परमाण्वीय भौतिकी
Atomic Physics

14 CHAPTER

भूमिका (Introduction)

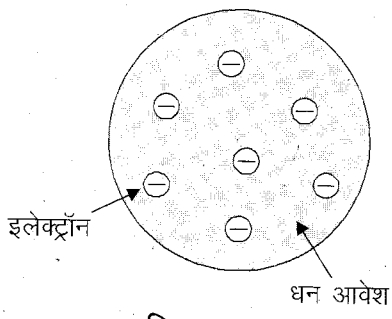
प्रत्येक पदार्थ छोटे-छोटे कणों से मिलकर बना होता है, जिन्हें परमाणु (atom) कहते हैं। सन् 1897 में ब्रिटिश भौतिक विज्ञानी जोसेफ जे. टॉमसन ने कैथोड़ किरणों के आविष्कार से यह निष्कर्ष निकाला कि परमाणु में ऋणात्मक आवेशित कण (इलेक्ट्रॉन) होते हैं। परमाणु के विद्युत उदासीन अर्थात् इस पर नैट आवेश शून्य होने के कारण परमाणु में समान मात्रा में धनात्मक आवेश भी होना चाहिए। इसके अतिरिक्त, चूँकि इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान, परमाणु के द्रव्यमान की अपेक्षा बहुत कम (लगभग 10^{-5} गुना) होता है, अत: परमाणु का द्रव्यमान उसमें उपस्थित धनात्मक आवेश में ही निहित होना चाहिए। विभिन्न तत्वों के परमाणुओं में इलेक्ट्रॉनों की संख्या भिन्न-भिन्न होने के कारण विभिन्न तत्वों के परमाणु एक-दूसरे से भिन्न होते हैं। परन्तु अब प्रश्न यह उठता है कि परमाणु में इलेक्ट्रॉन, धनात्मक आवेश तथा द्रव्यमान किस प्रकार वितरित है, अर्थात् परमाणु संरचना क्या है? इस प्रश्न का उत्तर सर्वप्रथम वैज्ञानिक जे.जे. टॉमसन ने सन् 1904 में एक परमाणु मॉडल प्रतिपादित करके दिया, जिसे परमाणु का टॉमसन मॉडल कहते हैं।

14.1 परमाणु का टॉमसन मॉडल (Thomson Model of Atom)

इस मॉडल के अनुसार परमाणु 10^{-10} मीटर त्रिज्या का एक धनावेशित गोला होता है जिसमें परमाणु का द्रव्यमान तथा धनावेश समान रूप से वितरित होता है। इस धनावेश को सन्तुलित करने के लिए समान मात्रा में ऋण आवेश को इलेक्ट्रॉनों के रूप में परमाणु में अन्त:स्थापित माना गया। इस गोले में रखे इलेक्ट्रॉनों की संरचना तरबूज में स्थित बीजों तथा पुडिंग में रखे आलूबुखारों (Plums) से मिलती है। इस कारण इस मॉडल को **प्लम पुडिंग मॉडल** (Plum Pudding Model) भी कहते हैं। इस मॉडल के अनुसार–

(i) जब किसी धातु को गर्म किया जाता है तब इलेक्ट्रॉन ऊर्जा ग्रहण कर बाहर निकल आते हैं।

(ii) जब परमाणु में इलेक्ट्रॉन कंपन करते हैं तब प्रकाश की तरह विकिरण उत्सर्जित करते हैं।



चित्र 14.1

इस मॉडल की सहायता से गैसों के आयनीकरण अर्थात् गैसों के धन तथा ऋण आयनों की उपस्थिति की सफल व्याख्या की गई। साथ ही परमाणु के स्थायित्व की आवश्यकता, विद्युत-चुम्बकीय तरंगों का उत्सर्जन, तापायनिक उत्सर्जन, प्रकाश विद्युत प्रभाव आदि को भी इस मॉडल की सहायता से समझाया गया।

टॉमसन मॉडल के दोष

(i) परमाणु से प्रकाश के उत्सर्जन के लिये यह माना गया कि जब कभी परमाणु को बाहर से ऊर्जा मिलती है तब इलेक्ट्रॉन कम्पन करने लगते हैं तथा अपनी कम्पन-आवृत्ति की प्रकाश तरंगें उत्सर्जित करते हैं। परन्तु इस व्याख्या के अनुसार हाइड्रोजन परमाणु (जिसमें केवल एक इलेक्ट्रॉन है) के स्पेक्ट्रम में केवल एक ही रेखा होनी चाहिये जबकि वास्तव में इसमें अनेक रेखायें होती हैं। अत: इस मॉडल के आधार पर विभिन्न तत्वों के स्पेक्ट्रम की व्याख्या नहीं हो सकी।

(ii) यह मॉडल ऐल्फा कणों (α-कणों) के प्रकीर्णन का कारण नहीं व्यक्त कर सका जिसको रदरफोर्ड ने अपने प्रयोगों द्वारा प्रदर्शित किया था।

14.2 ऐल्फा कण प्रकीर्णन प्रयोग तथा परमाणु का रदरफोर्ड नाभिकीय मॉडल (Alpha-particle Scattering Experiment and Rutherford's Nuclear Model of Atom)

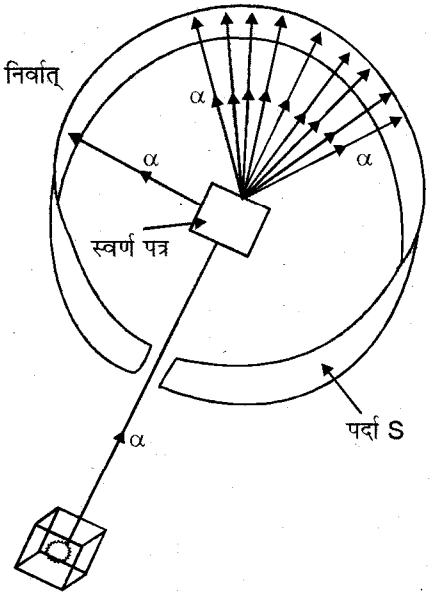
सन् 1909 में रदरफोर्ड के सुझाव पर एच. गाइगर (H. Geiger) तथा ई. मार्सडन (E. Marsden) ने धातु की एक पतली पन्नी पर आपतित α-कणों के प्रभाव का अध्ययन किया। α-कण हीलियम नाभिक ($_2He^4$) होता है। इसका द्रव्यमान हाइड्रोजन परमाणु का लगभग चार गुना जबकि आवेश +2e होता है। अनेक रेडियोएक्टिव पदार्थों जैसे पोलोनियम, थोरियम, यूरेनियम, रेडियम आदि से स्वत: ही α-कणों का उत्सर्जन होता है।

उन्होंने लैड बॉक्स में स्थित एक α-कण स्रोत $_{83}Bi^{211}$ से उत्सर्जित α-कणों (चाल 2.1×10^7 मी./से.) के किरण पुंज को लैड की प्लेट से गुजार कर संरेखित कर किरणपुंज के मार्ग में स्वर्णधातु के पतले पत्र (मोटाई लगभग 10^{-7} मी.) को रखा।

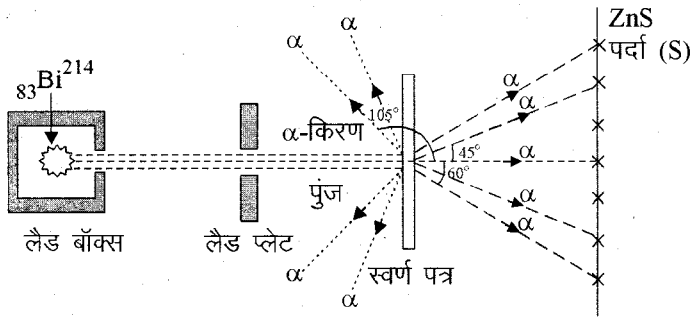
यहाँ स्वर्ण पत्र इसलिए प्रयुक्त किया गया था क्योंकि सोने का नाभिक α कण के नाभिक से 50 गुना भारी होता है और प्रकीर्णन के समय स्वर्ण नाभिक स्थिर रहता है। जिससे α-कण का अधिक विक्षेप होता है तथा सोने के अत्यधिक पतले पत्र बनाए जा सकते हैं। जिससे स्वर्ण पत्र को पार करते समय α- कण एक से अधिक बार प्रकीर्णित नहीं होंगे अर्थात् α- कण का विक्षेप अकेले परमाणु की टक्कर के कारण हो। इस स्वर्ण पत्र के पीछे एक प्रतिदीप्तिशील पदार्थ जिंक सल्फाइड से लेपित एक पर्दा S रखा जिसके पीछे एक सूक्ष्मदर्शी M व्यवस्थित किया गया। यह प्रयोग चित्र (i) तथा व्यवस्थित संयोजन चित्र (ii) में दर्शाया गया है–

यह प्रयोग निर्वात में किया गया जिससे कि ऐल्फा कणों की वायु के कणों से कोई टक्कर न हो पाये। जब α–कण पर्दे पर टकराते हैं तो पर्दे पर प्रस्फुरण की चमक उत्पन्न होती है जो सूक्ष्मदर्शी में देखी जा सकती है। प्रस्फुरण की

चमक तथा क्षेत्रफल से विभिन्न दिशाओं में प्रकीर्णित α–कणों की संख्या ज्ञात की जा सकती है। रदरफोर्ड ने इस प्रयोग से निम्न महत्त्वपूर्ण तथ्य प्राप्त किए तथा सन् 1911 में इन तथ्यों की सफलतापूर्वक व्याख्या की थी।



(i)

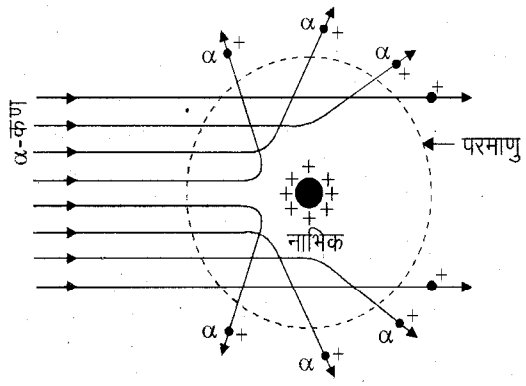


(ii)

चित्र 14.2

प्रेक्षण–प्रयोग द्वारा रदरफोर्ड ने निम्नलिखित प्रेक्षण प्राप्त किए–

(i) अधिकतर α-कण, बिना प्रकीर्णित हुए, अपने पूर्व मार्ग की दिशा में स्वर्ण पत्र के पार चले जाते हैं अर्थात् उनमें संघट्टन नहीं होता है।



चित्र 14.3 α-कण प्रकीर्णन

(ii) कुछ α-कण, टॉमसन परमाणु मॉडल से अपेक्षित विचलन कोण 1 डिग्री से भी बहुत अधिक कोण पर प्रकीर्णित हो जाते हैं। यदि टॉमसन परमाणु मॉडल को सही मान लिया जाये तब α-कणों का प्रकीर्णन लगभग 1° कोण से अधिक पर नहीं होना चाहिए, लेकिन रदरफोर्ड का α-प्रकीर्णन प्रयोग इस अपेक्षित परिणाम से भिन्न प्रेक्षण देता है। अतः निष्कर्ष के रूप में यह कहा जा सकता है कि टॉमसन परमाणु मॉडल गलत है, α-प्रकीर्णन प्रयोग इसका समर्थन नहीं करता।

(iii) लगभग 8000 आपतित α-कणों में से एक α-कण, पीछे की ओर ($\theta > 90°$) प्रकीर्णित हो जाता है। (चित्र से)

(iv) यदि θ कोण पर प्रकीर्णित α-कणों की संख्या $N(\theta)$ और प्रकीर्णन कोण θ के मध्य ग्राफ खींचे तब वह चित्र की भांति प्राप्त होता है। रदरफोर्ड ने कूलॉम के नियम के आधार पर $N(\theta)$ तथा θ में निम्नलिखित सम्बन्ध प्राप्त किया–

$$N(\theta) \propto \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

या $N(\theta) \propto \text{cosec}^4(\theta/2)$

अर्थात् θ बढ़ने पर $N(\theta)$ घटता है तथा θ घटने पर $N(\theta)$ बढ़ता है।

यह टॉमसन के परमाणु मॉडल का समर्थन नहीं करता है।

महत्त्वपूर्ण–यदि स्वर्ण पत्र की मोटाई **t** हो तथा किसी निश्चित दिशा (अर्थात् θ कोण पर) में प्रकीर्णित α–कणों की संख्या N हो तब

$$\frac{N}{t} = \text{नियतांक}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{N_1}{N_2} = \frac{t_1}{t_2}$$

निष्कर्ष–उपर्युक्त प्रेक्षणों से रदरफोर्ड ने निम्नलिखित निष्कर्ष निकाले–

(i) क्योंकि अधिकांश α–कण स्वर्ण पत्र के पार निकल जाते हैं, अतः परमाणु का अधिकांश भाग भीतर से खोखला होता है।

(ii) कुछ α–कण, न्यून कोण पर प्रकीर्णित होते हैं तथा α–कण स्वयं धनावेशित हैं तथा ये केवल धनावेश द्वारा ही विक्षेपित हो सकते हैं। अतः रदरफोर्ड ने माना कि परमाणु का सम्पूर्ण धनावेश उसके केन्द्र पर एकत्रित रहता है।

(iii) कुछ α–कण, अधिक कोण पर प्रकीर्णित होकर वापस लौट आते हैं, अतः यह माना गया कि जब धनावेशित α–कण सोने के परमाणुओं में से होकर गुजरते हैं तो किसी न किसी α–कण पर इतना अधिक प्रतिकर्षण बल लगता है कि वह वापस लौट आता है। यह तभी संभव है जबकि परमाणु का अधिकांश द्रव्यमान तथा इसका समस्त धनावेश, परमाणु के केन्द्र पर एक सूक्ष्म स्थान में केन्द्रित हो।

उपर्युक्त निष्कर्षों के आधार पर रदरफोर्ड ने माना कि परमाणु का समस्त धनावेश तथा अधिकांश द्रव्यमान इसके केन्द्र पर एक अत्यन्त सूक्ष्म स्थान पर केन्द्रित रहता है, जिसे **नाभिक (Nucleus)** कहते हैं। गणना करने पर नाभिक की त्रिज्या 10^{-15} मीटर की कोटि की पायी जाती है, जबकि परमाणु की त्रिज्या 10^{-10} मीटर कोटि की होती है। नाभिक का आकार जितना छोटा होता चला जायेगा, α–कण के 90° से अधिक कोण पर प्रकीर्णित होने की संभावना उतनी ही कम होती जायेगी। इसका कारण यह है कि नाभिक का आकार जितना कम होगा α–कण की नाभिक से सीधी टक्कर की संभावना उतनी ही कम होती जायेगी।

प्रेक्षणों की व्याख्या–α–कण तथा नाभिक के मध्य प्रतिकर्षण बल, कूलॉम के नियमानुसार लगता है, अर्थात् नाभिक तथा α–कण के मध्य लगने वाला प्रतिकर्षण बल, कण की नाभिक से दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

α–कण पर आवेश +2e तथा नाभिक पर आवेश +Ze है (जहाँ Z लक्ष्य की धातु का परमाणु क्रमांक है, सोने के लिए Z=79 होता है।) यदि α–कण की नाभिक से दूरी r हो तो नाभिक तथा α–कण के मध्य लगने वाला प्रतिकर्षण बल

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(2e)(Ze)}{r^2}$$

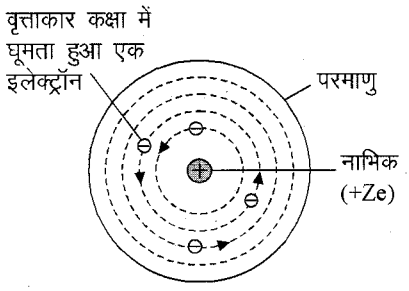
इस बल की दिशा, α–कण तथा नाभिक को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश होती है। α–कण पर लगने वाले बल का परिमाण तथा दिशा α–कण के नाभिक के समीप तथा दूर जाने पर निरन्तर परिवर्तित होती रहती है।

परमाणु से होकर गुजरते समय जो α–कण नाभिक से दूर रहता है, उस पर प्रतिकर्षण बल इतना कम होता है कि वह लगभग अविक्षेपित सीधा ही निकल जाता है, परन्तु जो कण नाभिक के समीप से गुजरता है, उस पर प्रतिकर्षण बल इतना अधिक लगता है कि वह अपने मार्ग से विक्षेपित हो जाता है। α– कण, नाभिक के जितने अधिक समीप से गुजरता है, उस पर प्रतिकर्षण बल उतना ही अधिक लगता है। अत: वह उतने ही अधिक कोण से प्रकीर्णित होता है।

परमाणु का रदरफोर्ड मॉडल (Rutherford's model of the atom)

α-कणों के प्रकीर्णन प्रयोगों से प्राप्त निष्कर्षों के आधार पर सन् 1911 में रदरफोर्ड ने परमाणु संरचना के सम्बन्ध में एक मॉडल प्रस्तुत किया जिसे 'परमाणु का रदरफोर्ड मॉडल' कहते हैं। इसके अनुसार,

(i) प्रत्येक परमाणु का समस्त धन-आवेश (Ze) तथा लगभग सम्पूर्ण द्रव्यमान (इसके इलेक्ट्रॉनों के द्रव्यमान को छोड़कर) परमाणु के केन्द्र पर 10^{-15} मीटर की कोटि की त्रिज्या के सूक्ष्म गोले में संकेन्द्रित होता है जिसे नाभिक कहते हैं।



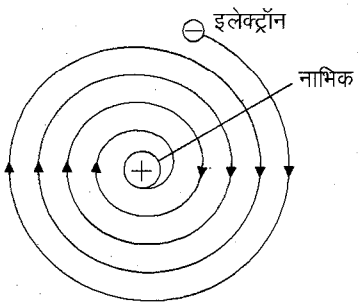
चित्र 14.4

(ii) नाभिक के चारों ओर 10^{-10} मीटर की कोटि की त्रिज्या के खोखले गोले में इलेक्ट्रॉन वितरित रहते हैं। इलेक्ट्रॉनों का कुल ऋण-आवेश, नाभिक के धन-आवेश के बराबर होता है।

(iii) इलेक्ट्रॉन ऋण आवेशित कण होने के कारण ये नाभिक के धन-आवेश के आकर्षण बल के कारण नाभिक में गिर जाने चाहिए। इस समस्या का निराकरण करने के लिए रदरफोर्ड ने यह परिकल्पना की कि इलेक्ट्रॉन स्थिर नहीं रहते बल्कि नाभिक के चारों ओर वृत्ताकार कक्षाओं (circular orbit) में घूमते रहते हैं। ठीक जैसे सूर्य के चारों ओर ग्रह चक्कर लगाते रहते हैं इसलिए इसे ग्रहीय मॉडल भी कहते हैं। नाभिक के चारों ओर वृत्ताकार मार्ग में घूमने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल (centripetal force), इलेक्ट्रॉन तथा नाभिक के बीच लगने वाले स्थिर-विद्युत आकर्षण बल से प्राप्त होता है।

यद्यपि रदरफोर्ड मॉडल कई प्रायोगिक तथ्यों की व्याख्या करने में सफल रहा तथा तत्वों की आवर्त सारणी (periodic table) से भी इसे समर्थन प्राप्त हुआ, परन्तु इस परमाणु मॉडल की निम्नलिखित कमियाँ थी–

(i) परमाणु का स्थायित्व (Stability of the atom)–नाभिक के चारों ओर घूमते इलेक्ट्रॉन में अभिकेन्द्रीय त्वरण होता है तथा विद्युत-गतिकी (electro-dynamics) के अनुसार त्वरित आवेशित कण विद्युत-चुम्बकीय तरंगों (electro-magnetic waves) के रूप में लगातार ऊर्जा उत्सर्जित करता हैं। अतः नाभिक के चारों ओर विभिन्न कक्षाओं में घूमते हुए इलेक्ट्रॉन लगातार ऊर्जा उत्सर्जित करते रहेंगे। जिससे इलेक्ट्रॉनों की ऊर्जा में कमी आयेगी तथा उसमें वृत्तीय मार्ग की त्रिज्या लगातार कम होती जायेगी। इस प्रकार इलेक्ट्रॉन सर्पिलाकार (spiral) मार्ग पर चलते हुए अन्त में नाभिक में गिर जायेंगे। (चित्र से)। इस प्रकार परमाणु स्थायी (stable) ही नहीं रहेगा जबकि परमाणु में हम स्थायित्व को पाते हैं।



चित्र 14.5

(ii) रेखिल स्पेक्ट्रम की व्याख्या (Discussion of line spectrum)–रदरफोर्ड के अनुसार, परमाणु में इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर सभी सम्भव त्रिज्याओं की वृत्ताकार कक्षाओं में घूम सकते हैं अर्थात् उनके घूमने की आवृत्ति बदलती रहती है। इसके फलस्वरूप इलेक्ट्रॉन सभी सम्भव आवृतियों की विद्युत-चुम्बकीय तरंगें उत्सजित करेंगे अर्थात् परमाणु द्वारा उत्सर्जित प्रकाश का स्पेक्ट्रम संतत (continuous) होगा। परन्तु परमाणु द्वारा उत्सर्जित प्रकाश का रेखिल स्पेक्ट्रम प्राप्त होता है अर्थात् स्पेक्ट्रम में निश्चित आवृत्तियों की बहुत-सी बारीक रेखाएँ होती हैं। अतः परमाणु से केवल कुछ निश्चित आवृत्तियों की ही विद्युत-चुम्बकीय तरंगें उत्सर्जित होनी चाहिए न कि सभी आवृत्तियों की। इस प्रकार रदरफोर्ड का परमाणु मॉडल रेखिल स्पेक्ट्रम की व्याख्या करने में असफल रहा।

(iii) इसके अतिरिक्त यह मॉडल स्पैक्ट्रमी रेखाओं की तीव्रता, विद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्र में स्पैक्ट्रमी रेखाओं के विपाटन (splitting) होने आदि घटनाओं की व्याख्या करने में असफल रहा।

इन कमियों को नील बोहर ने क्वाण्टम सिद्धान्त की सहायता से दूर किया।

महत्वपूर्ण तथ्य

(1) नाभिक के आकार का आंकलन (Estimation of the size of nucleus)

α-कणों के प्रकीर्णन से नाभिक के आकार का आंकलन भी किया जा सकता है। रेडियो ऐक्टिव पदार्थ में से α-कण वेग से (अर्थात् गतिज ऊर्जा) निकलते हैं। जो α-कण किसी नाभिक की ओर सीधे (head-on) जाता है वही नाभिक के सबसे अधिक समीप तक पहुँच पाता है। जैसे-जैसे α-कण नाभिक की ओर बढ़ता है, नाभिक का स्थिर-विद्युत प्रतिकर्षण बल अधिकाधिक होता जाता है तथा α-कण की गतिज ऊर्जा स्थितिज ऊर्जा में बदल जाती है तो α-कण नाभिक के और अधिक समीप नहीं जा सकता बल्कि वहीं से अपने मार्ग पर वापस लौटने लगता है (चित्र)। इस प्रकार α-कण 180° के कोण से प्रकीर्णित होता है।

नाभिक पर धन आवेश Ze कूलॉम है तथा α-कण पर 2 e कूलॉम है। माना कि α-कण की नाभिक के निकटतम पहुँचने की दूरी (distance of closest approach) r_0 मीटर है। इस स्थिति में α-कण की स्थितिज ऊर्जा

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(Ze)(2e)}{r_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2Ze^2}{r_0}$$

यदि α-कण की प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा E_K हो तो, तब इस क्षण $U = E_K$. अर्थात्

$$E_K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2Ze^2}{r_0}.$$

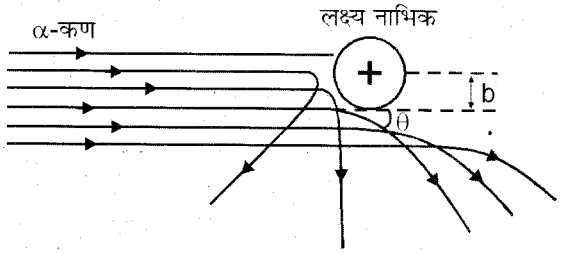
$$\therefore \quad r_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2Ze^2}{E_K}.$$

यह α-कण की नाभिक के निकटतम पहुँचने की दूरी r_0 का सूत्र है।

इससे स्पष्ट है कि किसी दिये हुए नाभिक के लिए r_0 का मान α-कण की प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा E_K पर निर्भर करता है। E_K का मान जितना अधिक होता है r_0 का मान उतना ही कम होता है। E_K का मान एक सीमा से अधिक होने पर, α-कण वापस न लौटकर नाभिक के भीतर प्रवेश कर जाता है। इस स्थिति में कूलॉम का नियम नहीं रहता है तथा कण पर नाभिकीय बल (nuclear force) कार्य करने लगता है जो कूलॉमीय बल (Coulombic force) की तुलना में अत्यन्त प्रबल तथा सदैव आकर्षणात्मक (attractive) होता है। इस प्रकार यह स्पष्ट है कि एक सीमा से अधिक गतिज ऊर्जा वाले α-कण नाभिक से प्रकीर्णित होकर वापस नहीं लौटते। गतिज ऊर्जा की इस अधिकतम सीमा वाले कणों की नाभिक के निकटतम पहुँच दूरी ही नाभिक की त्रिज्या निर्धारित करती है।

(2) ऐल्फा-कण प्रक्षेप-पथ (Alpha-particle trajectory)

α–कण प्रकीर्णन प्रयोग में α–कण का पथ अतिपरवलयाकार (Hyperbolic) होता है। माना α–कण की प्रारंभिक चाल v_0 तथा इसकी दिशा में खींची गयी स्पर्श रेखा पर नाभिक के केन्द्र से डाले गए लम्ब की लम्बाई b है, जिसे **संघट्ट प्राचल** (Impact parameter) कहते हैं।



यदि प्रकीर्णन कोण θ हो तो रदरफोर्ड द्वारा संघट्ट प्राचल के लिए निम्न सूत्र दिया गया–

$$b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Ze^2\cot\frac{\theta}{2}}{\frac{1}{2}mv_0^2} \qquad ...(1)$$

चित्र में दिए गए α–कणों के पुंज के लिए संघट्ट प्राचल b का वितरण इस प्रकार है कि पुंज विभिन्न दिशाओं में भिन्न-भिन्न प्रायिकताओं से प्रकीर्णित होता है। किसी पुंज में गतिमान सभी α–कणों की गतिज ऊर्जा लगभग समान होती है। अत: समी. (1) से

$$b \propto \cot\frac{\theta}{2}$$

b के अधिक मान के लिए $\cot\frac{\theta}{2}$ का मान भी अधिक होगा तथा प्रकीर्णन कोण θ कम होगा अर्थात् यदि संघट्ट प्राचल का मान अधिक होगा तो प्रकीर्णन कोण बहुत छोटा होगा। इस स्थिति में नाभिक से अधिक दूरी से गुजरने वाले α–कणों का न्यून कोण से विक्षेपण होगा। b के कम मान के लिए $\cot\frac{\theta}{2}$ का मान भी कम होगा तथा प्रकीर्णन कोण θ अधिक होगा अर्थात् नाभिक के समीप से गुजरने वाले α–कणों का अधिक विक्षेपण होगा।

b = 0, अर्थात् α–कण जब नाभिक के केन्द्र की ओर आपतित होगा तब

$$\cot\frac{\theta}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\theta}{2} = 90°$$

या $\quad \theta = 180°$

इस स्थिति में α–कण अपने पथ पर पुन: लौट जाता है।

इस प्रकार आपतित α–कणों में से कुछ ही α–कण टकराकर वापस लौटते हैं जो कि इस बात को दर्शाता है कि प्रत्यक्ष संघट्ट की स्थिति में आने वाले α–कणों की प्रायिकता बहुत कम है। इससे यह तथ्य स्पष्ट होता है कि नाभिक का द्रव्यमान एक संकीर्ण आयतन में संकेन्द्रित होता है।

उदा. 1. यदि $+q$ आवेश का एक कण V वोल्ट विभवान्तर से त्वरित होकर नाभिक की ओर गतिशील हो तो निकटतम पहुँच की दूरी क्या होगी ?

