$$

तथा केन्द्रीय फ्रिन्ज से विस्थापित फ्रिन्ज की दूरी

$$x = \frac{D(\mu - 1)t}{d}$$

या

$$x = \frac{\beta(\mu - 1)t}{\lambda}$$

जहाँ $\beta = \frac{D\lambda}{d}$

इसी प्रकार यदि केन्द्रीय फ्रिन्ज का विस्थापन n वीं अदीप्त या काली फ्रिन्ज के स्थान पर हुआ हो तो

$$(\mu - 1)t = (2n - 1)\frac{\lambda}{2}$$

जहाँ $n = 1, 2, 3, \dots$

$$t = \frac{(2n - 1)\lambda}{2(\mu - 1)}$$

(7) यदि स्रोत S_1 व S_2 से आने वाली किरणों के मार्ग में μ_1 व μ_2 अपवर्तनांक तथा समान मोटाई t की काँच की पट्टिका रख दी जाए तो पथान्तर

$$x = \frac{D}{d}(\mu_1 - \mu_2)t$$

तथा केन्द्रीय फ्रिन्ज से विस्थापित फ्रिन्ज की दूरी

$$x = \frac{\beta(\mu_1 - \mu_2)t}{\lambda}$$

उदा.5 2 : 8 के तीव्रता अनुपात में दो कला सम्बद्ध स्रोत व्यतिकरण प्रतिरूप उत्पन्न कर रहे हैं। अधिकतम तथा न्यूनतम तीव्रता के मान क्या होंगे ?

$$\text{हल- } I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad \dots(1)$$

$$\text{प्रश्नानुसार } \frac{I_1}{I_2} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore I_2 = 4I_1 \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) व (2) से

$$I_{\max} = I_1 + 4I_1 + 2\sqrt{4I_1^2} = 5I_1 + 4I_1$$

$$I_{\max} = 9I_1 \quad \dots(3)$$

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad \dots(4)$$

प्रकाश की प्रकृति

समीकरण (2) व (4) से

$$I_{\min} = I_1 + 4I_1 - 2\sqrt{4I_1^2}$$

$$I_{\min} = I_1$$

उदा.6 यंग द्विस्लिट प्रयोग में व्यतिकारी तरंगों के आयामों का अनुपात 3:2 है। चमकीली तथा काली फ्रिंजों के लिए ज्ञात कीजिए (अ) आयामों का अनुपात (ब) तीव्रताओं को अनुपात। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.3**

हल: यदि व्यतिकारी तरंगों के आयाम a_1 व a_2 तथा इनके मध्य कलान्तर ϕ हैं तब परिणामी आयाम

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \phi$$

अधिकतम परिणामी आयाम प्राप्त होगा जबकि $\cos \phi = 1$

$$a_{\max}^2 = (a_1 + a_2)^2$$

या $a_{\max} = a_1 + a_2$

इसी प्रकार न्यूनतम परिणामी आयाम प्राप्त होगा जबकि

$$\cos \phi = -1$$

$$a_{\min}^2 = (a_1 - a_2)^2$$

या $a_{\min} = a_1 - a_2$

$$\frac{a_{\max}}{a_{\min}} = \frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2}$$

प्रश्नानुसार $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2}$

योगान्तरानुपात से $\frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2} = \frac{3+2}{3-2} = 5$

$$\therefore \frac{a_{\max}}{a_{\min}} = 5$$

तथा $\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left(\frac{a_{\max}}{a_{\min}}\right)^2 = 25$

उदा.7 यदि अध्यारोपण के कारण किसी व्यतिकरण प्रतिरूप में प्रकाश की अधिकतम व न्यूनतम तीव्रताओं का अनुपात 9/1 हो तो उन तरंगों की तीव्रताओं का अनुपात क्या होगा ?

हल-सूत्रानुसार

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left(\frac{\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}}{\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}}\right)^2$$

$$= \left(\frac{\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} + 1}{\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} - 1}\right)^2$$

मान रखने पर

$$\left(\frac{\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} + 1}{\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} - 1}\right)^2 = \frac{9}{1}$$

$$\frac{\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} + 1}{\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} - 1} = \frac{3}{1}$$

$$\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} + 1 = 3\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} - 3$$

$$3\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} - \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = 3 + 1$$

$$2\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = 4$$

$$\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = 2$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{4}{1}$$

उदा.8 दो झिरियाँ 1 मिलीमीटर दूर बनाई गई हैं और परदे को एक मीटर दूर रखा गया है। फ्रिंज अंतराल कितना होगा जब 500 nm तरंगदैर्घ्य का नीला-हरा प्रकाश प्रयोग में लाया जाता है ?

हल : फ्रिंज अंतराल $\beta = \frac{\lambda D}{d}$

$$d = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$$

$$D = 1 \text{ m}$$

$$\lambda = 500 \text{ nm}$$

$$= 5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\beta = \frac{5 \times 10^{-7} \times 1}{10^{-3}}$$

$$= 5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$= 0.5 \text{ mm}$$

उदा.9 यंग के द्विस्लिट प्रयोग में दो स्लिटों के मध्य दूरी 0.2 mm है जब स्लिटों पर 8000 Å का प्रकाश आपतित हो तो स्लिटों से 1 m दूर स्थित पर्दे पर प्राप्त फ्रिंजों की फ्रिंज चौड़ाई ज्ञात कीजिये। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.4**

हल-∴ फ्रिंज चौड़ाई $\beta = \frac{\lambda D}{d}$

प्रश्नानुसार $\lambda = 8000 \text{ Å} = 8 \times 10^{-7} \text{ m}$, $D = 1 \text{ m}$

तथा $d = 0.2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-4} \text{ m}$

$$\beta = \frac{8 \times 10^{-7} \times 1}{2 \times 10^{-4}} = 4 \times 10^{-3} \text{ m} = 4 \text{ mm}$$

उदा.10 व्यतिकरण प्रतिरूप में तरंगदैर्घ्य $\lambda_1 = 6000 \text{ Å}$ के प्रकाश के लिये किसी बिन्दु पर 12 वीं क्रम प्रदीप्त फ्रिंज बनती है। इस स्थिति में किस

12.16

क्रम की प्रदीप्त फ्रिंज बनेगी यदि स्रोत को प्रकाश तरंगदैर्घ्य $\lambda_2 = 4800 \text{ \AA}$ प्रतिस्थापित कर दिया जायें?

हल- दिया गया है- $n_1 = 12, \lambda_1 = 6000 \text{ \AA}, \lambda_2 = 4800 \text{ \AA},$
 $n_2 = ?$

किसी दिये गये बिन्दु के लिये $n\lambda = \frac{x_n d}{D}$ नियत

अतः $n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2$

या $n_2 = n_1 \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$
 $= \frac{12 \times 6000 \text{ \AA}}{4800 \text{ \AA}}$

या $n_2 = 15$

उदा.11 यंग के द्विस्लिट प्रयोग में तरंग दैर्घ्य 6600 \AA का प्रकाश प्रयुक्त करने पर दृष्टि क्षेत्र में 60 फ्रिंजे दिखाई देती हैं। तरंग दैर्घ्य 4400 \AA का प्रकाश प्रयुक्त करने पर कितनी फ्रिंजे दिखेगी?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.5

हल: यदि λ तरंग दैर्घ्य की के लिए दृष्टि क्षेत्र विस्तार W में β फ्रिंज चौड़ाई की n फ्रिंजे बनती है तब

$$W = n\beta = \frac{n\lambda D}{d}$$

अतः समान W, D व d के लिए यदि λ_1 तरंग दैर्घ्य हेतु n_1 फ्रिंजे तथा λ_2

तरंग दैर्घ्य के लिए n_2 फ्रिंजे बनती है तो $n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2$

या $n_2 = \frac{n_1 \lambda_1}{\lambda_2} = \frac{60 \times 6600}{4400} = 90$

अतः 4400 \AA का प्रकाश प्रयुक्त करने पर 90 फ्रिंजे दिखाई देगी।

उदा.12 बैंगनी रंग के प्रकाश के लिए $\beta = 3 \text{ mm}$ प्राप्त होती है। लाल रंग के लिए फ्रिंज चौड़ाई का मान होगा ?

हल- $\frac{\beta_{\text{Purple}}}{\beta_{\text{Red}}} = \frac{\lambda_{\text{Purple}}}{\lambda_{\text{Red}}}$

$$\frac{3 \times 10^{-3}}{\beta_{\text{Red}}} = \frac{4 \times 10^{-7}}{8 \times 10^{-7}} \Rightarrow \beta_{\text{Red}} = 6 \text{ mm}$$

इस प्रकार λ बढ़ने पर β का मान बढ़ जाता है।

उदा.13 एक द्विवर्णीय प्रकाश जिसमें 4200 \AA तथा 4800 \AA की तरंग दैर्घ्य उपस्थित है यंग द्विस्लिट प्रयोग में व्यतिकरण उत्पन्न करने में काम आ रहा है। स्लिटों के मध्य पार्थक्य 2.0 mm है तथा स्लिटों तथा पर्दे के मध्य दूरी 1.0 m है। केन्द्रीय उच्च उ से वह न्यूनतम दूरी क्या होगी जहाँ दोनों तरंग दैर्घ्यों के कारण बनने वाली चमकीली फ्रिंजे संपाती हैं?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.6

हल: केन्द्रीय उच्चिष्ठ से n वीं चमकीली फ्रिंज की दूरी $x_n = \frac{n\lambda D}{d}$ होती

है। अब यदि λ_1 तरंग दैर्घ्य की n_1 वीं चमकीली, λ_2 तरंग दैर्घ्य की n_2 वीं फ्रिंज से संपाती है तब प्रश्नानुसार

$$x_n = \frac{n_1 \lambda_1 D}{d} = \frac{n_2 \lambda_2 D}{d}$$

$$n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{4800}{4200} = \frac{8}{7}$$

n_1 व n_2 के न्यूनतम मान जो इस प्रतिबंध को संतुष्ट करते हैं क्रमशः 8 व 7 है। अब 4200 \AA तरंग दैर्घ्य की 8 वीं फ्रिंज (या 4800 \AA की 7 वीं फ्रिंज) की केन्द्रीय उच्चिष्ठ से दूरी

$$x = \frac{n_1 \lambda_1 D}{d} = \frac{8 \times 4200 \times 10^{-10} \times 1.0}{2 \times 10^{-3}}$$

$$= 16800 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$= 1.68 \times 10^{-3} \text{ m}$$

उदा.14 एक व्यतिकरण प्रतिरूप उत्पन्न करने वाले प्रयोगों में प्रयुक्त एकवर्णी प्रकाश स्रोतों के बीच कि दूरी 2 mm है। स्रोतों से पर्दे तक कि दूरी 10 cm व $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ हो तो β होगा ? यदि प्रकाश स्रोतों के बीच की दूरी 1 mm कर दी जाये तो अब नयी फ्रिंज चौड़ाई कितनी होगी ?

हल- $\beta = \frac{\lambda D}{d}$

$$\beta = \frac{6000 \times 10^{-10} \times 10 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-3}}$$

$$\beta_1 = 3 \times 10^{-5} \text{ या } 0.03 \text{ mm}$$

2 mm दूरी आधी कर देने पर फ्रिंज चौड़ाई का मान होगा-

$$\beta_2 = 2\beta_1$$

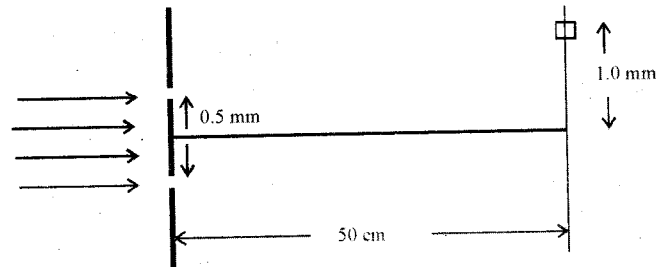
$$\beta_2 = 6 \times 10^{-5} \text{ या } 0.06 \text{ mm}$$

उदा.15 कला संबद्ध श्वेत प्रकाश ($400 \text{ nm} - 700 \text{ nm}$) यंग द्विस्लिट प्रयोग में स्लिटों से गुजारा जाता है। स्लिटों में पार्थक्य 0.5 mm है तथा पर्दा स्लिटों से 50 cm दूर है। पर्दे पर फ्रिंजों की (चौड़ाईयों के अनुदिश) केन्द्रीय रेखा से 1.0 mm दूर बिन्दु पर एक छिद्र है

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.7

(अ) छिद्र से निकलने वाले प्रकाश में कौनसी तरंग दैर्घ्य अनुपस्थित होगी?

(ब) छिद्र से निकलने वाले प्रकाश में कौन सी तरंगदैर्घ्य की तीव्रता सर्वाधिक होगी?



चित्र 12.29

हल: (अ) उन तरंग दैर्घ्य के लिए जो छिद्र से बाहर नहीं आती हैं, छिद्र की स्थिति x पर विनाशी व्यतिकरण होता है।

अतः आवश्यक प्रतिबंध

$$x_n = \frac{(2n-1)\lambda D}{2d}$$

$$\lambda = \frac{2dx_n}{(2n-1)D} = \frac{2 \times 0.5 \times 10^{-3} \times 10^{-3}}{(2n-1) \times 50 \times 10^{-2}}$$

$$= \frac{2000}{(2n-1)} nm$$

$$n=1 \text{ के लिए } \lambda_1 = \frac{2000}{1} = 2000nm$$

$$n=2 \text{ के लिए } \lambda_2 = \frac{2000}{3} = 667nm$$

$$n=3 \text{ के लिए } \lambda_3 = \frac{2000}{5} = 400nm$$

$$n=4 \text{ के लिए } \lambda_4 = \frac{2000}{7} = 286nm$$

तथा इसी प्रकार आगे परन्तु λ_1 व λ_2 आपतित प्रकाश का भाग नहीं है अतः इस कारण छिद्र पर विनाशी व्यतिकरण करने वाली तरंग दैर्घ्य 667 nm व 400 nm है।
(ब) छिद्र से बाहर वे ही तरंगे निर्गत होगी जिनके लिए छिद्र की स्थिति पर संपोषी व्यतिकरण होता है जिसके लिए आवश्यक प्रतिबंध

$$x_n = \frac{n\lambda D}{d}$$

$$\lambda = \frac{x_n d}{nD} = \frac{0.5 \times 10^{-3} \times 10^{-3}}{n \times 50 \times 10^{-2}} = \frac{1000nm}{n}$$

$$n=1 \text{ के लिए } \lambda_1 = 1000nm$$

$$n=2 \text{ के लिए } \lambda_2 = 500nm$$

$$n=3 \text{ के लिए } \lambda_3 = 333.33nm$$

तथा इसी प्रकार आगे परन्तु तरंग दैर्घ्य $\lambda_2 = 500nm$ ही आपतित प्रकाश में उपस्थित हैं अतः केवल यही छिद्र से निर्गत प्रकाश में उपस्थित होगी।

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1. प्रकाश की तरंग प्रकृति के समर्थन में किसी एक घटना का नाम लिखिए।
2. किसी माध्यम में विद्युत चुम्बकीय तरंगों की चाल माध्यम के किन गुणों पर निर्भर करती है?
3. तरंग के उस गुण का नाम लिखिए जो दूसरे गुणों से स्वतंत्र होता है।
4. I_1 तथा I_2 तीव्रता के दो कला सम्बद्ध स्रोत व्यतिकरण प्रतिरूप उत्पन्न कर रहे हैं। व्यतिकरण प्रतिरूप में अधिकतम तीव्रता कितनी होगी?
5. $y_1 = a \sin \omega t$ तथा $y_2 = b \cos \omega t$ द्वारा निरूपित दो तरंगों के मध्य कितना कलान्तर है?
6. यदि दो समान आयाम तथा समान आवृत्ति की दो तरंगें अध्यारोपित होने पर उसी आयाम का परिणामी विशोभ उत्पन्न करती है तब उनमें कितना कलान्तर होगा?
7. यदि यंग के द्विस्लिट प्रयोग में किसी बिन्दु पर जहाँ पथान्तर $\frac{\lambda}{6}$ ($\lambda =$ प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्घ्य) तथा तीव्रता I है। यदि अधिकतम तीव्रता I_0 है तब $\frac{I}{I_0}$ का मान ज्ञात कीजिए।
8. दो कला सम्बद्ध तरंगों के व्यतिकरण के कारण ऊर्जा पर क्या प्रभाव पड़ता है?
9. दो तरंगों में से प्रत्येक का आयाम a तथा आवृत्ति f है। उनकी कलाओं में

अन्तर $\frac{\pi}{2}$ है। इनके अध्यारोपण से प्राप्त परिणामी तरंग का आयाम तथा आवृत्ति ज्ञात कीजिए।

10. यंग के द्विस्लिट प्रयोग में यदि पीले प्रकाश को लाल प्रकाश से परिवर्तित कर दिया जाये तो फ्रिंज चौड़ाई पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
11. व्यतिकरण किस प्रकार की तरंगों में संभव है?
12. यदि यंग के प्रयोग में एक रेखाछिद्र को नीले फिल्टर से तथा दूसरे रेखाछिद्र को पीले फिल्टर से ढका गया है तब व्यतिकरण प्रतिरूप पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
13. तरंग में ϕ कलान्तर के तुल्य पथान्तर का मान लिखिए।
14. जब व्यतिकरण करने वाली प्रकाश की दो तरंगों में से एक तरंग के पथ में t मोटाई तथा μ अपवर्तनांक की पतली पारदर्शी पट्टिका रख दी जाए तो पथान्तर में कितना परिवर्तन होगा?
15. दो स्रोत व्यतिकरण प्रतिरूप बनाते हैं, जिसे स्रोतों से D दूरी पर स्थित पर्दे पर देखा जाता है। फ्रिंज चौड़ाई $2W$ है। यदि दूरी D को दोगुना कर दिया जाए तब फ्रिंज चौड़ाई पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
16. यंग के द्विस्लिट प्रयोग में यदि दो स्लिटों के बीच की दूरी को घटाकर एक तिहाई कर दिया जाए तब फ्रिंज चौड़ाई पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
17. दो स्लिटों से व्यतिकरण चित्र में एकल स्लिट पर विवर्तन का क्या महत्व है?
18. प्रकाश के कणिका सिद्धान्त का प्रतिपादन किसने किया?
19. प्रकाश का तरंग सिद्धान्त किसने प्रतिपादित किया?
20. प्लांक नियतांक का मान लिखिए।
21. फोटॉन की ऊर्जा का सूत्र लिखिए।
22. प्रकाश की द्वैत (Dual) प्रकृति का नाम लिखिए।
23. तरंगाग्र किसे कहते हैं?
24. तरंगाग्र के प्रकार लिखिए।
25. अभिरक्त विस्थापन तथा नीला विस्थापन से क्या तात्पर्य है?
26. प्रकाश में डॉप्लर प्रभाव में तरंगदैर्घ्य में आभासी परिवर्तन का सामान्य सूत्र लिखिए।
27. व्यतिकरण के प्रकार लिखिए।
28. क्या व्यतिकरण की घटना अनुप्रस्थ तथा अनुदैर्घ्य दोनों तरंगों में संभव है?
29. कला सम्बद्ध स्रोत प्राप्त करने के किसी एक प्रयोग का नाम लिखिए।
30. व्यतिकरण में परिणामी तरंग की तीव्रता का सूत्र लिखिए।
31. संपोषी व विनाशी व्यतिकरण के लिये कलान्तर की स्थितियाँ लिखिए।
32. चमकीली तथा काली फ्रिंजों की फ्रिंज चौड़ाई का सूत्र लिखिए।
33. फ्रिंज चौड़ाई किसे कहते हैं?
34. व्यतिकरण प्रारूप को द्रव में डुबो देने पर फ्रिंज चौड़ाई पर क्या प्रभाव पड़ता है?
35. कोणीय फ्रिंज चौड़ाई का सूत्र लिखिए।

उत्तरमाला

1. प्रकाश में व्यतिकरण की घटना होती है।
2. विद्युतीय तथा चुम्बकीय गुणों पर।
3. आयाम।
4. $(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$
5. $\frac{\pi}{2}$
6. $\frac{2\pi}{3}$
7. \therefore पथान्तर = $\frac{\lambda}{6}$ \therefore कलान्तर = $\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$

$$I_0 = 4a^2 \text{ तथा } I = a^2 + a^2 + 2a \times a \times \cos \frac{\pi}{3}$$

$$= 3a^2$$

$$\therefore \frac{I}{I_0} = \frac{3a^2}{4a^2} = \frac{3}{4}$$

8. ऊर्जा का पुनर्वितरण होता है जो समय के साथ परिवर्तित नहीं होता है।

9. $y_1 = a \sin \omega t = a \sin 2\pi ft$ तथा

$$y_2 = a \sin (2\pi ft + \frac{\pi}{2}) = a \cos 2\pi ft$$

इनके अध्यारोपण से परिणामी विस्थापन $y = y_1 + y_2$

$$\Rightarrow y = a \sin 2\pi ft + a \sin \left(2\pi ft + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= 2a \sin \left(2\pi ft + \frac{\pi}{4} \right) \cos \frac{\pi}{4}$$

$$= \sqrt{2}a \sin \left(2\pi ft + \frac{\pi}{4} \right)$$

अतः परिणामी तरंग का आयाम = $\sqrt{2}a$

तथा आवृत्ति = f

10. फ्रिंज चौड़ाई बढ़ जाएगी।

11. अनुदैर्घ्य तरंगों में अनुप्रस्थ तरंगों में, विद्युत चुम्बकीय तरंगों में।

12. व्यतिकरण प्रतिरूप नहीं बनेगा क्योंकि दोनों की आवृत्ति भिन्न-भिन्न है।

13. $\frac{\lambda}{2\pi} \phi$ 14. $(\mu-1)t$

15. $4W$ हो जाएगी।

16. $\therefore \beta = \frac{\lambda D}{d}$ तथा $\beta' = \frac{\lambda D}{d'} = \frac{\lambda D}{d/3} = \frac{3\lambda D}{d} = 3\beta$

अतः फ्रिंज चौड़ाई तिगुनी हो जाएगी।

17. दो स्लिटों से व्यतिकरण, प्रत्येक स्लिट पर प्रकाश के विवर्तन के फलस्वरूप प्राप्त दोनों विवर्तित तरंगों के मध्य व्यतिकरण होने के कारण परिणामी चित्र होता है।

18. न्यूटन 19. हाइगेन

20. $h = 6.62 \times 10^{-34}$ जूल \times सेकण्ड

21. $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

22. कणीय तथा तरंग प्रकृति।

23. माध्यम के ऐसे सभी कणों, जो किसी क्षण समानकला में कम्पन कर रहे हैं, का बिन्दुपथ तरंगाग्र कहलाता है।

24. गोलीय तरंगाग्र, बेलनाकार तरंगाग्र तथा समतल तरंगाग्र।

25. यदि प्रकाश स्रोत प्रेक्षक से दूर जाता है तो प्रेक्षक को प्रकाश की आवृत्ति घटती हुई प्रतीत होती है या तरंगदैर्घ्य बढ़ती हुई प्रतीत होती है। तरंगदैर्घ्य में होने वाली इस आभासी वृद्धि को अभिरक्त विस्थापन कहते हैं।

यदि प्रकाश स्रोत प्रेक्षक की ओर चलता है तो प्रेक्षक को प्रकाश की आवृत्ति बढ़ती हुई प्रतीत होगी या तरंगदैर्घ्य घटती हुई प्रतीत होगी। तरंगदैर्घ्य में होने वाली इस आभासी कमी को नीला विस्थापन कहते हैं।

26. $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \pm \frac{v\lambda}{c}$

27. (1) सम्पौपी व्यतिकरण तथा (2) विनाशी व्यतिकरण।

28. हाँ

29. यंग का द्वि-स्लिट प्रयोग 30. $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$

31. सम्पौपी व्यतिकरण के लिए कलान्तर $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots, 2n\pi$
विनाशी व्यतिकरण के लिए कलान्तर $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots, (2n+1)\pi$

32. चमकीली तथा काली फ्रिंजों की फ्रिंज चौड़ाई समान होती है अर्थात्

$$\beta = \frac{\lambda D}{d}$$

33. प्रकाश तरंगों के व्यतिकरण प्रतिरूप में दो क्रमागत चमकीली अथवा दो काली फ्रिंजों के बीच की दूरी को फ्रिंज चौड़ाई कहते हैं।

34. फ्रिंज चौड़ाई घट जाती है।

35. कोणीय फ्रिंज चौड़ाई $\theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{\beta}{D}$

12.7 विवर्तन (Diffraction)

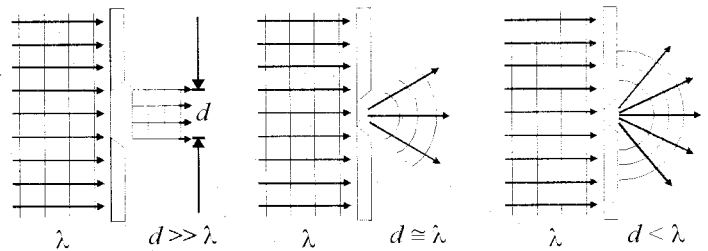
दैनिक जीवन में हम देखते हैं कि किसी एक कमरे में उत्पन्न आवाज पास के दूसरे कमरे में सुनाई देती है। स्पष्ट है कि ध्वनि तरंगें किसी अवरोधक के किनारों से मुड़कर स्रोत तक पहुँचती है। ध्वनि तरंगों का किसी अवरोधक के किनारों से मुड़ने के प्रभाव को ध्वनि का विवर्तन कहते हैं।

विवर्तन व्यापक रूप से तरंग गुण है यह प्रभाव ध्वनि तरंगों तथा रेडियो तरंगों में स्पष्ट रूप से देखा जा सकता है परन्तु प्रकाश तरंगों में विवर्तन दैनिक जीवन में नगण्य होता है क्योंकि प्रकाश तरंगें, अवरोधक का आकार प्रकाश की तरंग दैर्घ्य की तुलना में बड़ा होने के कारण मुड़ नहीं पाती है। यदि प्रकाश तरंगों के आगे एक सूक्ष्म आकार का अवरोधक रख दें तो प्रकाश तरंगें भी मुड़ जाती हैं अर्थात् प्रकाश का विवर्तन प्रेक्षित होता है परन्तु प्रकाश का ऋजुरेखीय प्रचलन ही दृष्टिगोचर होता है।

किसी अपारदर्शी अवरोधक या द्वारक के तेज किनारों से प्रकाश के मुड़ने तथा उसकी ज्यामितीय छाया में प्रकाश के फैल जाने की घटना को प्रकाश का विवर्तन कहते हैं।

अर्थात् ऋजुरेखीय संचरण से विचलन की घटना विवर्तन कहलाती है।

विवर्तन की खोज सन् 1665 में वैज्ञानिक ग्रीमाल्डी ने की थी एवं इसकी व्याख्या तरंग सिद्धान्त के आधार पर फ्रेनल ने 1818 में की थी। किसी तरंग का विवर्तन होने के लिये यह आवश्यक है कि विवर्तक (द्वारक या अवरोधक) का आकार तरंग के तरंगदैर्घ्य की कोटि का होना चाहिये।



चित्र 12.30

ध्वनि तरंगों की तरंगदैर्घ्य 1 मीटर की कोटि की होती है तथा दैनिक जीवन में अवरोधकों या द्वारकों का आकार भी इसी कोटि का होता है। इसलिये ध्वनि तरंगों का विवर्तन आसानी से देखने को मिलता है। प्रकाश तरंगों की तरंगदैर्घ्य 10^{-7} मीटर की कोटि की होती है। साधारण अवरोधक अथवा द्वारक (या छिद्र) इसकी तुलना में बड़े होते हैं। अतः साधारण परिस्थितियों में प्रकाश तरंगों का विवर्तन नहीं दिखाई देता है। चित्र से स्पष्ट है कि स्लिट की चौड़ाई का मान तरंगदैर्घ्य की तुलना में

अधिक होने पर ($d > \lambda$) विवर्तन नहीं दिखाई देता है जबकि $d \approx \lambda$ एवं $d < \lambda$ अर्थात् अवरोधक या द्वारक का आकार तरंगदैर्घ्य की कोटि में होने पर विवर्तन दिखाई देता है।

महत्वपूर्ण तथ्य

- (1) विवर्तन सभी प्रकार की तरंगों का गुणधर्म है।
- (2) तरंग की तरंगदैर्घ्य जितनी अधिक होगी उसका विवर्तन भी उतना ही अधिक होगा अर्थात् तरंगों का गोलीय फैलाव भी सबसे अधिक होगा।
- (3) d आकार के विवर्तक पर λ तरंगदैर्घ्य के प्रकाश का विवर्तन प्रेक्षित करने के लिए विवर्तक से प्रेक्षक की न्यूनतम दूरी $x = \frac{d^2}{4\lambda}$
- (4) तरंगों का विवर्तन अवरोधक या द्वारक के आकार एवं तरंगों की तरंगदैर्घ्य पर निर्भर करता है।
- (5) पराश्रव्य तरंगों की तरंगदैर्घ्य 1 cm की कोटि की होती है। जबकि साधारण अवरोधक का आकार इसकी तुलना में काफी बड़ा होता है। अतः पराश्रव्य तरंगों का विवर्तन आसानी से प्रेक्षित नहीं होता है।
- (6) किसी CD को देखने पर उसमें रंग विवर्तन के प्रभाव के कारण ही दिखायी देते हैं।
- (7) यदि $\frac{d}{\lambda}$ का मान 50 से अधिक हो तब विवर्तन की घटना प्रेक्षित नहीं होती है अर्थात् जब अवरोधक का आकार, तरंगदैर्घ्य λ से लगभग 50 गुना होता है।
- (8) क्रिस्टल से X-किरणों का विवर्तन आसानी से हो जाता है।

12.7.1 ध्वनि तथा प्रकाश के विवर्तन की तुलना (Comparison of Diffraction of Sound and light)

विवर्तन सभी प्रकार की तरंगों का गुणधर्म है। परन्तु यह उसी अवस्था में प्रेक्षित होता है जब अवरोधक या द्वारक का आकार प्रयुक्त तरंगदैर्घ्य की कोटि का होता है। चूंकि ध्वनि तरंगों की तरंगदैर्घ्य साधारण द्वारक या अवरोधक की कोटि की होती है, इसलिये ध्वनि का विवर्तन आसानी से प्रेक्षित हो जाता है अर्थात् यह एक सामान्य घटना है। माना कि ध्वनि तरंगों के लिए आवृत्ति 332 हर्ट्ज एवं वेग 332 मी./से. है तो तरंग वेग समीकरण से

$$v = n\lambda$$

$$\lambda = \frac{v}{n} = \frac{332}{332} = 1 \text{ मीटर होगा।}$$

इस प्रकार वायु में ध्वनि तरंगों की तरंगदैर्घ्य 10 सेमी. से 100 सेमी. के क्रम की होती है। अतः एक मीटर तरंगदैर्घ्य की ध्वनि के लिए अवरोधक या द्वारक की कोटि 10 मीटर तक हो सकती है। यही कारण है कि ध्वनि का विवर्तन आसानी से प्रेक्षित होता है। जैसे यदि कही बैण्ड बज रहा है तो उसकी ध्वनि आसानी से कमरे में खिड़की व दरवाजों से विवर्तन होकर सुनायी देती है जबकि बैण्ड दिखायी नहीं दे रहा।

परन्तु प्रकाश तरंगों की तरंगदैर्घ्य कम होती है और सामान्य अवरोधक या द्वारक का आकार इसकी तुलना में बहुत बड़ा होता है, इसलिये प्रकाश का विवर्तन एक सामान्य घटना नहीं है।

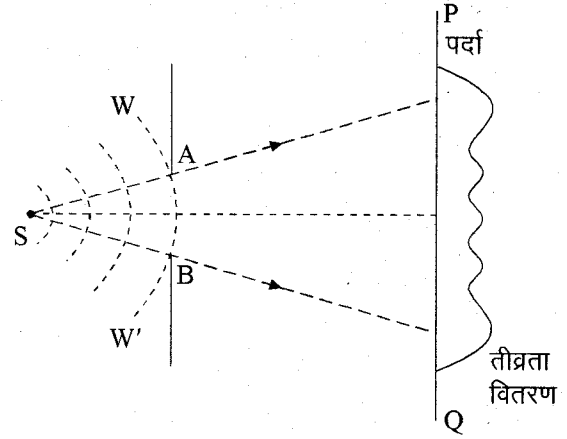
12.7.2 विवर्तन के प्रकार (Types of Diffraction)

प्रकाश का विवर्तन दो प्रकार का होता है-

- (i) फ्रेनल विवर्तन (ii) फ्रॉनहॉफर विवर्तन

फ्रेनल विवर्तन-जब एकवर्णी बिन्दुवत् प्रकाश स्रोत एवं पर्दा दोनों विवर्तन

उत्पन्न करने वाले अवरोधक या द्वारक से सीमित दूरी पर स्थित हों तब विवर्तन फ्रेनल विवर्तन कहलाता है।

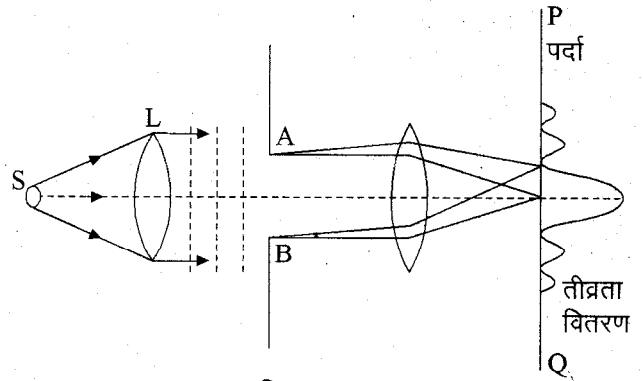


चित्र 12.31

S = बिन्दुवत् प्रकाश स्रोत AB = द्वारक
a = द्वारक का आकार PQ = पर्दा

फ्रेनल विवर्तन में आपतित व विवर्तित दोनों तरंगाग्र गोलीय अथवा बेलनाकार होते हैं।

फ्रॉनहॉफर विवर्तन-जब प्रकाश स्रोत एवं पर्दा विवर्तन उत्पन्न करने वाले अवरोधक या द्वारक से प्रभावी रूप से असीमित दूरी पर हों तब विवर्तन फ्रॉनहॉफर विवर्तन कहलाता है।



चित्र 12.32

इस विवर्तन में आपतित व विवर्तन तरंगाग्र समतल होते हैं।

महत्वपूर्ण तथ्य

फ्रेनल विवर्तन के सामान्य उदाहरण : सीधे किनारे, संकीर्ण तार एवं सूक्ष्म अपारदर्शी चकती (disc) पर विवर्तन।

फ्रॉनहॉफर विवर्तन के सामान्य उदाहरण : एकल रेखा छिद्र, द्विरेखा छिद्र एवं विवर्तन ग्रेटिंग पर विवर्तन।

फ्रेनल एवं फ्रॉनहॉफर विवर्तन की तुलना (Comparison of Fresnel and Fraunhofer Diffraction)

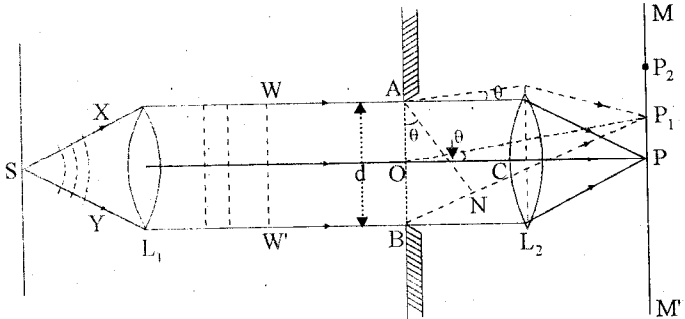
क्र. सं.	फ्रेनल विवर्तन	फ्रॉनहॉफर विवर्तन
1.	प्रकाश स्रोत एवं पर्दा दोनों विवर्तक से सीमित दूरी पर होते हैं।	प्रकाश स्रोत एवं पर्दा दोनों विवर्तक से प्रभावी रूप से अनंत दूरी पर होता है।