हल–आवेशित कण की ऊर्जा $E_K = qV$

$$\therefore \quad qV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q(Ze)}{r_0}$$

$$r_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Ze}{V}\right)$$

उदा. 2. 2.5 MeV ऊर्जा के एक ऐल्फा कण जो स्वर्ण नाभिक (Z = 79) से प्रकीर्णित हो रहा है के लिए निकटतम पहुँच की दूरी ज्ञात करो। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.1**

हल–जब α–कण नाभिक की ओर जाता है तो नाभिक के प्रतिकर्षण के कारण उसकी गतिज ऊर्जा में कमी आती है तथा स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि होती है। नाभिक के निकटतम पहुँच की दूरी r_0, जिसे उपगमन दूरी भी कहते हैं पर α-कण की संपूर्ण प्रारंभिक गतिज ऊर्जा, विद्युत स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तित हो जाती है अतः दूरी r_0 पर

$$E_K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_0}$$

$$\Rightarrow \text{निकटतम पहुँच की दूरी } r_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{E_K}$$

जहाँ E_K = प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा = 2.5 MeV
$= 2.5 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}$ जूल

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9$ न्यूटन-मी^{2}/कूलॉम^2

q_1 = α–कण का आवेश = 2e
$= 2 \times 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

q_2 = नाभिक का आवेश
$= Ze = 79 \times 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम
(स्वर्ण के लिए Z = 79)

अतः
$$r_0 = \frac{9\times10^9\times2\times1.6\times10^{-19}\times79\times1.6\times10^{-19}}{2.5\times1.6\times10^{-13}}$$
$= 9.10 \times 10^{-14}$ मीटर

उदा. 3. परमाणु के रदरफोर्ड के नाभिकीय मॉडल में, नाभिक (त्रिज्या लगभग 10^{-15} m) सूर्य के सदृश है, जिसके परितः इलेक्ट्रॉन अपने कक्ष (त्रिज्या = 10^{-10} m) में ऐसे परिक्रमा करता है जैसे पृथ्वी सूर्य के चारों ओर परिक्रमा करती है। यदि सौर परिवार की विमाएँ उसी अनुपात में होतीं जो किसी परमाणु में होती हैं, तो क्या पृथ्वी अपनी वास्तविक स्थिति की अपेक्षा सूर्य के पास होगी या दूर होगी ? पृथ्वी के कक्ष की त्रिज्या लगभग 1.5×10^{11} m है। सूर्य की त्रिज्या 7×10^8 m मानी गई है।

हल : इलेक्ट्रॉन की कक्षा की त्रिज्या तथा नाभिक की त्रिज्या का अनुपात

$$= \frac{10^{-10}}{10^{-15}} = 10^5$$

यदि सौर परिवार के लिए यही अनुपात लागू हो तो चूँकि सूर्य की त्रिज्या 7×10^8 मीटर है तब पृथ्वी की कक्षा की अपेक्षित त्रिज्या = $7 \times 10^8 \times 10^5 = 7 \times 10^{13}$ मीटर

यह राशि, वास्तविक त्रिज्या 1.5×10^{11} मीटर से लगभग 100 गुना अधिक है अर्थात् इस स्थिति में पृथ्वी सूर्य से बहुत अधिक दूर होगी।

इससे यह भी स्पष्ट है कि परमाणु में सौर परिवार की अपेक्षा अधिक भाग स्थित है।

उदा. 4. एक α-कण जिसकी ऊर्जा 5.5 MeV है स्वर्ण ($Z = 79$) के परमाणु की ओर प्रक्षिप्त किया जाता है। इसके द्वारा स्वर्ण नाभिक की त्रिज्या का अनुमत मान क्या होगा ?

हल– $\because \quad r_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2Ze^2}{E_K}$

$$r_0 = \frac{9\times10^9\times2\times79\times(1.6\times10^{-19})^2}{5.5\times10^6\times1.6\times10^{-19}}$$
$= 4.13 \times 10^{-14}$ मीटर

अतः स्वर्ण नाभिक की त्रिज्या का अनुमत मान $r_0 = 4.13 \times 10^{-14}$ मी.

14.3 हाइड्रोजन परमाणु एवं हाइड्रोजन सदृश आयनों के लिए बोहर मॉडल (Bohr Model for hydrogen atom and hydrogen like ions)

सन् 1913 में प्रो॰ नील बोहर ने रदरफोर्ड के परमाणु मॉडल में मैक्सप्लांक के क्वाण्टम सिद्धान्त का समावेश कर रदरफोर्ड मॉडल की कमियों को दूर किया।

बोहर ने निम्न दो संशोधन प्रस्तुत किये–

(i) बोहर ने ऋणावेशित कण इलेक्ट्रॉन की कक्षाओं का क्वाण्टीकरण किया तथा यह बताया कि इलेक्ट्रॉन कुछ निश्चित कक्षाओं में चक्कर लगाते हैं। इन कक्षाओं को स्थायी कक्षाएँ (stationary orbits) कहते हैं। इन कक्षाओं में इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग $h/2\pi$ का पूर्ण गुणज होता है। यहाँ h प्लांक नियतांक है।

(ii) स्थायी कक्षा में चक्कर लगाते समय इलेक्ट्रॉन, ऊर्जा का उत्सर्जन नहीं करता है जिससे परमाणु का स्थायित्व बना रहता है। जब इलेक्ट्रॉन को ऊर्जा प्राप्त होती है तो वह स्थायी कक्षा से अन्य कक्षा में संक्रमण करता है। यह परमाणु की उत्तेजित अवस्था (excited state) होती है। इस अवस्था से जब इलेक्ट्रॉन किसी भीतर की कक्षा में आता है तब विकिरण ऊर्जा उत्सर्जित करता है। बोहर को इस प्रतिरूप के लिए 1922 में नोबल पुरस्कार से सम्मानित किया गया। बोहर ने यह प्रतिरूप हाइड्रोजन के लिए दिया परन्तु इसकी सहायता से अन्य परमाणुओं की रचना को भी समझाया गया है।

बोहर की परिकल्पनाएँ (Bohr's Postulates) :

बोहर ने परमाणु प्रतिरूप को समझाने के लिए निम्न परिकल्पनाऐं प्रस्तुत की–

(1) बोहर ने माना कि परमाणु में नाभिक इलेक्ट्रॉनों द्वारा घिरा रहता है तथा ये इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर विभिन्न स्थायी वृत्ताकार कक्षाओं में विकिरण उर्जा उत्सर्जित किए बिना घूमते रहते हैं। इलेक्ट्रॉनों के वृत्ताकार कक्षाओं में घूमने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल, इलेक्ट्रॉन

तथा नाभिक के बीच लगने वाले स्थिर-विद्युत आकर्षण बल से प्राप्त होता है। यदि इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान m नाभिक पर आवेश Ze तथा कक्ष की त्रिज्या r है तो नाभिक व गतिशील इलेक्ट्रान के मध्य स्थिर विद्युत आकर्षण बल

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(Ze)e}{r^2}$$

गतिशील इलेक्ट्रॉन पर अभिकेन्द्रीय बल $F = mv^2/r$

$$\therefore \quad \frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Ze^2}{r^2} \qquad .....(1)$$

(2) इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर केवल उन्हीं कक्षाओं में घूम सकता है जिनमें उसका कोणीय संवेग (angular momentum) $h/2\pi$ का पूर्ण गुणज (integral multiple) होता है, जहाँ h प्लांक का सार्वत्रिक नियतांक (Planck's universal constant) है। इस प्रकार बोहर के अनुसार, इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर केवल कुछ निश्चित त्रिज्याओं वाली कक्षाओं में ही घूम सकते हैं, सभी में नहीं। इन कक्षाओं को 'स्थायी कक्षाएँ' (stable orbits) कहते हैं।

यदि इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान m हो तथा नाभिक के चारों ओर v वेग से r त्रिज्या की कक्षा में घूम रहा हो तो उसका कोणीय संवेग (L)

$$mvr = \frac{nh}{2\pi} \qquad .....(2)$$

जहाँ n एक पूर्णांक है (अर्थात् $n = 1, 2, 3, 4, ...$) जिसे कक्षा की क्रम संख्या या मुख्य क्वाण्टम संख्या कहते हैं। यह प्रतिबन्ध **बोहर का क्वाण्टम प्रतिबन्ध** कहलाता है।

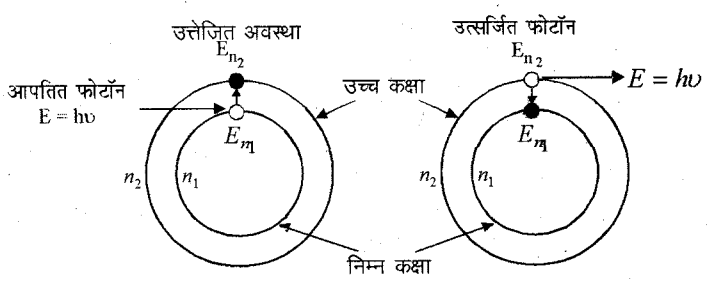
विशेष : $mvr = \frac{nh}{2\pi}$ से

$$2\pi r = n\frac{h}{mv} = n\frac{h}{p} = n\lambda$$

अथवा $S = n\lambda$

यहाँ S, n वीं कक्षा की परिधि तथा λ, इस कक्षा के इलेक्ट्रॉन से सम्बद्ध डी–ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य है। अतः परमाणु के भीतर किसी स्थायी कक्षा की परिधि, इसके संगत डी–ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य का पूर्ण गुणक होती है।

(3) स्थायी कक्षाओं में घूमते समय इलेक्ट्रॉन ऊर्जा का उत्सर्जन या अवशोषण नहीं करते हैं। इस प्रकार परमाणु का स्थायित्व बना रहता है। जब इलेक्ट्रॉन एक स्थायी कक्षा से दूसरी कक्षा में आता है तो ऊर्जा का अवशोषण (निम्न कक्षा से उच्च कक्षा में जाने पर) अथवा उत्सर्जन (उच्च कक्षा से निम्न कक्षा में आने पर) करता है। **जब इलेक्ट्रॉन उच्च ऊर्जा वाली कक्षा से दूसरी निम्न ऊर्जा वाली कक्षा में संक्रमण करता है तो फोटोन के रूप में ऊर्जा उत्सर्जित होती है। फोटोन की यह ऊर्जा प्रारंभिक तथा अंतिम ऊर्जा की अवस्था के अन्तर के बराबर होती है।**



चित्र 14.6

माना कि इलेक्ट्रॉन E_{n_1} ऊर्जा की कक्षा n_1 में घूम रहा है। जब परमाणु को बाहर से ऊर्जा मिलती है तब यह इलेक्ट्रॉन अपनी निश्चित कक्षा छोड़कर E_{n_2} ऊर्जा की उच्च कक्षा n_2 में चला जाता हैं। इस स्थिति में इलेक्ट्रॉन $\Delta E = E_{n_2} - E_{n_1}$ ऊर्जा अवशोषित करता है। इस स्थिति में इलेक्ट्रॉन उत्तेजित अवस्था (excited state) में होता है। उत्तेजित अवस्था स्थायी नहीं होती है अतः इलेक्ट्रॉन उत्तेजित अवस्था में केवल 10^{-8} सेकण्ड के लिए ठहरकर तुरन्त निम्न कक्षा में वापस लौट आता है तथा लौटते समय इन दोनों कक्षाओं की ऊर्जा के अन्तर के बराबर ऊर्जा का फोटॉन उत्सर्जित करता है (चित्र से)।

यदि उच्च कक्षा में इलेक्ट्रॉन की प्रारंभिक ऊर्जा E_{n_2} तथा निम्न कक्षा में अंतिम ऊर्जा E_{n_1} हो तो उत्सर्जित फोटॉन की आवृत्ति υ निम्न सूत्र द्वारा दी जाती है :

$$h\upsilon = \Delta E = E_{n_2} - E_{n_1}$$

अतः उत्सर्जित फोटॉन की आवृत्ति

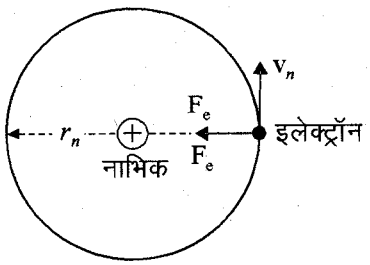
$$\upsilon = \frac{E_{n_2} - E_{n_1}}{h}$$

बोहर प्रतिरूप द्वारा हाइड्रोजन के रेखिल स्पैक्ट्रम की सफलतापूर्वक व्याख्या की गई। जिसके अन्तर्गत प्रमुख पद निम्न प्रकार है–

14.3.1 इलेक्ट्रॉन कक्षाओं की त्रिज्या (Radius of electron Orbits)

माना कि परमाणु का इलेक्ट्रॉन nवीं कक्षा में v_n वेग से परिभ्रमण कर रहा है। इस कक्षा की त्रिज्या r_n है। यदि इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान m माना जाये तो इस कक्षा में इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग mv_nr_n होगा।

बोहर के अनुसार कोणीय संवेग का मान $\frac{h}{2\pi}$ का पूर्ण गुणज होता है अतः



चित्र 14.7

$$mv_nr_n = n\cdot\frac{h}{2\pi} \qquad .....(i)$$

nवीं कक्षा में परिभ्रमण करने वाले इलेक्ट्रॉन पर नाभिक द्वारा आरोपित विद्युत आकर्षण

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Ze^2}{r_n^2} \qquad .....(ii)$$

यहाँ Z नाभिक का परमाणु क्रमांक है।

nवीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन के लिए आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल

$$F_c = \frac{mv_n^2}{r_n} \qquad .....(iii)$$

इलेक्ट्रॉन पर नाभिक द्वारा लगने वाला बल ही आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करता है अतः

$$F_e = F_c$$

या $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Ze^2}{r_n^2} = \frac{mv_n^2}{r_n}$ .....(iv)

समीकरण (i) से

$$v_n = \frac{nh}{2\pi m r_n} \quad .....(v)$$

समीकरण (v) से v_n का मान समीकरण (iv) में रखने पर

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Ze^2}{r_n^2} = \frac{m}{r_n}\times\frac{n^2h^2}{4\pi^2 m^2 \cdot r_n^2}$$

या $$\frac{Ze^2}{\epsilon_0} = \frac{n^2h^2}{r_n \cdot \pi m}$$

या $$r_n = \frac{\epsilon_0 n^2h^2}{\pi m \cdot Ze^2} = 0.529\frac{n^2}{Z}\text{Å} \quad .....(vi)$$

∴ प्रथम कक्षा की त्रिज्या ($n = 1$ रखने पर)

$$r_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot h^2}{\pi m \cdot Ze^2} \quad .....(vii)$$

समीकरण (vi) व (vii) से $r_n = n^2 \times r_1$ .....(viii)

r_1 को प्रथम कक्ष की त्रिज्या अथवा **परमाणु की बोहर त्रिज्या** कहते हैं। इसे संकेत a_0 द्वारा व्यक्त करते हैं। जिससे $a_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$

समीकरण (vii) से स्पष्ट है कि **परमाणु की किसी कक्षा की त्रिज्या का मान बोहर त्रिज्या (r_1) एवं कक्षा की संख्या के वर्ग (n^2) के गुणनफल के बराबर होता है।**

हाइड्रोजन परमाणु के लिए $Z = 1$

$$\therefore \quad r_n = \frac{\epsilon_0 n^2h^2}{\pi m e^2} \quad .....(ix)$$

हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम कक्षा की त्रिज्या $n = 1$ रखने पर

$$r_1 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m \cdot e^2}$$

$$= \frac{8.85\times10^{-12}\times(6.625\times10^{-34})^2}{3.14\times9.1\times10^{-31}\times(1.6\times10^{-19})^2}$$

$$= 0.529 \times 10^{-10} \text{ मीटर}$$

या $r_1 = 0.529$ Å

इस प्रकार ∵ $r_n = n^2 r_1$

जिससे $r_n \propto n^2$

अतः हाइड्रोजन परमाणु के प्रथम ($n = 1$), द्वितीय ($n = 2$), तृतीय ($n = 3$).... आदि स्थायी कक्षाओं की त्रिज्या का अनुपात निम्न होगा–

$r_1 : r_2 : r_3 : ... = 1 : 4 : 9 : ...$

इस प्रकार कक्षा क्रमांक बढ़ने से कक्षाओं का अन्तराल बढ़ता है।

नोट–जब नाभिक पर आवेश Ze हो तब

$$r_n = \frac{\epsilon_0 n^2h^2}{\pi m Ze^2}$$

या $$r_n = \frac{n^2}{Z}r_1 \quad .....(x)$$

इसके द्वारा H-परमाणु, He^+ आयन Li^{++} आयन की प्रथम कक्षाओं की त्रिज्याओं का अनुपात निम्न होगा–

$$r_H : r_{He^+} : r_{Li^{++}} = 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 6:3:2$$

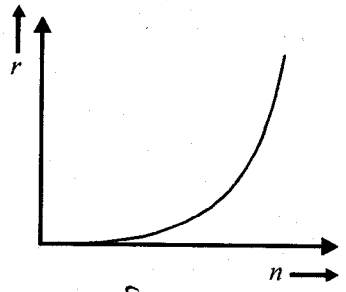
इस प्रकार यह स्पष्ट होता है कि–

(i) n के दिये गये मान के लिये स्थायी कक्षा की त्रिज्या परमाणु क्रमांक Z के व्युत्क्रमानुपाती होती है

अर्थात् $r_n \propto \frac{1}{Z}$ (समी. (vi) से)

(ii) स्थायी कक्षाओं की त्रिज्यायें n के वर्ग के समानुपाती होती है अर्थात्

$r_n \propto n^2$ (समी. (vi) से)



चित्र 14.8

(iii) समी. (vi) में n = 0 सम्मिलित नहीं है क्योंकि n = 0 के लिए r = 0 होता है। इसका अर्थ यह है कि इलेक्ट्रॉन की वृत्ताकार कक्षा नाभिक के भीतर स्थित है जो असंभव हैं। अतः n का न्यूनतम मान एक होता है।

14.3.2 इलेक्ट्रॉन की कक्षीय चाल (Orbital speed of electron)

बोहर की प्रथम परिकल्पना से

$$\frac{mv_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Ze^2}{r_n^2} \quad .....(1)$$

द्वितीय परिकल्पना से

$$mv_n r_n = \frac{nh}{2\pi} \quad .....(2)$$

समीकरण (1) में (2) का भाग देने पर

$$v_n = \frac{Ze^2}{2\epsilon_0 nh} \quad .....(3)$$

$$= 2\pi\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{Ze^2}{nh}$$

$$= \frac{2\times3.14\times9\times10^9\times(1.6\times10^{-19})^2 Z}{6.6\times10^{-34}\times n}$$

$$= \frac{3\times10^8}{137}\cdot\frac{Z}{n}$$

$$= \left(\frac{c}{137}\right)\cdot\frac{Z}{n}$$

$$= 2.18\times10^6\frac{Z}{n} \text{ मी./से.}$$

यहाँ c = प्रकाश की चाल

$= 3 \times 10^8$ मी./से.

n = 1 अर्थात् प्रथम बोहर कक्षा के लिए

$$\frac{v_1}{c} = \frac{1}{137} = 7.2397\times10^{-3}$$

राशि $\frac{v_1}{c} = \frac{e^2}{2\epsilon_0 hc}$ को सूक्ष्म संरचना नियतांक (fine structure constant) कहते हैं तथा α द्वारा व्यक्त करते हैं।

हाइड्रोजन परमाणु के लिए $Z = 1$

$$\therefore \quad v_n = \frac{e^2}{2\epsilon_0 nh} \qquad .....(4)$$

यदि $n = 1$ हो तो

$$v_1 = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h} \qquad .....(5)$$

अतः $$v_n = \frac{v_1}{n} \qquad .....(6)$$

यहाँ v_1 हाइड्रोजन परमाणु के प्रथम कक्षा के इलेक्ट्रॉन का कक्षीय वेग हैं।

समीकरण (6) से स्पष्ट है कि $v_n \propto \frac{1}{n}$

अर्थात् कक्षीय वेग, कक्षा की संख्या अथवा क्वाण्टम संख्या (n) के व्युत्क्रमानुपाती होती है। अतः उच्च कक्षाओं में जाने पर इलेक्ट्रॉन का कक्षीय वेग घटता जायेगा।

प्रथम कक्षा में इलेक्ट्रॉन का वेग

$$v_1 = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h}$$

$$= \frac{(1.6\times10^{-19})^2}{2\times8.85\times10^{-12}\times6.625\times10^{-34}}$$

या $$v_1 = 2.18 \times 10^6 \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

$$\therefore \quad v_2 = \frac{v_1}{2} = \frac{2.18\times10^6}{2} = 1.09\times10^6 \text{ मी./से.}$$

और $$v_3 = \frac{2.18\times10^6}{3} = 0.73\times10^6 \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

इस प्रकार कक्षा क्रमांक बढ़ने के साथ–साथ कक्षीय चाल घटती है।

इस प्रकार यह स्पष्ट होता है कि–

(i) कक्षीय वेग का मान परमाणु क्रमांक के समानुपाती होता अर्थात्

$v_n \propto Z$ (समी. 3 से)

(ii) कक्षीय वेग मुख्य क्वाण्टम संख्या n के व्युत्क्रमानुपाती होता है अर्थात्

$v_n \propto \frac{1}{n}$ (समी. 6 से)

14.3.3 इलेक्ट्रॉन की कक्षीय आवृत्ति (Orbital Frequency of electron)

इलेक्ट्रॉन की कक्षा में प्रति सेकण्ड परिक्रमणों की संख्या इलेक्ट्रॉन की कक्षीय आवृत्ति कहलाती है। n वीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की कक्षीय आवृत्ति

$$\upsilon_n = \frac{v_n}{2\pi r_n} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{Ze^2}{2\epsilon_0 nh}\right)\left(\frac{\pi mZe^2}{\epsilon_0 n^2h^2}\right)$$

$$\upsilon_n = \frac{mZ^2e^4}{4\epsilon_0^2 n^3h^3} \qquad ...(1)$$

तथा आवर्तकाल $T_n = \frac{1}{\upsilon_n} = \frac{4\epsilon_0^2 n^3h^3}{mZ^2e^4}$ ...(2)

समी. (1) से स्पष्ट है कि

$$\upsilon_n \propto Z^2 \quad \text{तथा} \quad \upsilon_n \propto \frac{1}{n^3}$$

14.3.4 n वीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की कुल ऊर्जा (Total energy of electron in n^{th} orbit)

nवीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा E_n गतिज तथा स्थितिज ऊर्जाओं का योग होती है।

इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा

$$(E_K)_n = \frac{1}{2}mv_n^2$$

इलेक्ट्रॉनों की वृत्ताकार गति के लिए

$$\frac{mv_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Ze^2}{r_n^2}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mv_n^2 = \frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r_n}$$