2.	इसमें आपतित एवं विवर्तित तरंगाग्र गोलीय या बेलनाकार होते हैं।	इसमें आपतित एवं विवर्तित तरंगाग्र समतल होते हैं।
3.	इसमें प्रेक्षण बिना किसी दर्पण या लेंस की सहायता से लिये जाते हैं।	इसमें प्रेक्षण लेंस की सहायता से लिये जाते हैं।
4.	इसके विवर्तन प्रतिरूप में केन्द्र अदीप्त या प्रदीप्त दोनों ही प्राप्त हो सकते हैं।	इसके विवर्तन प्रतिरूप में केन्द्र हमेशा प्रदीप्त ही प्राप्त होता है।
5.	इस विवर्तन में स्रोत एवं पर्दे की विवर्तक से दूरियाँ महत्वपूर्ण होती हैं।	इस प्रकार के विवर्तक में तरंगाग्रों का विवर्तक पर झुकाव महत्वपूर्ण होता है।
6.	इसमें केवल एक विवर्तक का विवर्तन प्रभाव होता है।	इसमें एक या एक से अधिक विवर्तकों के विवर्तन का सम्मिलित प्रभाव हो सकता है।
7.	इसकी सैद्धान्तिक विवेचना जटिल एवं केवल सन्निकट (approximate) मान देती है।	इसकी सैद्धान्तिक विवेचना काफी सरल एवं परिशुद्ध गणित की सहायता से होती है।
8.	इसे बिना किसी विशेष उपकरण के प्राप्त किया जा सकता है।	इसको प्राप्त करने के लिये स्पैक्ट्रोमीटर की आवश्यकता होती है, क्योंकि आपतित एवं विवर्तित तरंगाग्र दोनों ही समतल होते हैं।

12.8 एकल झिरी के कारण फ्रॉनहॉफर विवर्तन (Fraunhofer diffraction due to Single slit)

एकल स्लिट पर फ्रॉनहॉफर विवर्तन की प्रायोगिक व्यवस्था चित्र में दिखाई गयी है।

S एक वर्णीय प्रकाश स्रोत है जो उत्तल लेंस L_1 की फोकस दूरी पर रखा है। एक समतल तरंगाग्र WW' एकल स्लिट AB पर समान्तर प्रकाश किरणों के रूप में आपतित होता है। एकल छिद्र AB की चौड़ाई d आपतित प्रकाश की तरंगदैर्घ्य की परास की है, अतः छिद्र पर विवर्तन प्रतिरूप उत्पन्न होता है। यह विवर्तन प्रतिरूप लेंस L_2 की सहायता से पर्दे MM' पर फोकसित किया जाता है।



चित्र 12.33

विवर्तन प्रतिरूप में केन्द्रीय उच्चिष्ठ के दोनों ओर एकान्तर क्रम में काले व चमकीले विवर्तन बैंड बनते हैं जिनकी तीव्रता केन्द्रीय उच्चिष्ठ की तुलना में घटती जाती है।

सिद्धान्त—जब समतल तरंगाग्र WW' से समान्तर किरण पुंज एकल स्लिट पर आपतित होता है तब हाइगेन के द्वितीयक तरंग सिद्धान्त के अनुसार पुंज का प्रत्येक भाग द्वितीयक स्रोत की तरह कार्य करता है तथा उससे द्वितीयक तरंगिकायें

आगे की ओर संचरित होती हैं। ये तरंगिकायें लेंस L_2 द्वारा पर्दे पर बिन्दु P पर फोकसित होती हैं। बिन्दु P की बिन्दु A व B से दूरी समान होने से ये तरंगिकायें बिन्दु P पर समान कला में पहुँचती हैं तथा बिन्दु P पर अधिकतम तीव्रता होती है। यही विवर्तन फ्रिंज केन्द्रीय उच्चिष्ठ होती है।

अब यदि पर्दे पर P_1 बिन्दु की स्थिति पर विचार करें तो द्वितीयक तरंगे OP के साथ θ कोण बनाते हुए P_1 बिन्दु पर पहुँचती हैं। P_1 बिन्दु पर प्रकाश की तीव्रता द्वितीयक तरंगों के मध्य पथान्तर पर निर्भर करेगी। A बिन्दु से AN लम्ब BP_1 पर डाला। A तथा B बिन्दु से P_1 पर पहुँचने वाले प्रकाश के मध्य पथान्तर = $BN = AB \sin \theta = d \sin \theta$

निम्निष्ठ की स्थिति—यदि यह पथान्तर λ के तुल्य है तो P_1 बिन्दु पर तीव्रता न्यूनतम होगी। इसका कारण है कि यदि AB से गुजरने वाले तरंगाग्र को दो बराबर भाग OA व OB में विभाजित माना जाये तो प्रत्येक भाग $\lambda/2$ पथान्तर प्रदान करेगा। अतः OA व OB के प्रत्येक भाग से P_1 पर पहुँचने वाला प्रकाश $\lambda/2$ पथान्तर पर होगा। इस कारण विनाशी व्यतिकरण P_1 बिन्दु पर उत्पन्न होगा। इसलिए P_1 बिन्दु प्रथम निम्निष्ठ बिन्दु होगा

अर्थात् प्रथम निम्निष्ठ के लिए

$$d \sin \theta = \lambda$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{\lambda}{d}$$

$$\Rightarrow \theta \approx \frac{\lambda}{d}$$

$\therefore \theta$ अल्प के लिए $\sin \theta \approx \theta$

इसी प्रकार यदि $BN = 2\lambda$ तो, P_1 बिन्दु द्वितीय निम्निष्ठ होगा।

इसी प्रकार आगे के क्रम में निम्निष्ठों की रचना होगी।

n वें निम्निष्ठ के लिए

$$d \sin \theta_n = n\lambda$$

$$\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{d} \quad \dots(1)$$

जहाँ θ_n n वें निम्निष्ठ की स्थिति को प्रदर्शित करता है।

जैसे $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ होता है।

द्वितीयक उच्चिष्ठ की स्थिति—यदि कोई अन्य बिन्दु पर्दे पर P_2 लिया जाये, जो अदीप्त फ्रिंजों के मध्य में है जिसके लिए पथान्तर

$$BN = d \sin \theta = \frac{3\lambda}{2}$$

हो तो P_2 प्रथम द्वितीयक उच्चिष्ठ की स्थिति व्यक्त करेगा। इसकी स्थिति व्यक्त करने के लिए यह मान सकते हैं कि स्लिट AB तीन बराबर भागों में विभक्त है, जिनमें प्रत्येक भाग $\lambda/2$ पथान्तर पर है। इसमें दो भाग अध्यारोपण में विनाशी व्यतिकरण उत्पन्न करते हैं। तीसरे भाग का प्रकाश P_2 पर पहुँच जाता है।

यही प्रथम द्वितीयक उच्चिष्ठ की स्थिति को व्यक्त करता है। यह केन्द्रीय उच्चिष्ठ की तुलना में काफी क्षीण होगा।

इसी प्रकार यदि $BN = 5\lambda/2$ हो तो द्वितीयक उच्चिष्ठ प्राप्त होगा। इसकी तीव्रता प्रथम द्वितीयक उच्चिष्ठ से कम होगी।

अतः n वें द्वितीयक उच्चिष्ठ के लिए

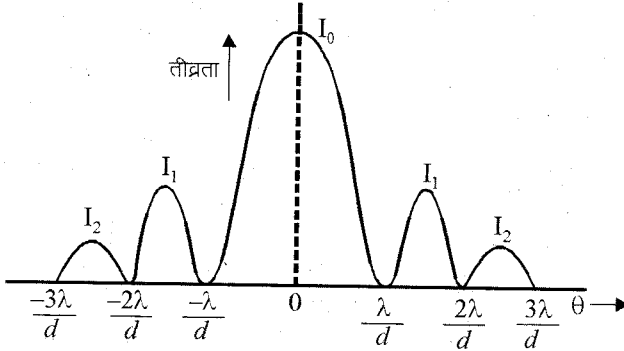
$$d \sin \theta = (2n+1)\lambda/2 \quad \dots(2)$$

जहाँ $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

इस प्रकार द्वितीयक उच्चिष्ठ n के बढ़ने के साथ क्षीण होते जाते हैं क्योंकि स्लिट का केवल तीसरा, पाँचवा, सातवां आदि भाग ही इन स्थितियों में योगदान देता है शेष भाग विनाशी व्यतिकरण उत्पन्न करते हैं।

नोट—समीकरण (1) व (2) से विवर्तन प्रतिरूप के लिए प्राप्त शर्तें, व्यतिकरण प्रतिरूप की शर्तों के पूर्णतया विपरीत है।

किसी एकल स्लिट से प्राप्त विवर्तन प्रतिरूप जिसमें केन्द्रीय उच्चिष्ठ P बिन्दु पर होने की स्थिति में निम्निष्ठ व द्वितीयक उच्चिष्ठ की स्थिति नीचे दिये चित्र के अनुसार होगी—



चित्र 12.34

बिन्दु O केन्द्रीय उच्चिष्ठ की स्थिति व्यक्त करता है तथा पथान्तर $d \sin \theta = \lambda, 2\lambda, \dots$ की स्थिति निम्निष्ठों को व्यक्त करती है। द्वितीयक उच्चिष्ठों की स्थिति दो निम्निष्ठों के मध्य होती है तथा इनकी तीव्रता केन्द्रीय उच्चिष्ठ से दूरी के साथ घटती जाती है। यदि केन्द्रीय उच्चिष्ठ की तीव्रता I_0 हो तो प्रथम द्वितीयक उच्चिष्ठ की तीव्रता $I_0/22$ तथा द्वितीय की $I_0/61$ इत्यादि तथा उच्चिष्ठ, निम्निष्ठ के मध्य में न होकर बिन्दु P की ओर विस्थापित होते हैं।

केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई (Width of central maxima)

केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई, केन्द्रीय उच्चिष्ठ के दोनों ओर स्थित प्रथम निम्निष्ठों के मध्य की दूरी के बराबर होती है। यदि P_1 बिन्दु पर प्रथम निम्निष्ठ स्थित है तथा $PP_1 = x$ हो तो (1) समीकरण से

$$d \sin \theta = 1\lambda$$

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{d} \quad \dots(3)$$

यदि लेंस L_2 की फोकस दूरी f है जो स्लिट के अति समीप स्थित है तो $f = D$ पर्दे की स्लिट से दूरी

$$\text{यदि } \theta \text{ होता है तो } \sin \theta \approx \theta \approx \tan \theta = \frac{PP_1}{OP}$$

$$\text{अधरेखीय चौड़ाई } \theta = \frac{x}{f} = \frac{x}{D} \quad \dots(4)$$

समीकरण (3) व (4) से

$$\frac{x}{D} = \frac{\lambda}{d}$$

$$\text{अधरेखीय चौड़ाई } x = \frac{D\lambda}{d}$$

केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई $= 2x$

$$\beta = 2x = \frac{2D\lambda}{d} = \frac{2f\lambda}{d} \quad \dots(5)$$

केन्द्रीय उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई $= 2\theta$

$$2\theta = \frac{2\lambda}{d} \quad \dots(6)$$

$$\text{जहाँ अर्ध चौड़ाई : } x = \frac{\beta}{2} \approx \frac{f\lambda}{d}$$

विवर्तन प्रतिरूप के प्रथम शून्य से केन्द्रीय उच्चिष्ठ का अन्तराल अर्थात्

$$\text{विवर्तन कोण } \theta = \frac{\beta/2}{D} = \frac{\lambda}{d}$$

समीकरण (5) व (6) के अनुसार यदि स्लिट की चौड़ाई d घटायी जाए तो केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई व कोणीय चौड़ाई बढ़ जाती है।

अतः केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई निम्न बातों पर निर्भर करती है—

(i) तरंगदैर्घ्य के अनुक्रमानुपाती होती है। लाल रंग के लिए अधिक तथा नीले रंग के लिए कम होगी।

(ii) एकल स्लिट की चौड़ाई d के व्युत्क्रमानुपाती

(iii) फोकस दूरी f के अनुक्रमानुपाती होती है।

जब एकवर्णीय प्रकाश एकल स्लिट पर आपतित होता है तो विवर्तन प्रतिरूप में एकान्तर क्रम में काले व चमकीले विवर्तन बैंड असमान चौड़ाई के प्राप्त होते हैं। केन्द्रीय विवर्तन फ्रिन्ज सबसे अधिक चमकीली होती है। शेष की तीव्रता केन्द्रीय फ्रिन्ज से दूरी के साथ कम होती जाती है।

यदि स्रोत S श्वेत प्रकाश स्रोत है तो विवर्तन प्रतिरूप रंगीन होगा। जिसमें केन्द्रीय उच्चिष्ठ श्वेत होता है तथा अन्य विवर्तन फ्रिन्जे रंगीन होती है। फ्रिन्ज चौड़ाई तरंगदैर्घ्य λ के अनुक्रमानुपाती होती है, अतः लाल रंग की विवर्तन फ्रिन्ज की चौड़ाई अधिक होगी तथा बैंगनी रंग की विवर्तन फ्रिन्ज की चौड़ाई कम होगी।

12.9 व्यतिकरण तथा विवर्तन में अन्तर (Difference between Diffraction and Interference)

जब दो कला सम्बद्ध स्रोतों से उत्पन्न दो भिन्न-भिन्न तरंगग्र परस्पर अर्ध यारोपित होते हैं तब व्यतिकरण की घटना होती है जबकि एक ही तरंगग्र से उत्पन्न द्वितीयक तरंगिकाओं के अध्यारोपण से विवर्तन की घटना होती है।

व्यतिकरण तथा विवर्तन दोनों में ही प्रकाश ऊर्जा का पुनर्वितरण होता है जो ऊर्जा संरक्षण के सिद्धान्त के अनुकूल है।

व्यतिकरण	विवर्तन
(1) जब दो या दो से अधिक समान आवृत्ति की कला सम्बद्ध तरंगों परस्पर अध्यारोपित होती हैं तब व्यतिकरण की घटना होती है।	जब एक ही तरंगग्र से उत्पन्न द्वितीयक तरंगिकाओं का अध्यारोपण होता है तब विवर्तन की घटना होती है।
(2) तरंगों का आयाम समान होने पर अदीप्त फ्रिन्ज की तीव्रता शून्य होती है।	अदीप्त फ्रिन्ज की तीव्रता शून्य नहीं होती है।
(3) सभी दीप्त फ्रिन्जों की तीव्रता समान होती है।	सभी दीप्त फ्रिन्जों की तीव्रता समान नहीं होती है। केन्द्रीय दीप्त फ्रिन्ज की तीव्रता अधिकतम तथा अन्य दीप्त फ्रिन्जों की तीव्रता घटती जाती है।
(4) फ्रिन्जों की चौड़ाई सामान्यतः समान प्राप्त होती है।	फ्रिन्जों की चौड़ाई असमान प्राप्त होती है। इसमें एक केन्द्रीय दीप्त उच्चिष्ठ होता है जो दूसरे उच्चिष्ठों से दो गुना होता है।

- (5) n वें उच्चिष्ठ (दीप्त फ्रिन्ज) तथा n वें उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ की निम्निष्ठ (अदीप्त फ्रिन्ज) की स्थितियाँ $y_n(b) = (2n+1) \frac{\lambda D}{a}$
- स्थितियाँ $y_n(b) = \frac{n\lambda D}{d}$ $y_n(d) = \frac{n\lambda D}{a}$
- $y_n(d) = (2n-1) \frac{\lambda D}{d}$, $n=1,2,\dots$ $n=1,2,\dots$
- (6) n वें उच्चिष्ठ के लिए पथान्तर $\Delta = n\lambda$ n वें उच्चिष्ठ के लिए पथान्तर $\Delta = (2n+1) \frac{\lambda}{2}$
- (7) n वें निम्निष्ठ के लिए पथान्तर $\Delta = (2n-1) \frac{\lambda}{2}$ n वें निम्निष्ठ के लिए पथान्तर $\Delta = n\lambda$
- $n=1,2,\dots$ $n=1,2,\dots$
- (8) अच्छा व्यतिकरण प्रतिरूप देख पाने के लिए द्विस्लिट की चौड़ाई (d) का मान काफी छोटा होना चाहिए। अच्छा विवर्तन प्रतिरूप देख पाने के लिए एकल स्लिट की चौड़ाई (d) का मान भी काफी छोटा होना चाहिये।

महत्वपूर्ण तथ्य

- यंग के प्रयोग तथा एकल स्लिट विवर्तन में अधिक दूरी पर स्थित पर्दे पर कम तीव्रता की फ्रिन्ज बनती हैं। यदि एक अभिसारी लेंस को स्लिटों के बाद रखते हैं तथा परदे को लेंस के फोकस पर रखते हैं तो स्लिट में समांतर पथ परदे पर एक बिंदु पर मिलते हैं तथा समान्तर किरण पुंज में लेंस अतिरिक्त पंथातर उत्पन्न नहीं करता है तथा अधिक तीव्रता मिलती है।
- द्विस्लिट व्यतिकरण प्रयोग में यदि एक स्लिट को बंद कर दें तो यह परदे पर एकल स्लिट विवर्तन प्रतिरूप उत्पन्न करेगी। केन्द्रीय दीप्त फ्रिन्ज का केन्द्र उस बिंदु पर दिखाई देगा जो वस्तुस्थिति के अनुसार सरल रेखा SS_1 या SS_2 पर स्थित होगा। जहाँ S एक स्रोत है तथा S_1 या S_2 केवल एक स्लिट है।
- एकल स्लिट प्रयोग में प्राप्त विवर्तन प्रतिरूप में $\theta = 0^\circ$ पर तीव्रता का केन्द्रीय उच्चिष्ठ प्राप्त होता है। परदे के केन्द्रीय बिन्दु पर कोण θ शून्य है, सभी पथान्तर शून्य है अतः स्लिट के सभी भागों का योगदान समान कला में है। जिसके कारण केन्द्रीय बिन्दु पर उच्चतम तीव्रता प्राप्त होती है। दूसरे

$$\text{द्वितीयक उच्चिष्ठ } \theta \approx \frac{(2n+1)\lambda}{2d} \text{ पर हैं।}$$

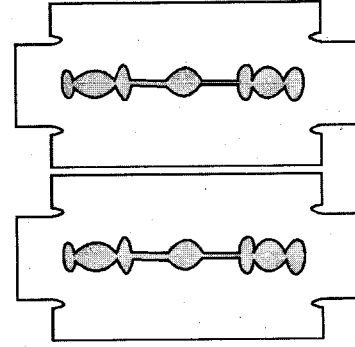
$$\text{तथा निम्निष्ठ } \theta \approx \frac{n\lambda}{d} \text{ पर हैं।}$$

$$\text{जहाँ } n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

- विवर्तन प्रतिरूप में केन्द्रीय दीप्त उच्चिष्ठ कोण के रूप में प्रथम शून्य से केन्द्रीय उच्चिष्ठ का अंतराल $\frac{\lambda}{d}$ तथा परदे पर इसका साइज $f \frac{\lambda}{d}$ होगा, जहाँ f लेंस की फोकस दूरी है।

5. एकल स्लिट विवर्तन पैटर्न का अवलोकन (Observation for Single Slit Diffraction Pattern)

एकल स्लिट विवर्तन प्रतिरूप को देखने के लिए दो रेजर ब्लेड तथा एक पारदर्शक काँच का विद्युत बल्ब लेते हैं। दोनों ब्लेडों को इस प्रकार पकड़ा जाता है कि उनके किनारे समांतर हों और दोनों के बीच एक संकीर्ण झिरी बने। (चित्र) झिरी (स्लिट) को फिलामेंट के समांतर आँख के सामने रखते हैं। झिरी की चौड़ाई तथा किनारों की समांतरता के कुछ समायोजन से दीप्त तथा अदीप्त बैंडों के साथ प्रतिरूप दिखाई देने लगता है। इन सभी बैंडों की स्थिति (केन्द्रीय बैंड को छोड़कर) तरंग दैर्ध्य पर निर्भर करती है अर्थात् वे कुछ रंग दर्शाएँगी। फिल्टर का उपयोग करके फ्रिन्जों को अधिक स्पष्ट देखा जा सकता है। लाल व नीले फिल्टर का उपयोग कर नीले की तुलना में लाल रंग की फ्रिन्जें अधिक चौड़ी देखी जा सकती हैं। इस प्रयोग में बल्ब का तंतु प्रथम स्रोत है तथा नेत्र का लेंस परदे पर प्रतिरूप को फोकस करता है।



6. एकल स्लिट विवर्तन प्रयोग से

- जब A तथा B से चलने वाली द्वितीयक तरंगिकाओं के बीच पथान्तर $n\lambda$ या $2n \left[\frac{\lambda}{2} \right]$ या $\frac{\lambda}{2}$ का समगुणज हो तो उस दशा में निम्निष्ठ प्राप्त होते हैं।

$$\text{निम्निष्ठ के लिए } d \sin \theta_n = 2n \left[\frac{\lambda}{2} \right] \quad \text{जहाँ } n = 1, 2, 3, \dots$$

- जब A तथा B से चलने वाली द्वितीयक तरंगिकाओं के बीच पथान्तर $(2n+1) \frac{\lambda}{2}$ या $\frac{\lambda}{2}$ का विषम गुणज होता है, तो उस दशा में उच्चिष्ठ प्राप्त होते हैं।

$$\text{उच्चिष्ठ के लिए } d \sin \theta_n = (2n+1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{जहाँ } n = 1, 2, 3, \dots$$

$$n = 1 \rightarrow \text{प्रथम द्वितीयक उच्चिष्ठ}$$

$$n = 2 \rightarrow \text{द्वितीय द्वितीयक उच्चिष्ठ}$$

- स्लिट से प्राप्त होने वाला विवर्तन सदैव फ्रॉनहॉफर विवर्तन होगा, जैसे दूरस्थ स्थित द्युब लाईट को अंगुलियों के मध्य अन्तराल से देखने पर प्राप्त होने वाला विवर्तन प्रतिरूप तथा यंग द्विरेखा छिद्र में प्राप्त होने वाला विवर्तन, फॉनहॉफर विवर्तन होता है।
- केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई $\propto \lambda$ अर्थात् यह लाल रंग के लिए अधिक तथा नीले रंग के लिए कम होगी।
- स्लिट की रेखीय चौड़ाई घटने पर केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई बढ़ती है।

उदा.16 तरंगदैर्घ्य 5000 Å का प्रकाश एक स्लिट पर अभिलम्बवत् आपतित होता है। विवर्तन प्रतिरूप का प्रथम निम्निष्ठ पर्दे पर केन्द्रीय उच्चिष्ठ से 5 मिमी. की दूरी पर दिखायी पड़ता है, पर्दे और स्लिट के बीच की दूरी 2 मीटर है। स्लिट की चौड़ाई की गणना करो।

हल-निम्निष्ठ के लिए

$$d \sin \theta = n\lambda$$

$$d = \frac{n\lambda}{\sin \theta}$$

परन्तु $\sin \theta = \frac{x}{f}$

$$d = \frac{n\lambda}{x/f} = \frac{n\lambda f}{x}$$

$$d = \frac{1 \times 5000 \times 10^{-10} \times 2}{5 \times 10^{-3}} \\ = 2 \times 10^{-4} \text{ मीटर} \\ = 0.2 \text{ मिमी.}$$

उदा.17 एकल स्लिट विवर्तन प्रतिरूप में द्वितीय कोटि की चमकीली फ्रिन्ज केन्द्रीय उच्चिष्ठ के केन्द्र से 1.4 mm दूरी पर है। पर्दा, 0.80 mm चौड़ाई की स्लिट से 80 cm दूर है। एकवर्णी आपतित प्रकाश मानते हुये तरंगदैर्घ्य की गणना कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.8

हल: ∴ दिया गया है $x_2 = 1.4 \text{ mm} = 1.4 \times 10^{-3} \text{ m}$

$$D = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}$$

$$d = 0.80 \text{ mm} = 8 \times 10^{-4} \text{ m}$$

द्वितीय चमकीली फ्रिन्ज के लिए

$$x_2 = \frac{5 \lambda D}{2 d} \Rightarrow \lambda = \frac{2x_2 d}{5D}$$

$$= \frac{2 \times 1.4 \times 10^{-3} \times 8 \times 10^{-4}}{5 \times 0.8}$$

$$= 5.6 \times 10^{-7} \text{ m} = 560 \text{ nm}$$

उदा.18 6000 Å तरंगदैर्घ्य का प्रकाश 24×10^{-5} सेमी. चौड़ाई की स्लिट पर अभिलम्बवत् आपतित है। केन्द्रीय उच्चिष्ठ से प्रथम एवं द्वितीय निम्निष्ठ की कोणिक स्थिति ज्ञात कीजिए।

हल-निम्निष्ठ के लिए

$$d \sin \theta = n\lambda$$

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$$

प्रथम निम्निष्ठ के लिये $n = 1$ अतः

$$\sin \theta_1 = \frac{1 \times 6000 \times 10^{-10}}{24 \times 10^{-7}} = 0.25$$

$$\theta_1 = \sin^{-1}(0.25) = 14.27^\circ$$

इसी प्रकार द्वितीय निम्निष्ठ के लिये $n = 2$

$$\sin \theta_2 = \frac{2 \times 6000 \times 10^{-10}}{24 \times 10^{-7}} = 0.5$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}(0.5) = 30^\circ$$

उदा.19 एकल स्लिट विवर्तन प्रयोग में लाल रंग के प्रकाश ($\lambda = 660 \text{ nm}$) का प्रथम निम्निष्ठ दूसरे किसी रंग के प्रथम उच्चिष्ठ से सम्पाती होता है। जिसकी तरंग दैर्घ्य λ' है। λ' का मान ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.9

हल: एकल स्लिट विवर्तन प्रयोग में निम्निष्ठ के लिए $\sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$

अतः लाल रंग के लिये प्रथम निम्निष्ठ $\sin \theta_1 = 1 \left(\frac{\lambda_R}{d} \right)$

n वें उच्चिष्ठ की स्थिति के लिए $\sin \theta_n = (2n+1) \frac{\lambda}{2d}$

अतः λ' तरंगदैर्घ्य के लिए प्रथम उच्चिष्ठ $\sin \theta_1' = \frac{3\lambda'}{2d}$

प्रश्नानुसार $\sin \theta_1 = \sin \theta_1'$

$$\frac{\lambda_R}{d} = \frac{3\lambda'}{2d}$$

$$\Rightarrow \lambda' = \frac{2}{3} \lambda_R$$

अतः $\lambda' = \frac{2}{3} \times 660 = 440 \text{ nm} = 4400 \text{ Å}$

उदा.20 एक स्लिट का फ्रॉनहॉफर विवर्तन 1 मीटर फोकस दूरी के लेंस के फोकस तल में बन रहा है। स्लिट की चौड़ाई 0.3 मिमी. है यदि केन्द्रीय उच्चिष्ठ से 5 मिमी. की दूरी पर तृतीय निम्निष्ठ बनता है तो प्रकाश की तरंगदैर्घ्य क्या है ?

हल-निम्निष्ठ के लिए

$$d \sin \theta = n\lambda$$

तथा $\sin \theta = \frac{x}{f}$

$$d \times \frac{x}{f} = n\lambda$$

$$\lambda = \frac{d \times x}{f \times n}$$

$$= \frac{0.3 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-3}}{1 \times 3} \\ = 5 \times 10^{-7} \text{ मीटर} \\ = 5000 \text{ Å}$$

उदा.21 0.4 सेमी चौड़ाई की एक रेखाछिद्र पर 0.2 तरंगदैर्घ्य की तरंग अभिलम्बवत् आपतित करने पर विवर्तन प्रतिरूप में केन्द्रीय उच्चिष्ठ के अर्द्धकोणीय विस्तार का मान क्या होगा ?

हल- $\theta = \sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{d} \right)$ (1)

प्रश्नानुसार $\lambda = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$
 $d = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$ (2)

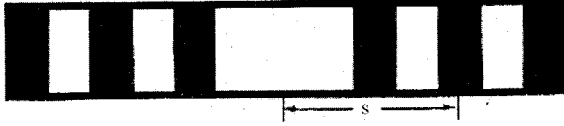
समीकरण (1) व (2) से

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$\theta = 30^\circ$$

उदा.22 तरंग दैर्घ्य 600 nm का प्रकाश एकल स्लिट जिसकी चौड़ाई 4×10^{-4} m है, पर आपतित होती है स्लिट से 2 m की दूरी पर स्थित पर्दे पर प्रेक्षित प्रारूप को चित्र में दर्शाया गया है तरंगदैर्घ्य λ का मान ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.10



चित्र 12.35

हल: चित्र में दूरी s केन्द्रीय उच्चिष्ठ के सापेक्ष द्वितीय कोटि के निम्नष्ठ की स्थिति है, अतः

$$s = \frac{2\lambda D}{d} = \frac{2 \times 600 \times 10^{-9} \times 2}{4 \times 10^{-4}} = 0.006 \text{ m}$$

उदा.23 दो झिरियाँ (द्विस्लिट) 1 मिलीमीटर दूर बनाई गई हैं और परदे को एक मीटर दूर रखा गया है। जब 500 nm तरंगदैर्घ्य का नीला हरा प्रकाश प्रयोग में लाया जाता है तो प्रत्येक स्लिट की चौड़ाई कितनी होनी चाहिए जिससे कि एकल स्लिट (झिरी) पैटर्न के केन्द्रीय उच्चिष्ठ के भीतर द्विस्लिट पैटर्न के 10 उच्चिष्ठ प्राप्त हो सकें ?

$$\text{हल: द्विस्लिट के लिए } \beta = 2x = \frac{\lambda D}{d'}$$

$$\text{एकल स्लिट के लिए } 2x = \frac{2\lambda D}{d} \quad \text{जहाँ } d' = 1 \text{ mm}$$

$$\text{अतः } \frac{10\lambda D}{d'} = \frac{2\lambda D}{d}$$

$$\text{या } \frac{5}{d'} = \frac{1}{d}$$

$$\text{या } d = \frac{d'}{5} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ mm}$$

मिमी. के अन्तर कई समान्तर रेखाएँ खिंची हैं। यदि हम दीवार के समीप हैं तो ये रेखाएँ हमें अलग-अलग दिखाई देती हैं। परन्तु यदि हम दीवार से दूर हट जाएँ तो एक स्थिति ऐसी आती है जब ये रेखाएँ परस्पर मिलती हुई दिखाई देने लगती हैं। इस स्थिति से और पीछे जाने पर हमें यह पता नहीं चल सकता कि रेखाएँ एक दूसरे से अलग-अलग हैं अर्थात् विभेदित दिखाई नहीं देती। इसका कारण है कि हमारी

आँख केवल उन्हीं वस्तुओं को पृथक्-पृथक् देख पाती हैं जो आँख पर $\frac{1}{60}$ डिग्री या 1' (आर्कमिनट) या उससे अधिक का कोण बनाती हैं अर्थात् जिनके बीच की कोणीय दूरी एक मिनट या उससे अधिक होती है। एक मिनट का यह न्यूनतम कोण आँख को विभेदन सीमा कहलाता है। यदि दो बिन्दुओं द्वारा आँख पर किसी दूरी से बनाया कोण एक मिनट से कम है तो आँख उन बिन्दुओं में विभेदन नहीं कर पायेगी। अतः पास-पास रखी किन्हीं दो वस्तुओं का अलग-अलग दिखाई देना उसके द्वारा आँख पर बनाये गये कोण पर निर्भर करता है। यदि एक mm पैमाने को आँख से दूर हटाते जाएँ तो 3.6 मीटर की दूरी पर पैमाने पर अंकित खाने धूमिल नजर आते हैं और उन्हें अलग-अलग देख पाना संभव नहीं होता। अतः आँख की विभेदन सीमा

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\text{दो खानों की चौड़ाई}}{\text{आँख की पैमाने से दूरी}} = \frac{d}{D} \\ &= \frac{1 \text{ mm}}{3.6 \text{ m}} = \frac{10^{-3} \text{ m}}{3.6 \text{ m}} = \frac{10^{-3}}{3.6} \text{ रेडियन} \\ &= \frac{10^{-3}}{3.6} \times \frac{180}{3.14} \text{ डिग्री} \approx 1 \text{ मिनट (कोण)} \end{aligned}$$

जब दो बिम्बों के द्वारा बनाया गया कोण 1 मिनट से कम होता है तो हमारी आँखें उन्हें विभेदित करने में असमर्थ होती हैं। इस प्रकार के बिम्बों में विभेदन करने के लिए प्रकाशीय उपकरण जैसे दूरदर्शी व सूक्ष्मदर्शी का उपयोग किया जाता है।

आँख की भाँति प्रत्येक प्रकाशीय उपकरण की भी विभेदन सीमा होती है। दो बिम्बों के बीच की न्यूनतम दूरी को जबकि वे बिंब किस प्रकाशिक यंत्र द्वारा अलग-अलग दिखाई दे सकें, उस प्रकाशिक यंत्र की विभेदन सीमा कहते हैं। उपकरण की विभेदन क्षमता का मापन उसकी विभेदन सीमा के व्युत्क्रम से करते हैं।

12.10 विभेदन क्षमता (Resolving Power)

विभेदन क्षमता की अभिधारणा—जब किसी बिन्दु से संचरित प्रकाश किसी प्रकाशिक यंत्र में से गुजरता है तो बिन्दु वस्तु का तीक्ष्ण बिन्दु प्रतिबिम्ब प्राप्त नहीं होता, बल्कि एक धब्बा-सा प्राप्त होता है। जिसे विवर्तन चित्र कहते हैं। ऐसा प्रकाश के तरंग स्वरूप होने के कारण होता है अतः यदि दो बिन्दु वस्तुयें या बिम्ब एक-दूसरे के समीप हो तो उनके विवर्तन चित्र भी एक दूसरे के बहुत समीप बनते हैं तथा उनमें अतिव्यापन होता है यदि विवर्तन चित्रों में थोड़ा ही अतिव्यापन हो तो प्रकाशिक यंत्र दोनों वस्तुओं में विभेदन करने में समर्थन होता है परन्तु यदि विवर्तन चित्रों में अतिव्यापन अधिक है तो दोनों वस्तुएँ अलग-अलग दिखाई न पड़कर एक ही वस्तु दिखाई देती है अर्थात् प्रकाशिक यंत्र उनमें विभेदन नहीं कर पाता।

“अतः दो पृथक्-पृथक् बिम्बों को देख पाने को विभेदन कहते हैं तथा किसी प्रकाशीय उपकरण द्वारा निकटवर्ती बिम्बों को पृथक्-पृथक् देखने की क्षमता को उसकी विभेदन क्षमता (Resolving Power) कहते हैं।”

आँख की विभेदन क्षमता (Resolving Power of Eye)—हमारी आँख भी एक प्रकाशीय यंत्र है। यदि हमारे सामने दो वस्तुएँ अत्यन्त पास-पास रखी हो तो यह आवश्यक नहीं कि हमारी आँख सदैव ही उन्हें अलग-अलग देख सके। यह बात एक साधारण प्रयोग द्वारा देखी जा सकती है। माना कि हमारे ठीक सामने दीवार पर एक सफेद कागज चिपका है। जिस पर काली स्याही से लगभग 1-1

$$\text{अर्थात् विभेदन क्षमता} = \frac{1}{\text{विभेदन सीमा}}$$

अतः जिस उपकरण की विभेदन सीमा जितनी कम होगी उसकी विभेदन क्षमता उतनी ही अधिक होगी।

दूरदर्शी की विभेदन क्षमता
(Resolving Power of Telescope)