अतः $$(E_K)_n = \frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} \qquad ...(1)$$

नाभिक से r_n दूरी पर नाभिक के स्थिर विद्युत आकर्षण के कारण इलेक्ट्रॉन की स्थितिज ऊर्जा

$$U_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(+Ze)(-e)}{r_n} \quad \left[\because U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_2}{r}\right]$$

$$U_n = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Ze^2}{r_n} \qquad .....(2)$$

अतः इलेक्ट्रॉन की कुल ऊर्जा

$$E_n = (E_K)_n + U_n = \frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}$$

$$E_n = \frac{-Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} \qquad ...(3)$$

$\because$ $$r_n = \frac{\epsilon_0 n^2h^2}{\pi m Ze^2}$$

$$\therefore \quad E_n = \frac{-me^4Z^2}{8\epsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad .....(4)$$

जहाँ $n = 1, 2, 3, ...$

यह इलेक्ट्रॉन की nवीं कक्षा में ऊर्जा का व्यंजक हैं।

समीकरण (4) से

$$E_n = \frac{-R'Z^2}{n^2} \qquad .....(5)$$

इस प्रकार इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा क्वाण्टीकृत होती है।

जहाँ $$R' = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = \text{नियतांक}$$

विभिन्न नियतांकों के मान रखने पर

$$R' = 2.179 \times 10^{-18} \text{ जूल}$$

$$R' = \frac{2.179\times10^{-18}}{1.6\times10^{-19}} = 13.6 eV$$

$$R' = 2.179 \times 10^{-18} \text{ जूल} = 13.6\ eV$$

$\therefore$ समीकरण (5) से हाइड्रोजन के लिए $Z = 1$ रखने पर

$$E_n = \frac{-13.6}{n^2}\ eV \qquad ...(6)$$

यदि परमाणु क्रमांक Z हो तो nवीं कक्षा की कुल ऊर्जा

$$E_n = \frac{-13.6Z^2}{n^2}\ eV \qquad ...(7)$$

जहाँ ऋणात्मक चिन्ह इस बात का प्रतीक है कि इलेक्ट्रॉन परमाणु के नाभिक से आबद्ध है। अतः परमाणु से इलेक्ट्रॉन को नाभिक से अनन्त दूरी तक विलग करने के लिए ऊर्जा की आवश्यकता होगी।

समी. (1), (2) व (3) से स्पष्ट है कि $(E_K)_n$ सदैव धनात्मक परन्तु U_n तथा E_n सदैव ऋणात्मक होती है।

$$(E_K)_n = |E_n| = \frac{1}{2}|U_n|$$

अर्थात् इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा इसकी कुल ऊर्जा के परिमाण के बराबर तथा स्थितिज ऊर्जा के परिमाण की आधी होती है।

एक हाइड्रोजन परमाणु ($Z = 1$) के लिये,

(i) $n = 1$, प्रथम स्थायी कक्षा जिसे मूल अवस्था (ground state) भी कहते हैं, में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा,

$$E_1 = -13.6 \text{ eV}$$

(ii) $n = 2$, द्वितीय कक्षा जिसे प्रथम उत्तेजित अवस्था (excited state) भी कहते हैं, में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा,

$$E_2 = -3.40 \text{ eV}$$

(iii) $n = 3$, तृतीय कक्षा के जिसे द्वितीय उत्तेजित अवस्था भी कहते हैं, में इलेक्ट्रॉन की कुल ऊर्जा,

$$E_3 = -1.51 \text{ eV}$$

इसी प्रकार $E_4 = -0.85$ eV आदि।

नोट– nवीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की गतिज एवं स्थितिज ऊर्जाऐं, क्रमशः हैं (H- परमाणु के लिये)

$$(E_K)_n = \frac{13.6}{n^2}\ eV$$

$$U_n = -\frac{27.2}{n^2}\ eV$$

हाइड्रोजन परमाणु की मूल अवस्था में,

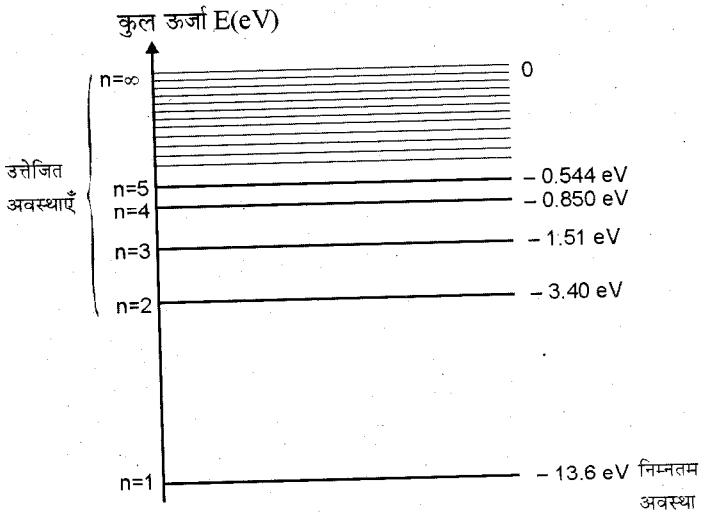
$$(E_K)_1 = +13.6 \text{ eV}, \qquad U_1 = -27.2 \text{ eV}$$

ऊर्जा स्तर (Energy levels)

हाइड्रोजन स्पैक्ट्रम का विधिवत् अध्ययन बामर ने किया। हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन कुछ निश्चित ऊर्जा वाली अवस्थाओं में ही रह सकता है। ये अवस्थाऐं स्थायी अवस्थाऐं कहलाती है और इसके संगत ऊर्जाऐं, ऊर्जा-स्तर कहलाती हैं। एक हाइड्रोजन परमाणु के लिये, nवीं स्थायी अवस्था में ऊर्जा निम्न होती हैं,

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2}\ (eV)$$

जहाँ $n = 1, 2, 3, \ldots, \ldots\ldots \infty$ ऊर्जा स्तर हैं। ये सभी ऊर्जा स्तर ऋणात्मक ऊर्जा वाले होते हैं अर्थात् इनमें स्थित इलेक्ट्रॉन, परिबद्ध (bound) इलेक्ट्रॉन होता है। ऐसा इलेक्ट्रॉन नाभिक से दूर तभी जा सकता है जब उसे धनात्मक ऊर्जा दी जाये। बोहर परमाणु मॉडल के अनुसार, इलेक्ट्रॉन केवल इन्ही ऊर्जा अवस्थाओं में हो सकता है। ऊर्जा के अन्य मान अनुमत नहीं है। हाइड्रोजन की विभिन्न कक्षाओं की ऊजाओं के मान क्रमशः $E_1 = -13.6$ eV, $E_2 = -3.4$ eV, $E_3 = -1.51$ eV तथा $E_4 = -0.85$ eV प्राप्त होते हैं। अतः n के बढ़ने के साथ-साथ कक्षा की ऊर्जा भी बढ़ती जाती है। हाइड्रोजन परमाणु के लिए ऊर्जा तल चित्र निम्न प्रकार प्राप्त होता है–



चित्र 14.9

न्यूनतम ऊर्जा E_1 वाली अवस्था को मूल अवस्था (ground state) तथा उच्चतर ऊर्जा-स्तरों E_2, E_3, E_4 ..... आदि को उत्तेजित अवस्था (excited state) कहते हैं। n को मुख्य क्वाण्टम संख्या (principal quantum numbe) कहते हैं। जैसे-जैसे n का मान बढ़ता है, E_n का मान शून्य की ओर अग्रसर होता है। सीमा $n = \infty$ होती है। इस अवस्था में इलेक्ट्रॉन परिबद्ध नहीं होता। यदि इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा धनात्मक हो तब यह एक मुक्त या स्वतंत्र (free) इलेक्ट्रॉन कहलाता है। जब इलेक्ट्रॉन उच्च ऊर्जा स्तर से निम्न ऊर्जा स्तर में आता है तो विकिरण उत्सर्जित करता है। इन विकिरणों से हमें हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम की विभिन्न श्रेणियाँ प्राप्त होती हैं।

महत्वपूर्ण तथ्य

बोहर कक्षाओं से सम्बन्धित अन्य राशियाँ :– nवीं कक्षा में घूम रहे इलेक्ट्रॉन से सम्बद्ध कुछ अन्य राशियाँ निम्न प्रकार है–

राशि	सूत्र	n तथा Z पर निर्भरता
(1) कोणीय चाल	$\omega_n = \frac{v_n}{r_n} = \frac{\pi m Z^2 e^4}{2\epsilon_0^2 n^3 h^3}$	$\omega_n \propto \frac{Z^2}{n^3}$

14.10

(2) आवृत्ति	$\upsilon_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{mZ^2e^4}{4\in_0^2 n^3h^3}$	$\upsilon_n \propto \frac{Z^2}{n^3}$
(3) आवर्तकाल	$T_n = \frac{1}{\upsilon_n} = \frac{4\in_0^2 n^3h^3}{mZ^2e^4}$	$T_n \propto \frac{n^3}{Z^2}$
(4) कोणीय संवेग	$L_n = mv_nr_n = n\left(\frac{h}{2\pi}\right)$	$L_n \propto n$
(5) संगत धारा	$I_n = e\upsilon_n = \frac{mZ^2e^5}{4\in_0^2 n^3h^3}$	$I_n \propto \frac{Z^2}{n^3}$
(6) चुम्बकीय आघूर्ण	$M_n = I_nA = I_n(\pi r_n^2)$ $= n\left(\frac{eh}{4\pi m}\right) = n\mu_B$ जहाँ $\mu_B = \frac{eh}{4\pi m}$ = बोहर मैग्नेटॉन	$M_n \propto n$
(7) चुम्बकीय क्षेत्र	$B = \frac{\mu_0 I_n}{2r_n} = \frac{\pi m^2Z^3e^7\mu_0}{8\in_0^3 n^5h^5}$	$B \propto \frac{Z^3}{n^5}$

उदा. 5. हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम व द्वितीय बोहर कक्ष की त्रिज्याओं की गणना कीजिये। दिया हुआ है $h = 6.6 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड, $m = 9.1 \times 10^{-31}$ किग्रा, $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ एम.के.एस मात्रक, $e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम।

हल–किसी nवें कक्ष की त्रिज्या

$$\therefore \quad r_n = \frac{\in_0 n^2h^2}{\pi me^2}$$

प्रथम कक्ष ($n = 1$) के लिए

$$\therefore \quad r_1 = \frac{8.85\times10^{-12}\times1\times(6.6\times10^{-34})^2}{3.14\times9.1\times10^{-31}\times(1.6\times10^{-19})}$$

$= 5.29 \times 10^{-11}$ मीटर

$= 0.529$ Å

द्वितीय कक्ष ($n = 2$) के लिए

$r_2 = n^2r_1$

या $r_2 = 4 \times 0.529$ Å

$\therefore$ $r_2 = 2.112$ Å

उदा. 6. हाइड्रोजन परमाणु सदृश Li^{++} आयन के लिए प्रथम कक्षा की त्रिज्या ज्ञात करो।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.2

हल-H- परमाणु के समान परमाणुओं/आयनों के लिये,

$$r_n = \frac{n^2}{Z}r_1$$

अतः Z = 3 तथा $n = 1$ के लिये, त्रिज्या,

$$r_1 = \frac{1}{3}(0.529\text{ Å})$$

$= 0.18$ Å

उदा. 7. हाइड्रोजन के प्रथम कक्ष की त्रिज्या 0.5×10^{-10} मी. है। $n = 4$ तथा $n = 70$ वाली कक्षाओं की त्रिज्यायें ज्ञात कीजिये।

हल– $r_n = n^2r_1$

(1) अतः $n = 4$ कक्षा की त्रिज्या

$r_4 = 4^2 \times 0.5 \times 10^{-10}$

$= 8 \times 10^{-10}$ मी.

(2) $n = 70$ कक्षा की त्रिज्या

$r_{70} = 70^2 \times 0.5 \times 10^{-10}$

$= 2450 \times 10^{-10}$ मी.

उदा. 8 बोहर परमाणु प्रतिरूप को सही मानते हुए प्रथम वृत्ताकार कक्षा में घूमते हुए इलेक्ट्रॉन के कारण हाइड्रोजन नाभिक की स्थिति पर चुंबकीय क्षेत्र का व्यंजक मूल नियतांकों के पदों में ज्ञात करो।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.3

हलः नाभिक पर केन्द्रित r त्रिज्या के वृताकार पथ में गतिशील इलेक्ट्रॉन के लिए

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ke^2}{r^2}$$

या $$v^2r = \frac{e^2}{4\pi\in_0 m} \quad \ldots (i)$$

कक्षा $n = 1$ के लिए बोहर के प्रतिबंध से $mvr = h/2\pi$

या $$vr = \frac{h}{2\pi m} \quad \ldots (ii)$$

समीकरणों (i) व (ii) से

$$r = \frac{\in_0 h^2}{\pi me^2} \quad \ldots (iii)$$

तथा $$v = \frac{e^2}{2\in_0 h} \quad \ldots (iv)$$

v वेग से r त्रिज्या के पथ पर गतिशील इलेक्ट्रॉन के कारण तुल्य धारा $I = \frac{ev}{2\pi r}$ होगी। इस प्रकार की धारा वृत्ताकार धारावाही लूप के समान है जिसके कारण केन्द्र पर चुंबकीय क्षेत्र होगा

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0 ev}{4\pi r^2}$$

समीकरणों (iii) तथा (iv) से v व r के मान रखने पर

$$B = \frac{\mu_0 e}{4\pi}\frac{e^2}{2\in_0 h}\times\left(\frac{\pi me^2}{\in_0 h^2}\right)^2$$

$$= \frac{\mu_0 m^2\pi e^7}{8\in_0^3 h^5}$$

उदा. 9. हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम कक्षा में इलेक्ट्रॉन का वेग प्रकाश के वेग का कौनसा भाग होता हैं ?

हल–हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम कक्षा में इलेक्ट्रॉन का वेग

$$v_1 = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h}$$

$$= \frac{(1.6\times10^{-19})^2}{2\times8.85\times10^{-12}\times6.625\times10^{-34}}$$

$= 2.18\times10^6$ मीटर/सेकण्ड

अतः $\frac{v_1}{c} = \frac{2.18\times10^6}{3\times10^8} = \frac{1}{137}$

$\therefore \quad v_1 = \frac{c}{137}$

यहाँ $c = 3\times10^8$ मीटर/सेकण्ड प्रकाश का वेग हैं।

उदा. 10. किसी परमाणु के ऊर्जा स्तर A, B व C की ऊर्जाएँ क्रमशः E_A, E_B व E_C है तथा $E_A < E_B < E_C$ है। यदि C से B में, B से A में तथा C से A में इलेक्ट्रॉन के संक्रमण से प्राप्त फोटॉन की तरंगदैर्घ्य क्रमशः λ_1, λ_2 व λ_3 है तो सिद्ध कीजिये कि–

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.4

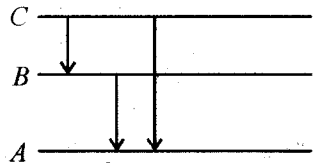
$$\lambda_3 = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}$$

हल– $\because E_{n_2} - E_{n_1} = \frac{hc}{\lambda}$ से

$$E_C - E_B = \frac{hc}{\lambda_1} \quad .....(1)$$

$$E_B - E_A = \frac{hc}{\lambda_2} \quad .....(2)$$

$$E_C - E_A = \frac{hc}{\lambda_3} \quad .....(3)$$



चित्र 14.10

समी. (1) व (2) को जोड़ने पर

$$(E_B - E_A) + (E_C - E_B) = \frac{hc}{\lambda_2} + \frac{hc}{\lambda_1}$$

$$\Rightarrow \quad E_C - E_A = hc\left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right)$$

समी. (3) के उपयोग से

$$\frac{hc}{\lambda_3} = hc\left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{\lambda_3} = \frac{\lambda_1+\lambda_2}{\lambda_1\lambda_2}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda_3 = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}$$

उदा. 11. हाइड्रोजन परमाणु के आधार, दूसरे, तीसरे व चतुर्थ ऊर्जा स्तरों की ऊर्जा ज्ञात कीजिये।

हल– $\because$ परमाणु क्रमांक Z वाले परमाणु की nवीं कक्षा की कुल ऊर्जा

$$E_n = -13.6\frac{Z^2}{n^2}\ \text{eV}$$

हाइड्रोजन परमाणु (Z = 1) के लिए n = 1 रखने पर प्रथम स्तर (आधार स्तर) की ऊर्जा

$$E_1 = -13.6\frac{(1)^2}{(1)^2}\ \text{eV} = -13.6\ \text{eV}$$

दूसरे स्तर की ऊर्जा (n = 2 रखने पर)

$$E_2 = -13.6\frac{(1)^2}{(2)^2}\ \text{eV} = -3.4\ \text{eV}$$

इसी तरह $E_3 = -13.6\frac{(1)^2}{(3)^2}\ \text{eV} = -1.51\ \text{eV}$

$$E_4 = -13.6\frac{(1)^2}{(4)^2}\ \text{eV} = -0.85\ \text{eV}$$

उदा. 12. हाइड्रोजन परमाणु में जब इलेक्ट्रॉन $n=\infty$ से $n=3$ की कक्षा में संक्रमण करता है तब उत्सर्जित विकिरण की तरंग दैर्घ्य क्या होगी? **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.5**

हलः हाइड्रोजन परमाणु के लिए $E_n = -\frac{13.6}{n^2}eV$

$\because \quad E_\infty = 0$

तथा $E_3 = -\frac{13.6}{3^2} = -\frac{13.6}{9} = -1.51eV$

अतः दिए हुए संक्रमण में उत्सर्जित तरंग दैर्घ्य

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{hc}{E_\infty - E_3} = \frac{6.62\times10^{-34}\times3\times10^8}{1.51\times1.6\times10^{-19}}$$

$= 822.51\times10^{-9}$ m = 822.51 nm

उदा. 13. क्लासिकी वैद्युतचुम्बकीय सिद्धान्त के अनुसार, हाइड्रोजन परमाणु में प्रोटॉन के चारों ओर परिक्रामी इलेक्ट्रॉन द्वारा उत्सर्जित प्रकाश की प्रारंभिक आवृत्ति परिकलित कीजिए।

हल : चिरसम्मत विद्युत चुम्बकीय सिद्धांत के अनुसार परिक्रमण करते हुए इलेक्ट्रॉन द्वारा उत्सर्जित विद्युत चुम्बकीय तरंगों की आवृत्ति, इलेक्ट्रॉन की परिक्रमण आवृत्ति $\frac{v}{2\pi r}$ के समान होती है।

$\because$ प्रथम कक्षा की त्रिज्या $r = 0.53\times10^{-10}$ मीटर

तथा प्रथम कक्षा में इलेक्ट्रॉन का वेग $v = 2.186\times10^6$ मीटर/सेकण्ड

अतः उत्सर्जित प्रकाश की आवृत्ति $\upsilon = \frac{v}{2\pi r}$

$$= \frac{2.186\times10^6}{2\times3.14\times0.53\times10^{-10}} = 6.56\times10^{15}\ \text{हर्ट्ज}$$

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1. एक परमाणु पर आवेश शून्य होने के बावजूद भी परमाणु से $\alpha-$ प्रकीर्णन होता है, समझाइये।
2. रदरफोर्ड के $\alpha-$ कण प्रयोग में पाया जाता है कि अधिकांश $\alpha-$ कण बिना प्रकीर्णित हुए लगभग सीधे निकल जाते हैं, जबकि कुछ $\alpha-$ कण अधिक कोण पर प्रकीर्णित हो जाते है। इससे परमाणु संरचना के सम्बन्ध में क्या निष्कर्ष प्राप्त होता है?
3. किसी नाभिक से प्रकीर्णित $\alpha-$ कणों का मार्ग कैसा होता है?
4. हाइड्रोजन परमाणु के निम्नतर (मूल) ऊर्जा स्तर में इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग कितना होता है?
5. परमाणु ऊर्जा स्तर के क्वाण्टीकृत होने से क्या तात्पर्य है?
6. बोहर के सिद्धान्त के अनुसार हाइड्रोजन परमाणु की द्वितीय कक्षा में घूमते हुए इलेक्ट्रॉन के रैखिक संवेग के आघूर्ण का मान लिखिए।
7. हाइड्रोजन परमाणु की किसी बोहर कक्षा में इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा का स्थितिज ऊर्जा से अनुपात कितना होता है?
8. हाइड्रोजन की प्रथम बोहर कक्षा में इलेक्ट्रॉन की चाल तथा प्रकाश की चाल का अनुपात कितना होता है?
9. हाइड्रोजन परमाणु में प्रथम कक्षा तथा द्वितीय कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा का अनुपात कितना होता है?
10. हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम कक्षा की त्रिज्या a_0 है तो द्वितीय कक्षा की त्रिज्या का मान लिखिए।
11. सोडियम परमाणु (Z = 11) की द्वितीय कक्षा में इलेक्ट्रॉन का वेग v है। इसकी पांचवी कक्षा में इलेक्ट्रॉन का वेग कितना होगा?
12. परमाणु का प्लम पुडिंग मॉडल किसने दिया?
13. परमाणुओं की त्रिज्या की कोटि लिखिए।
14. परमाणु के टॉमसन मॉडल द्वारा किन तथ्यों की सफल व्याख्या की गई?
15. $\alpha-$ कण किस नाभिक के आवेश के तुल्य होता है?
16. नाभिक की त्रिज्या की कोटि लिखिए।
17. स्वर्ण का परमाणु क्रमांक लिखिए।
18. $\alpha-$ कण प्रकीर्णन प्रयोग में $\alpha-$ कण का पथ लिखिए।
19. इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर क्यों घूर्णन करता है?
20. इलेक्ट्रॉन के नाभिक के समीप या दूर होने पर उसकी ऊर्जा पर क्या प्रभाव पड़ता है?
21. हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन की कुल ऊर्जा का सूत्र लिखिए।
22. स्पेक्ट्रम से क्या तात्पर्य है?
23. फ्रॉनहॉफर रेखाएँ किसे कहते हैं?
24. रिडबर्ग नियतांक का मान लिखिए।
25. स्थायी कक्षाएँ किसे कहते हैं?
26. बोहर का क्वाण्टम प्रतिबन्ध लिखिए।
27. उत्तेजित अवस्था में इलेक्ट्रॉन के ठहराव का समय लिखिए।
28. यदि इलेक्ट्रॉन उच्च कक्षा n_2 से निम्न कक्षा n_1 में संक्रमण करता है तब उत्सर्जित फोटॉन की आवृत्ति लिखिए।
29. हाइड्रोजन परमाणु की बोहर त्रिज्या का सूत्र व मान लिखिए।
30. किसी परमाणु में इलेक्ट्रॉन का कक्षीय वेग, प्रकाश के वेग के पदों में लिखिए।
31. हाइड्रोजन स्पैक्ट्रम से उत्सर्जित विकिरण की तरंग संख्या का सूत्र लिखिए।

उत्तरमाला

1. नाभिक के धन आवेश के कारण $\alpha-$ कण पर कूलॉम के नियमानुसार प्रतिकर्षण बल लगता है।
2. (i) परमाणु अधिकांशतः खोखला है। (ii) लगभग समस्त द्रव्यमान नाभिक में केन्द्रित है। (iii) नाभिक धनावेशित है।
3. अतिपरवलयाकार।
4. $\dfrac{h}{2\pi}$
5. परमाणु में ऊर्जा स्तर के क्वाण्टीकृत होने का तात्पर्य यह है कि परमाणु में इलेक्ट्रॉन केवल कुछ निश्चित ऊर्जा स्तरों में ही रह सकता है।
6. $\dfrac{h}{\pi}$
7. $-\dfrac{1}{2}$
8. $\dfrac{e^2}{2\epsilon_0 ch}$
9. 4
10. $4a_0$
11. $\dfrac{2}{5}v$
12. जे. जे. टॉमसन
13. 10^{-10} मीटर
14. गैसों के आयनीकरण, विद्युत चुम्बकीय तरंगों का उत्सर्जन, तापायनिक उत्सर्जन, प्रकाश विद्युत प्रभाव आदि।
15. हीलियम नाभिक ($_2He^4$)
16. 10^{-15} मीटर
17. Z = 79
18. अतिपरवलयाकार।

$n = 4$ तथा $n = 70$ वाली कक्षाओं की त्रिज्याएं ज्ञात ...

19. इलेक्ट्रॉन के नाभिक के चारों ओर वृत्ताकार मार्ग में घूमने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल, इलेक्ट्रॉन तथा नाभिक के मध्य लगने वाले स्थिर विद्युत आकर्षण बल से प्राप्त होता है।

20. जब इलेक्ट्रॉन, नाभिक के समीप होता है, उसकी ऊर्जा कम होती है तथा जब इलेक्ट्रॉन, नाभिक से दूर होता है, उसकी ऊर्जा अधिक होती है।

21. $E = \frac{-e^2}{8\pi \epsilon_0 r}$

22. विद्युत चुम्बकीय विकिरण (प्रकाश) का ऐसा व्यूह जिसमें विकिरण (प्रकाश) तरंगदैर्ध्य या आवृत्ति के बढ़ते अथवा घटते क्रम में व्यवस्थित होता है, स्पेक्ट्रम कहलाता है।

23. सूर्य से आने वाले प्रकाश के स्पेक्ट्रम में काली रेखाएँ उपस्थित होती है, जिन्हें फ्रॉनहॉफर रेखाएँ कहते हैं।

24. $R = 1.097 \times 10^7$ मीटर$^{-1}$

25. बोहर के अनुसार, इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर केवल कुछ निश्चित त्रिज्याओं वाली कक्षाओं में ही घूम सकते हैं, सभी में नहीं। इन कक्षाओं को स्थायी कक्षाएँ कहते हैं।

26. $mvr = \frac{nh}{2\pi}$

27. 10^{-8} सेकण्ड

28. $\upsilon = \frac{(E)_{n_2} - (E)_{n_1}}{h}$

29. बोहर त्रिज्या = $\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 0.529 Å$

30. $v_n = \left(\frac{c}{137}\right)\frac{Z}{n}$

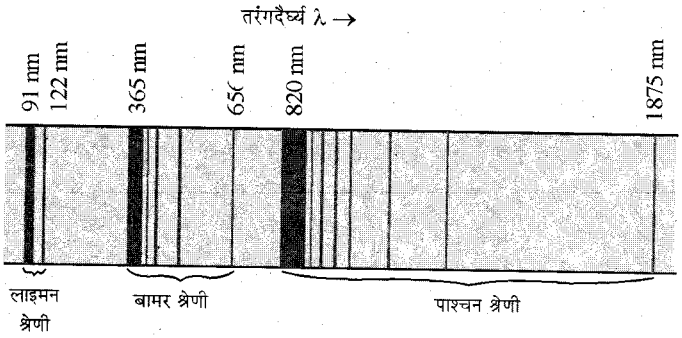
31. $\bar{\upsilon} = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$

14.4 हाइड्रोजन का रेखिल स्पैक्ट्रम तथा उसकी व्याख्या (Line spectrum of hydrogen and its Explanation)

विद्युत चुम्बकीय विकिरण (प्रकाश) का ऐसा क्रमित व्यूह (orderly array) जिसमें विकिरण (प्रकाश) तरंगदैर्ध्य या आवृत्ति के बढ़ते अथवा घटते क्रम में व्यवस्थित होता है, स्पैक्ट्रम कहलाता है। किसी पदार्थ की विशिष्ट अवस्था में उस पदार्थ द्वारा उत्सर्जित या अवशोषित विद्युत चुम्बकीय विकिरण की तरंगदैर्ध्य या आवृत्ति की परास को स्पैक्ट्रम कहते हैं।

जब किसी गैस या वाष्प में निम्न दाब पर विद्युत विसर्जन किया जाता है तब गैस या वाष्प के उत्तेजित अणुओं द्वारा विकिरण उत्सर्जित किया जाता है। इस विकिरण में केवल कुछ विशिष्ट तरंगदैर्ध्य ही उपस्थित होती है। इन तरंगदैर्ध्यों के संगत स्पैक्ट्रमी रेखाओं को उत्सर्जन रेखाएँ कहते हैं तथा स्पैक्ट्रम, उत्सर्जन रैखिक स्पैक्ट्रम कहलाता है। इसमें अदीप्त पृष्ठभूमि में चमकीली स्पैक्ट्रमी रेखाएँ प्राप्त होती है। जब उत्तेजित परमाणु, निम्नतर अवस्था में संक्रमण करता है तब इन विकिरणों का उत्सर्जन होता है। भिन्न-भिन्न तत्वों के लिए उत्सर्जन रेखाएँ भिन्न-भिन्न होती हैं। प्रत्येक तत्व का उत्सर्जन स्पैक्ट्रम अद्वितीय (unique) होता है। इसकी सहायता से अज्ञात पदार्थ की संरचना (composition) ज्ञात की जा सकती है अर्थात् यह किसी गैस की पहचान करने के लिए फिंगरप्रिंट (finger print) के रूप में कार्य कर सकता है।

निम्न चित्र में परमाण्वीय हाइड्रोजन द्वारा उत्सर्जित स्पैक्ट्रम दर्शाया गया है–



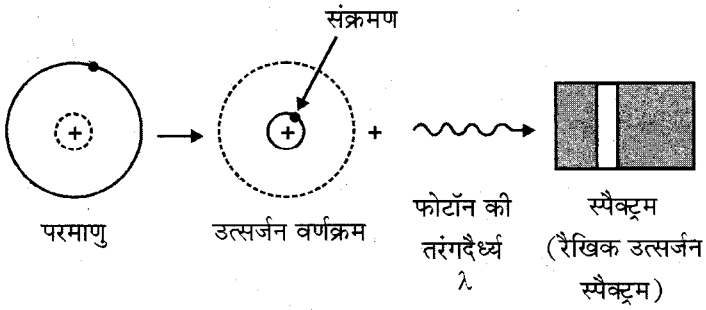
चित्र 14.11 हाइड्रोजन के स्पेक्ट्रम में उत्सर्जन रेखाएँ

जब किसी गैस या वाष्प में से श्वेत प्रकाश गुजारा जाता है तब गैस या वाष्प कुछ विशिष्ट तरंगदैर्ध्य के संगत विकिरण को अवशोषित कर लेती है। जिससे फोटोग्राफिक प्लेट पर दीप्त पृष्ठभूमि में इन विशिष्ट तरंगदैर्ध्यों के संगत काली रेखाएँ प्राप्त होती हैं। इस प्रकार के स्पैक्ट्रम को उस गैस के पदार्थ का अवशोषण स्पैक्ट्रम कहते हैं। श्वेत प्रकाश में से विकिरण अवशोषित कर परमाणु के निम्नतर ऊर्जा स्तर से उच्चतर ऊर्जा स्तर में संक्रमण करने से अवशोषण स्पैक्ट्रम प्राप्त होता है। अवशोषण स्पैक्ट्रम में काली रेखाएँ ठीक उन्हीं स्थानों पर प्राप्त होती है जहाँ कि उत्सर्जन स्पैक्ट्रम में चमकीली रेखाएँ प्राप्त होती हैं। इसका कारण यह है कि परमाणु जिन तरंग दैर्ध्यों का उत्सर्जन करता है, उन्हीं को वह अवशोषित करता है।

सूर्य से आने वाले प्रकाश के स्पैक्ट्रम में काली रेखाएँ उपस्थित होती है जिन्हें **फ्रॉनहॉफर रेखाएँ** कहते हैं।

जब किसी तत्व विशेष के परमाणु (सरलतम परमाणु हाइड्रोजन) को उत्तेजित किया जाता है तो यह अवशोषित ऊर्जा को उत्सर्जित करके अपनी मूल अवस्था में वापस आ जाता है। इस प्रक्रिया के अन्तर्गत इलेक्ट्रॉन उच्च ऊर्जा स्तर से निम्न ऊर्जा स्तरों में संक्रमण करता है, जिसके परिणामस्वरूप भिन्न-भिन्न तरंगदैर्ध्यों के विकिरण के रूप में ऊर्जा परमाणु से बाहर उत्सर्जित होती है। भिन्न-भिन्न उच्च कक्षाओं से संक्रमण से भिन्न-भिन्न तरंगदैर्ध्य प्राप्त होते हैं। इनके विशेष समूह को स्पैक्ट्रमी श्रेणी कहते हैं। यह स्पैक्ट्रम श्रेणी प्रत्येक परमाणु का अभिलक्षण है।

जब इन स्पैक्ट्रमी श्रेणियों को स्पैक्ट्रोमीटर द्वारा विभेदित किया जाता है तो एकल वर्ण की ऊर्ध्वाधर रेखाएँ दिखायी देती हैं।



चित्र 14.12

हाइड्रोजन परमाणु के स्पैक्ट्रम का विधिवत् अध्ययन जॉन जेकब बामर (Johann Jcob Balmer) ने किया था। इस स्पैक्ट्रम के दृश्य भाग में अदीप्त पृष्ठभूमि में बहुत-सी पृथक्-पृथक् चमकीली रेखाएँ प्राप्त होती हैं। इन रेखाओं को H_α, H_β, H_γ, H_δ,....कहते हैं। इन रेखाओं की विशेषता यह होती है कि स्पैक्ट्रम के एक सिरे से दूसरे सिरे की ओर जाने पर रेखाओं की चमक तथा उनके मध्य की दूरी नियमित रूप से घटती जाती है अर्थात् जैसे-जैसे तरंगदैर्ध्य घटती जाती है, रेखाएँ समीप होती प्रतीत होती है तथा उनकी तीव्रता कम हो जाती है। इस प्रकार ये रेखाएँ एक श्रेणी की सदस्य हैं, जिसे बामर श्रेणी कहते हैं।

सन 1885 में बामर ने यह ज्ञात किया कि बामर श्रेणी की सभी रेखाओं की तरंगदैर्ध्य (λ) निम्न समीकरण द्वारा प्रदर्शित की जा सकती है-

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \qquad ...(1)$$

$\because\ c = \upsilon\lambda$

$\therefore \frac{1}{\lambda} = \frac{\upsilon}{c}$

आवृत्ति के पदों में

$\therefore$ समी. (1) से

$$\upsilon = Rc\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \qquad ...(3)$$

जहाँ $n_2 = 3, 4, 5, ...$

λ = तरंगदैर्ध्य, υ = आवृत्ति

R एक नियतांक है जिसे रिडबर्ग नियतांक (Rydberg's Constant) कहते हैं तथा इसका मान 1.097×10^7 मीटर$^{-1}$ होता है। उपरोक्त समीकरण (1) को **बामर सूत्र** कहते हैं। इस सूत्र में $n_2 = 3$ रखने पर H_α रेखा की तरंगदैर्ध्य प्राप्त कर सकते हैं-

$$\frac{1}{\lambda} = 1.097\times10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{5}{36}\times1.097\times10^7$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = \frac{36}{5\times1.097\times10^7}$$

$$= 6.563 \times 10^{-7} \text{ मी.}$$

$$= 656.3 \text{ nm}$$

$n_2 = 4$ रखने पर H_β रेखा की तरंगदैर्ध्य-

$$\frac{1}{\lambda} = 1.097\times10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) = \frac{3}{16}\times1.097\times10^7$$

$$\lambda = \frac{16}{3\times1.097\times10^7} = 486.1\text{nm}$$

$n_2 = 5$ रखने पर H_γ रेखा की तरंगदैर्ध्य-

$$\frac{1}{\lambda} = 1.097\times10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2}\right) = \frac{21}{100}\times1.097\times10^7$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{100}{21\times1.097\times10^7} = 434.1\text{nm}$$

$n_2 = 6$ रखने पर H_δ रेखा की तरंगदैर्ध्य-

$$\frac{1}{\lambda} = 1.097\times10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2}\right) = \frac{8}{36}\times1.097\times10^7$$

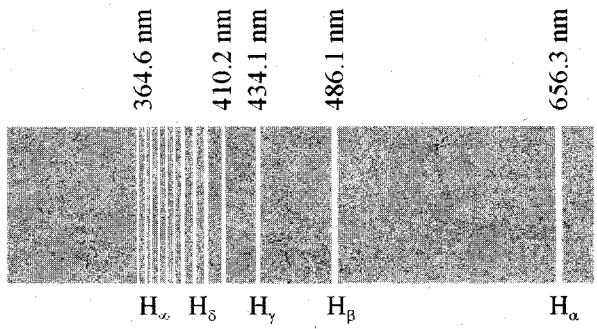
$$\Rightarrow \lambda = \frac{36}{8\times1.097\times10^7} = 410.2\text{nm}$$

$n_2 = \infty$ रखने पर H_∞ रेखा की तरंगदैर्ध्य

$$\frac{1}{\lambda} = 1.097\times10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) = \frac{1}{4}\times1.097\times10^7$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{4}{1.097\times10^7} = 364.6\text{nm}$$

तरंगदैर्ध्य λ = 364.6 nm पर, बामर श्रेणी की सीमा प्राप्त होती है। यह बामर श्रेणी की लघुत्तम तरंगदैर्ध्य है। इस सीमा के आगे कोई स्पष्ट रेखा दिखायी नहीं देती है, केवल मंद सा सतत् स्पैक्ट्रम प्रेक्षित होता है।



चित्र 14.13 हाइड्रोजन के उत्सर्जन स्पेक्ट्रम में बामर श्रेणी

परमाण्वीय हाइड्रोजन के द्वारा उत्सर्जित स्पैक्ट्रमी रेखाओं की तरंगदैर्ध्य तथा उनके रंग निम्न सारणी में दर्शाए गए हैं-

क्र.सं.	रेखा का नाम	रेखा का रंग	तरंगदैर्ध्य
1	H_α	लाल	656.3 nm
2	H_β	हरा	486.1 nm
3	H_γ	नीला	434.1 nm
4	H_δ	बैंगनी	410.2 nm

$n = 4$ तथा $n = 70$ वाली कक्षाओं का त्रिज्यीय

बामर श्रेणी की अनेक रेखाएँ स्पैक्ट्रम के दृश्य भाग में होती है। स्पैक्ट्रम के अदृश्य भाग में भी अन्य श्रेणियाँ प्राप्त की गई हैं। जैसे लाइमन श्रेणी, पराबैंगनी क्षेत्र में तथा पाश्चन, ब्रैकेट तथा फुण्ड श्रेणियाँ, अवरक्त क्षेत्र में प्राप्त हुई। इन विभिन्न श्रेणियों की रेखाओं की तरंगदैर्ध्य निम्न सूत्रों द्वारा प्रदर्शित की जा सकती है–

(i) लाइमन श्रेणी के लिए–

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

जहाँ $n_2 = 2, 3, 4, ...$

(ii) बामर श्रेणी के लिए

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

जहाँ $n_2 = 3, 4, 5, ...$

(iii) पाश्चन श्रेणी के लिए

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

जहाँ $n_2 = 4, 5, 6, ...$

(iv) ब्रैकेट श्रेणी के लिए

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

जहाँ $n_2 = 5, 6, 7, ...$

(v) फुण्ड श्रेणी के लिए

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

जहाँ $n_2 = 6, 7, 8, ...$

उपरोक्त वर्णित सूत्रों से केवल कुछ तत्वों (जैसे–हाइड्रोजन, H^+ तथा Li^{+2}) के स्पैक्ट्रमों को ही व्यक्त किया सकता है। इन सूत्रों की सहायता से हाइड्रोजन के स्पैक्ट्रम में कुछ ही आवृत्तियों के विद्यमान होने के कारण की व्याख्या नहीं की जा सकती है।

14.4.1 बोहर सिद्धान्त द्वारा हाइड्रोजन स्पैक्ट्रम की व्याख्या (Explanation of hydrogen spectrum by Bohr's theory)

माना कि उत्तेजित परमाणु में इलेक्ट्रॉन उच्च कक्षा n_2 से निम्न कक्षा n_1 में कूदता हैं तब इन कक्षाओं में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जायें क्रमशः En_2 व En_1 निम्न होगी

$$E_{n_2} = -\frac{R'}{n_2^2}$$

$$E_{n_1} = -\frac{R'}{n_1^2}$$

इन कक्षाओं में ऊर्जा अन्तर

$$E_{n_2} - E_{n_1} = -\frac{R'}{n_2^2} - \left(-\frac{R'}{n_1^2}\right)$$

$$E_{n_2} - E_{n_1} = \frac{R'}{n_1^2} - \frac{R'}{n_2^2}$$

$$E_{n_2} - E_{n_1} = R'\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

बोहर की तीसरी परिकल्पना के अनुसार इलेक्ट्रॉन के कूदने में उत्सर्जित विद्युत चुम्बकीय तरंगों (ऊर्जा) की आवृत्ति

$$\upsilon = \frac{E_{n_2} - E_{n_1}}{h} = \frac{R'}{h}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

माना कि इसके संगत तरंगदैर्ध्य λ हैं।

तब $$\frac{1}{\lambda} = \frac{\upsilon}{c} = \frac{R'}{hc}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

$\frac{1}{\lambda}$ को तरंग संख्या (Wave numver) कहते हैं। तरंग संख्या को $\bar{\upsilon}$ द्वारा व्यक्त करते हैं।

$$\bar{\upsilon} = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \quad .....(1)$$

जहाँ $R = \frac{R'}{hc}$ रिडबर्ग नियतांक कहलाता है

जिसका मान $$R = \frac{2.179 \times 10^{-18}}{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}$$

$R = 1.097 \times 10^7$ प्रति मीटर होता है।

हाइड्रोजन के स्थान पर अन्य तत्वों के परमाणु के उत्सर्जित विकिरण की तरंगदैर्ध्य

$$\bar{\upsilon} = \frac{1}{\lambda} = Z^2R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \quad .....(2)$$

जहाँ Z उस तत्व का परमाणु क्रमांक है।

समी. (2) को **रिडबर्ग** का सूत्र भी कहते हैं।

हाइड्रोजन स्पैक्ट्रम की विभिन्न श्रेणियों की व्याख्या क्वाण्टम यांत्रिकी द्वारा की जाती है। क्वाण्टम यांत्रिकी के अनुसार, यदि हाइड्रोजन परमाणु की आयनित अवस्था को शून्य ऊर्जा स्तर माना जाए तो परमाणु के विभिन्न ऊर्जा स्तरों की ऊर्जाओं को निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त किया जा सकता है–

$$E_n = -\frac{R'}{n^2} = -\frac{Rhc}{n^2} = -\frac{13.6}{n^2}(eV)$$

जहाँ n = 1, 2, 3, ... (क्वाण्टम संख्या)

तथा R रिडबर्ग नियतांक है।

जब परमाणु को बाह्य ऊर्जा दी जाती है तब वह अपने निम्नतम ऊर्जा स्तर से किसी उच्च ऊर्जा स्तर में चला जाता है। परन्तु वहाँ से वह लगभग 10^{-8} सेकण्ड तक ठहरकर सीधे अथवा अन्य ऊर्जा स्तरों से होते हुए निम्नतम ऊर्जा स्तर में लौट आता है। लौटते समय परमाणु प्रकाश तथा अन्य विद्युत चुम्बकीय विकिरण का उत्सर्जन करता है।

(1) लाइमन श्रेणी (Lyman Series)–हाइड्रोजन परमाणु का इलेक्ट्रॉन जब किसी उच्च ऊर्जा स्तर ($n_2 = 2, 3, 4$ ......) से प्रथम ऊर्जा स्तर ($n_1 = 1$) में संक्रमण करता है तो जो विकिरण उत्सर्जित होते हैं उनकी शृंखला को लाइमन श्रेणी कहते हैं। हाइड्रोजन स्पैक्ट्रम की इस श्रेणी की रेखाओं का फोटोग्राफ लाइमन द्वारा सन् 1916 में प्राप्त किया गया। लाइमन के नाम पर इस श्रेणी को लाइमन श्रेणी कहते हैं। लाइमन श्रेणी को चित्र में भी दिखाया गया है। इसके लिए

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \quad .....(1)$$

जहाँ $n_2 = 2, 3, 4, ..., \infty$

लाइमन श्रेणी की रेखायें विद्युत चुम्बकीय स्पैक्ट्रम के पराबैंगनी भाग में प्राप्त होती है।

(2) बामर श्रेणी (Balmer Series)–हाइड्रोजन परमाणु का इलेक्ट्रॉन जब किसी उच्च ऊर्जा स्तर ($n_2 = 3, 4$ .....) से द्वितीय ऊर्जा स्तर ($n_1 = 2$) में संक्रमण करता है तो जो विकिरण उत्सर्जित होते हैं उनकी शृंखला को बामर श्रेणी कहते हैं। इन रेखाओं को सर्वप्रथम सन् 1885 में बामर ने देखा तथा अध्ययन किया। इसके लिए

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \quad .....(2)$$

जहाँ $n_2 = 3, 4, 5, ..., \infty$

बामर श्रेणी की रेखायें दृश्य भाग में प्राप्त होती है।

(3) पाश्चन श्रेणी (Paschen Series)–हाइड्रोजन परमाणु का इलेक्ट्रॉन जब ($n_2 = 4, 5, 6,$ ......) वाले उच्च ऊर्जा स्तर से तृतीय ऊर्जा स्तर ($n_1 = 3$) में संक्रमण करता है तो जो विकिरण उत्सर्जित होते हैं उनकी शृंखला को पाश्चन श्रेणी कहते हैं। ये रेखायें स्पैक्ट्रम के अवरक्त भाग में प्राप्त होती है। इसके लिए

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \quad .....(3)$$

जहाँ $n_2 = 4, 5, 6, ..., \infty$

(4) ब्रेकेट श्रेणी (Brackett Series)–हाइड्रोजन परमाणु का इलेक्ट्रॉन जब ($n_2 = 5, 6, 7,$.........) वाले उच्च ऊर्जा स्तर से चतुर्थ ऊर्जा स्तर ($n_1 = 4$) में संक्रमण करता है तो जो विकिरण उत्सर्जित होते हैं उनकी शृंखला को ब्रेकेट श्रेणी कहते हैं। ये रेखायें स्पैक्ट्रम के अवरक्त भाग में प्राप्त होती है। इसके लिए

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \quad .....(4)$$

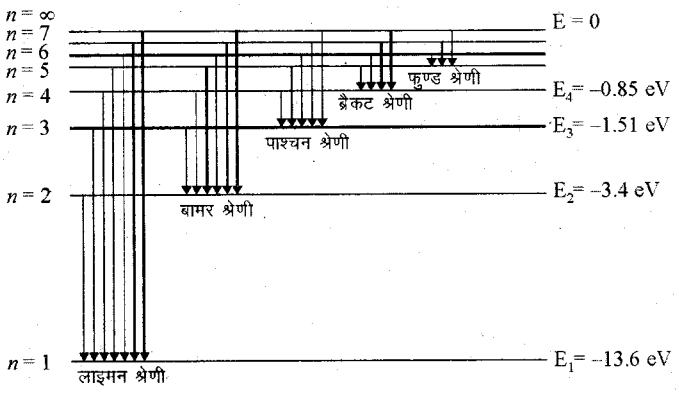
जहाँ $n_2 = 5, 6, 7, ..., \infty$

(5) फुण्ड श्रेणी (Pfund Series)–हाइड्रोजन परमाणु का इलेक्ट्रॉन जब ($n_2 = 6, 7, 8,$........) वाले उच्च ऊर्जा स्तर से पंचम ऊर्जा स्तर ($n_1 = 5$) में संक्रमण करता है तो जो विकिरण उत्सर्जित होते हैं उनकी शृंखला को फुण्ड श्रेणी कहते हैं। ये रेखायें स्पैक्ट्रम के अवरक्त भाग में प्राप्त होती है। इसके लिए

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \quad .....(5)$$

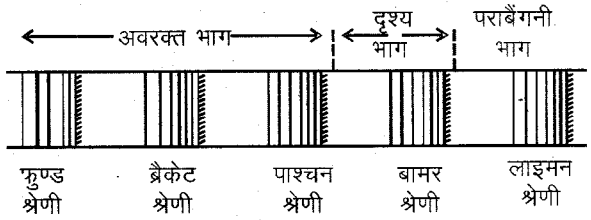
जहाँ $n_2 = 6, 7, 8, ..., \infty$

उपरोक्त समीकरणों से गणना करने पर तरंग दैर्ध्य के जो मान प्राप्त होते हैं उन्हीं तरंगदैर्ध्य की स्पैक्ट्रम रेखायें वास्तव में स्पेक्ट्रोमीटर से प्राप्त हाइड्रोजन के स्पैक्ट्रम में पायी जाती है। इससे बोहर प्रतिरूप की पुष्टि होती है।



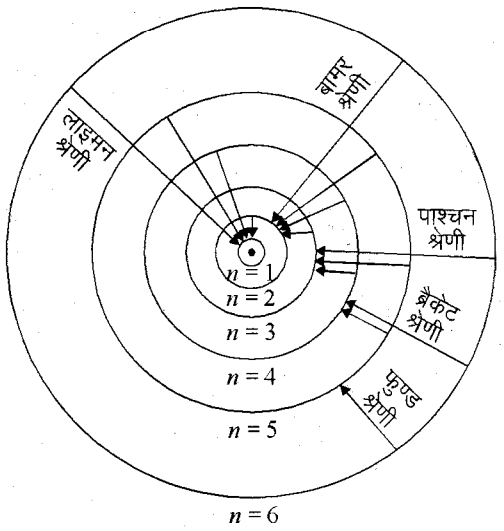
चित्र 14.14

क्षेत्रों तथा सापेक्ष स्पैक्ट्रमी रेखा, अन्तराल के साथ हाइड्रोजन स्पैक्ट्रम की श्रेणियाँ निम्न चित्र में दर्शायी गयी है। किसी भी श्रेणी के अल्प तरंगदैर्ध्य पक्ष में दो स्पैक्ट्रमी रेखाओं के बीच का अन्तराल कम होता जाता है तथा अन्त में वे एक हो जाती है। अतः प्रत्येक श्रेणी के अल्प तरंगदैर्ध्य पक्ष में सतत स्पैक्ट्रम प्रकार का एक सतत् सांतत्यक (continuum) उपस्थित रहता है।



चित्र 14.15

हाइड्रोजन की स्थायी कक्षाओं का कक्षक चित्र निम्न प्रकार प्राप्त होता है–



चित्र 14.16

सारणी–हाइड्रोजन स्पैक्ट्रम

(i) श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्ध्य अधिकतम (λ_{max}) होती है।

(ii) श्रेणी की अन्तिम रेखा ($n_2 = \infty$) श्रेणी सीमा कहलाती है। इस रेखा की तरंगदैर्ध्य न्यूनतम (λ_{min}) होती है।