किन्हीं दो दूरस्थ बिम्बों के द्वारा दूरदर्शी के अभिदृश्यक लेन्स पर बना वह न्यूनतम कोण जिसके लिए दूरदर्शी द्वारा बने प्रतिबिम्ब मात्र विभेदित दिखायी देते हैं, दूरदर्शी की विभेदन सीमा (Limit of Resolution) कहलाती है। दूरदर्शी की विभेदन क्षमता इसकी विभेदन सीमा के व्युत्क्रम के बराबर होती है।

$$\text{यदि दूरदर्शी की विभेदन सीमा } \Delta\theta \text{ है तो विभेदन क्षमता } R_T = \frac{1}{\Delta\theta} \text{ होगी।}$$

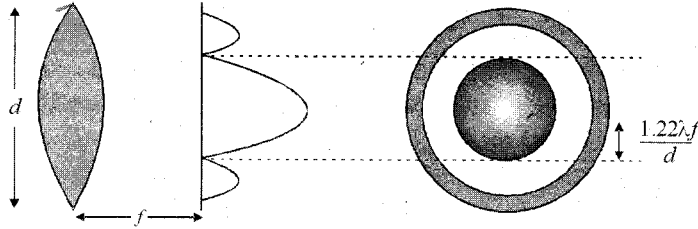
माना एक उत्तल लेंस पर एक समान्तर किरण-पुंज आपतित है। यदि लेंस विपथन दोष रहित है तो ज्यामितीय प्रकाशिकी के अनुसार किरण-पुंज एक बिंदु पर फोकसित होगा परन्तु विवर्तन के कारण किरण-पुंज एक बिंदु पर फोकसित होने की बजाएँ एक परिमित क्षेत्रफल में फोकसित होगा (चित्र)। इस स्थिति में विवर्तनों के प्रभावों को एक समतल तरंग को उत्तल लेंस से पहले रखे वृत्ताकार द्वारक पर

प्रकाश की प्रकृति

आपतित कराकर ज्ञात कर सकते हैं। इसके विवर्तन पैटर्न का विश्लेषण एकल झिरी विवर्तन पैटर्न के विश्लेषण के समान है। विश्लेषण से ज्ञात होता है कि फोकस समतल पर बनने वाले पैटर्न में एक केन्द्रीय दीप्त क्षेत्र धब्बे के रूप में फोकसित होगा जो चारों ओर से अदीप्त तथा दीप्त संकेन्द्रित वलयों से घिरा होता है जिसकी त्रिज्या लगभग

$$r_0 \approx \frac{1.22\lambda f}{d} \quad \dots(1)$$

जहाँ f लेंस की फोकस दूरी, तथा d वृत्ताकार द्वारक का व्यास अथवा लेंस का व्यास, λ प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्घ्य



चित्र 12.36

यदि दो तारे जिनके मध्य की दूरी l है तथा यह किसी दूरदर्शी से d दूरी पर स्थित है, तो दोनों तारों द्वारा दूरदर्शी के अभिदृश्यक पर अंतरित कोण $\theta = \frac{l}{D}$

$$\text{अतः विभेदन के लिए } \frac{l}{d} = \frac{1.22\lambda}{d}$$

दो तारों को मात्र विभेदित करने के लिए

$$f\Delta\theta \approx r_0 \approx \frac{1.22\lambda f}{d}$$

अतः दूरदर्शी की विभेदन सीमा

$$\Delta\theta \approx \frac{1.22\lambda}{d} \text{ रेडियन} \dots(2)$$

तथा दूरदर्शी की विभेदन क्षमता

$$R_r = \frac{1}{\Delta\theta} = \frac{d}{1.22\lambda} \text{ रेडियन}^{-1} \dots(3)$$

अतः समीकरण (2) व (3) से स्पष्ट है कि अभिदृश्यक लेंस का व्यास या द्वारक अधिक है तो $\Delta\theta$ छोटा होगा तथा दूरदर्शी की विभेदन क्षमता अधिक होगी। यही कारण है कि अच्छे विभेदन के लिए दूरदर्शक के अभिदृश्यक लेंस का व्यास या द्वारक d अधिक व तरंगदैर्घ्य λ कम होनी चाहिए। परन्तु दूरदर्शी की सहायता से दूर की वस्तुओं को देखा जा सकता है। अतः प्रकाश के तरंग दैर्घ्य (λ) पर हमारा कोई नियंत्रण नहीं हो सका। दूरदर्शी के अभिदृश्यक के बड़े होने से एक यह भी लाभ है कि वह दूरदर्शी में अधिक प्रकाश भेजता है, जिससे वस्तु का चमकीला प्रतिबिंब बनता है।

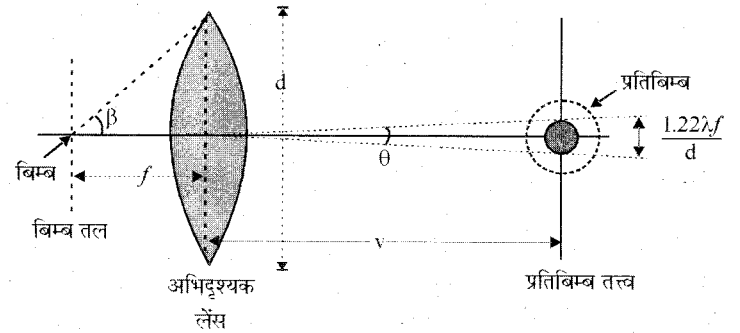
सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता

(Resolving Power of Microscope)

किन्हीं दो बिम्बों के बीच वह न्यूनतम दूरी जिसके लिए सूक्ष्मदर्शी द्वारा बिम्बों के प्रतिबिम्ब मात्र विभेदित दिखायी देते हैं, सूक्ष्मदर्शी की विभेदन सीमा कहलाती है। इस विभेदन सीमा का व्युत्क्रम, सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता कहलाती है। सूक्ष्मदर्शी में बिम्बों की स्थिति अभिदृश्यक लेंस के निकट होती है। इसलिए सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता को बिम्बों के बीच की दूरी के रूप में व्यक्त करते हैं।

एक सूक्ष्मदर्शी के अभिदृश्यक लेंस के सामने बिंब को f से थोड़ा अधिक दूर रखा गया है, जिससे कि v दूरी पर उसका वास्तविक प्रतिबिम्ब बनता है। (चित्र)।

आवर्धन, प्रतिबिंब आकार तथा बिंब आकार के अनुपात $-m \approx \frac{v}{f}$ से ज्ञात किया जाता है। $[u \approx f]$



चित्र 12.37

$$\text{चित्र की ज्यामिति से } \tan \beta \approx \frac{d/2}{f}$$

$$\text{या } \frac{d}{f} \approx 2 \tan \beta \dots(1)$$

जहाँ 2β सूक्ष्मदर्शी के फोकस पर अभिदृश्यक लेंस के व्यास द्वारा बनाया गया कोण है।

किसी सूक्ष्मदर्शी के लिए दो बिन्दुओं के मध्य वास्तविक पार्थक्य a तथा

$$\text{लेंस की फोकस दूरी } f \text{ हो, तो } \theta = \frac{a}{f}$$

जब किसी सूक्ष्मदर्शीय नमूने में दो बिन्दुओं की दूरी, प्रकाश के तरंग दैर्घ्य λ से तुलनीय हो अर्थात् ($d \approx \lambda$) तो विवर्तन प्रभाव दिखाई देते हैं। एक बिंदु बिंब का प्रतिबिंब पुनः एक विवर्तन प्रतिरूप होगा, प्रतिबिंब के समतल में जिसका साइज

$$v\theta = v \left(\frac{1.22\lambda}{d} \right) \quad \left(\theta = \frac{\text{चाप}}{\text{त्रिज्या}} \right)$$

दो बिंब जिनके प्रतिबिंब इस दूरी से कम पर होंगे, विभेदित नहीं होंगे, वे एक ही दिखाई देंगे। बिंब तल में संगत न्यूनतम दूरी

$$a_{\text{न्यून}} = \frac{\left[v \left(\frac{1.22\lambda}{d} \right) \right]}{m} \quad \left(m = \frac{\text{प्रतिबिंब का आकार}}{\text{बिंब का आकार}} \right)$$

$$= \frac{1.22\lambda}{d} \cdot \frac{v}{m} = \frac{1.22\lambda}{d} f \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) व (2) से सूक्ष्मदर्शी की विभेदन सीमा

$$a_{\text{न्यून}} = \frac{1.22\lambda}{2 \tan \beta} \approx \frac{1.22\lambda}{2 \sin \beta} \approx \frac{0.61\lambda}{\sin \beta} \quad \dots(3)$$

यदि बिंब तथा अभिदृश्यक लेंस के बीच वायु या निर्वात न होकर μ अपवर्तनांक का एक माध्यम हो तो

$$a_{\text{न्यून}} = \frac{1.22\lambda}{2\mu \sin \beta} = \frac{0.61\lambda}{\mu \sin \beta} \quad \dots(4)$$

जहाँ $\mu \sin \beta$ को संख्यात्मक द्वारक कहते हैं तथा λ वायु या निर्वात में प्रकाश तरंग की तरंगदैर्घ्य है।

सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता

$$R_M = \frac{1}{a_{\text{मिच}} \sin \beta} = \frac{2\mu \sin \beta}{1.22\lambda} = \frac{\mu \sin \beta}{0.61\lambda} \quad \dots(5)$$

अतः समीकरण (5) से स्पष्ट है कि सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता संख्यात्मक द्वाarak $\mu \sin \beta$ में वृद्धि करने से या कम तरंगदैर्घ्य के प्रकाश को प्रयुक्त करने से बढ़ती है अर्थात् एक उपयुक्त उच्चतर अपवर्तनांक वाले माध्यम का प्रयोग कर विभेदन क्षमता को बढ़ाया जा सकता है तथा अर्धद्वारक द्वारा बिंब पर बनाये गये कोण (β) का मान अधिक होना चाहिये। चूँकि $\sin \beta$ का मान एक से अधिक करना संभव नहीं है। परन्तु हम λ का मान घटा सकते हैं। इस प्रकार सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता मूलतः उपयोग में लाए गए प्रकाश की तरंगदैर्घ्य से निर्धारित होती है।

तैल निमज्जन अभिदृश्यक—सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता को बढ़ाने के लिए एक उपयुक्त उच्चतर अपवर्तनांक वाले माध्यम का प्रयोग करते हैं प्रायः एक तेल जिसका अपवर्तनांक लेंस के कांच के अपवर्तनांक के समीप है का उपयोग किया जाता है। इस व्यवस्था को एक तैल निमज्जन अभिदृश्यक कहते हैं। इस प्रकार के सूक्ष्मदर्शी में देखी जाने वाली वस्तु को वायु में रखने के बजाय अधिक अपवर्तनांक वाले द्रव में रखा जाता है।

विभेदन तथा आवर्धन में अन्तर—एक दूरदर्शी, दूर के बिंबों का प्रतिबिम्ब हमारी आँख के निकट बनाता है अतः जिन बिंबों का विभेदन बहुत अधिक दूरी पर नहीं किया जा सकता, उन्हें दूरदर्शी द्वारा देखकर विभेदित किया जा सकता है। जबकि सूक्ष्मदर्शी बिंबों को आवर्धित करता है जो हमारे समीप होते हैं तथा उनका बड़ा प्रतिबिम्ब बनाता है। जब हम किन्हीं दो तारों अथवा किसी दूरस्थ ग्रह के दो उपग्रहों को देख रहे हों तो एक दूरदर्शी विभेदन करता है जब हम किसी जीवित कोशिका के विभिन्न भागों को देख रहे हों तो एक सूक्ष्मदर्शी आवर्धन करता है।

उदा.24 मान लीजिए किसी तारे से 6000 Å तरंगदैर्घ्य का प्रकाश आ रहा है। किसी दूरदर्शी के विभेदन की सीमा क्या होगी यदि उसके अभिदृश्यक का व्यास 100 इंच है ?

$$\text{हल : दूरदर्शी की विभेदन सीमा } \Delta\theta = \frac{1.22\lambda}{d}$$

$$\text{जहाँ } d = 100 \text{ इंच} = 254 \text{ cm}$$

$$\lambda = 6000 \text{ Å} = 6000 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

$$\Delta\theta = \frac{1.22 \times 6000 \times 10^{-8}}{254}$$

$$= 2.9 \times 10^{-7} \text{ रेडियन}$$

उदा.25 माउण्ट पॉलमर में स्थित हेल स्थित दूरदर्शी का व्यास 5.00 m है। 600 nm तरंग दैर्घ्य के प्रकाश के लिये सीमांत विभेदन कोण का मान ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल : लेंस का व्यास } d = 5.00 \text{ m तथा}$$

$$\lambda = 600 \text{ nm} = 6 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\therefore \Delta\theta = \frac{1.22\lambda}{d} = \frac{1.22 \times 6 \times 10^{-7}}{5} = 1.46 \times 10^{-7} \text{ रेडियन}$$

उदा.26 आँख की पुतली का व्यास 2.5 × 10⁻³ मीटर तथा आँख के लेंस के तरल का अपवर्तनांक 1.44 है। 5000 Å तरंग दैर्घ्य के प्रकाश के लिए आँख की विभेदन क्षमता कितनी होगी ?

हल : आँख की विभेदन क्षमता

$$R_e = \frac{1}{\alpha}$$

$$\text{जहाँ } \mu = 1.44$$

$$= \frac{\mu d}{1.22\lambda}$$

$$d = 2.5 \times 10^{-3} \text{ मीटर}$$

$$\lambda = 5000 \text{ Å}$$

$$= 5 \times 10^{-7} \text{ मीटर}$$

$$\text{विभेदन सीमा } \alpha = \frac{1.22\lambda}{\mu d}$$

$$= \frac{1.44 \times 2.5 \times 10^{-3}}{1.22 \times 5 \times 10^{-7}} \text{ रेडियन}^{-1}$$

$$= \frac{2.5 \times 10^{-3} \times 1.44 \times 3.14}{1.22 \times 5 \times 10^{-7} \times 180 \times 60}$$

$$= 1.171 \text{ मिनट}^{-1} \text{ (कोण)}$$

उदा.27 दो संकीर्ण छिद्रों के मध्य दूरी 1.525 mm है जो

5.00 × 10⁻⁵ cm तरंगदैर्घ्य वाले प्रकाश श्रेत के सामने रखे हैं तथा 0.400 cm व्यास वाले अभिदृश्य लेन्स वाले दूरदर्शी से देखे जाते हैं। दूरदर्शी से वह अधिकतम दूरी ज्ञात कीजिए ताकि छिद्र विभेदित हो सके।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.12

$$\text{हल : } \theta = \frac{\ell}{D} = \frac{1.22\lambda}{d}$$

दिया गया है

$$\ell = 1.525 \text{ mm}, \lambda = 5.00 \times 10^{-5} \text{ cm}, d = 0.400 \text{ cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\therefore \frac{\ell}{D_{\text{max}}} = \frac{1.22\lambda}{d}$$

$$\Rightarrow D_{\text{max}} = \frac{\ell d}{1.22\lambda}$$

$$= \frac{1.525 \times 10^{-3} \times 0.4 \times 10^{-2}}{1.22 \times 5 \times 10^{-7}}$$

$$= 0.1 \times 10^2 \text{ m} = 10 \text{ m}$$

उदा.28 0.1 mm दूरी से पृथक दो बिन्दु एक सूक्ष्मदर्शी से बस देखे ही जा सकते हैं जब 6000 Å तरंगदैर्घ्य का प्रकाश काम लिया जा रहा है। यदि 4800 Å का प्रकाश काम लिया जाए तो विभेदन सीमा क्या होगी ?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.13

$$\text{हल : } \therefore \frac{a}{f} = \frac{1.22\lambda}{d}$$

$$\Rightarrow a \propto \lambda$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$\text{अतः } a_2 = a_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 0.1 \times \frac{4800}{6000} = 0.08 \text{ mm}$$

12.11 प्रकाश का ध्रुवण (Polarisation of Light)

हाइगेन ने अपने तरंग सिद्धान्त में प्रकाश तरंगों की प्रकृति अनुदैर्घ्य (Longitudinal) मानी थी। लेकिन बाद में जब ध्रुवण की खोज हुई, जिसे प्रकाश तरंग की अनुदैर्घ्य प्रकृति से नहीं समझाया जा सका। तब फ्रेनल ने यह बताया कि प्रकाश तरंगें अनुप्रस्थ होती हैं क्योंकि ध्रुवण की घटना की व्याख्या केवल अनुप्रस्थ तरंगों से ही सम्भव है। अनुप्रस्थ तरंगों में माध्यम के कण तरंग संचरण की दिशा के लम्बवत् कम्पन करते हैं।

मैक्सवेल के अनुसार प्रकाश तरंगें विद्युत चुम्बकीय तरंगें होती हैं। जिसमें विद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्र सदिश समान कला में तरंग संचरण की दिशा के अभिलम्बवत् तल में गति करते हैं अर्थात् विद्युत क्षेत्र सदिश \vec{E} चुम्बकीय क्षेत्र सदिश \vec{B} तथा तरंग संचरण की दिशा तीनों परस्पर अभिलम्बित होते हैं अर्थात् प्रकाश तरंगें अनुप्रस्थ होती हैं। विद्युत सदिश, प्रकाश सदिश की तरह कार्य करता है।

अध्रुवित तथा ध्रुवित प्रकाश (Unpolarised and Polarised Light)

प्रकाश किरण अनेकों अभिन्न विद्युत चुम्बकीय तरंगों से मिलकर बनी होती है जिसमें विभिन्न तरंगों के विद्युत सदिश कम्पन के संचरण की दिशा के लम्बवत् तल में सभी सम्भव दिशाओं में अनियमित रूप से पाये जाते हैं। यह सामान्य प्रकाश की प्रकृति होती है इसे अध्रुवित प्रकाश किरण कहते हैं।

अतः ऐसा प्रकाश जिसमें विद्युत सदिश के कम्पन तरंग संचरण दिशा के लम्बवत् तल में सभी संभव दिशाओं में पाए जाते हैं, अध्रुवित प्रकाश कहलाता है।

प्रकाश स्रोतों जैसे विद्युत लैम्प, ट्यूबलाइट, मरकरी वाष्प लैम्प आदि से उत्सर्जित साधारण प्रकाश अध्रुवित ही होता है क्योंकि इस प्रकार के प्रकाश में विद्युत क्षेत्र के कम्पन तरंग संचरण की दिशा के लम्बवत् तल में सममित होते हैं।

ऐसा प्रकाश जिसमें विद्युत सदिश के कम्पन प्रकाश संचरण की दिशा के लम्बवत् तल में सभी दिशाओं में सममित रूप से न होकर केवल एक ही दिशा में सीमित होते हैं, ध्रुवित प्रकाश कहलाता है।

उदाहरण के लिए ध्रुवित प्रकाश के विद्युत सदिश के कम्पन केवल एक ही दिशा में या तरंग संचरण की दिशा के लम्बवत् तल में असममित होते हैं।

प्रकाश का ध्रुवण (Polarisation of Light)

यदि किसी प्रक्रिया द्वारा साधारण प्रकाश के विद्युत सदिश के कम्पनों को तरंग संचरण की दिशा के लम्बवत् तल में केवल एक दिशा में सीमित कर दिया जाये तो इस घटना को प्रकाश का ध्रुवण कहते हैं।

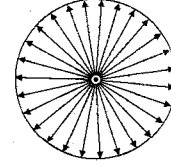
प्रकाश के ध्रुवण की प्रक्रिया में विद्युत सदिश के कम्पन तरंग संचरण की दिशा के लम्बवत् तल में असममित हो जाते हैं।

उपरोक्त घटना को पोलेराइड अथवा टूरमैलीन क्रिस्टल द्वारा कर सकते हैं। इन दोनों युक्तियों में यह विशेषता होती है कि उनमें से विद्युत सदिश के कम्पन एक ही दिशा में निर्गत हो सकते हैं। जब साधारण प्रकाश एक अकेले क्रिस्टल से होकर गुजारा जाता है तो क्रिस्टल को घुमाने पर निर्गत प्रकाश की तीव्रता में कोई परिवर्तन नहीं होता। कारण स्पष्ट है, क्रिस्टल की सभी स्थितियों में क्रिस्टल की अक्ष के समांतर कम्पन होने की सम्भावना समान है। अतः क्रिस्टल की सभी स्थितियों में निर्गत प्रकाश की तीव्रता समान है।

अतः क्रिस्टल में से गुजरने के बाद प्रकाश के कम्पन केवल क्रिस्टल की अक्ष के समान्तर होते हैं। शेष कम्पन क्रिस्टल द्वारा रोक लिये जाते हैं। अतः यह प्रकाश 'समतल ध्रुवित प्रकाश' है। यदि यह प्रकाश एक दूसरे घूमते हुए क्रिस्टल में होकर देखा जाए तो निर्गत प्रकाश की तीव्रता में परिवर्तन होता दिखाई देगा।

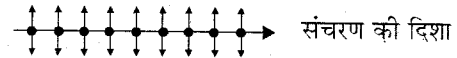
निरूपण (Representation) — अध्रुवित प्रकाश में प्रकाश के संचरण की दिशा के लम्बवत् तल में विद्युत सदिश के कम्पन की सभी दिशाएँ सम्भव हैं।

अतः यह एक तारे द्वारा प्रदर्शित किया जाता है (चित्र) इसमें संचरण की दिशा पृष्ठ के लम्बवत् होती है।



चित्र 12.38

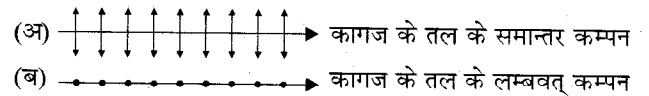
अध्रुवित प्रकाश को निम्न चित्र द्वारा भी प्रदर्शित किया जा सकता है—



चित्र 12.39

इस चित्र में तल में स्थित विद्युत सदिश के घटक को तीर द्वारा तथा तल के लम्बवत् घटक को बिंदु द्वारा प्रदर्शित करते हैं तथा संचरण की दिशा पृष्ठ के तल में स्थित होती है।

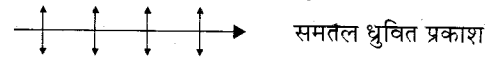
समतल-ध्रुवित प्रकाश में कम्पन केवल एक ही सीधी रेखा के अनुदिश होते हैं। यदि कम्पन कागज के तल के समान्तर हैं तो वे तीर द्वारा प्रदर्शित किये जाते हैं (चित्र अ) परन्तु यदि कम्पन कागज के तल के लम्बवत् एक सीधी रेखा में हैं तो वे बिन्दुओं द्वारा निरूपित किये जाते हैं (चित्र ब)।



चित्र 12.40

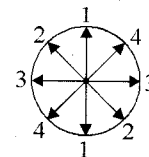
समतल ध्रुवित, वृत्तीय ध्रुवित तथा दीर्घ वृत्तीय ध्रुवित प्रकाश (Plane polarised, Circularly polarised and Elliptically polarised)

1. **समतल ध्रुवित प्रकाश**—ऐसा प्रकाश जिसमें प्रकाश सदिश के कम्पन एक निश्चित तल में सीमित रहते हैं समतल ध्रुवित प्रकाश कहलाता है।



(a)

2. **वृत्तीय ध्रुवित प्रकाश**—ऐसा प्रकाश जिसमें प्रकाश सदिश तरंग संचरण के अभिलम्बवत् तल में नियत आयाम के साथ घूर्णन करता है अर्थात् जब प्रकाश सदिश \vec{E} का शीर्ष एक वृत्तीय पथ में घुमता है तब प्रकाश वृत्तीय ध्रुवित कहलाता है। इस प्रकार का प्रकाश दो समान आयाम के, $\frac{\pi}{2}$ कलान्तर युक्त परस्पर लम्बवत् आवर्ती परिवर्तनों के संयोजन से प्राप्त होता है।

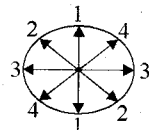


[आयाम \rightarrow समान]

कलान्तर $\phi = \pi/2$

(b)

3. **दीर्घ वृत्तीय ध्रुवित प्रकाश**—ऐसा प्रकाश जिसमें प्रकाश सदिश \vec{E} का शीर्ष दीर्घ वृत्तीय पथ पर घूर्णन करता है दीर्घ वृत्तीय ध्रुवित कहलाता है।



$a_1 \neq a_2$

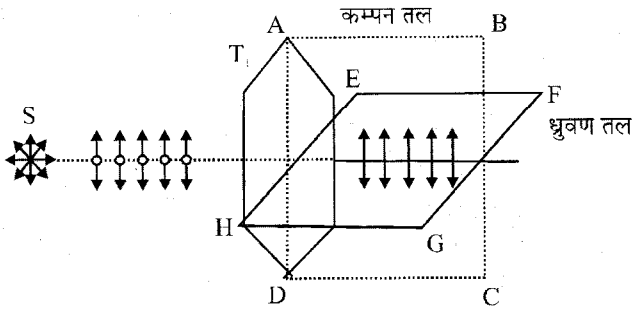
$\phi = \pi/2$

(c) चित्र 12.41

इस प्रकार का प्रकाश दो असमान आयाम के $\frac{\pi}{2}$ कलान्तर युक्त परस्पर लम्बवत आवर्ती परिवर्तनों के संयोजन से प्राप्त होता है।

कम्पन तल (Plane of Vibration) : समतल-ध्रुवित प्रकाश में वह तल जिसमें सदिश के कम्पन की दिशा तथा प्रकाश के चलने की दिशा दोनों ही स्थित हों, 'कम्पन-तल' कहलाता है। चित्र में OO' प्रकाश के चलने की दिशा है तथा ABCD कम्पन-तल है।

ध्रुवण तल (Plane of Polarisation) : वह तल जिसमें प्रकाश के चलने की दिशा स्थित हो तथा जो कम्पन तल के अभिलम्बवत् हो, 'ध्रुवण तल' कहलाता है। स्पष्ट है, कि ध्रुवण-तल में प्रकाश के कम्पन नहीं होते हैं। चित्र में EFGH ध्रुवण-तल है।



चित्र 12.42

12.12 समतल-ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न करने की विधियाँ (Methods of producing plane polarised light)

समतल ध्रुवित प्रकाश प्राप्त करने की विधियाँ
(Methods to produce Plane Polarised Light) :

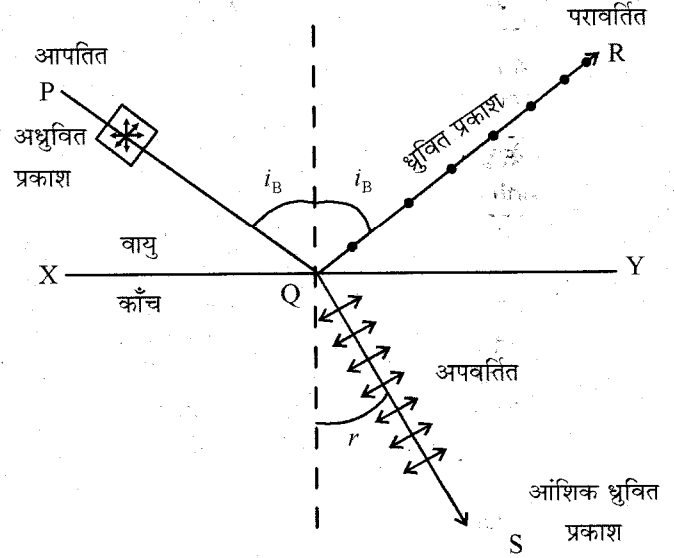
- (1) परावर्तन द्वारा (By reflection)
- (2) अपवर्तन द्वारा (By refraction)
- (3) द्वि-वर्णता द्वारा (By dichromatism)
- (4) प्रकीर्णन द्वारा (By scattering)
- (5) द्वि-अपवर्तन द्वारा (By double refraction)

12.12.1 परावर्तन द्वारा प्रकाश का ध्रुवण एवं ब्रूस्टर का नियम (Polarisation of Light by reflection and Brewster's law)

सन् 1808 में फ्रांसीसी इन्जीनियर मैलस (Malus) ने यह ज्ञात किया कि जब अध्रुवित प्रकाश किसी पारदर्शी माध्यम (जैसे काँच) के पृष्ठ से परावर्तित होता है तो वह आंशिक रूप से समतल-ध्रुवित हो जाता है। सन् 1811 में ब्रूस्टर (Brewster) ने यह बताया कि परावर्तित प्रकाश की मात्रा, आपतन कोण पर निर्भर करती है। एक विशेष आपतन कोण i_B के लिए परावर्तित प्रकाश पूर्णतया समतल-ध्रुवित होता है तथा इसके कम्पन आपतन-तल के लम्बवत् होते हैं। इस आपतन कोण को ब्रूस्टर कोण या 'ध्रुवण कोण' (polarising angle) कहते हैं। यह आपतन कोण केवल उस माध्यम पर निर्भर करता है जिसके पृष्ठ से परावर्तन तथा अपवर्तन क्रिया होती है। पारदर्शी माध्यम के अपवर्तनांक (μ) तथा ध्रुवण कोण (i_B) में निम्न सम्बन्ध होता है :

$$\mu = \tan i_B$$

अर्थात् ध्रुवण कोण की स्पर्शज्या का मान प्रयुक्त प्रकाश के लिए उस माध्यम के अपवर्तनांक के बराबर होता है। इसे ब्रूस्टर का नियम कहते हैं।



चित्र 12.43

काँच के लिए i_B का मान 57° होता है। ध्रुवण कोण पर परावर्तित तथा अपवर्तित किरणें QR व QS परस्पर लम्बवत् होती हैं। इसे सिद्ध करने के लिए माना कि r अपवर्तन कोण है। स्नेल के नियम से,

$$\mu = \frac{\sin i_B}{\sin r} \quad \dots(1)$$

परन्तु ब्रूस्टर नियम से $\mu = \tan i_B = \frac{\sin i_B}{\cos i_B} \quad \dots(2)$

समी. (1) व (2) से $\mu = \frac{\sin i_B}{\cos i_B} = \frac{\sin i_B}{\sin r}$

अथवा $\cos i_B = \sin r = \cos (90^\circ - r)$

अथवा $i_B = 90^\circ - r$

अथवा $i_B + r = 90^\circ$

$i_B =$ ध्रुवण कोण या ब्रूस्टर कोण

अर्थात् परावर्तित तथा अपवर्तित किरणें एक-दूसरे के लम्बवत् होती हैं।

आंशिक ध्रुवित प्रकाश— 90° पर प्रकाश के प्रकीर्णन तथा ब्रूस्टर कोण पर परावर्तन की स्थिति में विद्युत क्षेत्र के दो लंबवत् घटकों में से एक शून्य हो जाता है। जबकि अन्य कोणों पर दोनों ही घटक विद्यमान होते हैं। एक घटक दूसरे घटक से प्रबल होता है। दोनों लंबवत् घटकों में कोई स्थिर कला संबंध नहीं होता है क्योंकि ये एक अध्रुवित किरण पुंज के दो लंबवत् घटकों से उत्पन्न होते हैं। जब ऐसे प्रकाश को किसी घूर्णित विश्लेषक से देखा जाता है तो तीव्रता अधिकतम व न्यूनतम दिखाई देती है शून्य नहीं इस प्रकार के प्रकाश को आंशिक ध्रुवित कहते हैं।

पूर्ण पारगमन की एक विशेष दशा—जब दो माध्यमों के अंतरापृष्ठ पर एक अध्रुवित प्रकाश का किरण पुंज ब्रूस्टर कोण पर आपतित होता है, तो प्रकाश का केवल एक भाग, जिसका विद्युत क्षेत्र सदिश आपतन तल के लंबवत् है परावर्तित होगा। अब यदि एक अच्छे ध्रुवक की सहायता से आपतन तल के लंबवत् प्रकाश के विद्युत सदिश को पूर्णतया अलग कर दें तथा इस प्रकाश को ब्रूस्टर कोण पर प्रिज्म के पृष्ठ पर आपतित कराएँ, तब प्रकाश का परावर्तन नहीं होगा तथा प्रकाश का पूर्ण पारगमन होगा। एक लेसर एक अच्छा ध्रुवक है।

महत्वपूर्ण तथ्य

यदि $i < i_B$ या $i > i_B$ हो तब परावर्तित तथा अपवर्तित प्रकाश दोनों आंशिक रूप से ध्रुवित हो जाते हैं।

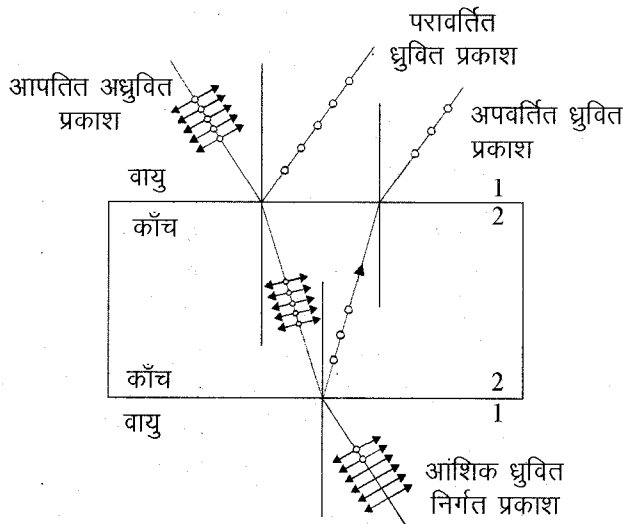
12.12.2 अपवर्तन के द्वारा प्रकाश का ध्रुवण

(Polarisation of light by refraction)

जब साधारण (अध्रुवित) प्रकाश एक कांच की समानान्तर पट्टिका (slab) की सतह पर ध्रुवण कोण i_B पर आपतित होता है [चित्र के अनुसार] तो परावर्तित प्रकाश तो पूर्णतया समतल ध्रुवित होता है, जिसमें E सदिश के कम्पन आपतन तल के लम्बवत् होते हैं। परन्तु अपवर्तित प्रकाश आंशिक ध्रुवित होता है। यदि कांच की स्लेब का ऊपर एवं नीचे का तल समानान्तर हो तो अपवर्तित किरण निचली सतह पर r_B कोण पर आपतित होगी। जबकि r_B ऊपरी सतह का अपवर्तन कोण है। अब,

$$\begin{aligned} \therefore \tan r_B &= \frac{\sin r_B}{\cos r_B} & \left[\begin{array}{l} \because i_B + r_B = 90 \\ \therefore r_B = 90 - i_B \end{array} \right] \\ \therefore \tan r_B &= \frac{\sin r_B}{\cos(90 - r_B)} \\ \therefore \tan r_B &= \frac{\sin r_B}{\sin i_B} \quad \dots(1) \end{aligned}$$

समीकरण (1) माध्यम, कांच एवं वायु के लिए ब्रूस्टर का नियम है। अतः इस नियम से यह कहा जा सकता है कि यदि साधारण (अध्रुवित) प्रकाश जब एक समतल कांच की प्लेट के ऊपरी सतह पर, ध्रुवण कोण पर आपतित हो, तो अपवर्तित किरण भी निचली सतह पर ध्रुवण कोण पर आपतित होगी। अतः निचली सतह से अपवर्तित प्रकाश भी पूर्णतया समतल ध्रुवित है।



चित्र 12.44

वास्तव में प्रत्येक परावर्तन में समानान्तर भाग, जिसके कम्पन आपतन तल के समानान्तर है, का 100% पारगत (Transmitted) होता है और अभिलम्बवत् भाग का केवल 15% परावर्तित होता है। शेष 85% पारगत हो जाता है।

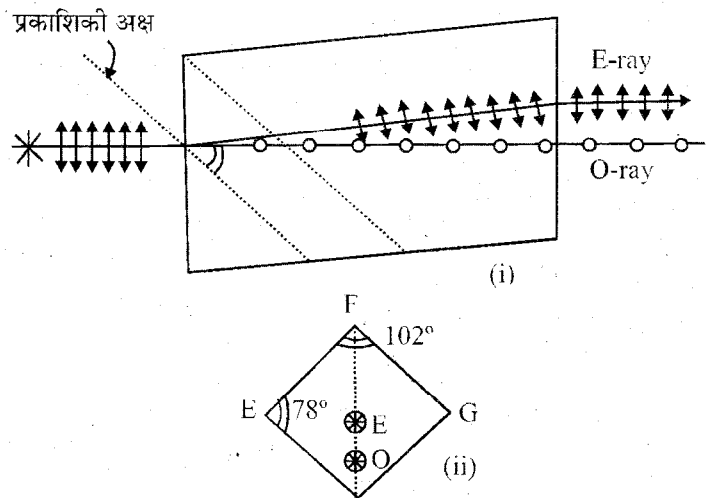
12.12.3 द्विअपवर्तन द्वारा ध्रुवण

(Polarisation by double refraction)

सन् 1669 में बारथोलिनस (Bartholinus) ने प्रयोग के द्वारा यह देखा कि जब कोई प्रकाश किरण (अध्रुवित) कैल्साइट (Calcite) अथवा आइसलैंड स्फार

के क्रिस्टल पर आपतित होती है तो अपवर्तन से हमें दो अपवर्तित किरणें प्राप्त होती हैं। यह घटना द्वि-अपवर्तन कहलाती है। प्रयोग से यह भी देखा गया कि एक अपवर्तित किरण स्नैल के नियम (Snell's law) अर्थात् अपवर्तन के नियमों का पालन करती है, अर्थात् यह सदैव आपतन तल में होती है और क्रिस्टल में इसका वेग सभी दिशाओं में समान रहता है। इस किरण को साधारण किरण (Ordinary ray) या O-ray कहते हैं। इसके विपरीत दूसरी अपवर्तित किरण अपवर्तन के नियमों का पालन नहीं करती है और क्रिस्टल में इसका वेग विभिन्न दिशाओं में अलग-अलग होता है। इस किरण को असाधारण किरण (Extra-ordinary ray) या E-ray कहते हैं। क्रिस्टल में एक दिशा ऐसी भी होती है, जिसके अनुदिश तरंग प्रगमित हो, तो द्वि-अपवर्तन नहीं होता, क्योंकि साधारण व असाधारण किरण का वेग समान रहता है अर्थात् यदि कोई प्रकाश किरण किसी प्रकाशिक अक्ष के अनुदिश आपतित हो, तो क्रिस्टल से पार द्वि-अपवर्तन प्रेक्षित नहीं होता है। द्वि-अपवर्तन की घटना को अग्रांकित प्रयोग से देख सकते हैं।

प्रयोग-प्रयोग करने के लिए किसी सफेद कागज या स्याही से एक क्रॉस का चिह्न बनाते हैं एवं इसके ऊपर कैल्साइट का क्रिस्टल रख देते हैं। ऊपर से देखने पर एक क्रॉस के चिह्न के दो प्रतिबिम्ब दिखाई पड़ते हैं। चित्र (ii) में ये प्रतिबिम्ब E एवं O से प्रदर्शित किये गये हैं। अब हम क्रिस्टल को आपतित प्रकाश किरण की दिशा के चारों ओर घुमाते हैं, तो एक प्रतिबिम्ब O तो स्थिर रहता है, परन्तु दूसरा प्रतिबिम्ब E उसके चारों ओर चक्कर लगाता है। प्रतिबिम्ब O साधारण किरण से बनता है, परन्तु प्रतिबिम्ब E-असाधारण किरण से बनता है।



चित्र 12.45

जब एक दूरमैलीन क्रिस्टल से O एवं E किरणें देखी जाती है तो यह पाया जाता है, कि क्रिस्टल को आपतित प्रकाश की दिशा के चारों ओर घुमाने से O-प्रतिबिम्ब की तीव्रता धीरे-धीरे बढ़ती जाती है, जबकि E प्रतिबिम्ब की तीव्रता घटती जाती है। दूरमैलीन की एक स्थिति में O प्रतिबिम्ब की तीव्रता अधिकतम हो जाती है और E प्रतिबिम्ब की तीव्रता लुप्त हो जाती है। क्रिस्टल को इस स्थिति से 90° पर घुमाने से E प्रतिबिम्ब की तीव्रता अधिकतम और O प्रतिबिम्ब की शून्य हो जाती है। अतः स्पष्ट है, कि वे किरणें, जिनसे O और E प्रतिबिम्ब देखे जाते हैं, समतल ध्रुवित (Plane polarised) होती हैं एवं इन किरणों में E सदिश के कम्पन एक दूसरे के लम्बवत् होते हैं जैसा कि चित्र (i) में दिखाया गया है। जहां E-ray में E सदिश के कम्पन कागज के तल में होते हैं परन्तु O-ray में E सदिश के कम्पन कागज के तल के लम्बवत् होते हैं।

द्वि-अपवर्तन का मुख्य कारण कैल्साइट क्रिस्टल में E-ray एवं O-ray का वेग अलग-अलग होना है, अर्थात् E-ray एवं O-ray के लिए कैल्साइट क्रिस्टल के अपवर्तनांक भिन्न होते हैं (प्रकाशिक अक्ष के अनुदिश को छोड़कर)। द्वि-अपवर्तन

की घटना प्रदर्शित करने वाले क्रिस्टलों को द्वि-अपवर्तक क्रिस्टल कहते हैं। ये दो प्रकार के होते हैं-

(i) **एक-अक्षीय क्रिस्टल (Uniaxial Crystal)**-इन क्रिस्टलों में केवल एक ही दिशा ऐसी होती है जिसमें साधारण किरणों का वेग समान होता है अर्थात् इनमें एक ही प्रकाशिक अक्ष (Optical axis) होती है। उदाहरणार्थ, क्वार्ट्ज एवं कैल्साइट क्रिस्टल।

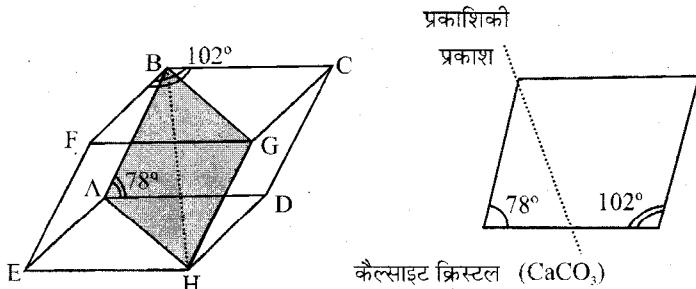
(ii) **द्वि-अक्षीय क्रिस्टल (Bi-axial Crystal)**-इन क्रिस्टलों में दो दिशाएं ऐसी होती हैं, जिनमें साधारण एवं असाधारण किरणों का वेग समान होता है अर्थात् इनमें दो प्रकाशिक अक्ष होते हैं। उदाहरणार्थ, टोपैज एवं एरेगोनाइट क्रिस्टल।

यहां हम केवल एक-अक्षीय क्रिस्टल पर ही विचार करेंगे। एक-अक्षीय क्रिस्टल दो प्रकार के होते हैं-

(a) **धनात्मक क्रिस्टल (Positive Crystal)** : वे क्रिस्टल जिनमें O-ray का वेग, E-ray से अधिक हो अर्थात् E-ray का अपवर्तनांक μ_o O-ray के अपवर्तनांक μ_e से अधिक हो। धनात्मक क्रिस्टल का उदाहरण क्वार्ट्ज (quartz) है।

(b) **ऋणात्मक क्रिस्टल (Negative Crystal)** : वे क्रिस्टल जिनमें E-ray (असाधारण किरण) का वेग, O-ray (साधारण किरण) के वेग से अधिक हो अर्थात् μ_o साधारण किरण का अपवर्तनांक, μ_e असाधारण किरण के अपवर्तनांक से अधिक होता है। ऋणात्मक क्रिस्टल का उदाहरण कैल्साइट क्रिस्टल (Calcite crystal) है। अब हम कैल्साइट क्रिस्टल का विस्तृत अध्ययन करेंगे।

कैल्साइट क्रिस्टल (Calcite Crystal) : कैल्साइट अथवा आइसलैंड स्पार (Iceland spar) क्रिस्टल कैल्सियम कार्बोनेट (CaCO_3) का बना होता है और यह आइसलैंड में बहुत बड़े-बड़े पारदर्शी क्रिस्टलों के रूप में बड़ी मात्र में पाया गया था। इस कारण कैल्साइट को आइसलैंड-स्पार भी कहते हैं।



चित्र 12.46

यह प्रकृति में कई आकार के क्रिस्टलों में पाया गया है। इसे दरार बनाकर, अथवा तोड़कर समान्तर षट्फलक (Rhombohedral) में परिवर्तित किया जा सकता है। इसकी प्रत्येक सतह समानान्तर चतुर्भुज होती है जिसके कोण 102° तथा 78° (अधिक यथार्थता से $101^\circ 55'$ तथा $78^\circ 5'$) होते हैं। क्रिस्टल के वे कोने, जहां तीनों अधिक कोण (Obtuse angles) मिलते हैं, भोंटे (Blunt) कोने कहलाते हैं। चित्र में कोने B एवं H से बताये गये हैं।

प्रकाशिक अक्ष (Optical axis) : भोंटे (Blunt) कोने से गुजरती हुई एक रेखा, जो इस पर मिलने वाले तीनों फलकों (Faces) से समान कोण बनाती है, क्रिस्टल की प्रकाशिक अक्ष को प्रदर्शित करती है। चित्र में इसे बिन्दुवत् रेखा से बताया गया है। यह स्मरण रहे कि प्रकाशिक अक्ष एक दिशा है, कोई रेखा विशेष नहीं। अतः क्रिस्टल के भीतर किसी भी बिन्दु से इस अक्ष के समानान्तर रेखाएं खींची जाये, तो वे सभी प्रकाशिक अक्ष को व्यक्त करेंगी। इस अक्ष का यह महत्व है, कि इस दिशा में दोनों प्रकार की तरंगों (E-ray एवं O-ray) का वेग समान होता है। अतः यदि प्रकाश इस दिशा में आपतित हो, तो उसका द्वि-अपवर्तन नहीं होगा।

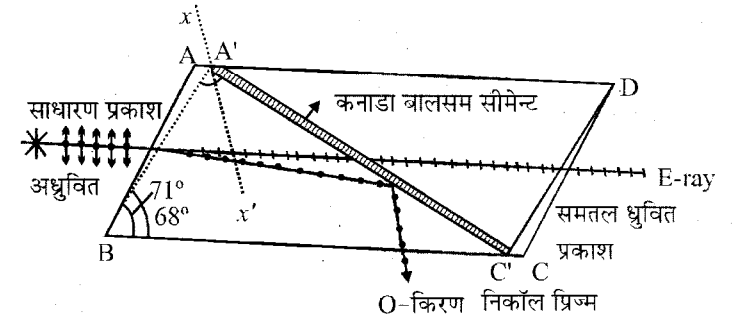
क्रिस्टल का मुख्य परिच्छेद (Principle Section of the Crystal) : एक ऐसा तल जो क्रिस्टल के दो अभिमुख फलकों के लम्बवत् हो एवं जिसमें होकर प्रकाशिक अक्ष गुजरता है, क्रिस्टल का मुख्य परिच्छेद कहलाता है यह

समतल क्रिस्टल को एक समानान्तर चतुर्भुज में काट देता है, जिसके शीर्ष 109° और 71° है। चित्र में ABGH क्रिस्टल का मुख्य परिच्छेद है। चूंकि कैल्साइट क्रिस्टल में छः सतह होती हैं, जिनमें आमने-सामने की सतहें समानान्तर होती हैं, अतः इसमें तीन मुख्य परिच्छेद खींचे जा सकते हैं।

सामान्य किरण और असामान्य किरण दोनों ही समतल ध्रुवित होती हैं, अतः द्वि-अपवर्तन की घटना की सहायता से समतल ध्रुवित प्रकाश प्राप्त किया जा सकता है। परन्तु जब तक ये दोनों किरणें विद्यमान रहेंगी, दोनों के परस्पर लम्बवत् दिशा में ध्रुवित होने के कारण प्रत्येक तल में E सदिश का कुछ न कुछ घटक होगा और क्रिस्टल में से गुजरा हुआ प्रकाश समतल ध्रुवित नहीं होगा। इसके लिए प्राकृतिक रूप से प्राप्त कैल्साइट क्रिस्टल को एक विशेष ढंग से तैयार कर समतल ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न करने योग्य बनाया जा सकता है। इस प्रकार बनाये गये क्रिस्टल को निकॉल प्रिज्म कहते हैं।

12.12.3.1 निकॉल प्रिज्म (Nicol Prism)

यह एक प्रकाशिक युक्ति है, जो समतल ध्रुवित प्रकाश को उत्पन्न करने में प्रयुक्त होती है। निकॉल प्रिज्म का आविष्कार 1828 में विलियम निकॉल ने किया था। इसमें एक कैल्साइट क्रिस्टल की सहायता से द्वि-अपवर्तन प्रक्रिया से प्राप्त साधारण अपवर्तित किरण को पूर्ण आन्तरिक परावर्तित करके, असाधारण किरण को साधारण किरण से मुक्त कर देते हैं एवं संचरित किरण असाधारण किरण रह जाती है, जो कि समतल ध्रुवित होती है।

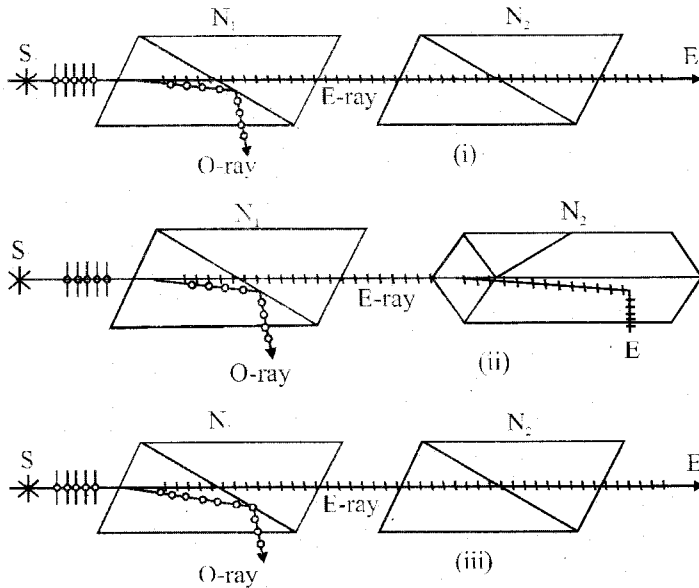


रचना-निकॉल प्रिज्म को बनाने के लिए कैल्साइट का समान्तर षट्फलक के आकार का एक टुकड़ा लेते हैं। जिसको इस प्रकार काटते हैं, कि इसकी लम्बाई, इसकी चौड़ाई की तुलना में तिगुनी हो। इस प्रकार के क्रिस्टल का मुख्य परिच्छेद चित्र में ABCD से दिखाया गया है। क्रिस्टल की सतहों AB एवं BC का झुकाव 71° होता है। क्रिस्टल के तलों को घिसकर इस कोण को 68° का बना लेते हैं तथा दूसरा कोण घिसने से 109° से 112° का हो जाता है। फिर क्रिस्टल को A'C' के अनुदिश काट लेते हैं। कटी हुई सतहों पर इस प्रकार पालिश करते हैं, कि वे प्रकाशीय समतल हो जावें। अब इन दोनों सतहों को एक पारदर्शक सीमेंट कनाडा बालसम (Canada Balsom) जिसका अपवर्तनांक 1.55 होता है, की पतली सतह से जोड़ देते हैं। इस प्रकार प्राप्त क्रिस्टल के ऊपर नीचे वाले तलों को काला पोत देते हैं।

कार्य प्रणाली- चित्र में ABCD निकॉल प्रिज्म का मुख्य परिच्छेद है। कर्ण A'C' कनाडा बालसम की सतह है। चूंकि साधारण किरण (O-ray) के लिए कैल्साइट का अपवर्तनांक 1.658 है एवं असाधारण किरण (E-ray) के लिए कैल्साइट का अपवर्तनांक 1.468 होता है, अतः कनाडा बालसम साधारण किरण के लिए विरल माध्यम व असाधारण किरण के लिए सघन माध्यम का कार्य करता है। अतः जब साधारण प्रकाश जो अध्रुवित होता है, फलक AB पर आपतित होने के पश्चात् साधारण किरण व असाधारण किरण में विभक्त हो जाता है, तो दोनों किरणें समतल ध्रुवित होती हैं। O-किरण में E-सदिश के कम्पन मुख्य परिच्छेद में लम्बवत् एवं E-किरण में कम्पन मुख्य परिच्छेद में होते हैं। जब साधारण किरण क्रिस्टल में होती हुई कनाडा बालसम पर आपतित होती है, तो यह सघन माध्यम से विरल माध्यम में

आती है। चूंकि इस किरण के लिए आपतन कोण का मान संगत क्रान्तिक कोण (69°) से अधिक होता है। अतः O-किरण का कनाडा बालसम की सतह से पूर्ण आंतरिक परावर्तन हो जाता है। पूर्ण आंतरिक परावर्तन के पश्चात् इस किरण का प्रिज्म की काली सतह द्वारा अवशोषण कर लिया जाता है तथा असाधारण किरण (E-ray) विरल (कैलसाइट) माध्यम से सघन (कनाडा बालसम) माध्यम में प्रवेश करती है, तो यह बालसम के माध्यम से पारगमित होकर अन्त में आपतित किरण के समान्तर निर्गत हो जाती है। यह किरण (E-ray) पूर्णतः समतल ध्रुवित होती है। इस प्रकार निकॉल प्रिज्म से समतल ध्रुवित प्रकाश प्राप्त कर लेते हैं एवं इस अवस्था में निकॉल प्रिज्म ध्रुवक (Polariser) कहलाता है।

निकॉल प्रिज्म के उपयोग-निकॉल प्रिज्म का उपयोग, समतल ध्रुवित प्रकाश के उत्पादन तथा परीक्षण के लिए किया जाता है। जब दो निकॉल प्रिज्मों को समाक्षतः व्यवस्थित करते हैं, तो पहला निकॉल N_1 जो समतल ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न करता है, ध्रुवक कहलाता है, जबकि दूसरा निकॉल N_2 जो N_1 से आने वाले प्रकाश को विश्लेषित करता है, विश्लेषक कहलाता है।



चित्र 12.48

चित्र (i) में दो समान्तर निकॉल की स्थिति दिखाई गई है और दोनों प्रिज्मों में से, केवल असाधारण किरण बाहर निकलती है। यदि दूसरे प्रिज्म N_2 को क्रमशः घुमाया जाता है, तो असाधारण किरण की तीव्रता घटती जाती है। चित्र (ii) के अनुसार जब दोनों प्रिज्म परस्पर लम्बवत् (Crossed) होते हैं, तो दूसरे निकॉल प्रिज्म N_2 में से प्रकाश समतल ध्रुवित होता है, परन्तु जब ध्रुवित असाधारण किरण इस स्थिति में प्रिज्म N_2 में प्रवेश करती है, तो यह साधारण किरण के समान कार्य करती है और कनाडा परत पर पूर्ण आंतरिक परावर्तित हो जाती है, अतः N_2 से बाहर कोई प्रकाश नहीं आता है।

यदि निकॉल N_2 को 180° पर घुमा दिया जाये (चित्र (iii)) के अनुसार तो इसका मुख्य परिच्छेद N_2 के समान्तर हो जाता है और निर्गत प्रकाश की तीव्रता फिर अधिकतम हो जाती है।

इन तथ्यों का उपयोग समतल ध्रुवित प्रकाश को विश्लेषित करने में किया जाता है। यदि घुमते हुए निकॉल में से देखने पर प्रकाश की तीव्रता में परिवर्तन दिखाई पड़ता है, तो दिया हुआ प्रकाश समतल ध्रुवित होता है। यदि घुमते हुए निकॉल में से देखने पर प्रकाश की तीव्रता में कोई परिवर्तन नहीं दिखाई पड़े तो दिया हुआ प्रकाश अध्रुवित है।

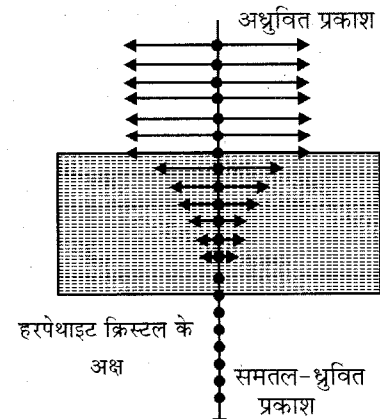
12.12.4 द्विवर्णता द्वारा ध्रुवण (Polarisation by dichromatism)

जब अध्रुवित प्रकाश को किसी टूरमैलीन क्रिस्टल पर डाला जाता है तो वह दो समतल ध्रुवित किरणों में विभाजित हो जाता है। टूरमैलीन क्रिस्टल इन दो अपवर्तित किरणों में से एक को अवशोषित कर लेता है जबकि दूसरी किरण बिना अवशोषित हुए बाहर निकल जाती है। क्रिस्टल की इस क्रिया को द्विवर्णता कहते हैं।

अतः जब साधारण प्रकाश की एक किरण लगभग 1 मिमी मोटी टूरमैलीन पट्टिका पर डाली जाती है तो वह दो समतल-ध्रुवित किरणों में विभक्त हो जाती है। एक किरण में कम्पन क्रिस्टल की प्रकाशिक-अक्ष के समान्तर, तथा दूसरी में प्रकाशिक-अक्ष के लम्बवत् होते हैं। इनमें प्रकाशिक-अक्ष के लम्बवत् कम्पन वाली किरण लगभग अवशोषित हो जाती है जबकि प्रकाशिक-अक्ष के समान्तर कम्पन वाली किरण बाहर निकल जाती है। इस प्रकार निर्गत प्रकाश समतल-ध्रुवित होता है। इस प्रकाश का रंग पीला-हरा होता है। पोलैराइड (polaroid) की रचना इसी सिद्धान्त पर आधारित है।

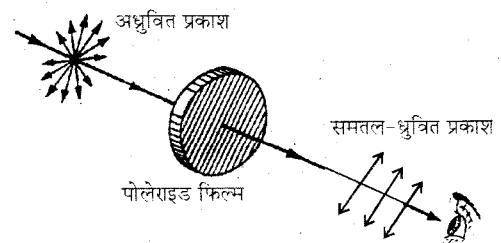
12.12.4.1 पोलैराइड (Polaroid)

यह समतल-ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न करने की एक सस्ती व्यापारिक विधि है। जो द्विवर्णता के सिद्धान्त पर कार्य करती है। यह एक बड़े आकार की फिल्म होती है जिसे दो काँच की प्लेटों के बीच रखा जाता है। इस फिल्म



चित्र 12.49

को तैयार करने के लिये कार्बनिक यौगिक हरपेथाइट (hercynite) या कुनेन के आइडोसल्फेट (Iodosulphate of Quinine) के अतिसूक्ष्म क्रिस्टल नाइट्रोसेलुलोज (Nitrocellulose) की एक पतली चादर पर किसी विशेष विधि द्वारा इस प्रकार फैला दिये जाते हैं कि सभी क्रिस्टलों की 'प्रकाशिक-अक्ष' समान्तर रहें। ये क्रिस्टल तीव्र द्विवर्णक (dichroic) होते हैं जो द्वि-अपवर्तित किरणों में से एक को पूर्णतया अवशोषित कर लेते हैं। प्रत्येक पोलैराइड-फिल्मों में एक अभिलाक्षणिक दिशा होती है जिसे 'ध्रुवण-दिशा' (polarising direction) या पारित अक्ष (pass-axis) कहते हैं। चित्र में यह दिशा समान्तर रेखाओं द्वारा प्रदर्शित की गई है। जो पंक्तिबद्ध अणुओं के लम्बवत् दिशा में होती है।



चित्र 12.50

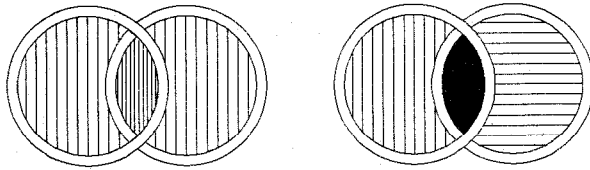
पोलेराइड बनाने की दूसरी विधि में पोलीविनाइल एल्कोहल के अणुओं का उपयोग किया जाता है। इन्हें गर्म कर इतना खींचा जाता है कि इनकी लम्बाई 5-6 गुना बढ़ जाती है। इस क्रिया में सभी अणु समान्तर स्थिति में आ जाते हैं। इस स्थिति में आयोडीन के उपयोग से इन्हें शीटों के रूप में जमाकर पक्का कर दिया जाता है। इन्हें पोलेराइड H कहते हैं। इसके द्वारा 99.99% ध्रुवित प्रकाश प्राप्त किया जा सकता है जिसकी तीव्रता साधारण पोलेराइड से प्राप्त प्रकाश की तुलना में 33% अधिक होती है।

कार्यविधि—जब अध्रुवित का एक किरण पुंज किसी पोलेराइड फिल्म में से गुजरता है तो फिल्म केवल उन घटकों को पारगम्य करती है जिनके विद्युत सदिश ध्रुवण दिशा के समान्तर अर्थात् पंक्तिबद्ध अणुओं के लंबवत् दिशा के अनुदिश कम्पन करते हैं तथा उन घटकों को अवशोषित कर लेती है जो ध्रुवण दिशा के लम्बवत् अर्थात् पंक्तिबद्ध अणुओं की दिशा के अनुदिश कम्पन करते हैं। इस प्रकार पारगमित (transmitted) प्रकाश समतल ध्रुवित होता है (चित्र)

पोलेराइडों की व्यवस्था—जब अध्रुवित प्रकाश की किरण किसी पोलेराइड फिल्म में से गुजरती है तो निर्गत प्रकाश की तीव्रता आधी हो जाती है। इस पोलेराइड के घुमाने पर निर्गत तीव्रता स्थिर रहती है। निर्गत प्रकाश ध्रुवित है या नहीं इसके परीक्षण के लिए दूसरे पोलेराइड का उपयोग किया जाता है। प्रथम पोलेराइड को ध्रुवक तथा दूसरे को विश्लेषक कहते हैं।

जब दोनों पोलेराइड एक-दूसरे के समान्तर होते हैं तो पहले पोलेराइड द्वारा पारगमित प्रकाश दूसरे पोलेराइड द्वारा भी पारगमित हो जाता है तथा पारगमित प्रकाश की तीव्रता अधिकतम होती है। यह समान्तर व्यवस्था कहलाती है (चित्र अ)। जब दूसरे पोलेराइड को इस स्थिति से 90° घुमा दिया जाता है तो कोई प्रकाश बाहर नहीं निकलता अर्थात् पारगमित प्रकाश की तीव्रता शून्य होती है (चित्र ब) यह वह स्थिति है जब दोनों पोलेराइडों की ध्रुवण दिशाएँ परस्पर लम्बवत् होती हैं। यह क्रॉसित व्यवस्था कहलाती है।

पोलेराइड फिल्म



(अ) समान्तर

(ब) क्रॉसित

चित्र 12.51

पोलेराइड से निर्गत प्रकाश की तीव्रता—यदि किसी पोलेराइड पर गिरने वाले प्रकाश की तीव्रता I_0 हो तब पोलेराइड से निर्गत प्रकाश की तीव्रता

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

जहाँ θ पोलेराइड की ध्रुवण-दिशा तथा आपतित प्रकाश के विद्युत सदिश के बीच कोण है। इसे 'मैलस का नियम' (law of Malus) कहते हैं।

यदि आपतित प्रकाश अध्रुवित है तो इसमें विद्युत सदिश प्रकाश के संचरण की दिशा के लम्बवत् तल में सभी दिशाओं में अनियमित रूप से कम्पन करेंगे।

अतः उपरोक्त समीकरण में हम $\cos^2 \theta$ का औसत मान रखेंगे जोकि $\frac{1}{2}$ है। इस प्रकार

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0$$

अर्थात् एक पोलेराइड से निर्गत प्रकाश की तीव्रता आपतित प्रकाश की तीव्रता की आधी होती है। दूसरा पोलेराइड रखकर तथा दोनों पोलेराइडों की पारित अक्षों के बीच के कोण को समायोजित करके तीव्रता को आपतित तीव्रता के 50% से शून्य तक नियंत्रित कर सकते हैं।

अब यदि एक पोलेराइड से निकलने वाला प्रकाश एक दूसरे पोलेराइड पर गिरे तब दूसरे पोलेराइड से निकलने वाले प्रकाश की तीव्रता

$$I_2 = I_1 \cos^2 \theta'$$

जहाँ θ' दोनों पोलेराइड की ध्रुवण दिशाओं के बीच कोण है। यदि दोनों पोलेराइड समान्तर हैं ($\theta' = 0$), तब

$$I_2 = I_1 = \frac{1}{2} I_0$$

यदि दोनों पोलेराइड लम्बवत् हैं, ($\theta' = 90^\circ$), तब

$$I_2 = 0$$

पोलेराइडों के उपयोग—पोलेराइडों के दैनिक जीवन में अनेक उपयोग हैं—

(i) पोलेराइड का एक मुख्य उपयोग प्रकाश की चकाचौंध (glare) से बचने के लिये किया जाता है। चमकीली सतहों जैसे—भीगी सड़कों, पॉलिश की गई मोटरों तथा चिकने व सफेद कागजों से परावर्तित होने वाला प्रकाश आंशिक रूप से समतल-ध्रुवित होता है जिसके कम्पन क्षैतिज तल में होते हैं। यह प्रकाश आँख में पहुँचने पर चकाचौंध उत्पन्न करता है (यही कारण है कि यदि किसी पुस्तक का कागज बहुत चिकना तथा सफेद हो तो पढ़ते समय आँखें में चोंध लगती है)। यदि हम ऊर्ध्वाधर कम्पन तल वाले पोलेराइड का बना चश्मा पहन लें तो वस्तुओं से परावर्तित अधिकांश ध्रुवित प्रकाश कट जायेगा तथा हमें चोंध नहीं लगेगी। (हमें वस्तुएँ विसरित प्रकाश से दिखाई देती हैं।)

(ii) पोलेराइडों का उपयोग मोटरकारों में, रात में सामने से आने वाली कार की हैडलाइट (head light) की चोंध से बचने के लिये भी किया जाता है। इसके लिए मोटर-चालक के सामने विंड-स्क्रीन (wind screen) पर, तथा कार की हैडलाइट के कवरग्लास पर पोलेराइड लगा देते हैं। इन पोलेराइडों की अक्षें ऊर्ध्वाधर से बायीं ओर को 45° के कोण पर झुकी होती हैं। जब पोलेराइड लगी दो गाड़ियाँ आमने-सामने से आती हैं तो एक की हैडलाइट में तथा दूसरी के विंड-स्क्रीन में लगे पोलेराइडों की अक्षें एक दूसरे से 'क्रॉसित' (crossed) हो जाती है। अतः एक गाड़ी की हैडलाइट का प्रकाश दूसरी गाड़ी के विंड-स्क्रीन से होकर चालक की आँख में सीधा नहीं पहुँच पाता। परन्तु चालक को अपनी गाड़ी की हैडलाइट से पड़ने वाले प्रकाश के कारण आने वाली गाड़ी दिखती रहती है।

(iii) कभी-कभी हम बहुत सूक्ष्म कणों को सूक्ष्मदर्शी की सहायता से चकाचौंध के कारण ठीक-ठीक नहीं देख सकते। ऐसी स्थिति में पोलेराइड लगे सूक्ष्मदर्शी काम में लेते हैं।

(iv) फोटो-कैमरे के लैन्स के आगे पोलेराइड लगाकर बादलों के स्पष्ट फोटो खींचे जा सकते हैं। सामान्यतः स्वच्छ आकाश से इतना अधिक प्रकीर्णित (scattered) प्रकाश में आता है कि केवल बादलों से परावर्तित प्रकाश द्वारा बादलों का स्पष्ट फोटो नहीं आ पाता। चूँकि प्रकीर्णित प्रकाश आंशिक रूप से ध्रुवित होता है अतः पोलेराइड लगे कैमरे से फोटो लेने में इसका अधिकांश भाग पोलेराइड द्वारा कट जाता है जबकि बादलों से आने वाला प्रकाश अध्रुवित होने के कारण कैमरे में प्रवेश कर जाता है। इस प्रकार पृष्ठ-भूमि (back ground) काफी काली हो जाती है जिसमें श्वेत बादलों का स्पष्ट चित्र आ जाता है।

(v) पोलेराइडों का उपयोग वायुयान तथा ट्रेन में प्रवेश करने वाले प्रकाश की तीव्रता को नियन्त्रित करने में भी किया जाता है। इसके लिए एक पोलेराइड खिड़की के बाहर तथा दूसरा अन्दर लगा देते हैं, तथा अन्दर वाले पोलेराइड को घुमाया जा सकता है। अन्दर के पोलेराइड को घुमाकर अन्दर आने वाले प्रकाश की तीव्रता को घटाया जा सकता है।

(vi) पोलेराइड द्वारा तीन विमाओं (3D) वाले चित्रों (three-dimensional pictures) को देखा जा सकता है।

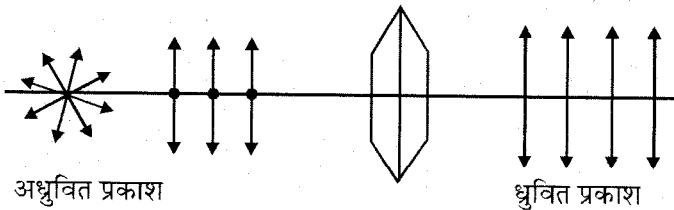
(vii) पोलेराइडों का उपयोग धातुओं के प्रकाशीय गुणों का अध्ययन करने तथा क्रिस्टलों का विश्लेषण करने में भी होता है।

(viii) इसके उपयोग से समतल ध्रुवित प्रकाश प्राप्त किया जाता है।

(ix) पोलैराइडों का उपयोग धूप के चश्मों में प्रकाश की तीव्रता नियंत्रित करने में किया जाता है।

12.13 समतल ध्रुवित तथा अध्रुवित प्रकाश का संसूचन (Identification of Plane polarised and unpolarised light)

पोलेराइड की सहायता से यह ज्ञात किया जा सकता है, कि कोई दिया गया प्रकाश अध्रुवित है, आंशिक रूप से ध्रुवित है अथवा पूर्णतया ध्रुवित इसके लिए, दिये गये प्रकाश को एक पोलैराइड से गुजारते हैं तथा निर्गत प्रकाश को देखते हुए पोलैराइड को आपतित प्रकाश के परितः घुमाते हैं, यदि पोलैराइड को पूरा एक चक्कर घुमाने में किसी भी स्थिति में निर्गत प्रकाश की तीव्रता में कोई अन्तर नहीं पड़ता, तो दिया गया प्रकाश अध्रुवित (unpolarised) है।

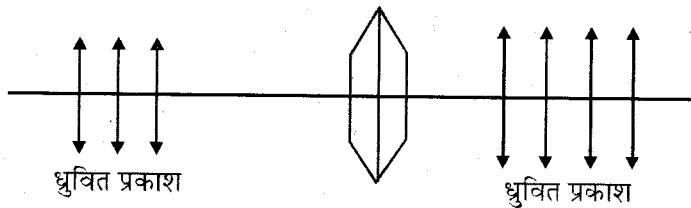


(अ)

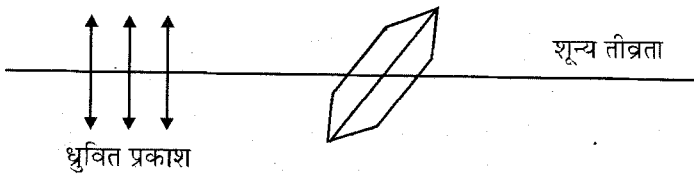
चित्र 12.52

यदि निर्गत प्रकाश की तीव्रता में परिवर्तन होता है तथा पोलैराइड को एक पूरा चक्कर घुमाने में दो बार तीव्रता अधिकतम तथा दो बार शून्य हो जाती है (अर्थात् पोलैराइड से कोई प्रकाश बाहर नहीं निकलता) तो दिया गया प्रकाश पूर्णतः समतल-ध्रुवित (completely plane-polarised) है।

यदि निर्गत प्रकाश की तीव्रता में परिवर्तन तो होता है परन्तु पोलैराइड की किसी भी स्थिति में तीव्रता शून्य नहीं होती तो दिया गया प्रकाश आंशिक रूप से ध्रुवित (Partially polarised) है।



(ब)



(स)

चित्र 12.53

12.13.1 मैलस का नियम (Malus Law)

जब किसी साधारण प्रकाश किरण को पोलैराइड की सहायता से देखते हैं तो निर्गत प्रकाश की तीव्रता मैलस के नियम से दी जाती है। मैलस के नियम के अनुसार "जब अध्रुवित प्रकाश ध्रुवक एवं विश्लेषक दोनों से पारगमित होता है, तो निर्गत प्रकाश की तीव्रता ध्रुवक तथा विश्लेषक के अक्षों के बीच के कोण के कोज्या (cosine) के वर्ग के अनुक्रमानुपाती होती है अर्थात्

$$I \propto \cos^2 \theta$$

जहाँ θ ध्रुवक तथा विश्लेषक के अक्षों के मध्य का कोण है।

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

जहाँ I_0 निर्गत प्रकाश की अधिकतम तीव्रता है।

यदि (a) $\theta = 0^\circ$ हो तो

$$I = I_0 \cos^2 0^\circ = I_0$$

अधिकतम मान, इस स्थिति में ध्रुवक व विश्लेषक की अक्षें समान्तर होगी

(b) $\theta = 90^\circ$

$$I = I_0 \cos^2 90^\circ = 0 = \text{न्यूनतम मान}$$

इस स्थिति में ध्रुवक व विश्लेषक की अक्षें एक दूसरे के लम्बवत् अथवा क्रॉस अवस्था में होगी।

महत्वपूर्ण तथ्य

(1) यदि I_i = अध्रुवित प्रकाश की तीव्रता तब $I_0 = \frac{I_i}{2}$ अर्थात् जब अध्रुवित प्रकाश को ध्रुवित प्रकाश में परिवर्तित किया जाता है, तो इसकी तीव्रता

आधी हो जाती है तथा $I = \frac{I_i}{2} \cos^2 \theta$

$$(2) \text{ ध्रुवण की प्रतिशत मात्रा} = \left(\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \right) \times 100$$

उदा.29 यदि किसी पदार्थ का क्रान्तिक कोण 45° हो तो उसके ध्रुवण कोण का मान क्या होगा ?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.14

हल- \therefore क्रान्तिक कोण की ज्या का व्युत्क्रम माध्यम के अपवर्तनांक के बराबर होता है। इसलिए

$$\mu = \frac{1}{\sin i_C}$$

$$\mu = \frac{1}{\sin 45^\circ}$$

$$\mu = \frac{1}{1/\sqrt{2}}$$

$$\mu = \sqrt{2} = 1.414$$

अतः $\mu = \tan i_B$ से

$$\tan i_B = 1.414$$

$$i_B = \tan^{-1}(\sqrt{2}) \text{ या } i_B = \tan^{-1}(1.414)$$

$$i_B = 54.7^\circ$$

उदा.30 किसी पारदर्शी पदार्थ की पट्टिका पर जब आपतन कोण 60° है तो परावर्तित किरण पूर्णतया ध्रुवित होती है। पदार्थ का अपवर्तनांक और अपवर्तन कोण ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.15

हल-

$$\mu = \tan i_B \text{ जहाँ } i_B = 60^\circ$$

$$\mu = \tan 60^\circ = \sqrt{3} = 1.732$$

$$r = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

उदा.31 एक समतल काँच के पृष्ठ पर अध्रुवित प्रकाश आपतित होता है। आपतन कोण कितना होना चाहिए जिससे कि परावर्तित या अपवर्तित किरणें एक-दूसरे पर लम्बवत् हों।

हल : जब परावर्तित या अपवर्तित किरण एक दूसरे के लम्बवत् होती है तो आपतन कोण ब्रूस्टर कोण कहलाता है।

ब्रूस्टर के नियम से

$$\tan i_B = \mu = 1.5$$

$$i_B = \tan^{-1}(1.5)$$

$$i_B = 57^\circ \text{ जो वायु से काँच के}$$

अंतरापृष्ठ पर ब्रूस्टर कोण है।

उदा.32 जब सूर्य का प्रकाश पानी की सतह से 37° के कोण पर आपतित होता है तो परावर्तित प्रकाश पूर्णतः समतल ध्रुवित होता है पानी का अपवर्तनांक एवं अपवर्तन कोण ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.16

हल: जब पानी की सतह से कोण 37° है तो आपतन कोण

$$i_B = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

$$\therefore \mu = \tan i_B = \tan 53^\circ = \frac{4}{3}$$

$$\therefore i_B + r = 90^\circ$$

$$\therefore r = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$$

उदा.33 एक प्रकाशीय स्रोत से ध्रुवक पर आपतित प्रकाश की अधिकतम तीव्रता 10 मात्रक है। यदि विश्लेषक व ध्रुवक की अक्ष के मध्य 60° का कोण हो तो निर्गत प्रकाश की तीव्रता क्या होगी ?