स्पैक्ट्रमी	संक्रमण	तरंग दैर्ध्य $(\lambda) = \frac{n_1^2 n_2^2}{(n_2^2 - n_1^2)R} = \frac{n_1^2}{\left(1 - \frac{n_1^2}{n_2^2}\right)R}$		$\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} = \frac{(n+1)^2}{(2n+1)}$	क्षेत्र
		अधिकतम तरंगदैर्ध्य ($n_1 = n$ एवं $n_2 = n+1$) $\lambda_{max} = \frac{n^2(n+1)^2}{(2n+1)R}$	न्यूनतम तरंगदैर्ध्य ($n_2 = \infty, n_1 = n$) $\lambda_{min} = \frac{n^2}{R}$		
लाइमन श्रेणी	$n_2 = 2, 3, 4, ... \infty$ $n_1 = 1$	$\lambda_{max} = \frac{4}{3R}$	$\lambda_{min} = \frac{1}{R}$	$\frac{4}{3}$	पराबैंगनी क्षेत्र
बामर श्रेणी	$n_2 = 3, 4, 5, ... \infty$ $n_1 = 2$	$\lambda_{max} = \frac{36}{5R}$	$\lambda_{min} = \frac{4}{R}$	$\frac{9}{5}$	दृश्य क्षेत्र
पाश्चन श्रेणी	$n_2 = 4, 5, 6, ... \infty$ $n_1 = 3$	$\lambda_{max} = \frac{144}{7R}$	$\lambda_{min} = \frac{9}{R}$	$\frac{16}{7}$	अवरक्त क्षेत्र
ब्रैकेट श्रेणी	$n_2 = 5, 6, 7, ... \infty$ $n_1 = 4$	$\lambda_{max} = \frac{400}{9R}$	$\lambda_{min} = \frac{16}{R}$	$\frac{25}{9}$	अवरक्त क्षेत्र
फुण्ड श्रेणी	$n_2 = 6, 7, 8, ... \infty$ $n_1 = 5$	$\lambda_{max} = \frac{900}{11R}$	$\lambda_{min} = \frac{25}{R}$	$\frac{36}{11}$	अवरक्त क्षेत्र

14.5 आयनन ऊर्जा, उत्तेजन ऊर्जा तथा बंधन ऊर्जा (Ionisation energy, Excitation energy and Binding energy)

आयनन ऊर्जा (Ionisation energy) : सामान्यतया इलेक्ट्रॉन न्यूनतम ऊर्जा स्तर में ही रहते हैं परन्तु यदि इन्हें ऊर्जा दी जाये तो ये उच्च ऊर्जा स्तर में चले जाते हैं। परमाणु की मूल अवस्था में स्थित इलेक्ट्रॉन को मुक्त करने के लिए दी गयी न्यूनतम ऊर्जा को आयनन ऊर्जा कहते हैं। इस प्रकार "वह न्यूनतम ऊर्जा जिसे अवशोषित करके परमाणु आयनित हो जाये अर्थात् इलेक्ट्रॉन अपनी मूल अवस्था से सदैव के लिए परमाणु से अलग हो जाये, उस परमाणु की आयनन ऊर्जा कहलाती है।"

आयनन विभव (Ionisation potential) : "वह न्यूनतम त्वरक विभव जिससे त्वरित होकर कोई बाहरी इलेक्ट्रॉन इतनी ऊर्जा अर्जित कर ले कि वह किसी परमाणु से टकराकर उसे आयनित कर दे, आयनन विभव कहते हैं।" दूसरे शब्दों में कह सकते है कि यदि आयनन ऊर्जा का इलेक्ट्रॉन वोल्ट में व्यक्त किया जाये तो उसका आंकिक मान ही आयनन विभव कहलाता है। उदाहरण के लिए हाइड्रोजन परमाणु को आयनित करने के लिए बाहरी इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा कम से कम 13.6 eV होनी चाहिए क्योंकि हाइड्रोजन परमाणु का इलेक्ट्रॉन $n = 1$ ऊर्जा स्तर से $n = \infty$ ऊर्जा स्तर या शून्य ऊर्जा स्तर में जाने में ऊर्जा अवशोषित करता है।

$$E_I = E_\infty - E_1 = 0 - (-13.6)$$

या $$E_I = 13.6 \text{ eV}$$

इस प्रकार हाइड्रोजन परमाणु की आयनन ऊर्जा 13.6 eV एवं आयनन विभव 13.6 V होगा।

सामान्य रूप में किसी कक्ष में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा E_n हो तो आयनन ऊर्जा

$$E_I = E_\infty - E_n \quad \because E_\infty = 0$$

$$\therefore \quad E_I = -E_n \qquad ...(1)$$

आयनन विभव $V_I = -\frac{E_n}{e}$ वोल्ट

उत्तेजन ऊर्जा (Excitation energy)

"परमाणु को मूल अवस्था से किसी उत्तेजित अवस्था तक लाने में जितनी ऊर्जा देनी पड़ती है, उसे उत्तेजन या ऊर्जन ऊर्जा कहते हैं।"

यदि n_1 वीं कक्ष में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा E_{n_1} तथा n_2 वीं कक्ष में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा E_{n_2} हो तो उत्तेजन ऊर्जा

$$E_{ex} = E_{n_2} - E_{n_1} \qquad .....(2)$$

उत्तेजन विभव (Excitation Potential)

"वह न्यूनतम त्वरक विभव (accelerating potential) जिससे त्वरित होकर कोई बाहरी इलेक्ट्रॉन इतनी ऊर्जा प्राप्त कर ले कि वह किसी

परमाणु से टकराकर उसे उत्तेजित कर दे, उस परमाणु का उत्तेजन विभव कहलाता है।" यदि उत्तेजन ऊर्जा को इलेक्ट्रॉन वोल्ट से व्यक्त करें तो उसका आंकिक मान ही उत्तेजन विभव कहलाता है। उदाहरण के लिए यदि किसी परमाणु की उत्तेजन ऊर्जा 10.2 eV है तो उसका उत्तेजन विभव 10.2 वोल्ट होगा। सामान्य रूप में उत्तेजन विभव

$$V_e = \frac{E_{n_2} - E_{n_1}}{e} \text{ वोल्ट} \qquad .....(3)$$

बंधन ऊर्जा (Binding energy)

एक निकाय की बंधन ऊर्जा उस ऊर्जा को कहते हैं जो निकाय के घटकों को अनन्त (infinity) से लाकर निकाय बनाने की प्रक्रिया में निर्मुक्त (release) हो जाती है।

निकाय के घटकों को अनन्त तक ले जाने के लिये आवश्यक ऊर्जा, बन्धन ऊर्जा के बराबर होती है।

एक हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन को नाभिक से अनन्त दूरी तक ले जाने के लिय 13.6 eV ऊर्जा की आवश्यकता होती है, अतः हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन की बन्धन ऊर्जा = 13.6 eV है।

हाइड्रोजन/हाइड्रोजन तुल्य परमाणुओं के लिए ऊर्जा स्तर तथा आयनन ऊर्जा–

.....n = ∞	अनन्त	अनन्त	$E_\infty = 0$ eV	0 eV	0 eV
.....n = 4	चतुर्थ	तृतीयक	$E_4 = -0.85$ eV	$-0.85\ Z^2$	+ 0.85 eV
.....n = 3	तृतीयक	द्वितीयक	$E_3 = -1.51$ eV	$-1.51\ Z^2$	+ 1.51 eV
.....n =2	द्वितीयक	प्रथम	$E_2 = -3.4$ eV	$-3.4\ Z^2$	+ 3.4 eV
n = 1	प्रथम	सतही	$E_1 = -13.6$ eV	$-13.6\ Z^2$	+ 13.6 eV

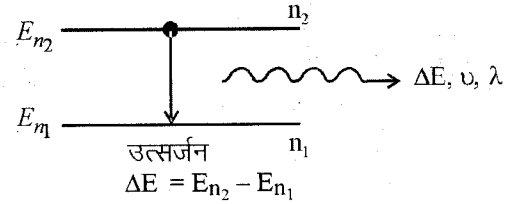
मुख्य क्वाण्टम संख्या	कक्ष	उत्तेजित अवस्था	हाइड्रोजन परमाणु के लिए ऊर्जा	हाइड्रोजन तुल्य परमाणु के लिए ऊर्जा	दी गई अवस्था से आयनन ऊर्जा (हाइड्रोजन) परमाणु के

महत्वपूर्ण तथ्य

(1) हाइड्रोजन परमाणु में जब इलेक्ट्रॉन किसी उत्तेजित अवस्था से मूल अवस्था में संक्रमण करता है तो इसकी गतिज ऊर्जा बढ़ती है जबकि स्थितिज ऊर्जा तथा कुल ऊर्जा घटती है।

(2) इलेक्ट्रॉन संक्रमण :– जब एक इलेक्ट्रॉन उच्च ऊर्जा स्तर E_{n_2} से निम्न ऊर्जा स्तर E_{n_1} में संक्रमण करता है तो υ आवृत्ति का एक फोटॉन उत्सर्जित करता है।

(i) उत्सर्जित ऊर्जा :–



$\Delta E = E_{n_2} - E_{n_1}$

$$= -13.6\ \frac{Z^2}{n_2^2} - \left(-13.6 \frac{Z^2}{n_1^2}\right)$$

$$\Delta E = 13.6\ Z^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

(ii) उत्सर्जित विकिरण की आवृत्ति :–

$$\Delta E = h\upsilon$$

$$\Rightarrow \quad \upsilon = \frac{\Delta E}{h}$$

$$= \frac{13.6Z^2}{h}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

(iii) स्पैक्ट्रमी रेखाओं की संख्या :– जब एक इलेक्ट्रॉन किसी उच्च ऊर्जा स्तर से निम्न ऊर्जा स्तर में गिरता है तो विभिन्न आवृत्ति की तरंगें उत्सर्जित करता है।

इलेक्ट्रॉन n_2 कक्षा से n_1 कक्षा में गिरता है तो उत्सर्जित स्पैक्ट्रमी रेखाओं की संख्या

$$N_E = \frac{(n_2 - n_1 + 1)(n_2 - n_1)}{2}$$

यदि इलेक्ट्रॉन nवीं कक्षा से मूल अवस्था में गिरता है (अर्थात् $n_2 = n$ तथा $n_1 = 1$) तब उत्सर्जित स्पैक्ट्रमी रेखाओं की संख्या

$$N_E = \frac{n(n-1)}{2}$$

यदि इलेक्ट्रॉन निम्न ऊर्जा स्तर से उच्च ऊर्जा स्तर में संक्रमण करता है तो अवशोषण स्पैक्ट्रमी रेखायें प्राप्त होती है। यदि इलेक्ट्रॉन मूल अवस्था से nवीं कक्षा में संक्रमण करता है तो संभव अवशोषण रेखाओं की संख्या (n – 1) होगी।

(iv) परमाणु का प्रतिक्षेपण :– इलेक्ट्रॉन संक्रमण के कारण परमाणु से जब एक फोटॉन उत्सर्जित होता है तो परमाणु प्रतिक्षिप्त होता है। इस प्रक्रिया में निकाय का रेखीय संवेग संरक्षित रहता है अतः

परमाणु का प्रतिक्षेप संवेग = फोटॉन का संवेग = $\frac{h}{\lambda}$

$$= hRZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

परमाणु की प्रतिक्षेपण ऊर्जा

$$\frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

(यहाँ m = प्रतिक्षिप्त परमाणु का द्रव्यमान)

उदा. 14. यदि He^+ आयन में एक इलेक्ट्रॉन $n = 3$ से $n = 2$ ऊर्जा स्तर पर संक्रमण करता है तब उत्सर्जित फोटॉन की तरंगदैर्ध्य की गणना करो।

हल– हाइड्रोजन परमाणु जैसे आयनों के लिए

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$= R(4)\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}\right) = \frac{5}{9}R$$

या $\lambda = \frac{9}{5R}$

$\because$ $\frac{1}{R} = 912\ Å$

$\therefore$ $\lambda = \frac{9}{5}\times 912\,Å \approx 1641Å$

उदा. 15. हाइड्रोजन परमाणु में यदि प्रारंभ में इलेक्ट्रॉन मुख्य क्वांटम संख्या 3 के ऊर्जा स्तर में उत्तेजित है तो इसके निम्न ऊर्जा स्तरो में संक्रमण से हाइड्रोजन स्पैक्ट्रम में कितनी विभिन्न तरंग दैर्ध्य प्रेक्षित होगी? **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.6**

हल: n वें स्तर में उपस्थित इलेक्ट्रॉन $(n-1)$ वें, $(n-2)$ वें, ... 2 वें, 1 वे ऊर्जा स्तर में संक्रमण कर सकता है। इस प्रकार n वें ऊर्जा स्तर से $(n-1)$ वें ऊर्जा स्तर में संक्रमण संभव है। इसी तर्क के आधार पर $(n-1)$ वे स्तर में पहुँचने वाले इलेक्ट्रान $(n-2)$ वे स्तर में संक्रमण कर सकते है तथा इसी प्रकार अन्य निम्न ऊर्जा स्तरों के लिए संक्रमणों की गणना की जा सकती है।

इस प्रकार कुल संभव संक्रमणों की संख्या (माना N) होगी

$$N = (n-1)+(n-2)+(n-3)+...+2+1$$

$$= \frac{n(n-1)}{2}$$

उदा. 16. रिडबर्ग सूत्र का उपयोग करके हाइड्रोजन स्पैक्ट्रम की लाइमन श्रेणी में प्रथम चार स्पैक्ट्रमी रेखाओं की तरंगदैर्ध्य को परिकलित कीजिए।

हल : रिडबर्ग सूत्र से हाइड्रोजन परमाणु (Z = 1) के लिए

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)$$

अत: लाइमन श्रेणी की प्रथम रेखा $[n_1 = 1, n_2 = 2]$ के लिए

$$\frac{1}{\lambda_1} = R\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{4}\right) = \frac{3R}{4} \quad \text{जहाँ} \quad \frac{1}{R} = 913Å$$

या $\lambda_1 = \frac{4}{3R} = \frac{4}{3}\times 913A^\circ = 1217A^\circ$

लाइमन श्रेणी की द्वितीय रेखा $[n_1 = 1, n_2 = 3]$ के लिए

$$\frac{1}{\lambda_2} = R\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{9}\right) = \frac{8R}{9}$$

$$\lambda_2 = \frac{9}{8R} = \frac{9}{8}\times 913A^\circ = 1027A^\circ$$

लाइमन श्रेणी की तृतीय रेखा $[n_1 = 1, n_2 = 4]$ के लिए

$$\frac{1}{\lambda_3} = R\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{16}\right) = \frac{15R}{16}$$

$$\lambda_3 = \frac{16}{15R} = \frac{16}{15}\times 913 = 974A^\circ$$

लाइमन श्रेणी की चतुर्थ रेखा $[n_1 = 1, n_2 = 5]$ के लिए

$$\frac{1}{\lambda_4} = R\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{25}\right) = \frac{24R}{25}$$

$$\lambda_4 = \frac{25}{24R} = \frac{25}{24}\times 913 = 951A^\circ$$

उदा. 17. जब हाइड्रोजन परमाणु $n = 4$ स्तर में उत्तेजित इलेक्ट्रॉन मूल अवस्था में लौटता है तो उत्सर्जित विकिरण में उपस्थित तरंग दैर्ध्यों को ज्ञात कीजिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.7**

हल: $\because$ उत्सर्जित तरंगो की कुल संख्या

$$N = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{4\times 3}{2} = 6 \text{ होगी}$$

जो क्रमश: $n=4$ से $n=3, n=4$ से $n=2, n=4$ से $n=1$, $n=3$ से $n=2$, $n=3$ से $n=1$ तथा $n=2$ से $n=1$ के संगत संक्रमणों के संगत होगी

$n=1$, 2, 3 व 4 स्तरो के लिए ऊर्जाएँ क्रमश: है

$$E_1 = -13.6eV$$

$$E_2 = -\frac{13.6eV}{4} = -3.4eV$$

$$E_3 = -\frac{13.6eV}{8} = -1.51eV$$

तथा $E_4 = -\frac{13.6eV}{16} = 0.85eV$

$n=4$ से $n=1$ के संक्रमण में प्राप्त तरंग दैर्ध्य होगी

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6.62\times 10^{-34}\times 3\times 10^8}{(13.6-0.85)1.6\times 10^{-16}} = 97.4nm$$

$n=4$ से $n=3$ के संक्रमण में प्राप्त तरंग दैर्ध्य होगी

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6.62\times 10^{-34}\times 3\times 10^8}{(3.4-0.85)1.6\times 10^{-19}} = 487nm$$

$n=4$ से $n=1$ के संक्रमण में प्राप्त तरंग दैर्ध्य होगी

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6.62\times 10^{-34}\times 3\times 10^8}{(1.51-0.85)1.6\times 10^{-19}} = 1881nm$$

इसी प्रकार $n=3$ से $n=1$ के संक्रमण में उत्सर्जित तरंग दैर्ध्य होगी

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6.62\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{(13.6-1.51)1.6\times10^{-19}} = 103\,nm$$

इसी प्रकार गणना करने पर $n=3$ से $n=2$ के लिए 654 nm तरंग दैर्ध्य $n=2$ से $n=1$ के लिए तरंग दैर्ध्य 122 nm प्राप्त होगी। इस प्रकार विभिन्न प्राप्त तरंगो की तरंग दैर्ध्य 97.4 nm, 487 nm, 1881 nm, 103 nm, 654 nm तथा 122 nm है।

उदा. 18. हाइड्रोजन परमाणु में ऊर्जा का संक्रमण $n = 3$ से $n = 2$ में होता है। उत्सर्जित फोटॉन की तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिये। क्या ये फोटॉन दिखायी देगा ? ($R = 1.09 \times 10^7\ m^{-1}$)

हल– $$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)$$

$n_1 = 2, n_2 = 3$

$$\frac{1}{\lambda} = 1.09\times10^7\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right)$$

$$= 1.09\times10^7\times\frac{5}{36}$$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{36}{5\times1.09\times10^7}$$

$= 6.605 \times 10^{-7}$ मीटर $= 6605$ Å

चूँकि ये तरंगदैर्ध्य स्पैक्ट्रम के दृश्य क्षेत्र में पड़ती है अत. फोटॉन दिखाई देगा।

उदाहरण 19. हाइड्रोजन परमाणु की बामर श्रेणी की दूसरी रेखा की तरंगदैर्ध्य का मान 4861 Å है। इस श्रेणी की चौथी रेखा की तरंगदैर्ध्य की गणना कीजिये। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.8**

हल–बामर श्रेणी के लिये

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)$$

दूसरी रेखा के लिये

$$\frac{1}{\lambda_2} = R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{4^2}\right) = \frac{3R}{16} \quad .....(1)$$

चौथी रेखा के लिये

$$\frac{1}{\lambda_4} = R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{6^2}\right) = \frac{8R}{36} \quad .....(2)$$

समी. (1) में (2) का भाग देने पर

$$\frac{\lambda_4}{\lambda_2} = \frac{3R}{16}\times\frac{36}{8R} = \frac{27}{32}$$

$$\therefore \quad \lambda_4 = \frac{27}{32}\times\lambda_2 = \frac{27}{32}\times4861 = 4101.5\text{Å}$$

उदा. 20. हाइड्रोजन स्पैक्ट्रम में बामर श्रेणी की न्यूनतम तथा अधिकतम तरंगदैर्ध्य की गणना कीजिये (रिडबर्ग नियतांक $R = 1.09 \times 10^7$ प्रति मी.)।

हल–बामर श्रेणी के लिये

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)$$

(1) न्यूनतम तरंगदैर्ध्य के लिये n_2 का मान अधिकतम अर्थात् ∞ होना चाहिये। इस तरंगदैर्ध्य को λ_{min} लिखने पर

$$\frac{1}{\lambda_{min}} = R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{\infty^2}\right) = \frac{R}{4}$$

या $$\lambda_{min} = \frac{4}{R} = \frac{4}{1.09\times10^7} = 3.670\times10^{-7}\text{ मी.}$$

$= 3670$ Å

(2) अधिकतम तरंगदैर्ध्य के लिये n_2 का मान न्यूनतम अर्थात् $n_2 = 3$ होना चाहिये उस तरंग को λ_{max} लिखने पर

$$\frac{1}{\lambda_{max}} = R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right) = \frac{5R}{36}$$

या $$\lambda_{max} = \frac{36}{5R} = \frac{36}{5\times1.09\times10^7}$$

$= 6.620 \times 10^{-7}$ मी. $= 6620$ Å

उदा. 21. यदि हाइड्रोजन परमाणु के स्पैक्ट्रम में लाइमन श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंग दैर्ध्य 1215 Å है तो बामर श्रेणी की द्वितीय रेखा की तरंग दैर्ध्य ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.9

हल: लाइमन श्रेणी की प्रथम रेखा के लिए संक्रमण $n_2 = 2$ से $n_1 = 1$ में होगा

$$\frac{1}{\lambda_L} = R\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right) = \frac{3R}{4} \quad ...(i)$$

बामर श्रेणी की द्वितीय रेखा के लिए संक्रमण $n_2 = 4$ से $n_1 = 2$ में होगा तथा माना इसकी तरंग दैर्ध्य λ_B है तो

$$\frac{1}{\lambda_B} = R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{4^2}\right) = \frac{3R}{16} \quad ...(ii)$$

समीकरण (i) व (ii) में

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_L} = \frac{3R}{4}\times\frac{16}{3R} = 4$$

$$\therefore \quad \lambda_B = 4\lambda_L = 4\times1215\text{Å} = 4860\text{Å}$$

उदा. 22. बामर श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्ध्य 6563 Å है। लाइमन श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिये।

हल–बामर श्रेणी की प्रथम रेखा के लिए

$$\frac{1}{\lambda_B} = R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right)$$

लाइमन श्रेणी की प्रथम रेखा के लिए

$$\frac{1}{\lambda_L} = R\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)$$

$$\frac{\lambda_L}{\lambda_B} = \frac{\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}}{\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}} = \frac{\frac{1}{4}-\frac{1}{9}}{\frac{1}{1}-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{9-4}{36}}{\frac{4-1}{4}} = \frac{5}{36}\times\frac{4}{3} = \frac{5}{27}$$

$$\lambda_L = \frac{5}{27}\lambda_B = \frac{5}{27}\times6563 = 1215.4\text{ Å}$$

$n = 4$ तथा $n = 70$ वाली कक्षाओं का ...