हल-मैलस के नियम से

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

यहाँ $\theta = 60^\circ$ $I_0 = 10$ मात्रक

$$I = I_0 \cos^2 60^\circ = 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$I = 2.5 \text{ मात्रक}$$

उदा.34 दो पोलैराइड इस प्रकार अभिविन्यासित हैं कि उनके तल आपतित प्रकाश के लम्बवत् है और इनके संचरण अक्ष परस्पर 30° कोण पर हैं तो आपतित अध्रुवित प्रकाश का पारगमित होने वाला अंश कितना होगा ?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.17

हल: माना कि अध्रुवित प्रकाश की तीव्रता I_0 है। अतः जब यह प्रथम पोलैराइड से गुजरेगा तब इसकी तीव्रता $I_0/2$ हो जाएगी तथा द्वितीय पोलैराइड से निर्गत तीव्रता होगी।

$$I' = \frac{I_0}{2} \cos^2 30^\circ = \frac{I_0}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{8} I_0$$

$$\therefore \frac{I'}{I_0} = \frac{3}{8} = 37.5\%$$

उदा.35 जब दो क्रॉसित पोलैराइडों के बीच में पोलैराइड की एक तीसरी शीट को घुमाया जाता है तो पारगमित प्रकाश की तीव्रता में होने वाले परिवर्तन की विवेचना कीजिए।

हल माना कि प्रथम पोलैराइड P_1 से गुजरने बाद ध्रुवित प्रकाश की तीव्रता I_0 (औसत तीव्रता) है। चूँकि P_1 व P_2 परस्पर क्रॉसित है। अतः P_1 से निर्गत ध्रुवित प्रकाश P_2 से नहीं गुजर पाता। अब इनके बीच पोलैराइड की तीसरी शीट P_3 को रखकर घुमाया जाता है तो P_3 से गुजरने के बाद प्रकाश की तीव्रता

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

जहाँ θ , P_1 एवं P_3 की पारित अक्षों के बीच बना कोण है।

I_0 = निर्गत प्रकाश की अधिकतम तीव्रता है।

अतः P_2 से निर्गत होने वाले प्रकाश की तीव्रता

$$I' = I \cos^2 \theta'$$

जहाँ θ' , P_3 व P_2 की पारित अक्षों के बीच का कोण है।

$$\text{अतः} \quad \theta' = \frac{\pi}{2} - \theta$$

$$\text{या} \quad I' = I_0 \cos^2 \theta \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$I' = I_0 \cos^2 \theta \sin^2 \theta$$

$$I' = \frac{I_0}{4} \sin^2 2\theta$$

अतः कोण $\theta = \frac{\pi}{4}$ के लिए पारगमित प्रकाश की तीव्रता अधिकतम होगी।

उदा.36 एक ध्रुवक और विश्लेषक के अक्ष एक दूसरे के समान्तर हैं तो निर्गत तीव्रता I_0 प्राप्त होती है। यदि विश्लेषक को 45° से घुमा दिया जाये तो निर्गत तीव्रता का मान ज्ञात कीजिये।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.18

हल: मैलस के नियम से

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

प्रश्नानुसार $\theta = 45^\circ$

$$\therefore I = I_0 \cos^2 45^\circ = I_0 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{I_0}{2}$$

महत्वपूर्ण तथ्य

1. पीले प्रकाश की तरंग दैर्ध्य लगभग $0.5 \mu m$ होती है।
2. किरण प्रकाशिकी प्रकाश के सरल रेखीय संचरण पर आधारित है जो दर्पणों, लेंसों, परावर्तन, अपवर्तन आदि से संबंध रखती है। जबकि तरंग प्रकाशिकी में प्रकाश तरंगों के रूप में चलता है। यह वस्तु के किनारों से मुड़ सकता है अर्थात् विवर्तन व व्यतिकरण जैसी परिघटनाएँ हो सकती हैं। चूँकि प्रकाश की तरंग दैर्ध्य बहुत कम है अतः यह सीधी रेखा में गमन करता हुआ ही दिखाई देता है।
3. ध्रुवित प्रकाश एक विशिष्ट कोण (ब्रूस्टर कोण) पर परावर्तन द्वारा तथा पृथ्वी के वायुमण्डल में $\pi/2$ के प्रकीर्णन द्वारा उत्पन्न किया जा सकता है।

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1. एकल स्लिट विवर्तन में स्लिट की चौड़ाई बढ़ाने पर केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई पर क्या प्रभाव पड़ता है ?
2. किसी पारदर्शी माध्यम के लिए ध्रुवण कोण (ब्रूस्टर कोण) का मान आपतित प्रकाश की तरंगदैर्ध्य पर किस प्रकार निर्भर करता है ?
3. यदि किसी परावर्तक तल पर आपतन कोण, ब्रूस्टर कोण के बराबर होता है तब परावर्तित प्रकाश किस प्रकार का होता है ?
4. एकल स्लिट द्वारा फ्रॉनहॉफर विवर्तन का प्रेक्षण प्राप्त करने के लिए स्लिट पर आपतित तरंगग्रह की आकृति कैसी होनी चाहिए ?
5. μ अपवर्तनांक वाले माध्यम की सतह से परावर्तित प्रकाश के समतल ध्रुवित होने के लिए आपतन कोण का मान लिखिए।

- (a) झिरियाँ के समतल से परदे को दूर कर देने पर;
 (b) (एकवर्णी) स्रोत को दूसरे कम तरंगदैर्घ्य वाले (एकवर्णी) स्रोत से प्रतिस्थापन करने पर;
 (c) दो झिरियों के बीच पार्थक्य (दूरी) बढ़ाने पर;
 (d) स्रोत झिरी को द्विझिरी के समतल के समीप लाने पर;
 (e) स्रोत झिरी की चौड़ाई बढ़ने पर;
 (f) एकवर्णी प्रकाश स्रोत को श्वेत प्रकाश स्रोत से प्रतिस्थापित करने पर; (प्रत्येक प्रचालन में उल्लेखित प्राचल (पैरामीटर) के अतिरिक्त सभी प्राचल अपरिवर्तनीय हैं।)

हल : (a) फ्रिंजों का कोणीय पार्थक्य ($\theta = \lambda/d$) अचर रहता है। फ्रिंजों का वास्तविक पार्थक्य (β) दोनों झिरियों के समतल से परदे की दूरी के समानुपात में बढ़ता है।

(b) फ्रिंजों का पार्थक्य (β) (तथा कोणीय पार्थक्य θ भी) घटता है।
 (c) फ्रिंजों का पार्थक्य (तथा कोणीय पार्थक्य भी) घटता है।
 (d) माना s स्रोत का साइज है तथा S दोनों झिरियों के समतल से इसकी दूरी है। व्यतिकरण फ्रिंजों को देखने के लिए, निम्न शर्त पूरी होनी चाहिए अर्थात् $s/S < \lambda/d$ अन्यथा, स्रोत के विभिन्न भागों द्वारा उत्पन्न व्यतिकरण प्रतिरूप अतिव्याप्त करेंगे तथा फ्रिंजें दिखायी नहीं देंगी। इस प्रकार जब S घटता है (अर्थात् स्रोत झिरी पास लाया जाता है), व्यतिकरण प्रतिरूप कम और कम स्पष्ट होता जाता है तथा जब स्रोत अत्यंत निकट आ जाता है, इस शर्त के पूरा होने के लिए, फ्रिंजें अदृश्य हो जाती हैं। जब तक ऐसा होता है, फ्रिंज अंतराल स्थिर रहता है।

(e) (d) के अनुसार। जैसे-जैसे स्रोत झिरी की चौड़ाई बढ़ती है, फ्रिंज प्रतिरूप कम तथा कम स्पष्ट होता जाता है। जब स्रोत झिरी इतनी चौड़ी हो जाती है कि शर्त $s/S \leq \lambda/d$ पूरी नहीं होती, व्यतिकरण प्रतिरूप अदृश्य हो जाता है।

(f) श्वेत प्रकाश के विभिन्न घटक रंगों के कारण व्यतिकरण प्रतिरूप का अतिव्यापन होता है (कला असम्बद्ध रूप से) विभिन्न रंगों के लिए केन्द्रीय दीप्त फ्रिंजें एक ही स्थिति में होती हैं क्योंकि केन्द्र पर सभी रंगों के लिए पथान्तर शून्य है अतः केन्द्रीय फ्रिंज श्वेत प्राप्त होती है। इसके दोनों ओर VIBGYOR के क्रम में कुछ रंगीन फ्रिंजे दिखायी देती हैं अर्थात् सबसे पहले बैंगनी व सबसे बाद में लाल फ्रिंज दिखायी देती हैं। फ्रिंजों की चौड़ाई असमान प्राप्त होती है। शेष पर्दा एक समान रूप से प्रदीप्त दिखाई देता है।

उदा.39. यदि हम लैम्प पर एक रंगीन सेलोफेन कागज लपेट दें तो विवर्तन प्रतिरूप उसी रंग का बनता है स्पष्ट कीजिए।

हल-साधारणतया प्रेक्षित होता है कि लाल सेलोफेन (लाल प्रकाश द्वारा बना विवर्तन प्रतिरूप) नीले प्रकाश के विवर्तन प्रतिरूप से अधिक फैला हुआ होता है जिससे स्पष्ट है कि लाल प्रकाश का तरंगदैर्घ्य नीले प्रकाश से अधिक होता है। जिसके फलस्वरूप अवरोधक आकार नियत रहने पर लाल प्रकाश में नीले प्रकाश की अपेक्षा अपेक्षाकृत विवर्तन प्रभाव अधिक होता है यही कारण है कि विवर्तन प्रतिरूप सेलोफेन के रंग का बनता है।

उदा.40. एक संकरी आयताकार 1 mm चौड़ी स्लिट पर एकवर्णी प्रकाश आपतित है। 2 m दूरी पर स्थित पर्दे पर विवर्तन प्रतिरूप देखा जाता है। मुख्य उच्चिष्ठ की चौड़ाई 2.5 mm है। प्रकाश तरंगदैर्घ्य होगी ?

हल-मुख्य उच्चिष्ठ की चौड़ाई 2.5 mm है।

$$\text{इसकी अर्द्ध चौड़ाई } \frac{\beta}{2} = \frac{2.5}{2} = 1.25 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{विवर्तन कोण } \theta = \frac{\beta/2}{D} = \frac{1.25 \times 10^{-3}}{2}$$

$$\therefore d\theta = \lambda$$

$$\theta = \lambda/d = \frac{1.25 \times 10^{-3}}{2}$$

$$\lambda = \frac{1.25 \times 10^{-3}}{2} \times a = \frac{1.25 \times 10^{-3} \times 10^{-3}}{2}$$

$$\lambda = 6.25 \times 10^{-7} \text{ m} = 6250 \text{ \AA}$$

उदा.41. 0.2 mm चौड़ी स्लिट पर 6328 Å का प्रकाश आपतित होता है। 9.0 मी दूरी पर स्थित पर्दे पर केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई का मान क्या होगा ?

$$\text{हल-स्लिट की चौड़ाई } = d = 0.2 \text{ mm}, \beta = \frac{2\lambda D}{d}$$

$$\beta = \frac{2 \times 6328 \times 10^{-10} \times 9}{2 \times 10^{-4}} = 0.057 \text{ m}$$

$$\beta = 57 \text{ mm}$$

उदा.42. यंग के प्रयोग में 5000 Å तरंगदैर्घ्य का प्रकाश प्रयोग करने पर यह फ्रिंज की चौड़ाई 0.60 सेमी. प्राप्त होती है। यदि पर्दे की स्लिट से दूरी आधी कर दी जाये तो प्रकाश की तरंगदैर्घ्य का मान क्या लेना चाहिये कि 0.40 सेमी. चौड़ी फ्रिंज पर्दे पर प्राप्त हो सके ?

$$\text{हल-फ्रिंज चौड़ाई } \beta = \frac{D\lambda}{d}$$

जब $D/2$ पर्दे की दूरी हो तो

$$\beta_1 = \frac{D/2 \lambda'}{d} = \frac{D\lambda'}{2d}$$

$$\frac{\beta'}{\beta} = \frac{\lambda'}{2\lambda}$$

मान रखने पर

$$\frac{0.40}{0.60} = \frac{\lambda'}{2 \times 5000}$$

$$\lambda' = 6666 \text{ \AA}$$

उदा.43. यंग के प्रयोग में लाल प्रकाश $\lambda = 6600 \text{ \AA}$ प्रयुक्त करने पर दृष्टि क्षेत्र में 60 फ्रिंजें दिखाई पड़ती है। बैंगनी प्रकाश $\lambda = 4400 \text{ \AA}$ प्रयुक्त करने पर कितनी फ्रिंजें दिखाई पड़ेंगी ?

हल-लाल प्रकाश प्रयुक्त करने पर 60 फ्रिंजें दिखाई पड़ती है।

अतः दृष्टि क्षेत्र का विस्तार = $60 \times \beta$

$$= 60 \times \frac{D\lambda}{d}$$

λ' तरंगदैर्घ्य का प्रकाश प्रयुक्त करने पर यदि n फ्रिंजें दिखाई पड़े तो

$$60 \times \frac{D\lambda}{d} = n \frac{D\lambda'}{d}$$

$$n = \frac{\lambda}{\lambda'} \times 60 = \frac{6600}{4400} \times 60$$

$$= 90 \text{ फ्रिंजें}$$

उदा.44. दो तरंगें जिनके दोलन आयाम 3 मिमी और 4 मिमी हैं, एक माध्यम में एक ही दिशा में चल रही हैं। उन बिन्दुओं पर परिणामी आयाम ज्ञात कीजिए, जिन पर कलान्तर हैं -

$$(i) \text{ शून्य, } (ii) \pi, (iii) \frac{\pi}{3}, (iv) \frac{\pi}{2}$$

$$\text{हल : } R = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \phi}$$

$$a_1 = 3 \text{ mm}, a_2 = 4 \text{ mm}$$

$$(i) \phi = 0^\circ, \cos 0^\circ = 1$$

$$R = a_1 + a_2 = 3 + 4$$

$$= 7 \text{ mm}$$

$$(ii) \quad \phi = \pi, \cos \pi = -1$$

$$R = a_1 - a_2 = 1 \text{ mm}$$

$$(iii) \quad \phi = \frac{\pi}{3}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$R = \sqrt{9 + 16 + 2 \times 3 \times 4 \times \frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{25 + 12}$$

$$= \sqrt{37} \text{ mm} = 6.08 \text{ mm}$$

$$(iv) \quad \phi = \frac{\pi}{2}, \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$R = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} = \sqrt{9 + 16}$$

$$R = 5 \text{ mm}$$

उदा. 45. यंग के द्वि-स्लिट प्रयोग में दोनों स्लिटों की चौड़ाई का अनुपात 1 : 9 है। व्यतिकरण प्रतिरूप में अधिकतम तीव्रता और न्यूनतम तीव्रता का अनुपात ज्ञात कीजिये।

हल : तीव्रता \propto स्लिट की चौड़ाई

$$\text{अतः} \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}$$

$$\text{तथा} \quad \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{(a_1 + a_2)^2}{(a_1 - a_2)^2}$$

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{\left(\frac{a_1}{a_2} + 1\right)^2}{\left(\frac{a_1}{a_2} - 1\right)^2} = \left(\frac{\frac{1}{3} + 1}{\frac{1}{3} - 1}\right)^2$$

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{4}{1}$$

उदा. 46. एक ही आवृत्ति तथा एक ही आयाम a की तरंगें किसी बिन्दु पर एक साथ पहुँच रही हैं। तरंगों के मध्य कलान्तर कितना हो कि परिणामी तरंग का आयाम (i) a और (ii) $\sqrt{2}a$ हो जाये?

$$\text{हल : सूत्र : } R = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \phi}$$

$$\text{दिया है : } a_1 = a_2 = a$$

$$(i) \text{ दिया है : } R = a$$

सूत्र में मान रखने पर,

$$a = \sqrt{a^2 + a^2 + 2.a.a \cos \phi}$$

$$\text{या} \quad a^2 = 2a^2 + 2a^2 \cos \phi$$

$$\text{या} \quad 2a^2 \cos \phi = -a^2$$

$$\text{या} \quad \cos \phi = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \quad \phi = 120^\circ$$

$$(ii) \text{ दिया है : } R = \sqrt{2}a$$

सूत्र में मान रखने पर,

$$\sqrt{2}a = \sqrt{a^2 + a^2 + 2.a.a \cos \phi}$$

$$\text{या} \quad 2a^2 = 2a^2 + 2a^2 \cos \phi$$

$$\text{या} \quad 2a^2 \cos \phi = 0$$

$$\text{या} \quad \cos \phi = 0, \phi = 90^\circ$$

उदा. 47. यंग के प्रयोग में फ्रिंजों की चौड़ाई 4 मिमी है। केन्द्रीय फ्रिंज से तृतीय अदीप्त फ्रिंज की दूरी ज्ञात कीजिये।

$$\text{हल : सूत्र : } x = \left(\frac{2n-1}{2}\right) \frac{\lambda D}{d}$$

$$\text{तथा} \quad \beta = \frac{\lambda D}{d}$$

$$\therefore \quad x = \left(\frac{2n-1}{2}\right) \beta$$

$$\text{दिया है : } \beta = 4 \text{ मिमी} = 4 \times 10^{-3} \text{ मीटर}, n = 3.$$

उपर्युक्त सूत्र में मान रखने पर,

$$x = \left(\frac{2 \times 3 - 1}{2}\right) \times 4 \times 10^{-3}$$

$$= 10 \times 10^{-3} \text{ मीटर}$$

$$= 10 \text{ मिमी।}$$

उदा. 48. एकवर्णी प्रकाश में से काँच के प्रिज्म में वायु में फ्रिंज-

चौड़ाई 2 मिमी है। यदि ${}^a\mu_g = \frac{3}{2}$ तथा ${}^a\mu_w = \frac{4}{3}$ हो तथा पूरा तंत्र जल में डुबो दिया जाये तो नये फ्रिंज की चौड़ाई क्या होगी ?

$$\text{हल : } \beta = \frac{\lambda D}{d}$$

$$\beta \propto \lambda$$

$$\frac{\beta_a}{\beta_w} = \frac{\lambda_a}{\lambda_w}$$

$$\text{चूँकि} \quad \frac{\lambda_a}{\lambda_w} = {}^a\mu_w$$

$$\frac{\beta_a}{\beta_w} = {}^a\mu_w$$

$$\therefore \quad \beta_a = 2 \text{ mm}$$

$${}^a\mu_w = \frac{4}{3}$$

$$\beta_w = \frac{\beta_a}{a\mu_w} = \frac{2 \times 3}{4}$$

$$= \frac{6}{4} \text{ mm}$$

उदा.49. दो रेखा छिद्रों के बीच की दूरी 0.03 सेमी. है। इनसे 1.5 मीटर दूरी पर व्यतिकरण चित्र बनता है। इसमें चौथी चमकीली फ्रिंज केन्द्रीय उच्चिष्ठ से 1 सेमी. दूरी पर स्थित है। प्रयुक्त प्रकाश की तरंग दैर्ध्य ज्ञात कीजिये।

हल : केन्द्र से n^{th} चमकीली फ्रिंज की दूरी

$$x_n = \frac{n\lambda D}{d}$$

$$\lambda = \frac{x_n d}{nD}$$

$$d = 0.03 \text{ cm},$$

$$D = 1.5 \text{ m} = 150 \text{ cm},$$

$$n = 4,$$

$$x_n = 1 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{1 \times 0.03}{4 \times 150}$$

$$= 0.5 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

$$\lambda = 5000 \text{ \AA}$$

उदा.50. केन्द्रीय फ्रिंज से तीसरी चमकीली फ्रिंज बनाने के लिए वहाँ तक पहुँचने वाली दो प्रकाश तरंगों में पथान्तर तथा कलान्तर कितना होना चाहिए ? ($\lambda = 6000 \text{ \AA}$)

हल : (i) पथान्तर $= n\lambda$

$$n = 3, \lambda = 6000 \text{ \AA}$$

$$= 6 \times 10^{-7} \text{ मी.}$$

$$\Delta = 3 \times 6 \times 10^{-7}$$

$$= 1.8 \times 10^{-6} \text{ मीटर}$$

(ii) कलान्तर $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \times \Delta$

$$= \frac{2\pi}{6 \times 10^{-7}} \times 1.8 \times 10^{-6}$$

$$= 6\pi$$

उदा.51. यंग के द्विस्लिट प्रयोग में प्राप्त व्यतिकरण फ्रिंजों के लिए नामांकित चित्र बनाइये। इस प्रयोग में दो स्लिटों के बीच की दूरी 0.3 मिमी है। इन्हें एक वर्णीय प्रकाश द्वारा प्रकाशित करके व्यतिकरण फ्रिंजें उनसे 0.9 मी. दूरी पर रखे पर्दे पर देखी जा सकती है। यदि व्यतिकरण प्रतिरूप में दूसरी अदीप्त फ्रिंज केन्द्रीय फ्रिंज से 3 मिमी. की दूरी पर प्राप्त होती है तो प्रकाश की तरंग दैर्ध्य ज्ञात कीजिये।

हल - n^{th} अदीप्त फ्रिंजों के लिए

$$(2n-1) \frac{\lambda}{2} = \frac{x_n d}{D}$$

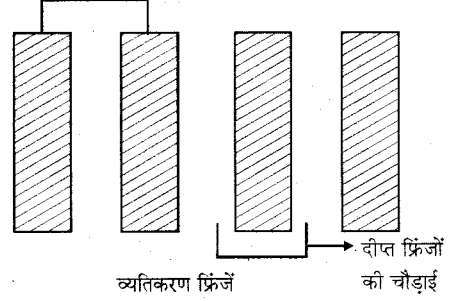
$$x_n = \frac{(2n-1) \frac{\lambda}{2} D}{d}$$

$$d = 0.3 \text{ mm} = 3 \times 10^{-4} \text{ मी.}$$

$$D = 0.9 \text{ मीटर}$$

$$\lambda = \frac{x_n 2d}{(2n-1)D}$$

अदीप्त फ्रिंजों की चौड़ाई



चित्र 12.54

$$\lambda = \frac{3 \times 10^{-3} \times 2 \times 3 \times 10^{-4}}{(2 \times 2 - 1) \times 0.9} = 0.666 \times 10^{-6} \text{ मीटर}$$

उदा.52. दो कला सम्बद्ध स्रोतों की सहायता से प्राप्त व्यतिकरण प्रतिरूप में तीव्रता में परिवर्तन औसत तीव्रता का 5% होता है। स्रोतों की आपेक्षिक तीव्रता का अनुपात ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल : } \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{(a_1 + a_2)^2}{(a_1 - a_2)^2}$$

$$\text{जहाँ } \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{105}{95} = \frac{21}{19}$$

$$\frac{(a_1 + a_2)^2}{(a_1 - a_2)^2} = \frac{21}{19}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2} = \sqrt{\frac{21}{19}} = 1.05$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 = 1.05 a_1 - 1.05 a_2$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{2.05}{0.05} = \frac{41}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{1681}{1}$$

उदा.53. यंग द्विस्लिट प्रयोग में पर्दे पर बनने वाली फ्रिंज की कोणीय चौड़ाई $\pi/200$ है। प्रयोग में 4800 \AA तरंगदैर्ध्य का प्रकाश प्रयुक्त किया जाता है, स्लिटों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल : कोणीय चौड़ाई } \theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{\beta}{D}$$

$$\text{जहाँ } \lambda = 4800 \text{ \AA}$$

$$= 4800 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$\text{या } d = \frac{\lambda}{\theta}$$

$$d = \frac{4800 \times 10^{-10} \times 200}{\pi}$$

$$d = \frac{9.6 \times 10^{-5}}{\pi} \text{ रेडियन}$$

उदा.54. 40 सेमी. फोकस दूरी वाला एक लेंस 0.5 मिमी. चौड़ी रेखा छिद्र का फ्रॉन्टॉफर विवर्तन उत्पन्न करता है। यदि प्रयुक्त प्रकाश की तरंग दैर्ध्य 5896 \AA हो तो प्रथम अदीप्त फ्रिंज की अक्ष से दूरी ज्ञात करें।

हल : $\theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{x}{f}$ जहाँ $\lambda = 5896 \text{ \AA} = 5896 \times 10^{-10} \text{ मी.}$

या $\frac{x}{f} = \frac{\lambda}{d}$ $f = 40 \text{ cm} = 40 \times 10^{-2} \text{ मी.}$

$x = \frac{\lambda f}{d}$ $d = 0.5 \text{ मीमी.} = 5 \times 10^{-4} \text{ मी.}$

$x = \frac{5896 \times 10^{-10} \times 40 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{-4}}$
 $= 47.1 \times 10^{-5} \text{ मीटर}$

उदा.55. दूरस्थ स्थित दो तारे दूरदर्शी के अभिदृश्यक पर एक चाप के एक सेकण्ड का कोण बनाते हैं यदि $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ हो तो अभिदृश्यक का आकार बताइए।

हल : $\Delta\theta = \frac{1.22\lambda}{d}$

$d = \frac{1.22\lambda}{\Delta\theta}$

जहाँ $\Delta\theta = 1'' = \frac{\pi}{180} \times \frac{1}{3600}$ रेडियन
 $\lambda = 5500 \times 10^{-10} \text{ मी.}$

$= \frac{1.22 \times 5500 \times 10^{-10} \times 180 \times 3600}{3.14} = 0.1386 \text{ मीटर}$

उदा.56. सूक्ष्मदर्शी की विभेदन सीमा क्या होगी यदि उसका संख्यात्मक द्वारक 0.12 तथा प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्घ्य 6000 \AA हो ?

हल : विभेदन सीमा $= \frac{1.22\lambda}{2\mu \sin \beta} = \frac{0.61\lambda}{\mu \sin \beta}$

जहाँ $\lambda = 6000 \text{ \AA} = 6 \times 10^{-7} \text{ मीटर}$, $\mu \sin \beta = 0.12$

विभेदन सीमा $= \frac{0.61 \times 6 \times 10^{-7}}{0.12} = 30.5 \times 10^{-7} \text{ मीटर}$

तथा विभेदन क्षमता $= \frac{1}{30.5 \times 10^{-7}} = 3.2 \times 10^5 \text{ मीटर}^{-1}$

उदा.57. $12 \times 10^{-5} \text{ cm}$ चौड़ाई की स्लिट के फ्रॉनहॉफर विवर्तन प्रतिरूप में केन्द्रीय उच्चिष्ठ की अर्द्धकोणीय चौड़ाई ज्ञात कीजिए। जब स्लिट को 6000 \AA तरंगदैर्घ्य के एक वर्णीय प्रकाश से प्रकाशित किया जाता है।

हल : $\sin \theta = \frac{\lambda}{d}$

$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{d} \right)$

$d = 12 \times 10^{-5} \text{ cm}$,
 $\lambda = 6000 \text{ \AA} = 6 \times 10^{-5} \text{ cm}$

$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{6 \times 10^{-5}}{12 \times 10^{-5}} \right)$

$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{1}{2} \right)$

$\theta = 30^\circ$

उदा.58. d चौड़ाई की स्लिट पर 650 nm तरंगदैर्घ्य का एकवर्णीय प्रकाश लम्बवत् आपतित कर उसे प्रकाशित किया गया है। d की गणना कीजिए—

(a) प्रथम निम्निष्ठ 30° के विवर्तन कोण पर हो।

(b) प्रथम उच्चिष्ठ 30° के विवर्तन कोण पर हो।

हल : (a) प्रथम निम्निष्ठ के लिए

$d \sin \theta = n\lambda$

$d = \frac{n\lambda}{\sin \theta}$

जहाँ $n = 1$,

$\theta = 30^\circ$, $\lambda = 650 \text{ nm} = 650 \times 10^{-9} \text{ m}$

$d = \frac{650 \times 10^{-9}}{\sin 30^\circ} = \frac{650 \times 10^{-9}}{0.5}$

$d = 1.3 \times 10^{-6} \text{ m}$

(b) प्रथम उच्चिष्ठ के लिए

$d \sin \theta = (2n+1) \frac{\lambda}{2}$

जहाँ $n = 1$

$d = \frac{3\lambda}{2 \sin \theta}$

$\theta = 30^\circ$

$= \frac{3 \times 650 \times 10^{-9}}{2 \times \sin 30^\circ}$

$= \frac{3 \times 650 \times 10^{-9}}{2 \times 0.5}$

$= 1.95 \times 10^{-6} \text{ m}$

उदा.59. 6000 \AA तरंगदैर्घ्य का प्रकाश $24 \times 10^{-5} \text{ cm}$ चौड़ाई की स्लिट पर अभिलम्बवत् आपतित होता है। केन्द्रीय उच्चिष्ठ से द्वितीय निम्निष्ठ की कोणीय स्थिति ज्ञात कीजिए।

हल : $d \sin \theta = n\lambda$

$\sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$

जहाँ $n = 2$,

$\lambda = 6000 \text{ \AA}$

$= 6000 \times 10^{-10} \text{ m}$,

$d = 24 \times 10^{-5} \text{ cm}$

$= 24 \times 10^{-5} \times 10^{-2} \text{ m}$

$\sin \theta = \frac{2 \times 6000 \times 10^{-10}}{24 \times 10^{-5} \times 10^{-2}}$

$= \frac{1}{2}$

$\theta = 30^\circ$

उदा.60. 6328 \AA तरंगदैर्घ्य का प्रकाश 0.2 mm चौड़ाई की स्लिट पर लम्बवत् आपतित होता है। 9 मीटर की दूरी पर स्थित पर्दे पर प्रेक्षित केन्द्रीय उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल : कोणीय चौड़ाई $2\theta = \frac{2\lambda}{d}$

जहाँ $d = 0.2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-4} \text{ m}$,

$\lambda = 6328 \text{ \AA} = 6328 \times 10^{-10} \text{ m}$

$$2\theta = \frac{2 \times 6328 \times 10^{-10}}{2 \times 10^{-4}} \text{ रेडियन}$$

$$2\theta = \frac{6328 \times 10^{-6} \times 180^\circ}{\pi}$$

$$2\theta = 0.36$$

उदा.61. 0.1 mm चौड़ाई के रेखा छिद्र पर 5000 Å तरंगदैर्घ्य का प्रकाश आपतित है, 2 मीटर दूरी पर पर्दे पर बनने वाले मध्यवर्ती चमकीली रेखा की चौड़ाई ज्ञात करो।

$$\text{हल: } \beta = 2x = \frac{2f\lambda}{d} = \frac{2D\lambda}{d}$$

$$\therefore f = D$$

$$\text{जहाँ } f = D = 2\text{m}$$

$$d = 0.1 \text{ mm} = 1 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\lambda = 5000 \text{ Å} = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\beta = \frac{2 \times 2 \times 5 \times 10^{-7}}{10^{-4}} = 20 \times 10^{-3} \text{ m} = 20 \text{ mm}$$

उदा.62. सूर्य का प्रकाश जल पर 53° पर आपतित करने पर परावर्तित प्रकाश पूर्णतया समतल-ध्रुवित पाया जाता है। ज्ञात करिये : प्रकाश का अपवर्तन कोण तथा जल का अपवर्तनांक।

हल-चूँकि परावर्तित प्रकाश पूर्णतया समतल-ध्रुवित है, अतः आपतन कोण (53°) ध्रुवण कोण i_B के बराबर है। यदि अपवर्तन कोण r हो, तब

$$r + i_B = 90^\circ$$

$$r = 90^\circ - i_B = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$$

ब्रूस्टर के नियम से

$$\mu = \tan i_B$$

$$= \tan 53^\circ = 1.327$$

उदा.63. दो पोलेराइड परस्पर क्रॉसित अवस्था में है। अब उनमें से एक को 30° से घुमाया जाता है। निकार्यों में से निर्गत आपतित अध्रुवित प्रकाश का प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल : माना अध्रुवित प्रकाश की तीव्रता I_0 है।

प्रथम पोलेराइड के पश्चात् प्रकाश की तीव्रता (औसत)

$$I_1 = \frac{I_0}{2}$$

द्वितीय पोलेराइड के पश्चात् प्रकाश की तीव्रता

$$I_2 = I_1 \cos^2 \theta$$

$$= \frac{I_0}{2} \cos^2 (90 - 30)^\circ$$

$$I_2 = \frac{I_0}{2} \cos^2 60^\circ = \frac{I_0}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$I_2 = \frac{I_0}{8}$$

$$\frac{I_2}{I_0} \times 100 = \frac{100}{8} = 12.5\%$$

उदा.64. किसी पारदर्शी काँच की प्लेट पर प्रकाश किरण $\tan^{-1}(\sqrt{3})$ के कोण पर आपतित है। परावर्तित किरण पूर्णतया ध्रुवित है। काँच

का अपवर्तनांक व अपवर्तन कोण ज्ञात कीजिये।

हल : अपवर्तनांक $\mu = \tan i_B$

$$\text{जहाँ } i_B = \tan^{-1}(\sqrt{3})$$

$$\mu = \tan(\tan^{-1} \sqrt{3})$$

$$\mu = \sqrt{3}$$

$$\text{अतः } \tan i_B = \sqrt{3}$$

$$\text{या } i_B = 60^\circ$$

$$\text{चूँकि } i_B + r = 90^\circ$$

$$\text{तो } r = 30^\circ$$

उदा.65. द्विस्लिट प्रयोग में सोडियम प्रकाश ($\lambda = 5890 \text{ Å}$) के लिए व्यतिकरण फ्रिन्जों की कोणीय चौड़ाई 0.20 है तो फ्रिन्ज की कोणीय चौड़ाई में 10% वृद्धि करने के लिए तरंगदैर्घ्य में आवश्यक परिवर्तन ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल- } \therefore \text{ कोणीय चौड़ाई } \theta = \frac{\lambda}{d}$$

θ में 10% वृद्धि करने के लिए λ को 10% बढ़ाना होगा।

$$\text{अर्थात् प्रतिशत वृद्धि} = 5890 \times \frac{10}{100} = 589 \text{ Å}$$

उदा.66. यंग के द्वि-स्लिट प्रयोग में, स्लिटों के मध्य दूरी 1 मिमी तथा पर्दे की स्लिट से दूरी 1 मी है। 500nm तरंगदैर्घ्य के एक वर्णी प्रकाश के लिए, केन्द्रीय उच्चिष्ठ से तीसरे निम्निष्ठ की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल- केन्द्रीय दीप्त फ्रिन्ज से n वें निम्निष्ठ की दूरी

$$x_n = \frac{(2n-1)\lambda D}{2d}$$

$$\text{प्रश्नानुसार, } d = 1 \text{ मिमी} = 1 \times 10^{-3} \text{ मी}$$

$$D = 1 \text{ मी}$$

$$\lambda = 500 \times 10^{-9} \text{ मी.}$$

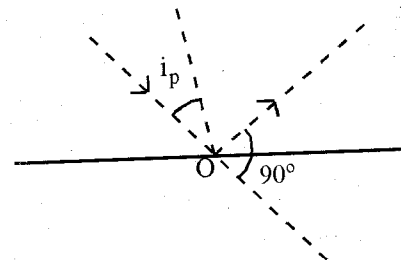
$$n = 3$$

$$\therefore x_3 = \frac{(2 \times 3 - 1) \times 500 \times 10^{-9} \times 1}{2 \times 1 \times 10^{-3}}$$

$$x_3 = 1.25 \times 10^{-3} \text{ मी.}$$

उदा.67. 57.5° के ध्रुवण कोण से प्रकाश, काँच पृष्ठ पर आपतित होता है। इस स्थिति में आपतित किरण तथा अपवर्तित किरणों के मध्य कोण ज्ञात कीजिए।

हल-



चित्र 12.55

आपतित व अपवर्तित किरणों के मध्य कोण

$$= 2 \times i_p + 90^\circ$$

$$= 2 \times 57.5^\circ + 90^\circ = 205^\circ$$

उदा.68. जब किसी पदार्थ पर आपतन कोण 60° हो तो परावर्तित प्रकाश पूर्णतः ध्रुवित हो जाता है। माध्यम में अपवर्तित प्रकाश का वेग मी/से में ज्ञात कीजिए।

हल- ब्रूस्टर नियम से $\mu = \tan i_B$

$$\Rightarrow \frac{c}{v} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow v = \frac{c}{\sqrt{3}} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \times 10^8 \text{ मी/से}$$

Advance Level

उदा.69. तरंगदैर्घ्य $\lambda = 6.2 \times 10^{-5}$ सेमी के प्रकाश के दो कला सम्बद्ध स्रोत है जो व्यतिकरण उत्पन्न करते हैं। यदि दोनों स्रोतों समान कला में हों तथा A कोई स्वेच्छ प्रेक्षण बिन्दु हो तो $XA - YA$ का परिकलन कीजिये यदि A बिन्दु

- (i) दसवीं कोटि के दीप्त अथवा चमकीले बैंड पर हो,
- (ii) तृतीय एवं चतुर्थ कोटि के उच्चिष्ठों के बीच अदीप्त अथवा काले बैंड पर हो।

हल- किसी बिन्दु पर प्रकाश की तीव्रता अधिकतम अथवा न्यूनतम तब होगी जब पथान्तर ($XA - YA$) क्रमशः λ का पूर्ण गुणज अथवा $\lambda/2$ का विषम गुणज होगा।

(i) अधिकतम तीव्रता के लिये

पथान्तर ($XA - YA$) = $m\lambda$

जहाँ $m = 0, 1, 2, \dots$

यहाँ $\lambda = 6.2 \times 10^{-5}$ सेमी. तथा दसवीं कोटि के दीप्त बैंड के लिये $m = 10$

\therefore पथान्तर ($XA - YA$) = $10 \times (6.2 \times 10^{-5})$ सेमी

= 6.2×10^{-4} सेमी

= 6.2×10^{-6} मीटर

(ii) अदीप्त बैंड के लिये

पथान्तर ($XA - YA$) = $(m - \frac{1}{2})\lambda$

जहाँ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

तृतीय एवं चतुर्थ दीप्त बैंडों के मध्य चतुर्थ अदीप्त बैंड होगा। अतः

\therefore पथान्तर ($XA - YA$) = $(4 - \frac{1}{2}) \times 6.2 \times 10^{-7}$ मी.

= $\frac{7}{2} \times 6.2 \times 10^{-6}$

= 21.7×10^{-6} मीटर

उदा.70. $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ के एक द्वि-स्लिट व्यतिकरण प्रतिरूप में, शून्य-क्रम तथा दसवें क्रम के उच्चिष्ठ क्रमशः 12.34 मिमी तथा 14.73 मिमी की दूरियों पर हैं। यदि λ बदलकर 5000 \AA हो जाये तथा अन्य विन्यास वही रहें तो शून्य तथा बीसवें क्रम की फ्रिन्जों की स्थितियाँ व्युत्पन्न कीजिए।

हल- $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ के लिये शून्य-क्रम तथा दसवें क्रम ही फ्रिन्जों के बीच की दूरी 14.73 मिमी. - 12.34 मिमी = 2.39 मिमी है। अतः फ्रिन्ज चौड़ाई $\beta = 2.39$ मिमी/10 = 0.239 मिमी होगी।

अब, $\beta = \frac{D}{d}\lambda$

$\therefore \frac{(\beta)_{6000}}{(\beta)_{5000}} = \frac{6000 \text{ \AA}}{5000 \text{ \AA}} = \frac{6}{5}$

अथवा $(\beta)_{5000} = \frac{5}{6} \times (\beta)_{6000} = \frac{5}{6} \times 0.239 = 0.199$ मिमी।

$\lambda = 5000 \text{ \AA}$ के लिए, शून्य-क्रम की फ्रिन्ज अब भी 12.34 मिमी पर ही होगी, जबकि बीसवें क्रम की फ्रिन्ज

12.34 मिमी + (0.199 मिमी \times 20) = 16.32 मिमी पर होगी।

उदा.71. 1.5 मिमी अन्तराल की एक द्वि-स्लिट श्वेत प्रकाश (4000 - 8000 \AA) से प्रदीप्त है। 120 सेमी दूरी पर रखें पर्दे पर रंगीन व्यतिकरण फ्रिन्जें बनती हैं। यदि केन्द्रीय श्वेत फ्रिन्ज से 3.0 मिमी की दूरी पर पर्दे में एक सूची-छिद्र (pinhole) बना दिया जाये तो छिद्र से पारगमित प्रकाश में कौन-कौन सी तरंगदैर्घ्य अनुपस्थित होंगी ?

हल- वे तरंगदैर्घ्य अनुपस्थित होंगी जिनकी अदीप्त फ्रिन्जें छिद्र पर पड़ती हैं। द्वि-स्लिट व्यतिकरण प्रतिरूप में केन्द्रीय अवर्णक फ्रिन्ज से किसी अदीप्त फ्रिन्ज की दूरी x के लिये

$x = \frac{D}{d}(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ $n = 0, 1, 2, \dots$

यहाँ $x = 3.0$ मिमी = 0.30 सेमी, $D = 120$ सेमी, $d = 1.5$ मिमी = 0.15 सेमी।

$\therefore \frac{x \times 2d}{D(2n+1)} = \frac{0.30 \times 0.30}{120(2n+1)}$

= $\frac{3}{4000(2n+1)}$ सेमी = $\frac{3 \times 10^8}{4000(2n+1)} \text{ \AA}$

= $\frac{75000}{(2n+1)} \text{ \AA}$ (जहाँ $n = 0, 1, 2, \dots$)

= $75000 \times (1, 1/3, 1/5, 1/7, 1/9, 1/11, \dots) \text{ \AA}$

= 75000, 25000, 15000, 10714, 8333, 6818, 5769, 5000, 4411, 3948, \AA

अतः 4000 - 8000 \AA के परिसर में अनुपस्थित तरंगदैर्घ्य 6800, 5800, 5000, 4400, 4000 \AA के क्षेत्र के होंगी।

उदा.72. एक द्विस्लिट प्रयोग में किसी एक वर्णीय प्रकाश द्वारा स्लिटों से कुछ दूरी पर रखे हुए पर्दे पर फ्रिन्जें प्राप्त होती हैं। पर्दे को 5×10^{-2} मी. स्लिटों की ओर खिसकाने पर फ्रिन्जों की चौड़ाई 3×10^{-5} मी. का अन्तर आता है। यदि स्लिटों के बीच की दूरी 10^{-3} मी. हो तो प्रयोग में प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्घ्य ज्ञात कीजिये।

हल : $\beta = \frac{\lambda D}{d}$, $\beta' = \frac{\lambda D'}{d}$

तब $\beta - \beta' = \frac{\lambda D}{d} - \frac{\lambda D'}{d} = \frac{\lambda}{d}(D - D')$

$\lambda = \frac{(\beta - \beta')}{(D - D')} \times d$

$\lambda = 6 \times 10^{-7}$ मी. = 6000 \AA

उदा.73. यंग के द्विस्लिट प्रयोग में स्लिट जिनके मध्य की दूरी 3mm है को 480 nm तरंगदैर्घ्य के प्रकाश से प्रकाशित किया जाता है। 8वीं चमकीली तथा 3वीं काली फ्रिंज के मध्य की दूरी केन्द्रीय चमकीली फ्रिंज के सापेक्ष ज्ञात कीजिए। (जहाँ $D = 2$ मीटर)

हल : चमकीली फ्रिंज के लिए $x_n = \frac{n\lambda D}{d}$

$\therefore n = 8$

$x_8 = \frac{8\lambda D}{d}$

$$\text{काली फ्रिंज के लिए } x'_n = \frac{(2n-1)\lambda D}{2d}$$

$$\therefore n=3$$

$$x'_3 = \frac{5\lambda D}{2d} = \frac{2.5\lambda D}{d}$$

अतः आठवीं चमकीली व तीसरी काली फ्रिंज के बीच की दूरी

$$x_8 - x_3 = \frac{8\lambda D}{d} - \frac{2.5\lambda D}{d}$$

$$\therefore \lambda = 480 \text{ nm} = 480 \times 10^{-9} \text{ m},$$

$$d = 3 \text{ mm} = 3 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$x_8 - x_3 = \frac{5.5\lambda D}{d}$$

$$= \frac{5.5 \times 480 \times 10^{-9} \times 2}{3 \times 10^{-3}} = 1.76 \times 10^{-3} \text{ m}$$

उदा. 74. एक प्रयोग में एक सीधी कोर द्वारा विवर्तन-प्रतिरूप को देखने के लिए स्लिट-स्रोत ($\lambda = 6000 \text{ \AA}$) तथा सीधी कोर के बीच दूरी 6 मीटर है तथा सीधी कोर व नेत्रिका के बीच 4 मीटर है। प्रथम तीन उच्चिष्ठ (maxima) की स्थितियाँ तथा उनके बीच दूरियाँ ज्ञात कीजिए।

हल-यदि स्लिट व सीधी कोर के बीच दूरी a हो तथा सीधी कोर व नेत्रिका के बीच दूरी p हो तब n वें उच्चिष्ठ अथवा दीप्त बैंड की स्थिति

$$x_n = \sqrt{\frac{p(a+p)}{a} (2n+1)\lambda}, \quad n=0, 1, 2, \dots$$

$$\text{यहाँ } a = 600 \text{ सेमी}, p = 400 \text{ सेमी}, \lambda = 6000 \times 10^{-8} \text{ सेमी।}$$

$$\therefore x_n = \sqrt{\frac{400 \times 1000}{600} (2n+1) \times 6000 \times 10^{-8}}$$

$$= \frac{\sqrt{(2n+1)}}{5} \text{ सेमी, जहाँ } n=0, 1, 2, \dots$$

प्रथम तीन उच्चिष्ठों की स्थितियाँ प्राप्त करने के लिए उपरोक्त समीकरण में $n=0, 1, 2$ रखने पर

$$x_1 = \frac{1}{5} = 0.200 \text{ सेमी।}$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{3}}{5} = 0.346 \text{ सेमी।}$$

$$x_3 = \frac{\sqrt{5}}{5} = 0.447 \text{ सेमी।}$$

उदा. 75. एक-अक्षीय द्वि-अपवर्तक क्रिस्टल पर जिसका पृष्ठ प्रकाशिक-अक्ष के समान्तर काटा गया है समतल-ध्रुवित प्रकाश अभिलम्बवत् डाला जाता है। यदि आपतित प्रकाश के कम्पन प्रकाशिक-अक्ष से 30° का कोण बनाते हैं तो साधारण तथा असाधारण किरणों की तीव्रताओं के अनुपात की गणना कीजिये। दिया है :

$$\lambda = 6000 \text{ \AA}, \mu_e = 1.5532 \text{ तथा } \mu_o = 1.5442$$

हल-दिये गये आँकड़ों से स्पष्ट है कि $\mu_e > \mu_o$ अतः दिया गया क्रिस्टल धनात्मक क्वार्ट्ज की तरह का है।

अब माना कि आपतित समतल-ध्रुवित प्रकाश-तरंग का आयाम A है, तथा आपतित कम्पन प्रकाशिक-अक्ष से θ कोण बनाते हैं। क्रिस्टल में प्रवेश करने पर प्रकाश दो अवयवों में टूट जाता है असाधारण अवयव $A \cos \theta$ जिसके कम्पन प्रकाशिक-अक्ष के समान्तर होते हैं तथा साधारण अवयव $A \sin \theta$ जिसके कम्पन

प्रकाशिक-अक्ष के लम्बवत् होते हैं। अतः असाधारण तथा साधारण किरणों की तीव्रता का अनुपात

$$\frac{I_E}{I_o} = \frac{A^2 \cos^2 \theta}{A^2 \sin^2 \theta} \quad \text{यहाँ } \theta = 30^\circ$$

$$\therefore \frac{I_E}{I_o} = \frac{\cos^2 30^\circ}{\sin^2 30^\circ} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{3}{1}$$

उदा. 76. दो पोलैराइड एक-दूसरे के साथ 90° के कोण पर रखे गये हैं तथा निर्गत प्रकाश की तीव्रता शून्य है। क्या होगा यदि एक तीसरा पोलैराइड उनके मध्य उनके बीच के कोण की समद्विभाजित करते हुए रख दिया जाता है ?

हल : मानलो पहले पोलैराइड से निर्गत प्रकाश की तीव्रता I_o है। पहले

पोलैराइड और मध्य में रखे पोलैराइड के बीच का कोण $\frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$ होगा।

अतः मध्य में रखे पोलैराइड से निर्गत प्रकाश की तीव्रता

$$I_1 = I_o \cos^2 \theta$$

$$= I_o \cos^2 45^\circ = I_o \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} I_o$$

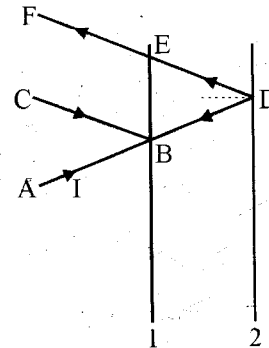
पुनः मध्य में रखे पोलैराइड और दूसरे पोलैराइड के बीच 45° का कोण बनता है। अतः दूसरे पोलैराइड से निर्गत प्रकाश की तीव्रता,

$$I_2 = I_1 \cos^2 \theta$$

$$= \frac{1}{2} I_o \cos^2 45^\circ = \frac{1}{2} I_o \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{4} I_o$$

इस प्रकार उनके मध्य तीसरा पोलैराइड रखने पर निर्गत प्रकाश की तीव्रता पहले से निर्गत प्रकाश की तीव्रता की एक चौथाई हो जायेगी।

उदा. 77. I तीव्रता का एक संकीर्ण एकवर्णी प्रकाश पुंज चित्रानुसार काँच की एक प्लेट पर आपतित होता है। एक दूसरी समरूप प्लेट पहली प्लेट के पास उसके समान्तर रखी गयी है। प्रत्येक प्लेट इस पर आपतित 25% प्रकाश को परावर्तित तथा शेष को पारगमित कर देती है। प्रत्येक प्लेट से एक परावर्तन के बाद प्राप्त पुंज से निर्मित व्यतिकरण प्रतिरूप में न्यूनतम और अधिकतम तीव्रता का अनुपात ज्ञात कीजिए।



चित्र 10.56

हल : पहली प्लेट पर आपतित प्रकाश AB की तीव्रता I है। प्रत्येक प्लेट प्रकाश के 25% भाग को परावर्तित तथा शेष 75% भाग को पारगमित करती है। अतः प्लेट 1 द्वारा परावर्तित प्रकाश BC की तीव्रता

$$I_1 = I \text{ का } 25\% = \frac{25}{100}I = \frac{1}{4}I$$

प्लेट 2 पर आपतित प्रकाश की तीव्रता = I का 75%

$$= \frac{75}{100}I = \frac{3}{4}I$$

अतः प्लेट 2 द्वारा परावर्तित प्रकाश की तीव्रता = $\frac{3}{4}I$ का 25%

$$= \frac{3}{4}I \times \frac{25}{100} = \frac{3}{16}I$$

पुनः स्लेट 1 से पारगमित प्रकाश EF की तीव्रता

$$I_2 = \frac{3}{16}I \text{ का } 75\%$$

$$= \frac{3}{16}I \times \frac{75}{100} = \frac{9}{64}I$$

$$\therefore \frac{I_{min}}{I_{max}} = \frac{(a_1 - a_2)^2}{(a_1 + a_2)^2} = \frac{a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2}{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2}$$

$$= \frac{I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}I + \frac{9}{64}I - 2\sqrt{\frac{1}{4}I \cdot \frac{9}{64}I}}{\frac{1}{4}I + \frac{9}{64}I + 2\sqrt{\frac{1}{4}I \cdot \frac{9}{64}I}}$$

$$= \frac{\frac{25}{64} - 2 \times \frac{3}{16}}{\frac{25}{64} + 2 \times \frac{3}{16}} = \frac{1}{49}$$

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. दो पतली स्लिटों से होकर प्रकाश में व्यतिकरण से एक पर्दे पर फ्रिन्जे बन रही है ? फ्रिन्जों की चौड़ाई पर क्या प्रभाव पड़ेगा यदि (i) प्रकाश का तरंगदैर्घ्य बढ़ा दिया जाये (ii) स्लिटों के बीच की दूरी घटा दी जाये।

प्रश्न 2. यदि यंग का प्रयोग श्वेत प्रकाश के साथ किया जाये तो व्यतिकरण फ्रिन्जें कैसे दिखाई देगी ? क्यों ?

प्रश्न 3. एक बर्तन में पानी के ऊपर रंगीन स्वच्छ तेल की परत फैली है। ऊपर से परत पर श्वेत प्रकाश आपतित होने से परावर्तित प्रकाश हरा दिखाई देता है, इसका क्या कारण है ? यदि परावर्तित प्रकाश में 6400 Å तरंगदैर्घ्य का प्रकाश अनुपस्थित हो तो तेल की परत की न्यूनतम मोटाई क्या होगी ?

प्रश्न 4. जब दो प्रकाश तरंगों व्यतिकरण करती है तो कुछ बिन्दुओं पर अंधेरा हो जाता है। इन बिन्दुओं की प्रकाश ऊर्जा कहाँ चली जाती है ?

प्रश्न 5. यंग के प्रयोग में यदि दोनों स्लिटों के बीच की दूरी आधी कर दी जाये तथा पर्दे की स्लिट से दूरी दुगुनी कर दी जाये फ्रिन्ज चौड़ाई कितनी गुनी हो जायेगी ?

प्रश्न 6. यंग के द्वि-स्लिट प्रयोग में व्यतिकरण फ्रिन्जों पर क्या प्रभाव पड़ेगा यदि (i) पहले से बड़ी तरंगदैर्घ्य का प्रकाश प्रयुक्त किया जाये (ii) द्वि-स्लिट व पर्दे के बीच की दूरी घटा दी जाये (iii) रेखा छिद्रों की दूरी बढ़ाकर 1 सेमी. कर दी जाये (iv) एक रेखा छिद्र ढक दिया जाये।

प्रश्न 7. क्या यंग के प्रयोगों में दोनों स्लिटों पर प्रकाश का विवर्तन होता है ?

प्रश्न 8. यदि यंग के प्रयोग में स्लिटों के प्रयोग से निर्गत प्रकाश किरणों में π रेडियन का कलान्तर हो, तो केन्द्रीय फ्रिन्ज किस प्रकार की होगी ?

प्रश्न 9. यंग के द्वि-स्लिटों को दो अलग-अलग सोडियम लैंपों जो एक ही तरंगदैर्घ्य का प्रकाश उत्सर्जित करते हैं, से आलोकित किया गया है। पर्दे पर व्यतिकरण दिखाई नहीं देता है। यह कथन सत्य है अथवा असत्य ?

प्रश्न 10. ध्वनि में विवर्तन आसानी से देखा जा सकता है, लेकिन प्रकाश में नहीं क्यों ?

प्रश्न 11. विवर्तन और व्यतिकरण में क्या अन्तर है ?

प्रश्न 12. आपने रेडियो ऐन्टेना को कमरे के अन्दर ही लगा रखा है, फिर भी यह रेडियो स्टेशन के ऐन्टेना से आने वाली तरंगों को प्राप्त कर लेता है। यह जानते हुए कि रेडियो तरंगें सरल रेखा में गमन करती है, आप इसे कैसे समझायेगें ?

प्रश्न 13. पृथ्वी से बहुत अधिक ऊँचाई पर उड़ती हुई पतंग की पृथ्वी पर छाया क्यों नहीं दिखाई देती है ?

प्रश्न 14. फ्रेनल विवर्तन में स्रोत व पर्दे के मध्य क्या प्रतिबन्ध है ?

प्रश्न 15. फ्रानहॉफर श्रेणी विवर्तन में प्रकाश स्रोत व पर्दे के मध्य का क्या प्रतिबन्ध है ?

प्रश्न 16. क्या कार की हैडलाइट धुवित होती है।

प्रश्न 17. कोई दो युक्तियों के नाम लिखें जिनमें धुवित प्रकाश प्रकाश का उपयोग होता है।

प्रश्न 18. क्या प्रकाश का वेग काँच के रंग पर निर्भर करता है ?

प्रश्न 19. क्या निर्वात में प्रकाश का वेग प्रेक्षक व स्रोत की गति पर निर्भर करता है ?

प्रश्न 20. क्या ध्रुवण कोण का मान प्रकाश के रंग पर निर्भर करता है ?

प्रश्न 21. क्या सोडियम लेम्प का प्रकाश धुवित होता है ?

प्रश्न 22. ध्रुवण कोण पर परावर्तित व अपवर्तित धुवित किरणों के मध्य कितना कोण होता है ?

प्रश्न 23. ध्वनि तरंगों को धुवित क्यों नहीं किया जा सकता है ?

प्रश्न 24. एक प्रकाश की किरण काँच के पारदर्शक स्लेब जिसका अपवर्तनांक $\mu = 1.732$ है पर ध्रुवण कोण पर आपतित है। यदि परावर्तित व अपवर्तित किरणें एक दूसरे के लम्बवत् गमन करती है तो ध्रुवण कोण का मान ज्ञात कीजिए ?

प्रश्न 25. क्या कारण है कि ध्रुवण केवल प्रकाश तरंगों में ही सम्भव है, ध्वनि तरंगों में नहीं ?

प्रश्न 26. पोलैराइड किस प्रकार त्रिविम चलचित्र देखने में सहायक होते हैं ?

प्रश्न 27. सूर्य की चिलचिलाती धूप कम करने में पोलैराइड किस प्रकार सहायक है ?

उत्तरमाला

1. (i) बढ़ेगी (ii) बढ़ेगी।

2. श्वेत प्रकाश में सात रंग होते हैं, जिनमें प्रत्येक की तरंगदैर्घ्य भिन्न होती है। क्योंकि फ्रिन्ज चौड़ाई तरंगदैर्घ्य पर निर्भर करती है, अतः रंगों की समान क्रम की फ्रिन्जे एक दूसरे से कुछ हटकर बनती है। इस प्रकार विभिन्न रंगों से

प्राप्त फ्रिन्जों का पूर्ण अतिव्यापन नहीं हो पाता और हमें फ्रिन्जे रंगीन दृष्टिगोचर होती हैं।

3. तेल की ऊपरी और निचली सतहों से परावर्तित प्रकाश की किरणों में $2t$ का पथान्तर होता है। यहाँ t परत की मोटाई है। जब यह पथान्तर जिस रंग के प्रकाश के लिये $\frac{\lambda}{2}$ का समगुणज होता है। परावर्तित प्रकाश में से विनाशी व्यतिकरण के कारण वह रंग लुप्त हो जाता है। दी हुई परत की मोटाई ऐसी है कि पथान्तर लाल रंग के तरंगदैर्घ्य का आधा है। जिससे व्यतिकरण के कारण परावर्तित किरण में लाल रंग लुप्त हो जाता है तथा परत हरी दिखाई देती है। 6400 \AA तरंगदैर्घ्य प्रकाश के लिये पथान्तर

$$2t = \frac{\lambda}{2} = 3200 \text{ \AA}$$

$$t = 1600 \text{ \AA} = 1.6 \times 10^{-7} \text{ मीटर}$$

4. ऊर्जा का पुनःवितरण हो जाता है।

5. चार गुनी।

6. (i) फ्रिन्ज की चौड़ाई बढ़ जायेगी (ii) घट जायेगी (iii) फ्रिन्ज चौड़ाई बहुत अधिक घट जाने के कारण पर्दा एक समान प्रकाशित दिखाई देगा; (iv) अब व्यतिकरण प्रतिरूप के स्थान पर विवर्तन प्रतिरूप बनेगा।

7. हाँ, प्रयोग में हर स्लिट पर आपतित प्रकाश तरंग उस स्लिट पर से विवर्तित हो जाती है। दोनों स्लिटों द्वारा विवर्तित किरणें ही परस्पर व्यतिकरण करती हैं।

8. सामान्यतया केन्द्र पर पहुँचने वाली किरणें समान दूरी चलती हैं अतः उनके बीच कोई पथान्तर नहीं होता। किरणों में π रेडियन का कलान्तर होने के कारण व केन्द्र पर विपरीत कला में पहुँचेंगी अतः केन्द्रीय फ्रिन्ज अदीप्त होगी।

9. सत्य

10. इसका कारण है कि दैनिक जीवन में अवरोधों का आकार लगभग ध्वनि की तरंगदैर्घ्य (≈ 1 मीटर) की कोटि का ही होता है। अतः ध्वनि में विवर्तन प्रायः दैनिक जीवन के देखने को मिल जाता है, जब कि प्रकाश की तरंगदैर्घ्य ($\approx 6 \times 10^{-7}$ मी.) इन अवरोधों के आकारों की तुलना में बहुत कम होती है। अतः साधारणतया प्रकाश में विवर्तन नहीं देखा जाता है।

11. विवर्तन एक ही तरंगग्र से उत्सर्जित द्वितीयक तरंगिकाओं के अध्यारोपण से उत्पन्न होता है। जब कि व्यतिकरण दो अलग-अलग तरंगग्रों से उत्सर्जित द्वितीयक तरंगिकाओं के अध्यारोपण से उत्पन्न होता है।

12. हम जानते हैं कि रेडियो स्टेशन पर रेडियो ऐन्टेना से उत्सर्जित तरंगे पृथ्वी के आयन मण्डल से परावर्तित होकर पृथ्वी पर आती हैं। ये तरंगे विवर्तन के कारण कमरों में रखे ऐन्टेना द्वारा ग्रहण करली जाती हैं। इन तरंगों का कमरे के दरवाजे, खिड़की इत्यादि के पास विवर्तित होने का कारण इनकी तरंग दैर्घ्य बहुत अधिक होना है। दरवाजे व खिड़कियाँ बन्द होने पर रेडियो तरंगों का कमरे में प्रवेश छिद्रों से विवर्तन के कारण होता है।

13. क्योंकि बहुत ऊँची पर उड़ने वाले पक्षी का छाया क्षेत्र अल्प होता है।

14. स्रोत व पर्दा सीमित दूरी पर होने चाहिये।

15. प्रकाश स्रोत व पर्दा असीमित दूरी पर होने चाहिये।

16. नहीं, यह अधुवित होती है।

17. सनग्लास व द्रवीय क्रिस्टल

18. हाँ, $\mu = \frac{c}{v}$ $\mu_p > \mu_r$ अतः $v_p > v_r$

19. नहीं, निर्वात में प्रकाश का वेग नियत होता है। यह किसी कारक पर निर्भर नहीं करता है।

20. हाँ, निर्भर करता है।

21. नहीं, यह ध्रुवित नहीं होता है।

22. 90°

23. ध्वनि तरंगें अनुदैर्घ्य प्रकृति की होती हैं अतः इनको ध्रुवित नहीं किया जा सकता। ध्रुवण केवल अनुप्रस्थ तरंगों का ही किया जा सकता है।

24.

$$\mu = \tan i_B$$

$$\tan i_B = 1.732 = \sqrt{3}$$

$$i_B = 60^\circ$$

25. प्रकाश तरंगें अनुप्रस्थ होती हैं, अतः इन्हें ध्रुवित किया जा सकता है, जबकि ध्वनि तरंगें अनुदैर्घ्य होती हैं, अतः इनका ध्रुवण सम्भव नहीं है।

26. इसमें एक ही दृश्य के दो चित्रों को भिन्न-भिन्न कोणों से खींचा जाता है। इनमें से एक चित्र वैसा होता है जैसा कि बायीं आँख को दिखायी दे तथा दूसरा चित्र दायीं आँख को दिखायी दें। इन दोनों चित्रों को दो लम्बवत् दिशाओं में ध्रुवित प्रकाश से एक पर्दे पर साथ-साथ प्रदर्शित किया जाता है। इस प्रकार के चलचित्रों को फिर पोलैराइड ग्लासों की सहायता से देखा जाता है। इससे प्रत्येक आँख को वही चित्र दिखाई देता है जो आँख के कोण से लिया गया हो। चलचित्रों में अधिक वास्तविकता का आभास होता है।

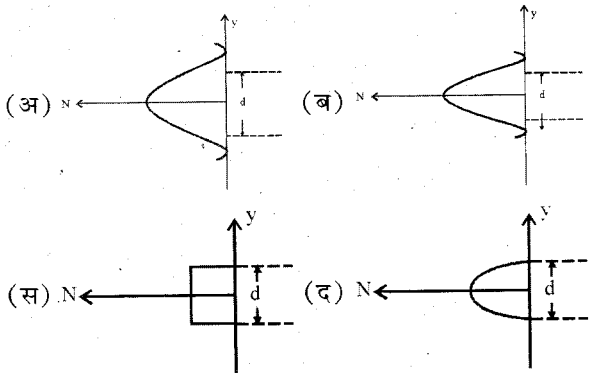
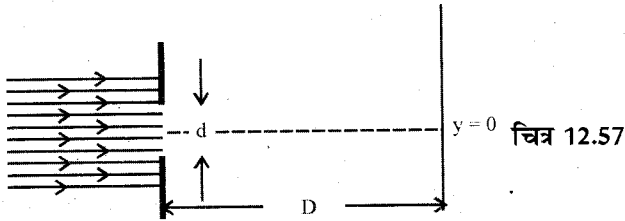
27. जब सूर्य का प्रकाश किसी चमकीले क्षैतिज धरातल से परावर्तित होता है तब परावर्तित प्रकाश के क्षैतिज कम्पन अधिकता में होते हैं। सन् ग्लासों में इसलिए पोलैराइडों के पारगमन की दिशा को ऊर्ध्वाधर रखा जाता है। जिससे सभी क्षैतिज कम्पन पूर्णतया पोलैराइड में जाने से रोक लिये जायें।