उदा. 23. हाइड्रोजन की लाइमन श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंग दैर्ध्य एक हाइड्रोजन सदृश आयन X की बामर श्रेणी की द्वितीय रेखा की तरंगदैर्ध्य के बराबर है। X की पहली दो अवस्थाओं की ऊर्जाओं की गणना कीजिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.10**

हल: हाइड्रोजन सदृश आयन की तरंग दैर्ध्य के लिए

$$\frac{1}{\lambda} = Z^2 R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

हाइड्रोजन परमाणु $(Z=1)$ के लिए लाइमन श्रेणी के प्रथम रेखा $(n_1 = 1,\ n_2 = 2)$ की तरंग दैर्ध्य

$$\frac{1}{\lambda_H} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3}{4}R$$

हाइड्रोजन सदृश आयन X के लिए बामर श्रेणी की द्वितीय रेखा $(n_1 = 2, n_2 = 4)$ की तरंग दैर्ध्य

$$\frac{1}{\lambda_X} = Z^2 R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) = \frac{3}{16}Z^2 R$$

प्रश्नानुसार $\lambda_X = \lambda_H$

$$\therefore \quad \frac{3}{4}R = \frac{3}{16}Z^2 R$$

या $\quad Z = 2$

अतः आयन X आयनित हीलियम है।

साथ ही $(E_X)_n = Z^2 (E_H)_n = 4(E_H)_n$

हाइड्रोजन के लिए मूल अवस्था $n=1$ में $E_H = -13.6$

$$\therefore \quad (E_H)_n = -\frac{13.6}{n^2}$$

तथा $\quad (E_X)_n = -4\frac{13.6}{n^2}$

X की प्रथम अवस्था के लिए

$$(E_X)_1 = -4(13.6) = -54.4\,eV$$

X की द्वितीय अवस्था के लिए

$$(E_X)_2 = \frac{-4(13.6)}{(2)^2} = -13.6\,eV$$

उदा. 24. हाइड्रोजन स्पैक्ट्रम की लाइमन श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिये। यह भी बताइये कि इस श्रेणी की सीमा तरंगदैर्ध्य क्या होगी ? ($R = 1.097 \times 10^7$ मीटर$^{-1}$)

हल–लाइमन श्रेणी के लिए

$$\frac{1}{\lambda} = \left[\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right]$$

प्रथम रेखा के लिए

$$n = 2$$

$$\therefore \quad \frac{1}{\lambda} = R\left[\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right] = \frac{3R}{4}$$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{4}{3R} = \frac{4}{3\times 1.097\times 10^7 \text{ मीटर}^{-1}}$$

$$= 1215 \times 10^{-10} \text{ मीटर} = 1215 \text{ Å}$$

श्रेणी सीमा के लिए

$$n = \infty$$

$$\therefore \quad \frac{1}{\lambda_\infty} = R\left[\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty}\right] = R$$

या $\quad \lambda_\infty = \dfrac{1}{1.097\times 10^7 \text{ मीटर}^{-1}} = 912 \times 10^{-10}$ मीटर

$$= 912 \text{ Å}$$

उदा. 25. एक हाइड्रोजन सदृश परमाणु, ऊर्जा स्तरों के एकसमूह में सभी संभव संक्रमण द्वारा छः तरंग दैर्ध्य उत्सर्जित करता है। इन स्तरों की ऊर्जाएँ –0.85 eV तथा –0.544 eV के मध्य हैं (इन दोनों मानों को सम्मिलित करते हुए) (i) परमाणु का परमाणु क्रमांक ज्ञात कीजिए। (ii) इन संक्रमणों से उत्सर्जित लघुत्तम तरंग दैर्ध्य ज्ञात कीजिए। (दिया है hc = 1242 eV.nm तथा हाइड्रोजन परमाणु की मूल अवस्था ऊर्जा = –13.6 eV) **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.11**

हल: परमाणु क्रमांक Z के परमाणु के n वें ऊर्जा स्तर की ऊर्जा

$$E_n = -Z^2 \frac{13.6}{n^2} eV$$

छः संक्रमणों के लिए चार क्रमागत ऊर्जा स्तर आवश्यक होंगे। माना इनकी क्वांटम संख्याएँ $n, n+1,\ n+2,\ n+3$ है तब प्रश्नानुसार

$$-Z^2 \frac{(13.6)}{n^2} = -0.85\,eV \qquad \ldots (i)$$

तथा $\quad -Z^2 \dfrac{(13.6)}{(n+3)^2} = -0.544\,eV \qquad \ldots (ii)$

समीकरण (i) में समी (ii) का भाग देने पर

$$\frac{(n+3)^2}{n^2} = \frac{0.85}{0.544} = 1.5625$$

$$\frac{n+3}{n} = \sqrt{1.5625} = 1.25$$

अतः $n = 12$

n का मान समीकरण (i) में रखने पर

$$-Z^2\frac{(13.6)eV}{144}=-0.85eV$$

या $$Z^2=\frac{0.85\times144}{13.6}=9$$

या $$Z=3$$

(ii) ऊर्जा अन्तराल ΔE के दो ऊर्जा स्तरों के मध्य संक्रमण से उत्सर्जित तरंग दैर्ध्य इस प्रकार दी जाती है

$$\lambda=\frac{hc}{\Delta E}$$

λ को न्यूनतम होने के लिए ΔE को अधिकतम होना चाहिए

$$\therefore\quad (\Delta E)_{max}=E_{n+3}-E_n=-0.544eV-(-0.85eV)$$

$$=0.306\text{ eV}$$

$$\therefore\quad \lambda_{min}=\frac{hc}{(\Delta E)_{max}}=\frac{1242eV.nm}{0.306eV}$$

$$=4503\text{ nm}$$

उदाहरण 26. यदि लाइमन श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्ध्य 1216 Å है तो बामर व पाश्चन श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिये।

हल–यदि लाइमन श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्ध्य λ_L, बामर श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्ध्य λ_B तथा पाश्चन श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्ध्य λ_P हो तो

$$\frac{1}{\lambda}=R\left[\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right]\quad \text{से}$$

$$\frac{1}{\lambda_L}=R\left[\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right]=\frac{3R}{4}\qquad .....(1)$$

$$\frac{1}{\lambda_B}=R\left[\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right]=\frac{5R}{36}\qquad .....(2)$$

$$\frac{1}{\lambda_P}=R\left[\frac{1}{3^2}-\frac{1}{4^2}\right]=\frac{7R}{144}\qquad .....(3)$$

समी. (1) व (2) से

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_L}=\frac{3R}{4}\times\frac{36}{5R}=\frac{27}{5}$$

$$\lambda_B=\frac{27}{5}\times\lambda_L=\frac{27}{5}\times1216$$

$$=6566.4\text{ Å}$$

समी. (1) व (3) से

$$\frac{\lambda_P}{\lambda_L}=\frac{3R}{4}\times\frac{144}{7R}=\frac{3\times144}{4\times7}$$

$$\lambda_P=\frac{3\times144}{4\times7}\times\lambda_L=\frac{3\times144}{4\times7}\times1216$$

$$=18761.1\text{ Å}$$

14.6 बोहर मॉडल की कमियाँ (Limitations of Bohr model)

1. बोहर का सिद्धान्त एक इलेक्ट्रॉन वाले परमाणु जैसे H, He^+, Li^{+2} आदि के लिए ही प्रयुक्त है। इससे अन्य परमाणुओं के स्पैक्ट्रम की व्याख्या नहीं की जा सकी।

2. इस सिद्धान्त में नाभिक को स्थिर माना गया, परन्तु यह तभी सम्भव है जब नाभिक का द्रव्यमान अनन्त हो।

3. कोणीय संवेग के क्वांटीकरण का कोई तर्क संगत आधार बोहर ने नहीं दिया। क्वांटीकरण स्वेच्छिक रूप से माना गया।

4. इसमें इलेक्ट्रॉन की कक्षाएँ वृत्ताकार मानी गयी जब कि ये दीर्घ वृत्ताकार होती है। यह सिद्धान्त चिरसम्मत एवं क्वांटम भौतिकी दोनों की अवधारणाओं को प्रयुक्त करता है। यह सैद्धान्तिक तौर पर असंगत है। परमाणु के क्वांटम मॉडल के अनुसार तो कक्षीय गति की कल्पना हास्यास्पद है।

5. इसके आधार पर स्पैक्ट्रमी रेखाओं की तीव्रता की व्याख्या नहीं की जा सकती हैं।

6. इसके आधार पर स्पैक्ट्रमी रेखाओं की सूक्ष्म संरचना की व्याख्या नहीं की जा सकती है।

7. चुम्बकीय क्षेत्र प्रयुक्त करने पर स्पैक्ट्रमी रेखाओं में विपाटन (Splitting) होता है। यह प्रभाव जेमान प्रभाव कहलाता है, जिसकी व्याख्या बोहर सिद्धान्त से नहीं हो सकी। इसी तरह विद्युत क्षेत्र में स्पैक्ट्रमी रेखाओं का विपाटन प्रेक्षित होता है, जिसे स्टार्क प्रभाव कहते हैं।

14.7 द्रव्य तरंग से बोहर के द्वितीय अभिगृहीत की व्याख्या (Explanation of Bohr's second postulate by Bohr's theory)

बोहर की द्वितीय परिकल्पना अर्थात् क्वाण्टम प्रतिबंध के अनुसार इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर केवल उन्हीं कक्षाओं में घूम सकता है जिनमें उसका कोणीय संवेग $\frac{h}{2\pi}$ का पूर्ण गुणज होता है अर्थात् इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग क्वाण्टित होता है–

अर्थात् $$mvr=n\frac{h}{2\pi}$$

जबकि n एक पूर्णांक है (अर्थात् n = 1, 2, 3, 4,.....)

बोहर के अनुसार इलेक्ट्रॉन जब तक स्थायी कक्षाओं में रहते हुए नाभिक के चक्कर लगाता है तो ऊर्जा उत्सर्जित नहीं करता है।

डी ब्रोग्ली ने इलेक्ट्रॉन की तरंग प्रकृति तथा बोहर परमाणु मॉडल में स्थित कक्षाओं के मध्य एक सम्बन्ध स्थापित किया। डी–ब्रोग्ली के अनुसार परिभ्रमण कर रहे प्रत्येक इलेक्ट्रॉन के साथ द्रव्य तरंग सम्बद्ध होती है इलेक्ट्रॉन ऊर्जा विकिरत नहीं करें इसके लिए यह आवश्यक है कि इलेक्ट्रॉन से सम्बद्ध द्रव्य तरंग कक्षा के साथ अप्रगामी तरंग का निर्माण करें क्योंकि अप्रगामी तरंगों में ऊर्जा स्थिर होती है।

अप्रगामी तरंगों के निर्माण के लिए आवश्यक है कि कक्षा की परिधि तरंग दैर्ध्य की पूर्ण गुणज हो

अर्थात् $$2\pi r_n=n\lambda$$

जहाँ r_n = n वीं कक्षा की त्रिज्या

λ = द्रव्य तरंग की तरंगदैर्ध्य

$n = 1, 2, 3, ...$

डी-ब्रोग्ली के अनुसार

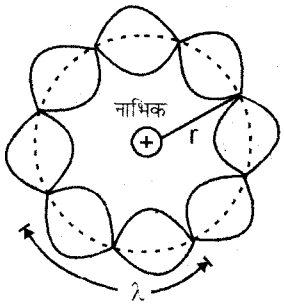
$$\lambda = \frac{h}{mv_n}$$

जहाँ v_n = nवीं कक्षा में गतिशील इलेक्ट्रॉन की चाल

$$\therefore 2\pi r_n = \frac{nh}{mv_n} \Rightarrow mv_n r_n = \frac{nh}{2\pi} = n\left(\frac{h}{2\pi}\right)$$

यह बोहर द्वारा प्रस्तावित इलेक्ट्रॉन के कोणीय संवेग का क्वाण्टम प्रतिबन्ध है।

चित्र में $n = 4$ के लिए एक अप्रगामी कण-तरंग को दर्शाया गया है अर्थात् चार डी-ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्यों को एक कक्षा की परिधि में दर्शाया गया है।



चित्र 14.17

उदाहरण 27. हाइड्रोजन परमाणु की मूल अवस्था में ऊर्जा – 13.6 eV है। इस अवस्था में इलेक्ट्रान की डी–ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य ज्ञात कीजिए। $n = 1$ के लिए बोहर सिद्धांत से कक्षा की परिधि ज्ञात कीजिए तथा डी–ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य से उसकी तुलना कीजिए। इससे आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं? दिया है बोहर त्रिज्या $a_0 = 53\,\text{pm}$

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.12

हल: ∵ इलेक्ट्रान की गतिज ऊर्जा E_K संख्यात्मक रूप से कुल ऊर्जा के बराबर होती है अर्थात्

$$E_K = E$$

अतः प्रथम कक्षा में इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा $E_K = 13.6\,\text{eV}$ होगी यह ऊर्जा इलेक्ट्रान 13.6 V से त्वरित होने पर प्राप्त करता है अतः इस इलेक्ट्रान की डी–ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य

$$\lambda = \frac{12.27}{\sqrt{V}}\mathring{A} = \frac{12.27}{\sqrt{13.6}} = 3.32\,\mathring{A}$$

दिया है $a_0 = 53\,pm = 53\times10^{-6}\,m$

प्रथम कक्षा की परिधि

$$= 2\pi a_0 = 2\times3.14\times53\times10^{-6} = 3.32\,\mathring{A}$$

जो कि इलेक्ट्रान की द्रव्य तरंग दैर्ध्य के बराबर है अतः कक्षा $n = 1$ में एक पूर्ण डी–ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य उपस्थित होगी।

विविध उदाहरण

Basic Level

उदाहरण 28. हाइड्रोजन परमाणु की $(n-1)$ वीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की स्थितिज व गतिज ऊर्जाओं का अनुपात ज्ञात करो।

हल–हाइड्रोजन परमाणु की n वीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा $(E_K)_n$ और स्थितिज ऊर्जा U_n में निम्न सम्बंध होता हैं,

$$(E_K)_n = -\frac{1}{2}U_n$$

अतः $(n-1)$ वीं कक्षा के लिए भी,

$$(E_K)_{n-1} = -\frac{1}{2}U_{n-1}$$

$$\therefore \quad \frac{U_{n-1}}{(E_K)_{n-1}} = -2$$

उदाहरण 29. He^+ आयन के लिए प्रथम उत्तेजित अवस्था में ऊर्जा ज्ञात करो।

हल–H-परमाणु जैसे परमाणुओं/आयनों के लिये, nवीं अवस्था में ऊर्जा,

$$E_n = -\frac{13.6Z^2}{n^2}eV$$

He^+ के लिये $Z = 2$ तथा प्रथम उत्तेजित अवस्था के लिये $n = 2$ अतः

$$E_2 = -\frac{13.6\times2^2}{2^2} = -13.6\,\text{eV}$$

उदाहरण 30. 10 kg का कोई उपग्रह 8000 km त्रिज्या की एक कक्षा में पृथ्वी का एक चक्कर प्रत्येक 2h में लगाता है। यह मानते हुए कि बोहर का कोणीय संवेग का अभिगृहीत, उसी प्रकार उपग्रह पर लागू होता है जिस प्रकार कि यह हाइड्रोजन के परमाणु में किसी इलेक्ट्रॉन के लिए मान्य है, उपग्रह की कक्षा की क्वांटम संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : दिया है : m = 10 किग्रा, r = 8000 किमी = 8×10^6 मीटर

T = 2 घण्टे = 7200 सेकण्ड

उपग्रह का वेग $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\times3.14\times8\times10^6}{72\times10^2}$

$= 6.98\times10^3$ मीटर/सेकण्ड

अतः बोहर के क्वांटम अभिगृहीत से

$$mvr = \frac{nh}{2\pi}$$

$$n = \frac{2\pi mvr}{h}$$

$$= \frac{2\times3.14\times10\times6.98\times10^3\times8\times10^6}{6.62\times10^{-34}}$$

$= 5.29\times10^{45}$

यह क्वांटम संख्या बहुत बड़ी है जो कि चिरसम्मत भौतिकी के परिणामों

के निकट परिणाम ही प्रदान करती है।

उदाहरण 31. द्विआयनित लीथियम परमाणु में इलेक्ट्रॉन की द्वितीय कक्षा की त्रिज्या ज्ञात कीजिये। हाइड्रोजन की प्रथम कक्षा की त्रिज्या 0.53 Å है।

हल–द्वि-आयनित लीथियम परमाणु हाइड्रोजन की भाँति होता है। प्रश्नानुसार $Z = 3,\ n = 2$

$$r_n \propto \frac{n^2}{Z} \qquad r_n = r_1 \frac{n^2}{Z}$$

हाइड्रोजन के लिये $r_1 = 0.53$ Å

द्वि-आयनित लीथियम के लिये

$$r_2 = 0.53\left(\frac{4}{3}\right) = 0.71 \text{ Å}$$

उदाहरण 32. हाइड्रोजन परमाणु के बोहर मॉडल में इलेक्ट्रॉन की प्रथम कक्षा की त्रिज्या 0.53 Å है। तीसरी कक्षा की कितनी होगी ? एकल-आयनित हीलियम परमाणु की पहली कक्षा की त्रिज्या कितनी होगी ?

हल–बोहर के अनुसार, हाइड्रोजन सदृश परमाणुओं में n वीं कक्षा की त्रिज्या

$$r = n^2 \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m Z e^2}$$, जहाँ Z परमाणु-क्रमांक है।

इस प्रकार $r \propto n^2$

इससे $\frac{r_1}{r_3} = \frac{1}{9}$

अथवा $r_3 = 9r_1 = 9 \times 0.53 \text{ Å} = 4.77 \text{ Å}$

पुनः $r \propto 1/Z$

इससे $\frac{r_{He^+}}{r_H} = \frac{Z_H}{Z_{He^+}} = \frac{1}{2}$,

क्योंकि हाइड्रोजन के लिये $Z = 1$ तथा हीलियम के लिये $Z = 2$

$$\therefore \quad r_{He^+} = \frac{r_H}{2} = \frac{0.53 \text{ Å}}{2} = 0.265 \text{ Å}$$

उदाहरण 33. किसी उत्तेजित हाइड्रोजन परमाणु के इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा – 3.4 eV है। इस इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग ज्ञात कीजिये। दिया है कि n वीं कक्षा में इलेक्ट्रान की ऊर्जा $-\frac{13.6}{n^2}$ eV होती है। ($h = 6.6 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड)

हल–n वीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा $= -\frac{13.6}{n^2}$ eV

उत्तेजित इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा – 3.4 eV है। अतः $-\frac{13.6}{n^2} = -3.4$

इससे $n = 2$

बोहर की प्रथम परिकल्पना से, इलेक्ट्रॉन का n वीं कक्षा में कोणीय संवेग $nh/2\pi$ होता है। यहाँ $n = 2$

$$\therefore \text{ कोणीय संवेग } \left(\frac{nh}{2\pi}\right) = \frac{2 \times 6.6 \times 10^{-34}}{2 \times 3.14}$$

$$= 2.1 \times 10^{-34} \text{ जूल-सेकण्ड।}$$

उदाहरण 34. एक हाइड्रोजन परमाणु को ऊर्जा देने से उसकी ऊर्जा अवस्था का $n = 1$ से $n = 4$ में संक्रमण हो जाता है। यदि $n = 1$ अवस्था में परमाणु की स्थितिज ऊर्जा – 13.6 eV हो तो गणना कीजिये (i) $n = 4$ अवस्था में स्थितिज ऊर्जा, (ii) संक्रमण में परमाणु द्वारा अवशोषित ऊर्जा की मात्रा, (iii) यदि परमाणु पुनः अपनी पूर्व अवस्था में प्रत्यावर्तित हो तो उत्सर्जित विकिरण की तरंगदैर्ध्य। ($h = 6.6 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड, प्रकाश की चाल $c = 3.0 \times 10^8$ मीटर/सेकण्ड)।

हल–हाइड्रोजन परमाणु के nवें स्तर की ऊर्जा निम्न सूत्र से दी जाती है–

$$E_n = -\frac{R hc}{n^2}$$

जहाँ R रिडबर्ग-नियतांक, h प्लांक-नियतांक तथा c प्रकाश की चाल है। इस प्रकार, निम्नतम स्तर ($n = 1$ अवस्था) की ऊर्जा

$$E_1 = -\frac{R hc}{1^2} = -R hc$$

(i) चौथे स्तर ($n = 4$ अवस्था) की ऊर्जा

$$E_4 = -\frac{R hc}{4^2} = \frac{E_1}{16}$$

यहाँ $E_1 = -13.6$ इलेक्ट्रॉन-वोल्ट (eV)। अतः $n = 4$ अवस्था में ऊर्जा,

$$E_4 = \frac{E_1}{16} = \frac{-13.6}{16} = -0.85 \text{ इलेक्ट्रॉन-वोल्ट}$$

(ii) $n = 1$ से $n = 4$ ऊर्जा स्तर में संक्रमण से परमाणु द्वारा अवशोषित ऊर्जा

$$\Delta E = E_4 - E_1 = -0.85 - (-13.6)$$

$$= 12.75 \text{ इलेक्ट्रॉन-वोल्ट।}$$

(iii) जब परमाणु $n = 4$ अवस्था से $n = 1$ अवस्था में लौटता है, तब यदि उत्सर्जित प्रकाश की तरंगदैर्ध्य λ (आवृत्ति υ) हो, तो क्वाण्टम सिद्धान्त के अनुसार,

$$h\upsilon = \frac{hc}{\lambda} = \Delta E$$

जहाँ c प्रकाश की चाल है।

$$\therefore \quad \lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^8}{12.72}$$

परन्तु 1 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट $= 1.6 \times 10^{-19}$ जूल

$$\therefore \lambda = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^8}{12.72 \times 1.6 \times 10^{-19}}$$

$$= 9.7 \times 10^{-8} \text{ मीटर} = 970 \text{ Å}$$

उदाहरण 35. एक प्रोटॉन एक मुक्त इलेक्ट्रॉन को, जिसकी गतिज ऊर्जा शून्य है, ग्रहण (capture) करके न्यूनतम ऊर्जा-स्तर का ($n = 1$ अवस्था का) हाइड्रोजन परमाणु बनाता है। यदि इस प्रक्रिया में एक फोटोन उत्सर्जित हो तो विकिरण की तरंगदैर्ध्य कितनी होगी ? यह विकिरण विद्युत-चुम्बकीय स्पैक्ट्रम के किस क्षेत्र में होगा ? (हाइड्रोजन का आयनन विभव = 13.6 वोल्ट, $h = 6.6 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड, $c = 3.0 \times 10^8$ मीटर/सेकण्ड)।

हल–हाइड्रोजन परमाणु का आयनन विभव 13.6 वोल्ट है। इसका यह अर्थ है कि हाइड्रोजन परमाणु को आयनित करने के लिए 13.6 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट (eV) ऊर्जा चाहिये। साधारणतः परमाणु अपने निम्नतम ऊर्जास्तर ($n = 1$) से आयनित होता है। अतः हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन की न्यूनतम ऊर्जा

$$E_1 = -13.6 \text{ eV}$$

परन्तु दिये गये इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा शून्य है। अतः प्रोटॉन (H^+) से संयोग करके, $n = 1$ अवस्था का परमाणु बनाने पर इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा में कमी,

$$\Delta E = 0 - (-13.6) = 13.6 \text{ eV}$$

यदि उत्सर्जित फोटोन की तरंगदैर्ध्य λ हो तो

$\Delta E = h\upsilon = hc/\lambda$

अथवा $\lambda = hc/\Delta E$

यहाँ $\Delta E = 13.6\ eV = 13.6 \times (1.6 \times 10^{-19})$ जूल, $h = 6.6 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड तथा $c = 3.0 \times 10^8$ मीटर-सेकण्ड$^{-1}$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{6.6\times10^{-34}\times3.0\times10^{8}}{13.6\times1.6\times10^{-19}}$$

$= 0.910 \times 10^{-7}$ मीटर

$= 910$ Å

यह विकिरण विद्युत-चुम्बकीय स्पैक्ट्रम के अति-दूर पराबैंगनी भाग में होगा।

उदाहरण 36. हाइड्रोजन परमाणु की मूल अवस्था में ऊर्जा – 13.6 eV है। इसे 13.6 eV ऊर्जा दी जाती है। यह किस ऊर्जा स्तर में पहुँचेगा। इस प्रक्रिया में अवशोषित फोटोन की तरंगदैर्ध्य कितनी होगी ?

($h = 6.6 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड, $c = 3.0 \times 10^8$ मीटर/सेकण्ड)।

हल–हाइड्रोजन परमाणु की n वें स्तर में ऊर्जा

$$E_n = -\frac{Rhc}{n^2} \qquad .....(i)$$

मूल अवस्था ($n = 1$) में ऊर्जा – 13.6 eV है (दिया है)।

$$\therefore \quad E_1 = -Rhc = -13.6\ eV$$

इसे 13.6 eV ऊर्जा देने पर इसकी ऊर्जा शून्य हो जायेगी। समीकरण (i) में $E_n = 0$ रखने पर

अर्थात् परमाणु आयनित (ionised) हो जायेगा।

अब, परमाणु को ΔE ऊर्जा देने पर, अवशोषित फोटोन की तरंगदैर्ध्य

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} \qquad [\because \Delta E = h\upsilon = hc/\lambda]$$

यहाँ $\Delta E = 13.6\ eV = 13.6 \times 1.6 \times 10^{-19}$ जूल।

$$\therefore \quad \lambda = \frac{6.6\times10^{-34}\times3.0\times10^{8}}{13.6\times1.6\times10^{-19}}$$

$= 0.91 \times 10^{-7}$ मीटर $= 910$ Å

उदाहरण 37. एक हाइड्रोजन परमाणु दो लगातार संक्रमणों के द्वारा ऊर्जा-अवस्था $n = 6$ से मूल ऊर्जा-अवस्था में पहुँचता हैं। प्रथम संक्रमण में उत्सर्जित फोटोन की ऊर्जा 1.13 eV है। ज्ञात कीजिये–(i) द्वितीय संक्रमण में उत्सर्जित फोटोन की ऊर्जा, (ii) प्रथम संक्रमण के पश्चात् परमाणु जिस ऊर्जा-अवस्था में पहुँचता है, उसके लिये n का मान (हाइड्रोजन परमाणु की आयनन ऊर्जा 13.6 eV है)।

हल–हाइड्रोजन परमाणु की n वीं कक्षा (ऊर्जा-अवस्था) में ऊर्जा

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2}\ eV$$

$$\therefore \quad E_6 = -\frac{13.6}{36} = -0.37\ eV$$

दिया है– $E_6 - E_n = 1.13$ eV, $\therefore E_n = E_6 - 1.13\ eV = -0.37\ eV - 1.13\ eV = -1.5\ eV$

इस प्रकार $E_n = -\frac{13.6}{n^2}\ eV = -1.5\ eV$

इससे $n = 3$

द्वितीय संक्रमण में उत्सर्जित ऊर्जा

$E_3 - E_1 = -1.5\ eV - (-13.6\ eV)$

$= 12.1\ eV$

उदाहरण 38. हाइड्रोजन के उत्सर्जन वर्णक्रम में प्राप्त पांचो वर्णक्रम श्रेणियों में अधिकतम तथा न्यूनतम तरंगदैर्ध्यों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल–न्यूनतम तरंगदैर्ध्य के लिए $n_2 = \infty$ व $n_1 = 1$

अधिकतम तरंगदैर्ध्य के लिए $n_2 = 6$ व $n_1 = 5$

$$\because \quad \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{\lambda_{min}} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) = R$$

$$\Rightarrow \quad \lambda_{min} = \frac{1}{R} \qquad .....(i)$$

$$\text{तथा} \quad \frac{1}{\lambda_{max}} = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2}\right) = R\left(\frac{1}{25} - \frac{1}{36}\right)$$

$$= R\left(\frac{36-25}{25\times36}\right) = \frac{11R}{900}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda_{max} = \frac{900}{11R} \qquad .....(ii)$$

$\therefore$ समीकरण (i) व (ii) से

$$\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} = \frac{900}{11R}\times R = \frac{900}{11}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} = \frac{900}{11}$$

उदाहरण 39. यदि 90° कोण पर प्रकीर्णित कण 56 हो तो 60° कोण पर प्रकीर्णित कणों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल– प्रकीर्णन सूत्र से $N \propto \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$

$$\Rightarrow \quad \frac{N_2}{N_1} = \left[\frac{\sin(\theta_1/2)}{\sin(\theta_2/2)}\right]^4$$

$$\Rightarrow \quad \frac{N_2}{56} = \left[\frac{\sin(90^\circ/2)}{\sin(60^\circ/2)}\right]^4$$

$$\Rightarrow \quad N_2 = 56\times\left[\frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}\right]^4$$

$$\Rightarrow \quad N_2 = 56\times\left[\frac{2}{\sqrt{2}}\right]^4 = 56\times(\sqrt{2})^4 = 56\times4 = 224$$

$\Rightarrow N_2 = 224$

उदाहरण 40. Li^{++} की मूल अवस्था के लिये आयनन विभव ज्ञात कीजिये।

हल–Li^{++} के लिये $Z = 3$

$$\therefore \quad E_n = -\frac{13.6Z^2}{n^2} = -\frac{13.6\times9}{n^2}$$

मूल अवस्था में ऊर्जा

$$E_1 = -\frac{13.6\times9}{1} = -122.4\ eV$$

आयनन के लिये इलेक्ट्रॉन का संक्रमण $n = 1$ से $n = \infty$ तक होगा।

अतः आयनन ऊर्जा

$= E_\infty - E_1 = 0 - (-122.4) = 122.4$ eV

आयनन विभव $= 122.4$ V

उदाहरण 41. हाइड्रोजन परमाणु के विभिन्न ऊर्जा स्तर क्रमशः –13.6 eV, – 3.39 eV, – 1.51 eV, – 0.85 eV, – 0.54 eV.....0 eV है। $n = 3$ और $n = 4$ स्तरों के लिये आयनन विभव व उत्तेजन विभव ज्ञात करो।

हल–(i) आयनन विभव

$n = 3$ स्तर के लिये आयनन ऊर्जा $= E_\infty - E_3$

$E_I = 0 - (-1.51)$ eV $= 1.51$ eV

अतः $n = 3$ स्तर के लिये आयनन विभव $= 1.51$ वोल्ट

$n = 4$ स्तर के लिये आयनन ऊर्जा $= E_\infty - E_4$

$E_I = 0 - (-0.85$ eV$) = 0.85$ eV

अतः $n = 4$ स्तर के लिये आयनन विभव

$= 0.85$ वोल्ट

(ii) उत्तेजन विभव–हम जानते हैं कि $n = 4$ स्तर से उत्तेजन $n = 5, 6, 7$ में हो सकता है।

$\therefore$ $n = 4$ स्तर के लिये प्रथम उत्तेजन ऊर्जा E_e

$E_e = E_5 - E_4$

$= -0.54 - (-0.85) = 0.31$ eV

$\therefore$ उत्तेजन विभव $= 0.31$ वोल्ट

इसी प्रकार $n = 3$ स्तर से उत्तेजन $n = 4, 5, 6, 7$ में हो सकता है अतः $n = 3$ स्तर के लिए प्रथम उत्तेजन ऊर्जा

$= E_4 - E_3$

$= -0.85 - (-1.51) = 0.66$ eV

उत्तेजन विभव $= 0.66$ वोल्ट

उदाहरण 42. He^+ आयन के लिए प्रथम उत्तेजन विभव क्या है ?