पाठ्यपुस्तक के प्रश्न-उत्तर

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

- व्यतिकरण की घटना को दर्शाने के लिये हमें दो स्त्रेत्तों की आवश्यकता होती है जो विकिरण उत्सर्जित करते हैं।
(अ) समान आवृत्ति और निश्चित कलान्तर के
(ब) लगभग समान आवृत्ति के
(स) समान आवृत्ति के
(द) भिन्न तरंग दैर्घ्य के
- एक यंग के द्विस्लिट प्रयोग में एकवर्णी प्रकाश स्त्रेत प्रयुक्त किया जाता है। पर्दे पर प्राप्त व्यतिकरण फ्रिन्जों का आकार होगा?
(अ) सीधी रेखा (ब) परवलय
(स) अतिपरवलय (द) वृत्त
- व्यतिकरण के किसी प्रयोग में पर्दे पर किसी बिन्दु पर 700 nm के प्रकाश प्रयुक्त करने पर तीसरी चमकीली प्रिन्ज प्राप्त होती है। उसी बिन्दु पर 5वीं चमकीली फ्रिन्ज प्राप्त करने के लिए आवश्यक प्रकाश स्त्रेत की तरंगदैर्घ्य है
(अ) 210 nm (ब) 315 nm
(स) 420 nm (द) 490 nm
- यंग द्वि स्लिट प्रयोग में यदि स्लिटों की चौड़ाईयों का अनुपात 4 : 9 है तो उच्चिष्ठ एवं निम्निष्ठ की तीव्रताओं का अनुपात होगा।
(अ) 196 : 25 (ब) 81 : 16
(स) 25 : 1 (द) 9 : 4
- द्विस्लिट प्रयोग में दो भिन्न-भिन्न तरंगदैर्घ्य का प्रकाश प्रयुक्त किया जाता है। पीले नारंगी ($\lambda = 600$ नैनोमीटर) रंग के लिये तीसरे क्रम की चमकीली फ्रिन्ज की स्थिति दूसरे रंग के प्रकाश के चौथे क्रम की चमकीली फ्रिन्ज की स्थिति से सम्पाती होती है। दूसरे रंग की तरंग दैर्घ्य होगी।
(अ) 500 nm (ब) 450 nm
(स) 225 nm (द) 350 nm

6. यंग के द्विस्लिट प्रयोग में प्रकाश की अधिकतम तीव्रता I_{\max} हो तो पथान्तर $\lambda/2$ पर तीव्रता होगी।
 (अ) I_{\max} (ब) $I_{\max}/2$
 (स) $I_{\max}/4$ (द) शून्य
7. निम्नलिखित में से कौनसा कथन सबसे सही समझाता है कि अधिकांश परिस्थितियों में ध्वनि का विवर्तन प्रकाश के विवर्तन से ज्यादा संभाव्य होता है?
 (अ) ध्वनि संचरण के लिए माध्यम की आवश्यकता होती है
 (ब) ध्वनि तरंगे अनुदैर्घ्य हैं, जबकि प्रकाश तरंगे अनुप्रस्थ हैं
 (स) प्रकाश की तरंगदैर्घ्य ध्वनि की तुलना में बहुत कम है
 (द) ध्वनि का वेग प्रकाश के वेग की तुलना में परिमाण की कोटि 6 से भी कम है
8. चित्रनुसार एक प्रयोग में इलेक्ट्रॉनों को उनकी डी ब्रोग्ली तरंग दैर्घ्य की कोटि d चौड़ाई की एक सकीर्ण स्लिट से गुजारा जाता है तथा वे इस स्लिट से D दूरी पर स्थित पर्दे पर संसूचित किये जाते हैं। पर्दे पर प्राप्त तीव्रता प्रतिरूप होगा।



चित्र 12.58

9. एक स्लिट द्वारा 5000 \AA तरंग दैर्घ्य का प्रकाश विवर्तित होता है। विवर्तन प्रतिरूप में पांचवा निम्निष्ठ केन्द्रीय उच्चिष्ठ से 5 mm दूरी पर बनता है। यदि पर्दे व स्लिट के बीच की दूरी 1 m है तो स्लिट की चौड़ाई होगी।
 (अ) 0.1 mm (ब) 0.3 mm
 (स) 0.5 mm (द) 0.8 mm
10. सूक्ष्मतरंगों जिनकी तरंगदैर्घ्य 0.052 m है का एक पुंज, 0.35 m चौड़ाई के एक आयताकार छिद्र की ओर आ रहा है। परिणामी विवर्तन प्रारूप, छिद्र से 8.0 m दूर स्थित दीवार पर प्रेक्षित किया जा रहा है। प्रथम एवं द्वितीय कोटि की बाहरी फ्रिंजों के मध्य दूरी क्या है?
 (अ) 1.3 m (ब) 1.8 m
 (स) 1.2 m (द) 2.5 m
11. खगोलीय दूरदर्शी का द्वारक बड़ा होता है।
 (अ) गोलीय दोष दूर करने को

- (ब) उच्च विभेदन के लिये
 (स) प्रेक्षण का दायरा बढ़ाने के लिये
 (द) कम विक्षेपण के लिये
12. एक काले कागज पर दो सफेद बिन्दु एक दूसरे से 1 mm दूरी पर रखे हैं। उन्हें लगभग 3 mm व्यास वाली आंख की पुतली से देखा जाता है। उनके मध्य अधिकतम दूरी क्या होगी कि उन्हें आंख द्वारा ठीक विभेदित ही किया जा सके? (प्रकाश की तरंग दैर्घ्य = 500 nm)
 (अ) 6 m (ब) 3 m
 (स) 5 m (द) 1 m
13. विद्युत चुम्बकीय तरंगों की प्रकृति अनुप्रस्थ होती है। इसका प्रमाण है।
 (अ) ध्रुवण (ब) व्यतिकरण
 (स) परावर्तन (द) विवर्तन
14. हवा से कांच में परावर्तन के लिये आपतित कोण का वह मान जिसके लिये परावर्तित प्रकाश पूर्णतः ध्रुवित होता है। (अपवर्तनांक n)
 (अ) $\tan^{-1}(1/n)$ (ब) $\sin^{-1}(1/n)$
 (स) $\sin^{-1}(n)$ (द) $\tan^{-1}(n)$
15. अध्रुवित प्रकाश का एक पुंज चार ध्रुवणकारी शीटों जो इस प्रकार व्यवस्थित है कि प्रत्येक की अभिलाक्षणिक दिशा अपने पूर्ववर्ती से 30° कोण पर है, पर आपतित है। प्रत्येक ध्रुवक द्वारा पारगमित प्रकाश की तीव्रता है
 (अ) 10% (ब) 20%
 (स) 50% (द) 21%
16. दो निकॉल प्रिज्म इस प्रकार वियस्थ है कि उनके मुख्य तलों के मध्य कोण 60° हैं तो निकाय से आपतित अध्रुवित प्रकाश का कितना प्रतिशत गुजरेगा
 (अ) 50% (ब) 100%
 (स) 12.5% (द) 37.5%

उत्तरमाला

प्रश्न क्रमांक	1	2	3	4	5	6	7	8
उत्तर	(अ)	(स)	(स)	(स)	(ब)	(द)	(ब)	(ब)
प्रश्न क्रमांक	9	10	11	12	13	14	15	16
उत्तर	(स)	(स)	(ब)	(स)	(अ)	(द)	(स)	(स)

हल एवं संकेत (वरतुनिष्ठ प्रश्न)

1. (अ)
 2. (स)
 3. (स)
- $\lambda_1 = 700 \text{ nm}$
 $\lambda_2 = ?$
- $x_3 = \frac{3\lambda_1 D}{d}$
- और $x_5 = \frac{5\lambda_2 D}{d}$
- $\therefore x_3 = x_5$
 $\therefore x_3 = x_5$
- $\therefore \frac{3\lambda_1 D}{d} = \frac{5\lambda_2 D}{d}$

या $\lambda_2 = \frac{3}{5}\lambda_1 = \frac{3}{5} \times 700\text{nm}$
 या $\lambda_2 = 420\text{nm}$
 4. (स) $w_1 : w_2 = 4 : 9$

$$\therefore \frac{\sqrt{W_2}}{\sqrt{W_1}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left[\frac{\sqrt{\frac{W_2}{W_1}} + 1}{\sqrt{\frac{W_2}{W_1}} - 1} \right]^2 = \left[\frac{\frac{3}{2} + 1}{\frac{3}{2} - 1} \right]^2$$

$$= \left[\frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{2}} \right]^2 = \frac{25}{1}$$

5. (ब) $I_{\max} : I_{\min} = 25 : 1$
 $\lambda_1 = 600\text{nm}$
 $\lambda_2 = ?$

तथा $x_3 = \frac{3\lambda_1 D}{d}$
 $x_4 = \frac{4\lambda_2 D}{d}$
 $\therefore x_4 = x_3$
 $\therefore \frac{4\lambda_2 D}{d} = \frac{3\lambda_1 D}{d}$

$\therefore \lambda_2 = \frac{3}{4}\lambda_1 = \frac{3}{4} \times 600\text{nm}$
 $= 450\text{nm}$

6. (द) पथान्तर $\frac{\lambda}{2}$ पर विनाशी व्यतिकरण होगा, अतः तीव्रता शून्य होगी।

(द)

7. (ब)

8. (ब)

9. (स) $a = \frac{n\lambda D}{y_n} = \frac{5 \times 5000 \times 10^{-7} \times 1}{5 \times 10^{-3}}$
 $= 5 \times 10^{-4}\text{m}$
 $= 0.5\text{mm}$

10. (स) $y_1 = \frac{1\lambda D}{a}$

और $y_2 = \frac{2\lambda D}{a}$

$\therefore (y_2 - y_1) = \frac{2\lambda D}{a} - \frac{1\lambda D}{a} = \frac{\lambda D}{a}$

$[\lambda = 0.052\text{m}, a = 0.35\text{m}, D = 8\text{m}]$

या $(y_2 - y_1) = \frac{0.052 \times 8}{0.35} = 1.18\text{m} = 1.2\text{m}$

11. (ब)

12. (स) $x = \frac{a.d}{1.22\lambda} = \frac{3 \times 10^{-3} \times 10^{-3}}{1.22 \times 5 \times 10^{-7}}$

या $x = 4.91 = 5\text{m}$

13. (अ)

14. (द) ब्रूस्टर के नियम से,

$$\tan i_p = n$$

$\therefore i_p = \tan^{-1}(n)$

15. (स) \therefore

$$I = \frac{I_0}{2}$$

$\therefore \frac{I}{I_0} \times 100\% = \frac{I_0}{2} \times 100\% = 50\%$

16. (स) पहले निकॉल प्रिज्म द्वारा $I' = \frac{I_0}{2}$

दूसरे निकॉल प्रिज्म द्वारा $I = I' \cos^2 60^\circ$

$$I = \frac{I_0}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{I_0}{8}$$

$\therefore \frac{I}{I_0} = \frac{1}{8}$

$\therefore \% \frac{I}{I_0} = \frac{1}{8} \times 100\% = 12.5\%$

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

1. तरंगग्र के लम्बवत् रेखा किसकी दिशा को व्यक्त करती है?

उत्तर— किरण की दिशा (तरंग संचरण की दिशा) को व्यक्त करती है।

2. यंग की फ्रिंजो की चौड़ाई पर किन-किन भौतिक राशियों का प्रभाव पड़ता है?

उत्तर— फ्रिंजो की चौड़ाई पर प्रकाश के तरंगदैर्घ्य, पर्दे की दूरी, स्त्रोतों के मध्य दूरी तथा माध्यम का प्रभाव पड़ता है।

3. प्रकाश के विवर्तन के हाइगन सिद्धान्त का कथन कीजिए।

उत्तर— जब स्लिट या छिद्र का आकार प्रकाश के तरंगदैर्घ्य की कोटि का होता है, तब उस पर आपतित तरंगग्र का अधिकांश भाग रोक लिया जाता है तथा हाइगन के तरंग सिद्धान्त के अनुसार एक बेलनाकार या गोलाकार तरंगग्र छिद्र या स्लिट के अनुरूप उत्पन्न होता है। अब जबकि तरंग गति तरंगग्र के अभिलम्बवत् होती है, छिद्र से पार होकर प्रकाश ज्यामितीय छाया तक फैल जाता है। प्रकाश का ज्यामितीय छाया में फैलाव विवर्तन कहलाता है।

4. किस प्रकार का तरंगग्र निर्गत होगा (i) बिन्दु स्त्रेत से (ii) सुदूर प्रकाश स्त्रेत से

उत्तर— (i) गोलीय तरंगग्र (ii) समतल तरंगग्र

5. दो तरंगों के द्वारा व्यतिकरण प्राप्त होने की सबसे महत्वपूर्ण शर्त क्या है?

उत्तर— दोनों तरंग स्रोत कला सम्बद्ध होने चाहिए।

6 किसी एकल स्लिट विवर्तन प्रयोग में फ्रिंजों के मध्य कोणीय पार्थक्य किस प्रकार बदला है जब स्लिट एवं पर्दे के मध्य दूरी दो गुनी कर दी जाती है?

उत्तर— किसी एकल स्लिट विवर्तन प्रयोग में जब स्लिट एवं पर्दे के मध्य दूरी दो गुनी कर दी जाती है या बदल दी जाती है, तो कोणीय पार्थक्य नहीं बदलता है।

7 तरंगों के विवर्तन के लिये अवरोध अथवा छिद्र का आकार किस कोटि का होना चाहिये?

उत्तर— अवरोध या छिद्र का आकार प्रकाश के तरंगदैर्घ्य की कोटि का होना चाहिए।

8 उन दो भौतिक घटनाओं का उल्लेख कीजिये जिनसे प्रकाश के तरंग स्वरूप की पुष्टि होती है।

उत्तर— (i) प्रकाश का व्यतिकरण (ii) प्रकाश का विवर्तन

9 प्रकाश की तरंग-प्रकृति होते हुये भी वह सीधी रेखा में गमन करता हुआ क्यों प्रतीत होता है?

उत्तर— प्रकाश की तरंगदैर्घ्य अति न्यून होने के कारण उसकी प्रकृति तरंगीय होते हुये भी वह सीधी रेखा में गमन करता हुआ प्रतीत होता है।

10 एक छिद्र से होकर प्रकाश विवर्तन के प्रयोग में किन प्रकाश तरंगों के बीच अध्यारोपण होता है?

उत्तर— तरंगाग्र के छिद्र पर आपतित भाग के अलग-अलग बिन्दुओं से उत्पन्न द्वितीयक तरंगिकाओं का अध्यारोपण एकल छिद्र से विवर्तन प्रयोग में होता है।

11 मैलस के नियम का गणितीय रूप क्या है?

उत्तर— $I = I_0 \cos^2 \theta$

जहाँ I विश्लेषक द्वारा पारगमित प्रकाश की तीव्रता, I_0 पारगमित प्रकाश अधिकतम तीव्रता तथा θ ध्रुवक व विश्लेषक की अक्षों के बीच का कोण है।

न्युनतरात्मक प्रश्न

1 प्रकाश तरंगों के लिये हाइगेन का सिद्धांत बतलाइये।

उत्तर— हाइगेन के तरंग सिद्धांत के अनुसार प्रत्येक प्रकाश स्रोत एक काल्पनिक माध्यम ईथर के द्वारा तरंगों संचरित करता है। ये तरंगों प्रकाश ऊर्जा के वाहक के रूप में कार्य करती हैं। यह सिद्धांत निम्नलिखित तीन उपनियमों का संयोजन माना जाता है।

(i) दिये गये तरंगाग्र का प्रत्येक बिन्दु एक नवीन विक्षोभ का स्रोत माना जा सकता है। यह तरंगाग्र प्राथमिक तरंगाग्र कहलाता है।

(ii) प्राथमिक तरंगाग्र के प्रत्येक बिन्दु से ये नवीन विक्षोभ प्रकाश के वेग से सभी दिशाओं में संचरित होते हैं, जिन्हें द्वितीयक तरंगिकायें कहते हैं।

(iii) किसी समयान्तराल (Δt) के पश्चात् प्राप्त द्वितीयक तरंगिकाओं का अग्र दिशा में स्पर्शीय पृष्ठ उस क्षण नवीन तरंगाग्र को दर्शाता है, जिसे द्वितीयक तरंगाग्र (Secondary Wave front) कहते हैं।

तरंगाग्र के किसी बिन्दु पर खींचा गया अभिलम्ब प्रकाश के संचरण की दिशा व्यक्त करता है, जो प्रकाश किरण कहलाती है।

2 तरंगों के व्यतिकरण की परिभाषा दीजिये।

उत्तर— जब समान आवृत्ति और नियत कलान्तर की दो तरंगें एक साथ एक ही दिशा में किसी माध्यम में गमन करती हैं, तो उनके अध्यारोपण से प्राप्त परिणामी तरंग का आयाम व तीव्रता माध्यम के किन्हीं बिन्दुओं पर अधिकतम और किन्हीं बिन्दुओं पर न्यूनतम होते हैं। इस घटना को तरंगों का व्यतिकरण कहते हैं।

3 कला सम्बद्ध स्रोत क्या होते हैं?

उत्तर— ऐसे दो प्रकाश स्रोत जो समान आवृत्ति (या तरंगदैर्घ्य) की तरंगें उत्सर्जित करते हैं तथा वे उत्सर्जित तरंगों या तो समान कला में होती हैं अथवा नियत प्रारम्भिक कलान्तर रखती हैं, कला सम्बद्ध स्रोत कहलाते हैं।

4 प्रकाश के विवर्तन से आप क्या समझते हैं? प्रकाश व ध्वनि तरंगों के विवर्तन की तुलना कीजिए।

उत्तर— प्रकाश तरंगों का किसी रुकावट (अपारदर्शी अवरोधक) के किनारों पर मुड़ जाना प्रकाश का विवर्तन कहलाता है। विवर्तन द्वारा तरंगें अवरोधक की ज्यामितीय छाया में फैल जाती हैं।

विवर्तन के लिये अवरोधक का आकार (प्रकाश के) तरंगदैर्घ्य की कोटि का होना चाहिए।

ध्वनि तरंगों की तरंगदैर्घ्य साधारण द्वारक या अवरोधक के आकार की कोटि की होती है, इसलिये ध्वनि का विवर्तन आसानी से प्रेक्षित हो जाता है। प्रकाश की तरंगदैर्घ्य कम होती है और सामान्य अवरोधक या द्वारक का आकार इसकी तुलना में बहुत बड़ा होता है। इसलिए प्रकाश का विवर्तन एक सामान्य घटना नहीं है।

5 सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता परिभाषित कीजिए। यह किस प्रकार प्रभावित होगी जब

(i) प्रदीपन करने वाले विकिरणों की तरंगदैर्घ्य घटा दी जाती है

(ii) अभिदृश्य लेंस का व्यास घटा दिया जाता है तथा अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

उत्तर— 'किन्हीं दो निकटवर्ती या वस्तुओं के बीच वह न्यूनतम दूरी जिसके लिए सूक्ष्मदर्शी द्वारा उनके प्रतिबिम्ब मात्र विभेदित दिखायी देते हैं, सूक्ष्मदर्शी की विभेदन सीमा कहलाती है। इस विभेदन सीमा का व्युत्क्रम, सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता कहलाती है।'

$$\text{सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता } R.P._{\text{सूक्ष्मदर्शी}} = \frac{2\mu \sin \beta}{1.22\lambda}$$

सूत्रानुसार होती है, जिसमें $\mu \sin \beta$ संख्यात्मक द्वारक तथा λ प्रकाश का तरंगदैर्घ्य है।

(i) जब प्रदीपन करने वाले विकिरणों की तरंगदैर्घ्य घटा दी जायेगी, तो सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता बढ़ जायेगी, क्योंकि उपरोक्त सूत्रानुसार क्षमता तरंगदैर्घ्य के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

(ii) अभिदृश्य लेंस का व्यास घटा दिया जाता है, तब उसकी विभेदन क्षमता भी घट जाती है, क्योंकि व्यास घटने के साथ अभिदृश्यक का द्वारक घट जाता है।

6 दो पतली स्लिटों से आ रहे प्रकाश के व्यतिकरण से एक पर्दे पर फ्रिंजें बन रही हैं। यदि स्लिटों के बीच की दूरी चार गुना तथा स्लिटों से पर्दे की दूरी आधी कर दी जाये तब फ्रिंज चौड़ाई कितने गुना हो जायेगी?

उत्तर— द्वि-स्लिट प्रयोग में व्यतिकरण फ्रिंजों की चौड़ाई $\beta = \frac{\lambda D}{d}$ सूत्र से दी जाती है। जहाँ λ प्रकाश का तरंगदैर्घ्य, D स्लिटों से पर्दे की दूरी तथा d स्लिटों के बीच की दूरी है।

यदि प्रश्नानुसार स्लिटों के बीच की दूरी चार गुना तथा स्लिटों से पर्दे की दूरी आधी कर दी जाये, तब फ्रिंज चौड़ाई,

$$\beta' = \frac{\lambda \times \frac{D}{4}}{4d}$$

या

$$\beta' = \frac{\lambda D}{8d} = \frac{1 \times \beta}{8}$$

अतः फ्रिन्ज चौड़ाई पूर्व फ्रिन्ज चौड़ाई की $\frac{1}{8}$ गुनी रह जायेगी।

7 पोलेराइड की बनावट को समझाइये।

उत्तर— पोलेराइड बनाने के लिए कुनीन के आयडोसल्फेट के सूक्ष्म क्रिस्टल बनाये जाते हैं, जिन्हें हरपेथाइट कहते हैं। इन सूक्ष्म क्रिस्टलों को नाइट्रोसेलुलोज की पतली चादर पर इस प्रकार फैलाया जाता है, कि सभी क्रिस्टलों की प्रकाशीय अक्ष एक दूसरे के समान्तर रहे। ये सूक्ष्म क्रिस्टल उच्च कोटि के द्विवर्णक होते हैं, जो द्विअपवर्तित किरणों में से एक को पूर्णतया अवशोषित कर लेते हैं। इस व्यवस्था को सुरक्षित रखने के लिये इसे दो पतले काँच के टुकड़ों में रखा जाता है।

8 द्वि-अपवर्तन से क्या तात्पर्य है?

उत्तर— जब प्रकाश किरणें कुछ विशेष प्रकार के क्रिस्टलों (जैसे केलसाइट / क्वार्ट्ज आइसलैण्ड स्पार इत्यादि) पर आपतित होती है, तो वह किरण क्रिस्टल में दो अपवर्तित किरणों में विभाजित हो जाती है। यह घटना द्विअपवर्तन कहलाती है। ये दोनों ही अपवर्तित किरणें समतल ध्रुवित होती हैं। इनमें एक किरण अपवर्तन के नियमों का पालन करती है। इसे साधारण किरण (Ordinary ray) या O-ray कहते हैं। दूसरी किरण अपवर्तन के नियमों का पालन नहीं करती है, इसे असाधारण किरण (Extra Ordinary ray) या E-ray कहते हैं। ये दोनों किरणें परस्पर लम्बवत् तलों में समतल ध्रुवित होती हैं। साधारण किरण में कम्पन्न आपतन तल के अभिलम्ब तथा असाधारण किरण में कम्पन्न आपतन तल के समान्तर होते हैं।

9 व्यतिकरण और विवर्तन में अन्तर स्पष्ट कीजिये।

व्यतिकरण	विवर्तन
1. दो समान आवृत्ति एवं नियत कलान्तर वाली (कला सम्बद्ध स्रोतों से प्राप्त) तरंगों के अध्यारोपण से व्यतिकरण की घटना होती है।	1. एक ही तरंगाग्र के अलग-अलग बिन्दुओं से उत्पन्न द्वितीयक तरंगिकाओं के अध्यारोपण से विवर्तन की घटना उत्पन्न होती है।
2. व्यतिकरण प्रतिरूप में सभी प्रदीप्त फ्रिन्जों की तीव्रता समान होती है।	2. विवर्तन प्रतिरूप में केन्द्रीय प्रदीप्त फ्रिन्ज की तीव्रता अधिकतम होती है और अन्य प्रदीप्त फ्रिन्जों की तीव्रता तेजी से घटते क्रम में होती है।
3. समान आयाम के तरंगों के व्यतिकरण प्रतिरूप में अदीप्त फ्रिन्ज की तीव्रता शून्य होती है।	3. विवर्तन प्रतिरूप में अदीप्त फ्रिन्जें शून्य तीव्रता की नहीं होती है।
4. व्यतिकरण प्रतिरूप में फ्रिन्जें सामान्यतः समान चौड़ाई की होती हैं।	4. विवर्तन प्रतिरूप में फ्रिन्जें सदैव असमान चौड़ाई की होती हैं।
5. व्यतिकरण प्रतिरूप में फ्रिन्जों (बैण्डों) की संख्या अधिक होती है।	5. विवर्तन प्रतिरूप में फ्रिन्जों की संख्या कम होती है।

10 फ्रेनेल और फ्रॉनहॉफर विवर्तन में मुख्य अन्तर बताइये।

उत्तर—

फ्रेनेल विवर्तन	फ्रॉनहॉफर विवर्तन
1. प्रकाश स्रोत एवं पर्दा दोनों ही विवर्तक से सीमित दूरी पर होते हैं।	1. प्रकाश स्रोत एवं पर्दा दोनों की विवर्तक से दूरी प्रभावी रूप से अनन्त होती है।
2. इसमें आपतित एवं विवर्तित तरंगाग्र गोलीय या बेलनाकार होते हैं।	2. इसमें आपतित एवं विवर्तित तरंगाग्र समतल होते हैं।
3. इस प्रकार का विवर्तन बिना किसी लेंस या दर्पण के प्रेक्षित होता है।	3. इस प्रकार का विवर्तन सदैव लेंस की सहायता से प्रेक्षित होता है।
4. इसमें विवर्तन प्रतिरूप का केन्द्र अदीप्त या प्रदीप्त दोनों ही प्रकार का हो सकता है।	4. इसमें विवर्तन प्रतिरूप का केन्द्र सदैव प्रदीप्त ही प्राप्त हो सकता है।
5. इस विवर्तन में स्रोत एवं पर्दे की विवर्तक से दूरियाँ महत्व रखती हैं।	5. इस विवर्तन में तरंगाग्र का विवर्तक पर झुकाव महत्वपूर्ण होता है।
6. इसमें केवल एक विवर्तक का विवर्तन प्रभाव होता है।	6. इसमें एक या एक से अधिक विवर्तकों के विवर्तन का सम्मिलित प्रभाव हो सकता है।
7. इसकी सैद्धांतिक विवेचना जटिल एवं सन्निकट मान देती है।	7. इसकी सैद्धांतिक विवेचना अत्यंत सरल एवं परिशुद्ध गणित की सहायता से होती है।
8. इसे बिना किसी विशेष उपकरण की सहायता से प्राप्त किया जा सकता है।	8. इसको प्राप्त करने के लिए स्पेक्ट्रोमीटरकी आवश्यकता होती है, क्योंकि आपतित एवं विवर्तित तरंगाग्र दोनों ही समतल तरंगाग्र होते हैं।

निबन्धात्मक प्रश्न

1. हाइगेन के द्वितीयक तरंगिकाओं के सिद्धान्त के आधार पर प्रकाश के अपवर्तन की घटना को समझाइये और स्नैल के नियम का निगमन कीजिये।
उत्तर— अनुच्छेद 12.3.2 पर देखें।
2. हाइगेन के तरंग सिद्धान्त से प्रकाश के परावर्तन की व्याख्या कीजिये।
उत्तर— अनुच्छेद 12.3.1 पर देखें।
प्रकाश के व्यतिकरण की विश्लेषणात्मक विवेचना करते हुये संपोषी एवं विनाशी व्यतिकरण की शर्तें बताइये।
उत्तर— अनुच्छेद 12.6.1 पर देखें।
4. प्रकाश के विवर्तन से आप क्या समझते हैं? प्रकाश तरंगों की अपेक्षा ध्वनि तरंगों का विवर्तन अधिक सरलता से क्यों देखा जा सकता है? फ्रेनेल विवर्तन और फ्रॉनहॉफर विवर्तनों की तुलना कीजिए।
उत्तर— अनुच्छेद 12.7, 12.7.1 व 12.7.2 पर देखें।
5. एकल झिरी से फ्रानहॉफर विवर्तन को समझाइए।
उत्तर— अनुच्छेद 12.8 पर देखें।
6. ध्रुवण किसे कहते हैं? विद्युत सदिश की सहायता से ध्रुवण को समझाइये। स्पष्ट कीजिये कि यह अनुप्रस्थ तरंगों का ही गुण क्यों है?

उत्तर- अनुच्छेद 12.11 पर देखें।

7 ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न करने की चार विधियों के नाम लिखिये। द्वि-अपवर्तन को परिभाषित कर इसकी व्याख्या कीजिये।

उत्तर- अनुच्छेद 12.12 तथा 12.12.3 पर देखें।

8 परावर्तन द्वारा समतल ध्रुवित प्रकाश किस प्रकार प्राप्त किया जा सकता है? ब्रूस्टर का नियम क्या है? सिद्ध कीजिये कि जब एक समतल पारदर्शी पट्टिका पर प्रकाश ध्रुवण कोण पर आपतित होता है तो परावर्तित और अपवर्तित किरणों परस्पर लम्बवत् होती हैं।

उत्तर- अनुच्छेद 12.12.1 पर देखें।

9 कंपन तल व ध्रुवण तल की परिभाषा दीजिये। मैलस के नियम का उल्लेख कीजिये तथा समान्तर व क्रॉसित व्यवस्थाओं की व्याख्या कीजिये।

उत्तर- अनुच्छेद 12.11 तथा 12.13.1 पर देखें।

आकृतिक प्रश्न

1 एक ही आकृति की दो तरंगों के आयाम 2 : 1 अनुपात में हैं। व्यतिकरण क्षेत्र में कम्पनों के महत्तम व न्यूनतम आयामों तथा तीव्रताओं का अनुपात ज्ञात कीजिये।

उत्तर- तरंगों के आयामों का अनुपात

$$a_1 : a_2 = 2 : 1$$

$$\frac{a_{\max}}{a_{\min}} = \frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2} = \frac{\left(\frac{a_1}{a_2} + 1\right)}{\left(\frac{a_1}{a_2} - 1\right)}$$

$$= \frac{\left(\frac{2}{1} + 1\right)}{\left(\frac{2}{1} - 1\right)} = \frac{3}{1}$$

$$\therefore a_{\max} : a_{\min} = 3 : 1$$

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left(\frac{a_{\max}}{a_{\min}}\right)^2 = \left(\frac{3}{1}\right)^2 = \frac{9}{1}$$

$$\therefore I_{\max} : I_{\min} = 9 : 1$$

2 किसी व्यतिकरण प्रयोग में I तथा 4I तीव्रताओं के दो स्त्रों का उपयोग किया गया है। उन बिन्दुओं पर तीव्रता ज्ञात कीजिये जहाँ पर अध्यारोपण करती हुई दोनों स्त्रों से तरंगों के मध्य कलान्तरः (अ) शून्य (ब) $\pi/2$ (स) π है।

उत्तर- दो स्त्रों से प्राप्त तरंग तीव्रताएँ $I_1 = I$ तथा $I_2 = 4I$

(अ) कलान्तर $\theta = 0$ की स्थिति में

$$\text{परिणामी तीव्रता } I_R = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \theta$$

$$\text{या } I_R = I + 4I + 2\sqrt{I \times 4I} \cos 0^\circ$$

$$\text{या } I_R = I + 4I + 2 \times 2I \times 1$$

$$\text{या } I_R = 9I$$

(ब) कलान्तर $\theta = \frac{\pi}{2}$ की स्थिति में,

$$\text{परिणामी तीव्रता } I_R = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \theta$$

$$\text{या } I_R = I + 4I + 2\sqrt{I \times 4I} \times \cos \frac{\pi}{2}$$

$$\text{या } I_R = I + 4I + 2 \times 2I \times 0$$

$$\text{या } I_R = 5I$$

(स) कलान्तर $\theta = \pi$ की स्थिति में,

$$\text{परिणामी तीव्रता } I_R = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \theta$$

$$\text{या } I_R = I + 4I + 2\sqrt{I \times 4I} \times \cos \pi$$

$$\text{या } I_R = I + 4I + 2 \times 2I \times (-1)$$

$$\text{या } I_R = I$$

3 दो छिद्रों के मध्य दूरी ज्ञात कीजिये जो 1 m दूरी पर रखे पर्दे पर 1 mm चौड़ाई की फ्रिंजे बनाते हैं जब कि प्रकाश की तरंगदैर्घ्य 5000 Å है।

उत्तर- पर्दे की दूरी $D = 1 \text{ m}$

$$\text{फ्रिंज चौड़ाई } \beta = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{प्रकाश की तरंगदैर्घ्य } \lambda = 5000 \text{ Å} = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\therefore \text{छिद्रों के मध्य दूरी } d = \frac{\lambda \cdot D}{\beta}$$

$$\text{या } d = \frac{5 \times 10^{-7} \times 1}{10^{-3}}$$

$$\text{या } d = 5 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.5 \text{ mm}$$

4 5500 Å तरंगदैर्घ्य का प्रकाश $22 \times 10^{-5} \text{ cm}$ चौड़े रेखाछिद्र पर अभिलम्बवत् आपतित है। केन्द्रीय उच्चिष्ठ के दोनों ओर प्रथम दो निम्बिष्ठों की कोणीय स्थिति ज्ञात कीजिये।

उत्तर- प्रकाश की तरंगदैर्घ्य $\lambda = 5500 \text{ Å} = 55 \times 10^{-8} \text{ m}$

$$\text{रेखाछिद्र की चौड़ाई } a = 22 \times 10^{-5} \text{ cm} = 22 \times 10^{-7} \text{ m}$$

प्रथम निम्बिष्ठ की कोणीय स्थिति

$$\theta_1 = \sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{a} \right)$$

$$\text{या } \theta_1 = \sin^{-1} (0.25) \text{ radian}$$

द्वितीय निम्बिष्ठ की कोणीय स्थिति

$$\theta_2 = \sin^{-1} \left(\frac{2\lambda}{a} \right)$$

$$\theta_2 = \sin^{-1} \left(\frac{2 \times 55 \times 10^{-8}}{22 \times 10^{-7}} \right)$$

$$\theta_2 = \sin^{-1} (0.50) \text{ radian}$$

5 दो पोलेराइड इस प्रकार रखे हैं कि उनसे निर्गत प्रकाश की तीव्रता महत्तम है। यदि एकपोलेराइड को दूसरे के सापेक्ष $30^\circ, 90^\circ$ से घुमा दिया जाये तो नवीन स्थिति में निर्गत प्रकाश की तीव्रता अधिकतम तीव्रता का कौनसा भाग होगी?

उत्तर- निर्गत प्रकाश की अधिकतम तीव्रता I_0 की स्थिति से,

(i) एक पोलेराइड को 30° घुमा देने पर निर्गत प्रकाश की तीव्रता

$$I = I_0 \cos^2 30^\circ$$

$$= I_0 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2$$

$$= I_0 \times \frac{3}{4}$$

$$I = \frac{3}{4} I_0$$

(iii) जब एक पोलैरोइड को 90° से घुमा देने पर निर्गत प्रकाश की तीव्रता

$$I = I_0 \cos^2 90^\circ = I_0 \times (0)^2 = 0$$

या

$$I = 0$$

6 जब सूर्य क्षितिज से 37° कोण पर होता है तो पानी की सतह से परावर्तित प्रकाश पूर्णतः ध्रुवित होता है पानी का अपवर्तनांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर— \therefore परावर्तित प्रकाश पूर्णतः ध्रुवित होता है, अतः आपतन कोण ध्रुवण कोण होगा।

\therefore

$$i_p = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

{ \therefore क्षितिज के साथ कोण = 37° }

\therefore पानी का अपवर्तनांक $\mu = \tan i_p$

या

$$\mu = \tan 53^\circ$$

या

$$\mu = 1.3270 \text{ या } m \approx 1.33$$

7 दो ध्रुवक प्लेटों की ध्रुवण दिशाएँ समान्तर हैं जिससे निर्गत प्रकाश की तीव्रता अधिकतम है। इनमें से एक प्लेट को कम से कम कितना घुमाया जाये कि निर्गत प्रकाश की तीव्रता अधिकतम की चौथाई रह जाये?