हल–He^+ आयन के लिए ऊर्जा स्तरों की ऊर्जा का सूत्र निम्न हैं–

$$E_n = -\frac{13.6Z^2}{n^2}\text{ eV}$$

$$= -\frac{54.4}{n^2}\text{ eV}$$

प्रथम उत्तेजन ऊर्जा,

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 54.4\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$= 54.4\left(1 - \frac{1}{4}\right)\text{ eV} = 40.8\text{ eV}$$

अतः प्रथम उत्तेजन विभव $= 40.8$ V

उदाहरण 43. एक हाइड्रोजन परमाणु $n = 2$ अवस्था में है। इस उत्तेजित परमाणु की बन्धन ऊर्जा क्या है ?

हल– बन्धन ऊर्जा $= -E_n = \frac{13.6}{n^2}$ eV

$= \frac{13.6}{4}$ eV $= 3.4$ eV

Advance Level

उदाहरण 44. फॉस्फोरस परमाणु (परमाणु क्रमांक = 15) में, जो कि सिलिकॉन (आपेक्षिक परावैद्युतांक = 12) में दाता परमाणु के रूप में है पाँचवें संयोजी (Valence) इलेक्ट्रॉन की बोहर-त्रिज्या कितनी है? (दिया है-हाइड्रोजन बोहर त्रिज्या $a_0 = 0.53$Å)

हल–परमाणु के भीतर nवीं कक्षा में इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम संख्या $2n^2$ होती है। अतः प्रथम, द्वितीय, तृतीय आदि कक्षाओं में इलेक्ट्रॉनों क

ी

अधिकतम संख्या क्रमशः 2, 8, 18,.... होती है। फॉस्फोरस परमाणु ($Z = 15$) का संयोजी इलेक्ट्रॉन परमाणु की तीसरी कक्षा ($n = 3$) में है तथा यह सिलिकॉन माध्यम ($\epsilon_r = 12$) में अपनी कक्षीय गति कर रहा है। माना तीसरी कक्षा में इलेक्ट्रॉन की चाल v है तथा कक्षा की त्रिज्या r है। तब बोहर के सिद्धान्त से

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{Ze^2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}\frac{Ze^2}{r^2} \quad ...(1)$$

तथा $$mvr = \frac{nh}{2\pi} \quad ...(2)$$

समी. (2) का वर्ग करके समी. (1) से भाग देने पर

$$r = \frac{(4\pi\epsilon_0\epsilon_r)n^2h^2}{4\pi^2mZe^2} = \frac{\epsilon_r n^2}{Z}\left(\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi me^2}\right)$$

$$= \frac{\epsilon_r n^2}{Z}a_0$$

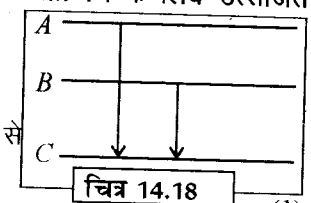
जहाँ $a_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi me^2}$ हाइड्रोजन की पहली कक्षा की त्रिज्या अर्थात् बोहर त्रिज्या है।

दिया है : $\epsilon_r = 12$, $n = 3$, $Z = 15$, $a_0 = 0.53$Å

$$r = \frac{12\times(3)^2}{15}a_0 = \frac{36}{5}a_0 = 7.2a_0$$

$r = 7.2 \times 0.53$Å $= 3.8$ Å

उदाहरण 45. किसी परमाणु में ऊर्जा स्तर A से C में संक्रमण से 1000 Å तथा संक्रमण B से C में 5000 Å तरंगदैर्ध्य के विकिरण उत्सर्जित होते हैं ऊर्जा स्तर A से B में संक्रमण के लिये उत्सर्जित विकिरण की तरंगदैर्ध्य कितनी होगी ?



चित्र 14.18

हल–$\because$ $h\upsilon = E_{n_2} - E_{n_1}$

$\Rightarrow$ $\frac{hc}{\lambda} = E_{n_2} - E_{n_1}$ से

$$\frac{hc}{1000} = E_A - E_C \quad .....(1)$$

$$\frac{hc}{5000} = E_B - E_C \quad .....(2)$$

$\therefore$ समी. (1) में से (2) को घटाने पर

$$E_A - E_B = \frac{hc}{1000} - \frac{hc}{5000} = hc\left(\frac{5-1}{5000}\right)$$

$$= \frac{hc \times 4}{5000} = \frac{hc}{\frac{5000}{4}}$$

$\therefore$ $E_A - E_B = \frac{hc}{\lambda'}$ से

$$\lambda' = \frac{5000}{4} = 1250 \text{ Å}$$

उदाहरण 46. He^+ आयन की स्पैक्ट्रमी श्रेणी, जिसकी आवृत्ति चौड़ाई $\Delta\upsilon = 3.3 \times 10^{15}$ सेकण्ड$^{-1}$ है की प्रथम रेखा की तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिये। (रिडबर्ग नियतांक $R = 1.097 \times 10^7$ मी.$^{-1}$ तथा प्रकाश का निर्वात् में वेग $c = 3 \times 10^8$ मी./से.)

हल– $\because$ $\frac{1}{\lambda} = Z^2R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$

प्रथम रेखा के लिए

$$\frac{1}{\lambda_1} = Z^2R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{(n_1+1)^2}\right) \quad \text{.....(1)}$$

$\because$ $\frac{1}{\lambda_1} = \frac{\upsilon_1}{c}$

यहाँ υ_1 प्रथम रेखा की आवृत्ति है।

$\therefore$ $\frac{\upsilon_1}{c} = Z^2R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{(n_1+1)^2}\right)$

$$\upsilon_1 = Z^2Rc\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{(n_1+1)^2}\right) \quad \text{.....(2)}$$

सीमा रेखा के लिए

$$\upsilon_\infty = Z^2Rc\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{(\infty)^2}\right) \quad \text{.....(3)}$$

आवृत्ति चौड़ाई $\Delta\upsilon = \upsilon_\infty - \upsilon_1$

$$= Z^2Rc\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{(\infty)^2} - \frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{(n_1+1)^2}\right)$$

$$= \frac{Z^2Rc}{(n_1+1)^2}$$

$\therefore$ $(n_1+1)^2 = \frac{Z^2Rc}{\Delta\upsilon}$

दिया गया है– $\Delta\upsilon = 3.3 \times 10^{15}$ से.$^{-1}$

$R = 1.097 \times 10^7$ मी.$^{-1}$

$Z = 2$ (He^+ के लिए)

$$(n_1+1)^2 = \frac{(2)^2 \times 1.097 \times 10^7 \times 3 \times 10^8}{3.3 \times 10^{15}}$$

$(n_1+1)^2 = 4$

$\therefore$ $n_1 + 1 = 2$

$\Rightarrow$ $n_1 = 1$

$\therefore$ सभी. (1) से

$$\frac{1}{\lambda_1} = (2)^2 \times 1.097 \times 10^7\left[\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right]$$

$$= 3.291 \times 10^7$$

$\therefore$ $\lambda_1 = \frac{1}{3.291 \times 10^7}$

$= 0.304 \times 10^{-7}$ मी.

$= 304$ Å

उदाहरण 47. किसी तत्व के लिए X-किरण वर्णक्रम में K_α रेखा की तरंगदैर्ध्य 0.64 Å है। तब इसी तत्व के लिए K_β रेखा की तरंगदैर्ध्य क्या होगी ?

हल– $\frac{1}{\lambda} = R(Z-1)^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$

K_α रेखा के लिए $n_1 = 1, n_2 = 2$

$\therefore$ $\frac{1}{\lambda_\alpha} = R(Z-1)^2\left(1 - \frac{1}{4}\right)$

$$= \frac{3R}{4}(Z-1)^2$$

K_β रेखा के लिए

$n_1 = 1, n_2 = 3$

$\therefore$ $\frac{1}{\lambda_\beta} = R(Z-1)^2\left(1 - \frac{1}{9}\right)$

$$= \frac{8R}{9}(Z-1)^2$$

अतः भाग देने पर

$$\frac{\lambda_\beta}{\lambda_\alpha} = \frac{3}{4} \times \frac{9}{8} = \frac{27}{32}$$

या $\lambda_\beta = \frac{27}{32} \times 0.64 \text{ Å} = 0.54 \text{ Å}$

उदाहरण 48. हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम की पाश्चन श्रेणी के लिए अधिकतम तरंगदैर्ध्य का मान रिडबर्ग नियतांक (R) के पदों में ज्ञात कीजिए।

हल– सूत्र $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$

यहाँ पाश्चन श्रेणी के अधिकतम तरंगदैर्ध्य के लिए $n_2 = 4$ व $n_1 = 3$ होना चाहिए।

अतः $\frac{1}{\lambda_{max}} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right)$

$$= R\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16}\right)$$

$$= R\left(\frac{16-9}{144}\right)$$

$$= \frac{7}{144} \cdot R$$

$$\lambda_{max} = \frac{144}{7R}$$

उदाहरण 49. हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम में लाइमन श्रेणी की प्रथम एवं तृतीय रेखाओं के संगत तरंग संख्याओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल– तरंग संख्या $\bar{\upsilon} = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$

लाइमन श्रेणी की प्रथम रेखा के लिये

$$\bar{\upsilon}_1 \quad R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3R}{4} \qquad .....(1)$$

लाइमन श्रेणी की तृतीय रेखा के लिये

$$\bar{\upsilon}_3 \quad R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2}\right) = \frac{15R}{16} \qquad .....(2)$$

अतः $\frac{\bar{\upsilon}_1}{\bar{\upsilon}_3} \quad \frac{3R \times 16}{4 \times 15R} = \frac{4}{5}$

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. α-कण के प्रकीर्णन प्रयोग में स्वर्ण का पत्र ही क्यों प्रयुक्त करते हैं ?

प्रश्न 2. α-कणों के बड़े कोण से प्रकीर्णन के लिए परमाणु का नाभिक ही उत्तरदायी होता है, इलेक्ट्रॉन क्यों नहीं ?

प्रश्न 3. α-कण पर कैसा एवं कितना आवेश होता है ?

प्रश्न 4. α-कण हीलियम परमाणु से किस प्रकार भिन्न होता है ?

प्रश्न 5. किस अवस्था में होने पर पदार्थ रेखीय स्पैक्ट्रम उत्सर्जित करता है ?

प्रश्न 6. एक पदार्थ परमाण्वीय अवस्था में हैं। इसका स्पैक्ट्रम कैसा होगा ?

प्रश्न 7. परमाणु में किस प्रकार के ऊर्जा स्तर होते हैं ?

प्रश्न 8. परमाणु की मूल अवस्था के लिए क्वांटम संख्या n का मान लिखिये।

प्रश्न 9. हाइड्रोजन के अवशोषण स्पैक्ट्रम में पायी जाने वाली श्रेणी का नाम लिखिये।

प्रश्न 10. हाइड्रोजन परमाणु की आयनन ऊर्जा का मान बताइये।

प्रश्न 11. "ऊर्जित परमाणु" का अर्थ समझाइये।

प्रश्न 12. हीलियम परमाणु का आयनन-विभव 24.6 वोल्ट है। इसको आयनित करने के लिये कितनी ऊर्जा की आवश्यकता होगी ?

प्रश्न 13. हाइड्रोजन परमाणु के ऊर्जा-स्तर समीकरण $E_n = -\frac{13.6}{n^2}$ eV द्वारा प्राप्त होते हैं। हाइड्रोजन परमाणु की आयनन-ऊर्जा ज्ञात कीजिये।

प्रश्न 14. एक परमाणु की प्रथम बोहर कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा – 27.2 eV है। तीसरी बोहर कक्षा में इसकी ऊर्जा कितनी होगी ?

प्रश्न 15. हाइड्रोजन परमाणु की मूल स्तर की ऊर्जा – 13.6 eV है। इसकी उस ऊर्जा-स्तर की ऊर्जा बताइये जिसके लिये क्वान्टम संख्या 2 है ?

प्रश्न 16. परमाणु की सामान्य अवस्था (निम्नतम ऊर्जा-स्तर) के लिये क्वाण्टम संख्या $n = 1$ है। आयनित अवस्था के लिये n का मान क्या है ?

प्रश्न 17. लाल, हरी व बैंगनी प्रकाश-किरणों को (i) तरंगदैर्ध्य, (ii) आवृत्ति तथा (iii) फोटोन-ऊर्जा के बढ़ते क्रमों में लिखिये।

उत्तरमाला

उत्तर 1. स्वर्ण (सोना) का नाभिक भारी होता है जिससे α-कण का विक्षेप अधिक होता है।

उत्तर 2. इलेक्ट्रॉन α-कण को बड़े कोण पर प्रकीर्णित नहीं कर सकता क्योंकि इलेक्ट्रॉन α-कण के सापेक्ष बहुत हल्का होता है।

उत्तर 3. $+3.2 \times 10^{-19}$ C

उत्तर 4. हीलियम पर नेट आवेश शून्य होता है। वास्तव में α-कण हीलियम का नाभिक है।

उत्तर 5. परमाण्वीय अवस्था में होने पर।

उत्तर 6. रेखिल स्पैक्ट्रम।

उत्तर 7. विविक्त।

उत्तर 8. $n = 1$

उत्तर 9. लाइमन श्रेणी।

उत्तर 10. 13.6 eV

उत्तर 11. साधारणतः प्रत्येक परमाणु अपनी निम्नतम ऊर्जा-अवस्था में होता है। जब उसे बाहर से किसी प्रकार उपयुक्त ऊर्जा मिल जाती है तो वह निम्नतम ऊर्जा-स्तर को छोड़कर किसी ऊँचे ऊर्जा स्तर वाली अवस्था में चला जाता है। तब परमाणु ऊर्जित कहा जाता है।

उत्तर 12. 24.6 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट।

उत्तर 13. 13.6 eV

उत्तर 14. 3.02 eV

उत्तर 15. – 3.02 eV

उत्तर 16. $n = \infty$

उत्तर 17. (i) बैंगनी, हरी, लाल, (ii) लाल, हरी, बैंगनी, (iii) लाल, हरी, बैंगनी।

पाठ्यपुस्तक के प्रश्न-उत्तर

1. हाइड्रोजन परमाणु की मूल अवस्था में ऊर्जा –13.6 eV है। $n = 5$ ऊर्जा स्तर में इसकी ऊर्जा होगी

(अ) –0.54 eV (ब) –0.85 eV

(स) –5.4 eV (द) –2.72 eV

2. हाइड्रोजन परमाणु की n वीं कक्षा में ऊर्जा $E_n = -\frac{13.6}{n^2} eV$ है। इलेक्ट्रान को प्रथम कक्षा से द्वितीय कक्षा में भेजने के लिए आवश्यक ऊर्जा होगी।

(अ) 10.2 eV (ब) 12.1 eV
(स) 13.6 eV (द) 3.4 eV

3. हाइड्रोजन परमाणु में यदि इलेक्ट्रॉन तीसरी कक्षा से दूसरी कक्षा में संक्रमण करता है तो उत्सर्जित विकिरण की तरंग दैर्ध्य होगी

(अ) $\frac{5R}{36}$ (ब) $\frac{R}{6}$

(स) $\frac{36}{5R}$ (द) $\frac{5}{R}$

4. हाइड्रोजन की लाइमन श्रेणी विद्युत चुंबकीय स्पैक्ट्रम के किस भाग में पाई जाती है
(अ) पराबैंगनी (ब) अवरक्त
(स) दृश्य (द) X किरण क्षेत्र

5. किसी हाइड्रोजन परमाणु जो ऊर्जा स्तर $n = 4$ तक उत्तेजित किया गया है द्वारा उत्सर्जित स्पैक्ट्रमी रेखाओं की संख्या होगी
(अ) 2 (ब) 3
(स) 4 (द) 6

6. हाइड्रोजन की लाइमन श्रेणी के लिए लघुत्तम एंव अधिकतम तरंग दैर्ध्य क्रमशः है
(अ) 909 Å तथा 1212 Å
(ब) 9091 Å तथा 12120 Å
(स) 303 Å तथा 404 Å
(द) 1000 Å तथा 3000 Å

7. दिया गया चित्र किसी परमाणु के ऊर्जा स्तरो को दर्शाता है। जब इलेक्ट्रान ऊर्जा 2E के स्तर से ऊर्जा E के स्तर में संक्रमित होता है तो तरंग दैर्ध्य λ का फोटॉन उत्सर्जित होता है। इलेक्ट्रॉन के ऊर्जा 4E / 3 के स्तर से ऊर्जा E के स्तर में संक्रमण करने पर उत्सर्जित फोटॉन की ऊर्जा है
(अ) $\lambda/3$ (ब) $3\lambda/4$
(स) $4\lambda/3$ (द) 3λ

8. उत्तेजित हाइड्रोजन परमाणु में यदि बोर सिद्धांत के अनुसार कोणीय संवेग $\left(\frac{2h}{2\pi}\right)$ हो तो उसकी ऊर्जा होगी
(अ) –13.6 eV (ब) –13.4 eV
(स) –3.4 eV (द) –12.8 eV

9. उस उत्तेजित अवस्था की मुख्य क्वांटम संख्या क्या होगी जिसमें उत्तेजित हाइड्रोजन परमाणु λ तरंग दैर्ध्य के फोटॉन का उत्सर्जन करने के बाद मूल अवस्था में लौटता है
(अ) $\sqrt{\frac{\lambda R}{\lambda R-1}}$ (ब) $\sqrt{1-\lambda R}$
(स) $\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda R-1}}$ (द) $\sqrt{\frac{1-\lambda R}{R}}$

10. नीचे दिए गए प्राचलों में से कौनसा सभी हाइड्रोजन सदृश आयनो के लिए इनकी मूल अवस्थाओं में समान है?
(अ) इलेक्ट्रान की कक्षीय चाल
(ब) कक्षा की त्रिज्या
(स) इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग
(द) परमाणु की ऊर्जा

11. हाइड्रोजन सदृश किसी आयन की मूल अवस्था में ऊर्जा – 54.4 eV है। यह हो सकता है
(अ) He^{+} (ब) Li^{++}
(स) ड्यटीरियम$^{+}$ (द) Be^{+++}

12. हाइड्रोजन परमाणु में मुख्य क्वांटम संख्या n का मान बढ़ने पर परमाणु की स्थितिज ऊर्जा
(अ) घटती है
(ब) बढ़ती है
(स) वही रहती है
(द) स्थितिज ऊर्जा एकान्तर क्रम से घटती बढ़ती है

13. हाइड्रोजन परमाणु n = 4 से n = 1 अवस्था तक संक्रमण करता है। तब H-परमाणु का प्रतिक्षिप्त संवेग (eV / c मात्रक में) है
(अ) 13.60 (ब) 12.75
(स) 0.85 (द) 22.1

14. हाइड्रोजन परमाणु की n वी कक्षा में (कोणीय संवेग L) इलेक्ट्रॉन की कक्षीय गति के कारण चुंबकीय आघूर्ण है

(अ) $\frac{-neL}{2m}$ (ब) $\frac{-eL}{2m}$

(स) $\frac{-eL}{2mn}$ (द) $\frac{-eLm}{m}$

15. जब एक हाइड्रोजन परमाणु मूल अवस्था से प्रथम उत्तेजित ऊर्जा अवस्था में संक्रमण करता है तो इसके कोणीय संवेग में वृद्धि है
(अ) $6.63\times10^{-34}\,Js$ (ब) $1.05\times10^{-34}\,Js$
(स) $41.5\times10^{-34}\,Js$ (द) $2.11\times10^{-34}\,Js$

उत्तरमाला

प्रश्न क्रमांक	1	2	3	4	5	6	7	8
उत्तर	(अ)	(अ)	(स)	(अ)	(द)	(अ)	(द)	(स)
प्रश्न क्रमांक	9	10	11	12	13	14	15	
उत्तर	(अ)	(स)	(अ)	(ब)	(ब)	(ब)	(ब)	

हल एवं संकेत (बहुचयनात्मक प्रश्न)

1. (अ) $E_1 = -13.6\ eV$

$\because \quad E_n = \frac{E_1}{n^2}$

$\Rightarrow \quad E_5 = \frac{E_1}{5^2}$

या $\quad E_5 = \frac{-13.6}{25} eV$

$= -0.54\ eV$

2. (अ) इलेक्ट्रॉन को प्रथम कक्षा से द्वितीय कक्षा में भेजने के लिए आवश्यक ऊर्जा $= E_2 - E_1$

$= -\frac{13.6}{2^2} - \left(-\frac{13.6}{1^2}\right)$

$= -13.6\left[\frac{1}{4} - 1\right]$

$= -13.6 \times \left(-\frac{3}{4}\right) eV$

$= +10.2\ eV$

3. (स) $\because \quad \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$

या $\quad \lambda = \frac{1}{R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)}$

यहाँ $n_1 = 2$ तथा $n_2 = 3$

या $\quad \lambda = \frac{1}{R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)} = \frac{1}{R\left(\frac{9-4}{36}\right)}$

या $\quad \lambda = \frac{36}{5R}$

4. (अ)
5. (द)
6. (अ)

7. (द) $\quad 2E - E = \frac{hC}{\lambda}$

या $\quad E = \frac{hC}{\lambda}$

या $\quad \frac{hC}{E} = \lambda$

या $\quad \frac{4E}{3} - E = \frac{hC}{\lambda'}$

या $\quad \lambda' = \frac{3hC}{E}$

या $\quad \lambda' = 3\lambda$

8. (स) कोणीय संवेग

$m.v.r_n = \frac{nh}{2\pi} = \frac{2h}{2\pi}$

$\therefore \ n = 2$

$\therefore \quad$ ऊर्जा $E = \frac{+E_1}{2^2} = \frac{-13.6eV}{4} = -3.4\ eV$

9. (अ) $\quad \frac{1}{\lambda} = R\left[\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right] = R\left[\frac{n^2-1}{n^2}\right]$

$\lambda R(n^2 - 1) = n^2$

$\lambda R n^2 - \lambda R = n^2$

$\Rightarrow \quad \lambda R n^2 - n^2 = \lambda R$

$\Rightarrow \quad (\lambda R - 1)n^2 = \lambda R$

$\Rightarrow \quad n^2 = \frac{\lambda . R}{\lambda R - 1}$

$\Rightarrow \quad n = \sqrt{\frac{\lambda . R}{(\lambda R - 1)}}$

10. (स)

11. (अ) $\quad E_1 = -13.6 Z^2_{(eV)}$

$\Rightarrow \quad -54.4 = -13.6\ Z^2$

$\therefore \quad Z^2 = \frac{54.4}{13.6} = 4$

$\therefore \quad Z = 2$

He^+ के लिए $Z = 2$ होता है।

12. (ब) हाइड्रोजन परमाणु में परमाणु की स्थितिज ऊर्जा,

$E_p = \frac{-me^4}{4\epsilon_0^2 h^2 n^2}$ होती है।

$\therefore \quad E_p \propto -\frac{1}{n^2}$

अतः n का मान बढ़ने पर स्थितिज ऊर्जा बढ़ती है।

13. (ब) $\quad \Delta E = (E_4 - E_1)$

$= \frac{-13.6}{4^2} - \left(\frac{-13.6}{1^2}\right)$

$= 13.6\left(-\frac{1}{16} + 1\right) eV$

$$\Delta E = \frac{13.6\times15}{16} = 12.75\ eV$$

प्रतिक्षिप्त संवेग $p = \frac{\Delta E}{C} = \frac{12.75eV}{C}$

14. (ब) हाइड्रोजन परमाणु की nवीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की कक्षीय गति के कारण चुम्बकीय आघूर्ण M = i.A

$$M = \frac{-e\times A}{T} = \frac{\frac{-e\times\pi r_n^2}{2\pi r_n}}{v}$$

या $$M = -\frac{1}{2}ev r_n = -\frac{1}{2}\frac{e.mv.r_n}{m}$$

$(\because mvr_n = L)$

$\therefore$ $$M = -\frac{1}{2}e.\frac{L}{m}$$

15. (ब) कोणी संवेग में वृद्धि $\Delta L = L_2 - L_1$

$$\Delta L = \frac{2h}{2\pi} - \frac{1h}{2\pi} = \frac{h}{2\pi}$$

या $$\Delta L = \frac{6.63\times10^{-34}}{2\times3.14} = 1.05\times10^{-34}\ Js$$

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

1 परमाणु का समस्त धनावेश उसके भीतर एक अत्यन्त सूक्ष्म क्षेत्र में संकेन्द्रित होता है यह किस प्रयोग द्वारा पता चलता है।

उत्तर– रदरफोर्ड के α-कण प्रकीर्णन प्रयोग द्वारा।

2 परमाणु संरचना से संबंधित रदरफोर्ड मॉडल की कोई दो कमियाँ लिखिए।

उत्तर– (i) परमाणु के स्थायित्व की व्याख्या नहीं की जा सकी।
(ii) तत्वों के रेखीय स्पेक्ट्रम की भी व्याख्या नहीं की जा सकी।

3 हाइड्रोजन परमाणु में यदि इलेक्ट्रान के कोणीय संवेग का मान h/π है तो यह कौन सी कक्षा में स्थित होगा।

उत्तर– हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग = $\frac{nh}{2\pi}$

प्रश्नानुसार $\frac{nh}{2\pi} = \frac{h}{\pi}$

$\therefore$ $n = 2$

अतः इलेक्ट्रॉन द्वितीय कक्षा में स्थित होगा।

4 हाइड्रोजन की लाइमन श्रेणी विद्युत चुंबकीय स्पैक्ट्रम के किस क्षेत्र में पड़ती है?