उत्तर— प्रश्नानुसार दो ध्रुवक प्लेटों की ध्रुव दिशाएँ समान्तर हैं, अतः निर्गत प्रकाश की तीव्रता अधिकतम I_0 है।

माना कि इनमें से एक प्लेट को कम से कम θ घुमाने पर निर्गत प्रकाश की

तीव्रता अधिकतम की चौथाई अर्थात् $I = \frac{1}{4} I_0$ रह जाती है।

किन्तु

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

या

$$\frac{1}{4} I_0 = I_0 \cos^2 \theta$$

या

$$\frac{1}{4} = \cos^2 \theta$$

या

$$\cos \theta = \pm \frac{1}{2}$$

या

$$\theta = 60^\circ \text{ व } 120^\circ$$

किन्तु कम से कम घुमाने के लिए,

$$\theta = 60^\circ$$

महत्वपूर्ण वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. समान आयाम व समान तरंगदैर्घ्य की दो तरंगें विभिन्न कलाओं में अध्यारोपित की जाती हैं। परिणामी तरंग का आयाम अधिकतम होगा जब उनके बीच कलान्तर है—

- (अ) शून्य (ब) $\frac{\pi}{2}$ (स) π (द) $\frac{3\pi}{2}$

2. प्रकाश के कला सम्बद्ध स्रोत संपोषी व्यतिकरण उत्पन्न करते हैं जबकि उनके मध्य कलान्तर होता है—

- (अ) π (ब) $\frac{\pi}{2}$ (स) $\frac{3\pi}{2}$ (द) 2π

3. श्वेत प्रकाश से उत्पन्न व्यतिकरण प्रतिरूप में प्राप्त केन्द्रीय श्वेत दीप्त फ्रिंज के समीप चमकीली फ्रिंज का रंग होगा—

- (अ) लाल (ब) पीला (स) हरा (द) बैंगनी

4. यंग के द्वि-स्लिट प्रयोग में सोडियम लैम्प को नीले-प्रकाश लैम्प से बदल दिया जाता है, तब—

- (अ) फ्रिंजें चमकीली हो जायेंगी (ब) फ्रिंजें हल्की पड़ जायेंगी
(स) फ्रिंज-चौड़ाई बढ़ जायेगी (द) फ्रिंज-चौड़ाई कम हो जायेगी

5. साबुन के बुलबुले श्वेत प्रकाश में देखने पर रंगीन दिखाई देते हैं। इस घटना का कारण है—

- (अ) प्रकीर्णन (ब) व्यतिकरण
(स) विक्षेपण (द) विवर्तन

6. व्यतिकरण की प्रक्रिया उपस्थित होती है—

- (अ) केवल अनुदैर्घ्य तरंगों में
(ब) केवल अनुप्रस्थ तरंगों में
(स) केवल विद्युतचुम्बकीय तरंगों में
(द) अनुदैर्घ्य व अनुप्रस्थ दोनों तरंगों में

7. यंग के द्वि-स्लिट प्रयोग में स्लिटों के बीच अन्तराल आधा करने पर तथा स्लिट व पर्दे के बीच की दूरी दुगुनी करने पर फ्रिंज चौड़ाई—

- (अ) वही रहेगी (ब) आधी हो जायेगी
(स) दुगुनी हो जायेगी (द) चार गुनी हो जायेगी

8. यंग का द्वि-स्लिट प्रयोग प्रदर्शित करता है—

- (अ) प्रकाश का तरंग स्वरूप (ब) प्रकाश का क्वांटम स्वरूप
(स) प्रकाश का क्वांटम एवं तरंग दोनों ही स्वरूप
(द) उपरोक्त में कोई नहीं

9. दो सर्वसम रेखा-छिद्रों द्वारा उत्पन्न व्यतिकरण प्रतिरूप की केन्द्रीय फ्रिंज की तीव्रता I है। इसी स्थान पर प्रकाश की तीव्रता I_0 हो जाती है। जब किसी एक रेखा छिद्र को बन्द कर दिया जाता है। निम्नलिखित में से सत्य सम्बन्ध है—

- (अ) $I = 2 I_0$ (ब) $I = I_0$
(स) $I = 4 I_0$ (द) I एवं I_0 में कोई सम्बन्ध नहीं है

10. कला सम्बद्ध प्रकाश है—

- (अ) सूर्य का प्रकाश (ब) बल्ब का प्रकाश
(स) लैसर प्रकाश (द) मोमबत्ती का प्रकाश

11. दो पतली स्लिटों से होकर प्रकाश में व्यतिकरण से एक पर्दे पर फ्रिंजें बन रही हैं। प्रकाश की तरंगदैर्घ्य बढ़ाने से फ्रिंजों की चौड़ाई—

- (अ) अपरिवर्तित रहेगी (ब) बढ़ेगी
(स) घटेगी (द) उपरोक्त में से एक भी नहीं

12. यंग के द्वि स्लिटों को दो अलग-अलग सोडियम लैम्पों जो एक ही तरंग दैर्घ्य का प्रकाश उत्सर्जित करते हैं, से आलोकित करने पर पर्दे पर व्यतिकरण फ्रिंजें—

- (अ) दिखाई देगी (ब) नहीं दिखाई देगी
(स) अनियमित आकार की बनेगी (द) उपरोक्त में से कोई सही नहीं

13. यंग के द्विरेखा छिद्र के सामने एक पतली पारदर्शी शीट रखी है। फ्रिंज चौड़ाई होगी—

- (अ) बढ़ेगी (ब) घटेगी
(स) वही रहेगी (द) असमान हो जायेगी

14. प्रकाश के विवर्तन के लिये आवश्यक है कि अवरोधक का आकार प्रकाश तरंगों की तरंगदैर्घ्य से होना चाहिये—

न्यूनतरात्मक प्रश्न

- (अ) बहुत बड़ा (ब) लगभग बराबर
(स) बहुत छोटा (द) किसी भी आकार का
15. प्रकाश के विवर्तन की व्याख्या निम्न से संभव है-
(अ) प्रकाश की क्वाण्टम प्रकृति
(ब) प्रकाश की तरंग प्रकृति
(स) प्रकाश के लिये न्यूटन का कणिका सिद्धान्त
(द) उपर्युक्त में कोई नहीं
16. एक एकल स्लिट, जिसकी चौड़ाई e है, तरंगदैर्घ्य λ के प्रकाश द्वारा प्रकाशित की जाती है। प्रथम निम्नष्ठ 60° के विवर्तन कोण पर प्राप्त होगा, यदि-
- (अ) $e = \frac{\lambda}{\sqrt{3}}$ (ब) $e = \frac{2\lambda}{\sqrt{3}}$
(स) $e = \sqrt{3}\lambda$ (द) $e = \frac{\sqrt{3}\lambda}{2}$
17. विवर्तन की घटना की खोज सर्वप्रथम किस वैज्ञानिक ने की ?
(अ) हाइगेन (ब) फ्रानहॉफर (स) फ्रेनेल (द) ग्रीमाल्टी
18. विवर्तन की घटना को देखने के लिए अवरोध का व्यास a एवं प्रकाश की तरंगदैर्घ्य λ में सम्बन्ध होना चाहिए-
- (अ) $a\lambda$ (ब) $a\lambda^2$ (स) $a + \frac{1}{\lambda}$ (द) $a + \frac{1}{\lambda^2}$
19. प्रयोगशाला में एक रेखा छिद्र द्वारा प्रकाश का विवर्तन देखा जा रहा है। रेखा छिद्र को चौड़ा करने पर-
- (अ) केन्द्रीय बैंड चौड़ा हो जायेगा
(ब) विवर्तन प्रतिरूप का फैलाव कम एवं बीच की पट्टी संकरी हो जायेगी
(स) विवर्तन प्रतिरूप का फैलाव अधिक हो जायेगा
(द) कोई प्रभाव नहीं होगा
20. एकल स्लिट से फ्रॉनहॉफर विवर्तन में केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई $(2x)$, स्लिट की चौड़ाई (d) , प्रकाश की तरंगदैर्घ्य (λ) एवं लेंस की फोकस दूरी (f) में संबंध होता है-

(अ) $2x = \frac{2f\lambda}{d}$ (ब) $2x = \frac{fd}{2\lambda}$
(स) $2x = \frac{2fd}{\lambda}$ (द) $2x = \frac{f\lambda d}{2}$

फल एवं संकेत (वरन्निष्ठ प्रश्न)

1. (अ) $R = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \theta}$
जब $\theta = 0$, $R = R_{\max}$, अतः कलान्तर $\theta = 0$ होगा।
2. (द) संपोषी व्यतिकरण की आवश्यक शर्त के अनुसार कलान्तर $\theta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots, 2n\pi$ होना चाहिये।
3. (द)
4. (द) क्योंकि $\beta \propto \lambda$, $\lambda_{\text{नीला}} < \lambda_{\text{पीला}}$
5. (ब) 6. (द) 7. (द) $\beta = \frac{\lambda D}{d}$
8. (अ) 9. (स) 10. (स)
11. (ब) 12. (ब) 13. (स)
14. (ब) 15. (ब)
16. (ब) निम्नष्ठ की आवश्यक शर्त $a \sin \theta = n\lambda$
 $a = e$, $\theta = 60^\circ$, $\lambda = \lambda$, $n = 1$
 $e = \frac{n\lambda}{\sin 60^\circ} = \frac{2\lambda}{\sqrt{3}}$
17. (द) 18. (अ) 19. (ब) 20. (अ)

प्रश्न 1. निम्न तरंगों को अनुप्रस्थ तथा अनुदैर्घ्य कोटियों में बाँटिये-
जल की सतह की तरंगें, वायु में ध्वनि तरंगें, विद्युत-चुम्बकीय तरंगें, सितार के तार की तरंगें।

उत्तर-वायु में तरंगें अनुदैर्घ्य हैं, शेष सभी अनुप्रस्थ हैं।

प्रश्न 2. दो तरंगें किसी बिन्दु पर विपरीत कलाओं में मिलती हैं। उनके बीच सम्भावित कलान्तर क्या-क्या हो सकते हैं?

उत्तर- $\pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ रेडियन

प्रश्न 3. मोटाई t और μ अपवर्तनांक की काँच की पट्टी से होकर प्रकाश गुजरता है। यदि शून्य में प्रकाश की चाल c हो तो पट्टी को प्रकाश कितने समय में पार करेगा?

उत्तर- $\mu t / c$ $\left(t = \frac{l}{v} \text{ व } v = \frac{c}{\mu} \right)$

प्रश्न 4. काँच, हीरा तथा जल के अपवर्तनांक क्रमशः 1.5, 2.0 तथा 1.3 हैं। तर्क देकर बताइये कि इनमें किस माध्यम में प्रकाश की चाल सबसे अधिक होगी ?

उत्तर-जल में किसी माध्यम में प्रकाश की चाल माध्यम के अपवर्तनांक के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

प्रश्न 5. एकवर्णीय प्रकाश की किरण $\lambda = 6000 \text{ \AA}$, μ अपवर्तनांक के माध्यम में प्रवेश करती है। अपवर्तित किरण की तरंगदैर्घ्य ज्ञात कीजिये।

उत्तर- $\lambda' = 6000 / \mu \text{ \AA}$

प्रश्न 6. एकवर्णीय प्रकाश की पुंज निर्वात से चलकर μ अपवर्तनांक के माध्यम से प्रवेश करता है। आपतित तथा अपवर्तित प्रकाश की तरंगदैर्घ्यो में क्या सम्बन्ध है।

उत्तर- $\lambda_{\text{आपतित}} = \lambda_{\text{अपवर्तित}} \times \mu$ क्योंकि $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \mu$

प्रश्न 7. विनाशी व्यतिकरण के लिए समान तरंगदैर्घ्य, कला एवं आयाम को दो तरंगों के मध्य पथान्तर $\lambda/2$ के किस गुणज में होना चाहिये?

उत्तर- विषम गुणज

प्रश्न 8. समान तरंगदैर्घ्य व समान आयाम की दो तरंगें किसी बिन्दु 180° कलान्तर में मिलती हैं। वहाँ परिणामी आयाम क्या होगा?

उत्तर- शून्य।

प्रश्न 9. निस्पंद रेखा पर स्लिट किसी बिन्दु पर पहुंचने वाली दो तरंगों के कितना कलान्तर होता है? प्रस्पंद रेखा पर कितना?

उत्तर- 180° एवं शून्य

प्रश्न 10. समान आवृत्ति की दो तरंगों, जिनके आयाम $2a$ तथा $3a$ हैं, एक दूसरे पर अध्यारोपित हैं- (i) कलान्तर θ के किन मानों के लिए परिणामी तरंग का आयाम अधिकतम तथा किन मानों के लिए न्यूनतम है ? (ii) परिणामी तरंग की अधिकतम व न्यूनतम तीव्रतायें ज्ञात कीजिये।

उत्तर-(i) $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$

$\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$

(ii) $25a^2, a^2$

प्रश्न 11. एक मैदान में भाषण प्रसारित करने के लिए दो लाउडस्पीकर एक दूसरे से कुछ दूरी पर लगे हैं। जब दोनों लाउडस्पीकर ध्वनि करते हैं तो एक विशेष स्थान पर बैठे श्रोता को ध्वनि बहुत धीमी सुनाई देने लगती है। इसका क्या कारण हो सकता है? यदि एक लाउडस्पीकर बन्द कर दें तो ?

उत्तर-यदि लाउडस्पीकरों से श्रोता की दूरियों का अन्तर $\lambda/2$ का विषम गुणज हो तो विनाशी व्यतिकरण के कारण अत्यन्त धीमी ध्वनि सुनाई देगी। एक लाउडस्पीकर बन्द हो जाने पर व्यतिकरण नहीं रहेगा। अतः दूसरे लाउडस्पीकर की

पूरी ध्वनि सुनाई देने लगेगी।

प्रश्न 12. दो स्लिटों से निर्गत प्रकाश के व्यतिकरण से यदि पर्दे के किसी बिन्दु पर पीले रंग के प्रकाश के लिए पथान्तर $3\lambda/2$ हो तो उस बिन्दु पर किस रंग की फ्रिन्ज दिखाई देगी? तर्क देकर समझाइये।

उत्तर- यदि स्लिटों पीले प्रकाश से प्रकाशित है तो उस बिन्दु पर अन्धकार होगा तथा फ्रिन्जे काली दिखाई देंगी। यदि प्रकाश श्वेत है तो फ्रिन्ज रंगीन होगी जिसमें पीला व समीपवर्ती रंग नहीं होंगे।

प्रश्न 13. यंग के प्रयोग में द्वि-रेखा छिद्र को क्रमशः लाल व नीले सैलोफिन पेपर से ढक कर प्रयोग करने पर फ्रिन्ज चौड़ाई में क्या परिवर्तन दिखाई देगा ?

उत्तर- $\lambda_R > \lambda_B$; फ्रिन्ज चौड़ाई λ के अनुक्रमानुपाती है। अतः लाल से नीला पेपर बदलने पर फ्रिन्ज चौड़ाई घट जायेगी।

प्रश्न 14. यदि यंग का प्रयोग वायु के स्थान पर जल में किया जाये तो फ्रिन्ज की चौड़ाई पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?

उत्तर- जल में प्रकाश की तरंगदैर्घ्य घट जाने से फ्रिन्ज की चौड़ाई घट जायेगी।

प्रश्न 15. यंग के प्रयोग में यदि स्लिटों के बीच की दूरी प्रयुक्त की गई तरंगदैर्घ्य से कम रखी जाये तो व्यतिकरण प्रतिरूप दिखाई नहीं पड़ेगा। क्यों?

$$\text{उत्तर-} \beta = \frac{\lambda D}{d}; \text{ यदि } d < \lambda \text{ तब } \beta > D$$

प्रश्न 16. यंग के प्रयोग के यदि दोनों स्लिटों के बीच की दूरी आधी कर दी जाये तथा पर्दे की दूरी दुगुनी कर दी जाये तो फ्रिन्ज चौड़ाई पूर्व मान से कितनी गुनी हो जायेगी ?

उत्तर- चार गुनी

प्रश्न 17. यदि समान तीव्रता की दो प्रकाश तरंगें व्यतिकरण कर रही हो तो दीप्त फ्रिन्ज पर प्रकाश की तीव्रता किसी एक तरंग की तीव्रता से कितना गुना होगी ?

$$\begin{aligned} \text{उत्तर-} \text{चार गुनी, क्योंकि } I_{\max} &= K(a+a)^2 \\ &= 4Ka^2 \\ &= 4I_0 \end{aligned}$$

प्रश्न 18. दो प्रकाश तरंगों के व्यतिकरण से कुछ बिन्दुओं पर अंधेरा होता है, इन बिन्दुओं की प्रकाश ऊर्जा कहाँ चली जाती है? क्या इस घटना में ऊर्जा संरक्षित रहती है।

उत्तर- दो प्रकाश तरंगों के व्यतिकरण करने पर यदि कुछ बिन्दुओं पर अंधेरा होता है तो कुछ बिन्दुओं पर प्रकाश की तीव्रता बढ़ जाती है। इस प्रकार व्यतिकरण में कुल ऊर्जा उतनी ही रहती है। केवल उसका पुनर्वितरण हो जाता है। इस प्रकार ऊर्जा संरक्षित रहती है।

प्रश्न 19. साबुन के बुलबुले में सूर्य के प्रकाश में दृष्टिगोचर रंगों एवं प्रिज्मों से निर्गत रंगों के मूल में क्या अन्तर है ?

उत्तर- साबुन के बुलबुले में रंग व्यतिकरण के कारण तथा प्रिज्म में वर्ण-विक्षेपण के कारण होते हैं।

प्रश्न 20. क्या प्रकाश व्यतिकरण प्रकाश-तरंगों की प्रकृति के सम्बन्ध में कोई सूचना देता है?

उत्तर- हाँ, तरंग प्रकृति

प्रश्न 21. क्या प्रकाश व्यतिकरण प्रकाश तरंगों की प्रकृति (अनुप्रस्थ अथवा अनुदैर्घ्य) के सम्बन्ध में कोई सूचना देता है?

उत्तर- नहीं, व्यतिकरण की घटना दोनों प्रकार की तरंगों में होती है।

प्रश्न 22. मसलिन के कपड़े के पार देखने पर रंगीन स्पेक्ट्रम दिखाई देता है क्यों ?

उत्तर- यह विवर्तन के कारण होता है क्योंकि मसलिन के कपड़े में धागे छोटी-छोटी स्लिट बनाते हैं, इन स्लिटों से प्रकाश का विवर्तन होता है।

प्रश्न 23. द्वि स्लिट व्यतिकरण प्रयोग किस प्रकार प्रत्येक स्लिट से उत्पन्न विवर्तन से सम्बन्धित है ?

उत्तर- यदि द्वि स्लिट प्रयोग में प्रत्येक स्लिट की चौड़ाई प्रकाश की तरंगदैर्घ्य λ की परास की है तो प्रत्येक स्लिट से विवर्तन प्रतिरूप भी उत्पन्न होगा।

प्रश्न 24. हम एक भवन के पीछे खड़ी हुई कार के हॉर्न को तो सुन सकते हैं पर कार के निकट स्थित भवन से जलती हुई मोमबत्ती को नहीं देख सकते हैं, क्यों ?

उत्तर- ध्वनि की तरंगदैर्घ्य बृहत् होने में भवन से उसका विवर्तन हो जाता है और भवन के पीछे ध्वनि सुनायी देती है। प्रकाश की तरंगदैर्घ्य अत्यल्प है अतः विवर्तन द्वारा भवन के पीछे उसका पहुँचना सम्भव नहीं होता है।

प्रश्न 25. ऊँचाई पर उड़ते हुए वायुयान की छाया पृथ्वी पर दिखायी नहीं देती। क्या यह विवर्तन प्रभाव है।

उत्तर- नहीं

प्रश्न 26. क्या प्रकाश का विवर्तन तरंगों की प्रकृति (अनुप्रस्थ या अनुदैर्घ्य) के बारे में कोई सूचना देता है ?

उत्तर- नहीं

प्रश्न 27. प्रकाश की तरंग प्रकृति होते हुये भी यह सीधी रेखा में चलता प्रतीत होता है क्यों ?

उत्तर- क्योंकि इसकी तरंग दैर्घ्य बहुत छोटी होती है।

प्रश्न 28. सर सी० वी० रमन को भौतिकी का नोबेल पुरस्कार उनके किस कार्य के लिये मिला था ?

उत्तर- प्रकाश प्रकीर्णन।

प्रश्न 29. यदि एकल स्लिट विवर्तन प्रयोग में, स्लिट की चौड़ाई दोगुनी कर दी जाये तो केन्द्रीय उच्चिष्ठ पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?

उत्तर- यदि स्लिट की चौड़ाई (d) दोगुनी कर दी जाये तो केन्द्रीय उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई λ/d आधी रह जायेगी। तथा इसकी तीव्रता 4 गुनी हो जायेगी।

इसका कारण है कि केन्द्रीय उच्चिष्ठ का क्षेत्रफल $\frac{1}{4}$ th रह जायेगा।

प्रश्न 30. यदि किसी दूर स्थित प्रकाश स्रोत के मार्ग में सूक्ष्म वृत्ताकार द्वारक अवरोधक के रूप में रख दिया जाये, तो अवरोधक की छाया के केन्द्र पर चमकीला धब्बा दिखायी देता है क्यों ?

उत्तर- जब प्रकाश की तरंगें अवरोधक के किनारों से विवर्तित होकर अर्ध यारोपित होती हैं तो संपोषी व्यतिकरण उत्पन्न करती हैं जिससे कि अवरोधक के छाया प्रतिरूप में चमकीला धब्बा प्राप्त होता है।

प्रश्न 31. प्रकाश-तरंगें ध्रुवित हो सकती हैं परन्तु ध्वनि तरंगें नहीं हो सकती क्यों ?

उत्तर- प्रकाश तरंगें अनुप्रस्थ हैं तथा ध्वनि तरंगें अनुदैर्घ्य हैं। तरंग के ध्रुवण का अर्थ है तरंग के चलने की दिशा के लम्बवत् तल में विभिन्न दिशाओं में होने वाले कणों में से किसी एक दिशा में होने वाले कम्पनों को अलग कर लेना। अनुदैर्घ्य तरंग में कम्पन तरंग के चलने की दिशा में ही होते हैं। यही कारण है कि ध्वनि तरंगों में ध्रुवण नहीं देखा जाता।

प्रश्न 32. क्या किसी पारदर्शी माध्यम के लिए ध्रुवण कोण i_B का मान प्रकाश की तरंगदैर्घ्य λ पर भी निर्भर है ?

उत्तर- हाँ, क्योंकि ध्रुवण कोण i_B , अपवर्तनांक μ पर निर्भर करता है तथा μ , λ पर निर्भर करता है।

प्रश्न 33. कैलसाइट-क्रिस्टल में से देखने पर किसी वस्तु के दो प्रतिबिम्ब क्यों दिखाई देते हैं ?

उत्तर- द्वि-अपवर्तन के कारण

प्रश्न 34. X-किरणों, ध्वनि तरंगों तथा रेडियो तरंगों में किस-किस को ध्रुवित किया जा सकता है तथा क्यों ?

उत्तर-X-किरणों व रेडियों तरंगों अनुप्रस्थ तरंगों है। अतः इन्हें ध्रुवित किया जा सकता है।

प्रश्न 35. दो पोलैराइड A व B समान्तर है। A पर साधारण प्रकाश गिरता है। B से निर्गत प्रकाश की तीव्रता साधारण प्रकाश की तीव्रता की कितनी होगी? यदि A व B परस्पर लम्बवत् हो तब ?

उत्तर-आधी, शून्य

प्रश्न 36. एक प्रकाश पुंज जिसकी तीव्रता 10 वॉट/मी² हैं दो पोलैराइडों जिनकी ध्रुवण दिशाएँ परस्पर लम्बवत् हैं, से निकलता है। निर्गत प्रकाश की तीव्रता क्या होगी ?

उत्तर-मैलस के नियम से

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

यहाँ

$$\theta = I_0 (\cos 90^\circ)^2 = 0 \text{ (शून्य)}$$

प्रश्न 37. दो पोलैराइड A व B समान्तर है। उनके बीच एक अन्य पोलैराइड C किस प्रकार रखा जाये कि निर्गत प्रकाश की तीव्रता (i) शून्य हो (ii) अधिकतम हो।

उत्तर-(i) पोलैराइड C की ध्रुवण दिशा, पोलैराइड A अथवा B की ध्रुवण दिशा के लम्बवत् हो।

(ii) पोलैराइड C की ध्रुवण दिशा पोलैराइड A अथवा B की ध्रुवण की दिशा के समान्तर हो।

प्रश्न 38. दो पोलैराइड A तथा B इस प्रकार समायोजित किये गये हैं कि A से निकलने वाला ध्रुवित प्रकाश B में से नहीं गुजर सकता। क्या किसी तीसरे पोलैराइड C को पहले दो पोलैराइडों के बीच में इस प्रकार रखा जा सकता है कि पोलैराइड B में से कुछ प्रकाश गुजरने लगे?

उत्तर-हाँ, A व B पोलैराइड क्रॉसित है। इनके बीच C को रखकर इतना घुमायेंगे कि A से निकलने वाले प्रकाश का थोड़ा-सा अंश C में से गुजरने लगे। इस अवस्था में A व C न तो परस्पर क्रॉसित होंगे और न ही परस्पर समान्तर होंगे। स्पष्ट है कि अब C व B भी परस्पर क्रॉसित नहीं है। अतः C से निकलने वाले प्रकाश का कुछ अंश B में से गुजर जायेगा।

प्रश्न 39. रंगीन काँच के स्थान पर पोलैराइड के धूप के चश्मों की क्या विशेष उपयोगिता है ?

उत्तर-रंगीन काँच द्वारा प्रकाश का अवशोषण होने के कारण वस्तुएं धुंधली दीखती है। पोलैराइड केवल उस ध्रुवित प्रकाश का अवशोषण करता है जो कि आँखों में चोंध उत्पन्न करता है।

आँकिक प्रश्न

1. 589 nm तरंगदैर्घ्य का एकवर्णीय प्रकाश वायु से जल की सतह पर आपतित होता है।

(a) परावर्तित तथा (b) अपवर्तित प्रकाश की तरंगदैर्घ्य, आवृत्ति तथा चाल क्या होगी ? जल का अपवर्तनांक 1.33 है।

हल : आपतित प्रकाश की तरंगदैर्घ्य

$$\lambda = 589 \text{ nm} \\ = 589 \times 10^{-9} \text{ m}$$

वायु में प्रकाश की चाल $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

जल का अपवर्तनांक $\mu = 1.33$

(a) परावर्तित प्रकाश की तरंगदैर्घ्य, आवृत्ति व चाल आपतित प्रकाश के समान है।

अतः परावर्तित प्रकाश की तरंगदैर्घ्य $\lambda = 589 \times 10^{-9} \text{ m}$

तथा प्रकाश की चाल $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

$$\text{आवृत्ति } \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{589 \times 10^{-9}}$$

$$= 5.09 \times 10^{14} \text{ Hz.}$$

(b) अपवर्तित प्रकाश की आवृत्ति आपतित प्रकाश की आवृत्ति के समान होती है।

$$\text{तरंगदैर्घ्य } \lambda' = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{589}{1.33} = 443 \text{ nm}$$

$$\text{आवृत्ति } \nu' = \nu = 5.09 \times 10^{14} \text{ Hz.}$$

$$\text{चाल } v_g = \frac{c}{\mu} = \frac{3 \times 10^8}{1.33} = 2.226 \times 10^8 \text{ m/s}$$

2. निम्नलिखित दशाओं में प्रत्येक तरंगाग्र की आकृति क्या है ?

(a) किसी बिंदु स्रोत से अपसरित प्रकाश।

(b) उत्तल लेंस से निर्गमित प्रकाश, जिसके फोकस बिंदु पर कोई बिंदु स्रोत रखा है।

(c) किसी दूरस्थ तारे से आने वाले प्रकाश तरंगाग्र का पृथ्वी द्वारा अवरोधित (intercepted) भाग।

हल : (i) गोलीय (ii) समतल (iii) समतल

3. (a) काँच का अपवर्तनांक 1.5 है। काँच में प्रकाश की चाल क्या होगी ? (निर्वात में प्रकाश की चाल $3.0 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ है।)

(b) क्या काँच में प्रकाश की चाल, प्रकाश के रंग पर निर्भर करती है ? यदि हाँ, तो लाल तथा बैंगनी में से कौन-सा रंग काँच के प्रिज्म में धीमा चलता है ?

हल : काँच का अपवर्तनांक $\mu = 1.5$

$$\text{निर्वात में प्रकाश वेग } c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$(a) \text{ काँच में प्रकाश का वेग } v_g = \frac{c}{\mu} = \frac{3 \times 10^8}{1.5} \\ = 2.0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

(b) हाँ, क्योंकि अपवर्तनांक तथा इसलिए माध्यम में प्रकाश की चाल तरंगदैर्घ्य पर निर्भर करती है। जब कोई विशिष्ट तरंगदैर्घ्य या प्रकाश का रंग न दिया गया हो तो हम दिए गए अपवर्तनांक का मान पीले प्रकाश के लिए ले सकते हैं। अब हम जानते हैं कि बैंगनी प्रकाश का विचलन काँच के प्रिज्म में लाल प्रकाश से अधिक होता है अर्थात् $\mu_v > \mu_r$ इसलिए, श्वेत प्रकाश का बैंगनी अवयव, लाल अवयव से धीमी गति से गमन करता है।

4. यंग के द्विझिरी प्रयोग में झिरियों के बीच की दूरी 0.28 mm है तथा पर्दा 1.4 m की दूरी पर रखा गया है। केन्द्रीय दीप्त फ्रिंज एवं चतुर्थ दीप्त फ्रिंज के बीच की दूरी 1.2 cm मापी गई है। प्रयोग में उपयोग किए गए प्रकाश की तरंगदैर्घ्य ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल : } x = \frac{n\lambda D}{d}$$

$$\text{या } \lambda = \frac{xd}{nD}$$

$$\text{दिया गया है- } x = 1.2 \text{ cm} = 1.2 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$D = 1.4 \text{ m}$$

$$d = 0.28 \text{ mm} = 28 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$n = 4$$

$$\lambda = \frac{1.2 \times 10^{-2} \times 28 \times 10^{-5}}{4 \times 1.4} = 6 \times 10^{-7} \text{ m} \\ = 6000 \text{ \AA}$$

5. यंग के द्विझिरी प्रयोग में, λ तरंगदैर्घ्य का एकवर्णीय प्रकाश उपयोग करने पर, परदे के एक बिंदु पर जहाँ पथांतर λ है, प्रकाश की तीव्रता K इकाई है। उस बिंदु पर प्रकाश की तीव्रता कितनी होगी जहाँ पथांतर $\lambda/3$ है ?

हल : एकवर्णीय प्रकाश के लिए $I_1 = I_2 = I_0$

तथा पथान्तर $\Delta = \lambda$

कलान्तर $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = 2\pi$

परिणामी तीव्रता = K

अतः $K = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1} \sqrt{I_2} \cos \phi$

$I_0 = \frac{K}{4}$ ($\because \cos 2\pi = 1$)

जब $\Delta = \frac{\lambda}{3}$

कलान्तर $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{3} = \frac{2\pi}{3}$

परिणामी तीव्रता $I = \frac{K}{4} + \frac{K}{4} + \frac{2K}{4} \cos \frac{2\pi}{3}$

$\cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

$I = \frac{K}{4}$

6. यंग के द्विझिरी प्रयोग में व्यतिकरण फ्रिंजों को प्राप्त करने के लिए, 650 nm तथा 520 nm तरंगदैर्घ्यों के प्रकाश-पुंज का उपयोग किया गया। झिरियों के बीच की दूरी 2mm तथा पर्दा 120 cm की दूरी पर रखा गया है।

(a) 650 nm तरंगदैर्घ्य के लिए परदे पर तीसरे दीप्त फ्रिंज की केन्द्रीय उच्चिष्ठ से दूरी ज्ञात कीजिए।

(b) केन्द्रीय उच्चिष्ठ से उस न्यूनतम दूरी को ज्ञात कीजिए जहाँ दोनों तरंगदैर्घ्यों के कारण दीप्त फ्रिंज संपाती (coincide) होते हैं।

हल : दिया है : $\lambda_1 = 650 \times 10^{-9}$ मीटर, $\lambda_2 = 520 \times 10^{-9}$ मीटर

$d = 2$ मिमी = 2×10^{-3} मीटर, $D = 120$ सेमी. = 120×10^{-2} मीटर

(i) केन्द्रीय फ्रिंज से n वीं दीप्त फ्रिंज की दूरी

$x = \frac{n\lambda D}{d}$

$x = \frac{3 \times 650 \times 10^{-9} \times 120 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-3}}$

\therefore यहाँ $n = 3$

$= 1.17 \times 10^{-3}$ मीटर = 1.17 मिमी

(ii) प्रश्नानुसार न्यूनतम दूरी वह होगी, जहाँ पर एक तरंगदैर्घ्य के कारण n वें क्रम की दीप्त फ्रिंज दूसरे तरंगदैर्घ्य के कारण $(n + 1)$ वें क्रम की दीप्त फ्रिंज के सम्पाती होगी।

अतः $x' = \frac{n\lambda D}{d}$

$\frac{n\lambda_1 D}{d} = \frac{(n+1)\lambda_2 D}{d}$ ($\because \lambda_1 > \lambda_2$)

$n\lambda_1 = (n+1)\lambda_2$

या $n \times 650 = (n+1) 520$

या $130n = 520$ या $n = 4$

अतः न्यूनतम दूरी

$x = \frac{n\lambda_1 D}{d} = \frac{4 \times 650 \times 10^{-9} \times 120 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-3}}$

$= 1.56 \times 10^{-3}$ मीटर = 1.56 मिमी

7. एक द्विझिरी प्रयोग में एक मीटर दूर रखे पर्दे पर एक फ्रिंज की कोणीय चौड़ाई 0.2° पाई गई। उपयोग किए गए प्रकाश की तरंगदैर्घ्य 600 nm है। यदि पूरा प्रायोगिक उपकरण जल में डुबो दिया जाए तो फ्रिंज की कोणीय चौड़ाई क्या होगी ? जल का अपवर्तनांक 4/3 लीजिए।

हल : चूंकि कोणीय चौड़ाई $\theta = \lambda/d$

या $\theta \propto \lambda$

जहाँ $\theta = 0.2^\circ$

$\mu_{\text{जल}} = \frac{4}{3}$

$\frac{\theta_{\text{जल}}}{\theta} = \frac{\lambda_{\text{जल}}}{\lambda}$

चूंकि $\mu = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$

अतः $\mu_{\text{जल}} = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{जल}}}$

या $\lambda_{\text{जल}} = \frac{\lambda}{\mu_{\text{जल}}}$

$\frac{\theta_{\text{जल}}}{\theta} = \frac{\lambda}{\mu_{\text{जल}} \lambda} = \frac{1}{\mu_{\text{जल}}}$

$\theta_{\text{जल}} = \frac{1}{4/3} \times 0.2^\circ = 0.15^\circ$

8. द्विझिरी प्रयोग में, 600 nm तरंगदैर्घ्य का प्रकाश आपतित करने पर, एक दूरस्थ पर्दे पर बने फ्रिंज की कोणीय चौड़ाई 0.1° है। दोनों झिरियों के बीच कितनी दूरी है ?

हल : सामान्य संकेतनों में द्वि-स्लिट व्यतिकरण फ्रिंज-चौड़ाई

$\beta = \frac{D}{d} \lambda$

अतः स्लिटों के बीच अन्तराल

$d = \frac{D}{\beta} \lambda$

यदि कोणीय फ्रिंज-चौड़ाई θ हो तो (कोण = चाप/त्रिज्या) D के बड़े मानों के लिए

$\theta = \frac{\beta}{D} \therefore d = \frac{\lambda}{\theta}$

यहाँ $\theta = 0.1^\circ = \frac{0.1^\circ \times 3.14}{180^\circ} = 1.74 \times 10^{-3}$ रेडियन तथा $\lambda = 600 \times 10^{-9}$ मी.

$= 6 \times 10^{-5}$ सेमी.।

$\therefore d = \frac{6 \times 10^{-5} \text{ सेमी.}}{1.74 \times 10^{-3} \text{ रेडियन}} = 3.4 \times 10^{-2} \text{ सेमी.} = 0.34 \text{ मिमी}$