उत्तर– पराबैंगनी क्षेत्र में पड़ती है।

5 किसी हाइड्रोजन समपरमाणु की प्रथम बोर कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा –27.2 eV है। तृतीय बोहर कक्षा में इसकी ऊर्जा कितनी होगी?

उत्तर– $\because$ $$E_1 = -\frac{13.6z^2}{1^2} = 27.2\ eV.$$

तब $$E_3 = -\frac{13.6z^2}{3^2} = \frac{-27.2}{9}eV$$

$$= -3.02\ eV$$

6 हाइड्रोजन परमाणु की विभिन्न कक्षाओं की त्रिज्याओं का अनुपात क्या होता है?

उत्तर– $r_1 : r_2 : r_3 : ..... = 1^2 : 2^2 : 3^2 : .....$

या $r_1 : r_2 : r_3 : ..... = 1 : 4 : 9 : .....$

7 हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम कक्षा में इलेक्ट्रॉन की स्थितिज ऊर्जा का मान eV में क्या होगा?

उत्तर– हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम कक्षा में इलेक्ट्रॉन की स्थितिज ऊर्जा

$$E_p = 2E_1 = 2\times(-13.6\ eV)$$

या $E_p = -27.2\ eV$ $(\because E_1 = -13.6eV)$

8 यदि हाइड्रोजन परमाणु में प्रथम बोर कक्षा की त्रिज्या 0.5 Å ली जाए तो चौथी बोर कक्षा की त्रिज्या लिखिए?

उत्तर– प्रथम बोर कक्षा की त्रिज्या

$$r_1 = 0.5\ Å$$

$\therefore$ $r_n = r_1.n^2$

$\therefore$ चौथी बार कक्षा की त्रिज्या

$$r_4 = r_1.4^2$$
$$= 0.5\times16Å$$
$$r_4 = 8.0\ Å$$

9 बामर श्रेणी की अन्तिम रेखा की तरंग दैर्ध्य लिखिए?

उत्तर– बामर श्रेणी की अंतिम रेखा का तरंगदैर्ध्य λ_{min} हो, तो

$$\frac{1}{\lambda_{min}} = R_H\left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2}\right] = \frac{R_H}{4}$$

$\therefore$ $$\lambda_{min} = \frac{4}{R_H} = \frac{4}{1.096\times10^7}$$
$$= 3.648\times10^{-7}\ m.$$
$$\lambda_{min} = 3648\ Å$$

10 बोर सिद्धांत में कोणीय संवेग के क्वांटीकरण से संबंधित गणितीय सूत्र लिखिए।

उत्तर– इलेक्ट्रॉन के परिक्रमण की स्वीकृत बोर कक्षाओं में उसका कोणीय संवेग

$$L_n = m.v.r_n = \frac{n.h}{2\pi}$$

जहाँ n = 1, 2, 3, ... पूर्ण संख्या है, जिसे मुख्य क्वाण्टम

संख्या कहते हैं।

11 हाइड्रोजन स्पैक्ट्रम की उस श्रेणी का नाम लिखिए जिसकी कुछ रेखाएँ दृश्य प्रकाश क्षेत्र में पड़ती हैं?

उत्तर– बामर श्रेणी।

12 बोर सिद्धांत के द्वितीय अभिग्रहीत की व्याख्या किस परिकल्पना के आधार पर संभव है?

उत्तर– दे–ब्राग्ली द्रव्य तरंग परिकल्पना।

लघुत्तरात्मक प्रश्न

1 टामसन परमाणु माडल की कमियों का उल्लेख कीजिए।

उत्तर– **टॉमसन परमाणु मॉडल की कमियाँ–**

(i) यह मॉडल रदरफोर्ड के α–कण प्रकीर्णन प्रयोग के प्रेक्षणों की व्याख्या करने में असफल रहा।

(ii) यह मॉडल हाइड्रोजन एवं अन्य तत्वों के परमाणुओं द्वारा उत्सर्जित स्पेक्ट्रम में अलग–अलग स्पेक्ट्रमी रेखाओं की व्याख्या भी नहीं कर सका।

2 रदरफोर्ड परमाणु प्रतिरूप की मुख्य बातो का उल्लेख कीजिए।

उत्तर– (i) परमाणु का अधिकांश द्रव्यमान तथा सम्पूर्ण धन आवेश एक अत्यंत सूक्ष्म भाग में निहित होता है। इस भाग को परमाणु का नाभिक कहते हैं।

(ii) नाभिक का आकार (व्यास की कोटि 10^{-15} m) परमाणु के आकार (व्यास की कोटि 10^{-10} m) की तुलना में बहुत छोटा होता है, अत: परमाणु का अधिकांश भाग रिक्त होता है।

(iii) ऋणावेशित कण इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर वृत्ताकार कक्षाओं में परिक्रमा करते हैं तथा इन इलेक्ट्रॉनों को नाभिक के चारों ओर चक्कर लगाने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल नाभिक व इलेक्ट्रॉन के बीच लगने वाले कूलॉम आकर्षण बल से प्राप्त होता है।

(iv) परिक्रमा करने वाले इलेक्ट्रॉनों का कुल ऋणावेश, नाभिक में उपस्थित धनावेश के बराबर होता है, अत: परमाणु विद्युत उदासीन पाया जाता है। अर्थात् इलेक्ट्रॉनों की संख्या = समान मात्रा में धनावेश युक्त कणों (प्रोटॉनों) की संख्या।

3 संक्षेप में समझाईए कि किस प्रकार रदरफोर्ड परमाणु मॉडल परमाणु के स्थायित्व का व्याख्या नहीं कर पाता।

उत्तर– रदरफोर्ड के अनुसार, इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर वृत्ताकार कक्षाओं में परिभ्रमण करते हैं। किन्तु यह सर्वविदित है, कि वृत्ताकार पथ पर घूमने वाली कोई भी वस्तु पथ के केन्द्र की ओर त्वरित होती है। अत: नाभिक के चारों ओर परिक्रमा करने वाले इलेक्ट्रॉन परमाणु के केन्द्र (नाभिक) की ओर त्वरित होते हैं। चिर सम्मत इलेक्ट्रो–गतिकी के अनुसार कोई भी आवेशित कण त्वरित अवस्था में ऊर्जा का उत्सर्जन करता है। अत: इन इलेक्ट्रॉनों की ऊर्जा का भी सतत रूप से क्षय होना चाहिए तथा अन्तत: ऐसे इलेक्ट्रॉन सर्पिल पथ पर गति करते हुए नाभिक पर गिरते रहने चाहिए, परन्तु वास्तव में ऐसा नहीं होता। इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर बिना उस पर गिरे परिभ्रमण करते हैं। रदरफोर्ड का मॉडल परमाणु के इस स्थायित्व को समझाने में असफल रहा।

4 बोर के सिद्धांत की कमियों का उल्लेख कीजिए।

उत्तर– (i) बोर का सिद्धांत एक इलेक्ट्रॉन वाले परमाणु जैसे हाइड्रोजन, एकधा आयनित हीलियम आदि के लिये ही उपयुक्त है।

(ii) इस सिद्धांत में नाभिक को स्थिर माना गया है, परंतु यह तभी संभव है, जब नाभिक का द्रव्यमान अनन्त हो।

(iii) इस सिद्धांत के अनुसार इलेक्ट्रॉन की कक्षाऐं वृत्ताकार होती है, जबकि ये वास्तव में दीर्घ वृत्ताकार हैं। यह सिद्धांत चिर सम्मत एवं क्वाण्टम भौतिकी दोनों की अवधारणाओं पर आधारित है, जो सैद्धांतिक रूप से असंगत है। परमाणु के क्वाण्टम प्रतिरूप के अनुसार तो कक्षीय गति की कल्पना हास्यास्पद है।

(iv) इस सिद्धांत में कोणीय संवेग के क्वाण्टीकरण का कोई कारण प्रस्तुत नहीं किया गया।

(v) वृत्ताकार कक्ष में घूमते हुए इलेक्ट्रॉन के लिए यह कल्पना की गई है, कि यह ऊर्जा उत्सर्जित नहीं करता। चिर सम्मत सिद्धांतों के आधार पर प्रत्येक आवेशित कण जब त्वरित किया जाता है, तो उसे ऊर्जा उत्सर्जित करनी चाहिए और वृत्ताकार कक्षा में घूमता हुआ प्रत्येक इलेक्ट्रॉन पथ के केन्द्र (नाभिक) की ओर त्वरित होना चाहिए।

(vi) इस सिद्धांत द्वारा स्पेक्ट्रमी रेखाओं की सूक्ष्म संरचना की व्याख्या नहीं की जा सकी।

(vii) इस सिद्धांत द्वारा स्पेक्ट्रमी रेखाओं की तीव्रता की भी व्याख्या नहीं की जाती है।

(viii) यह सिद्धांत स्पेक्ट्रमी रेखा पर चुम्बकीय क्षेत्र के प्रभाव से रेखाओं के विपाटन (Splitting), जमीन प्रभाव (Zeeman Effect) की व्याख्या करने में असमर्थ रहा।

(ix) यह सिद्धांत कुछ परमाणुओं के स्पेक्ट्रम में द्वि रेखा संरचना (जैसे सोडियम में) आदि की व्याख्या नहीं कर पाता।

(x) विद्युत क्षेत्र में स्पेक्ट्रमी रेखाओं का विपाटन प्रेक्षित होता है, इसे स्टार्क प्रभाव कहते हैं। इस प्रभाव की भी यह सिद्धांत व्याख्या नहीं कर सका।

5 हाइड्रोजन परमाणु में केवल एक ही इलेक्ट्रॉन है परन्तु उसके उत्सर्जन स्पैक्ट्रम में कई रेखाएं होती है। ऐसा कैसे होता है, संक्षेप में समझाइये।

उत्तर– यद्यपि हाइड्रोजन परमाणु में केवल एक इलेक्ट्रॉन होता है फिर भी कई स्पेक्ट्रमी रेखाएँ प्राप्त होती है। क्योंकि हाइड्रोजन गैस के एक नमूने में अनेक अणु होते हैं। जब यह नमूना गर्म किया जाता है अथवा इस नमूने में विद्युत विसर्जन किया जाता है, तो हाइड्रोजन के अणु परमाणुओं में विभक्त हो जाते हैं। विभिन्न परमाणुओं के इलेक्ट्रॉन अलग–अलग मात्रा में ऊर्जा अवशोषित करते हैं तथा विभिन्न ऊर्जा स्तरों में उत्तेजित हो जाते हैं। ये उत्तेजित अवस्था के इलेक्ट्रॉन अस्थिर होने के कारण मूल अवस्था में आने का प्रयास करते हैं। ये अपनी मूल अवस्था में एक बार में या एक से अधिक बार में लौट सकते हैं।

प्रत्येक बार में, एक निश्चित तरंगदैर्ध्य की स्पेक्ट्रमी रेखा उत्सर्जित होती है। चूँकि कई इलेक्ट्रॉन प्रत्यक्ष या अप्रत्यक्ष रूप से अपनी मूल अवस्था में आते हैं, अत: हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम में कई स्पेक्ट्रमी रेखाएँ प्राप्त होती है।

6 रेखिल स्पैक्ट्रम के अध्ययन से तत्वों की पहचान कैसे की जा सकती है?

उत्तर– प्रयोगशाला में प्राप्त किये गए विभिन्न तत्वों के रेखिल स्पेक्ट्रमों में स्पेक्ट्रमी रेखाओं की तरंगदैर्ध्य के अनुसार निर्धारित स्थितियाँ होती है। जब किसी अज्ञात तत्व के लिए रेखिल स्पेक्ट्रम प्राप्त किया जाता है तथा इस स्पेक्ट्रम का किसी तत्व विशेष के रेखिल स्पेक्ट्रम से अनुमेलन हो जाता है, तो अज्ञात तत्व की पहचान उस तत्व के रूप में होती है।

7 हाइड्रोजन गैस के किसी प्रतिदर्श में अधिकांशत: परमाणु $n=1$ ऊर्जा स्तर में है। इस गैस में से दृश्य प्रकाश गुजारे जाने पर कुछ स्पैक्ट्रमी रेखाओं का अवशोषण हो जाता है। किस श्रेणी (लाइमन अथवा बामर) की स्पैक्ट्रमी रेखाओं का अधिकतम अवशोषण होता है तथा क्यों?

उत्तर– लाइमन श्रेणी की स्पेक्ट्रमी रेखाओं का अधिकतम अवशोषण होता है, क्योंकि हाइड्रोजन गैस के उस प्रतिदर्श में अधिकांशत: परमाणु n = 1 ऊर्जा स्तर के हैं। अत: गैस में से दृश्य प्रकाश गुजारे जाने पर उत्तेजित परमाणुओं के इलेक्ट्रॉन अपने मूल स्तर n = 1 में वापस लौटते हैं, जिससे लाइमन श्रेणी की स्पेक्ट्रमी रेखाएँ ही प्राप्त होती है, अत: लाइमन श्रेणी की स्पेक्ट्रमी रेखाओ का ही दृश्य प्रकाश गुजारने पर अधिकतम अवशोषण होता है।

8 बोर सिद्धांत के अनुसार इलेक्ट्रॉन की स्थायी कक्षा से क्या आशय है तथा इसके लिए शर्त क्या है?

उत्तर– इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर केवल उन्हीं कक्षाओं में घूम सकते हैं, जिनमें उनका कोणीय सवेंग $\frac{h}{2\pi}$ का पूर्ण गुणज होता है, जहाँ h प्लांक का सार्वत्रिक नियतांक है। इन कक्षाओं को स्थायी कक्षाएँ (Stable Orbits) कहते हैं।

स्थायी कक्षाओं में घूमते समय इलेक्ट्रॉन ऊर्ज का उत्सर्जन या अवशोषण नही करते हैं, जिससे परमाणु का स्थायित्व बना रहता है। इलेक्ट्रॉन जब अधिक ऊर्जा वाली कक्षा से कम ऊर्जा वाली कक्षा में जाता है, तो ऊर्जा उत्सर्जित होती है तथा जब कम ऊर्जा वाली कक्षा से अधिक ऊर्जा वाली कक्षा में जाता है, तो ऊर्जा अवशोषित होती है। उत्सर्जित ऊर्जा फोटोन विकिरण के रूप में प्राप्त होती है, जिसकी आवृत्ति ν संक्रमण से संबंधित कक्षाओं में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जाओं के अन्तर के अनुक्रमानुपाती होती है।

9 बामर श्रेणी, अन्य श्रेणियों से पहले प्रेक्षित तथा विश्लेषित हुई थी। क्या आप इसके लिए कोई कारण सुझा सकते है?

उत्तर– हाइड्रोजन परमाणु के स्पेक्ट्रम की प्राप्त विभिन्न श्रेणियों में से बामर श्रेणी ही एकमात्र श्रेणी है, जो विद्युत चुम्बकीय स्पेक्ट्रम के दृश्य भाग में प्राप्त होती है। अत: प्रत्यक्षी दृश्य होने के कारण यह श्रेणी सबसे पहले प्रेक्षित तथा विश्लेषित हुई थी।

10 बोहर माडल में nवीं कक्षा की कुल ऊर्जा का परिमाण $|E_n|$ तथा कोणीय संवेग L_n है तो इनमें क्या संबंध होगा?

उत्तर– बोहर मॉडल में nवीं कक्षा की कुल ऊर्जा का परिमाण,

$$|E_n| = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2}$$

तथा nवीं कक्षा में कोणीय संवेग

$$L_n = \frac{n.h}{2\pi}$$

$$\therefore \quad |E_n| = \frac{me^4}{4\pi^2 \times 8\epsilon_0^2 \left(\frac{nh}{2\pi}\right)^2}$$

$$= \frac{me^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 L_n^2}$$

या $$|E_n| = \frac{m.k^2.e^4}{2L_n^2} \qquad \left\{\because k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right\}$$

यही $|E_n|$ व L_n में संबंध है।

निबंधात्मक प्रश्न

1 रदरफोर्ड के α कण प्रकीर्णन प्रयोग का संक्षिप्त वर्णन कीजिए। इससे नाभिक की खोज कैसे हुई?

उत्तर- अनुच्छेद 14.2 पर देखें।

2 रदरफोर्ड के मॉडल में क्या कमियाँ रह गई थी? इनका निराकरण बोर ने अपने मॉडल में कैसे किया विस्तार से समझाइए।

उत्तर- अनुच्छेद 14.2 तथा 14.3 पर देखें।

3 हाइड्रोजन परमाणु के लिए बोर सिद्धांत के अभिग्रहीत लिखिए। इसकी *n* वी कक्षा में इलेक्ट्रान की कुल ऊर्जा के लिए सूत्र स्थापित कीजिए।

उत्तर- अनुच्छेद 14.3 तथा 14.3.4 पर देखें।

4 बोर परमाणु मॉडल के आधार पर हाइड्रोजन परमाणु के रैखिल स्पैक्ट्रम की व्याख्या कीजिए।

उत्तर- अनुच्छेद 14.4.1 पर देखें।

5 बोर के परमाणु मॉडल की कमियाँ लिखिए। समझाइए कि किस प्रकार दे-ब्राग्ली की द्रव्य तरंग परिकल्पना द्वारा कक्षीय कोणीय संवेग के क्वांटीकरण की व्याख्या संभव है।

उत्तर- अनुच्छेद 14.6 तथा 14.7 पर देखें।

6 बोर मॉडल के अनुसार हाइड्रोजन परमाणु की स्थायी कक्षाओं

के लिए त्रिज्या के लिए सूत्र स्थापित कीजिए तथा सिद्ध कीजिए की हाइड्रोजन परमाणु में स्थायी कक्षाओं की त्रिज्याओं का अनुपात 1 : 4 : 9 . . . होता है।

उत्तर– अनुच्छेद 14.3.1 पर देखें।

आंकिक प्रश्न

1 **हाइड्रोजन परमाणु की द्वितीय बोर कक्षा की त्रिज्या, इसमें इलेक्ट्रॉन की चाल तथा कक्षा की कुल ऊर्जा ज्ञात करो (दिया है इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान $m = 9\times10^{-31}$ kg, $e = 1.6\times10^{-19}$ C, $h = 6.6\times10^{-34}$ Js)**

उत्तर– इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान $m = 9 \times 10^{-31}$ kg

इलेक्ट्रॉन का आवेश $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

$h = 6.6 \times 10^{-34}$ Js

$k = 9 \times 10^{9}$ Nm^2C^{-2}

$n = 2$ (द्वितीय कक्षा के लिए)

$\therefore$ बोर कक्षा की त्रिज्या $r_n = \dfrac{n^2.h^2}{4\pi^2 mke^2}$

$$\therefore r_2 = \frac{2^2\times(6.6\times10^{-34})^2}{4\times(3.14)^2\times9\times10^{-31}\times9\times10^{9}\times(1.6\times10^{-19})^2}$$

या $$r_2 = \frac{121}{56.79}\times10^{-10}\text{m}$$

$$= 2.13 \times 10^{-10}\text{ m.}$$

या $r_2 = 2.13$Å

इलेक्ट्रॉन की चाल $v_n = \dfrac{2\pi ke^2}{n.h}$

$\therefore$ $$v_2 = \frac{2\pi ke^2}{2h} = \frac{\pi ke^2}{h}$$

$\therefore$ $$v_n = \frac{3.14\times9\times10^{9}\times(1.6\times10^{-19})^2}{6.6\times10^{-34}}$$

या $v_n = 1.097 \times 10^{9}$ m/s

या $v_n = 1.1 \times 10^{6}$ m/s

तथा द्वितीय कक्षा की कुल ऊर्जा

$$E_n = -\frac{2\pi^2k^2me^4}{n^2h^2}$$

या $$E_2 = -\frac{2\pi^2k^2me^4}{4h^2}$$

या $$E_2 = \frac{-2\times3.14\times3.14\times(9\times10^{9})^2\times9\times10^{-31}\times(1.6\times10^{-19})^4}{4\times(6.6\times10^{-34})^2}$$

या $E_2 = -540.69 \times 10^{-21}$ J

$= -5.4069 \times 10^{-19}$ J

$$= -\frac{5.4069\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}}\text{e.V}$$

$= -3.379$ eV

$= -3.4$eV

2 **यदि लाइमन श्रेणी का प्रथम रेखा की तरंग दैर्ध्य 1216 Å है तो बामर तथा पाश्चन श्रेणी की प्रथम रेखाओं की तरंग दैर्ध्य ज्ञात कीजिए।**

उत्तर– लाइमन श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्ध्य

$$\lambda_{L_1} = 1216\text{Å}$$

बामर श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्ध्य

$$\lambda_{B_1} = ?$$

पाश्चन श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्ध्य

$$\lambda_{P_1} = ?$$

$$\frac{1}{\lambda_{L_1}} = R\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)$$

$\Rightarrow$ $$\frac{1}{\lambda_{L_1}} = \frac{3}{4}R$$

$$R = \frac{4}{3\lambda_{L_1}} = \frac{4}{3\times1216}$$

$$= \frac{1}{912}\text{Å}^{-1}$$

$$\frac{1}{\lambda_{B_1}} = R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right) = \frac{5}{36}R$$

$$= \frac{5}{36}\times\frac{1}{912}$$

या $$\lambda_{B_1} = \frac{36\times912}{5}\text{Å} = 6566.4\text{A}$$

$$\frac{1}{\lambda_{P_1}} = R\left(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{4^2}\right) = R\times\frac{7}{144}$$

$$\frac{1}{\lambda_{P_1}} = \frac{1}{912}\times\frac{7}{144}\text{Å}^{-1}$$

$\therefore$ $$\lambda_{P_1} = \frac{912\times144}{7}\text{Å} = 18761.1\text{Å}$$

3 **किसी परमाणु में ऊर्जा स्तर A से C में संक्रमण में 1000 Å तथा ऊर्जा स्तर B से C में संक्रमण 5000 Å तरंग दैर्ध्य के फोटॉन उत्सर्जित होते है। ऊर्जा स्तर A से B में संक्रमण से उत्सर्जित फोटॉन की तरंग दैर्ध्य कितनी होगी?**

उत्तर– ऊर्जा स्तर A से C में संक्रमण में उत्सर्जित फोटोन की तरंगदैर्ध्य

$$\lambda_{AC} = 1000\text{Å}$$

ऊर्जा स्तर B से C में संक्रमण में उत्सर्जित फोटोन की तरंगदैर्ध्य

$$\lambda_{BC} = 5000\text{Å}$$

ऊर्जा स्तर A से B में संक्रमण में उत्सर्जित फोटोन की तरंगदैर्ध्य

$$\lambda_{AB} = ?$$

$$E_A - E_C = \frac{hC}{\lambda_{AC}} \quad ...(1)$$

तथा $$E_B - E_C = \frac{hC}{\lambda_{BC}} \quad ...(2)$$

इसी प्रकार $$E_A - E_B = \frac{hC}{\lambda_{AB}} \quad ...(3)$$

समी. (1) में से समी. (2) को घटाने पर,

$$E_A - E_B = \frac{hC}{\lambda_{AC}} - \frac{hC}{\lambda_{BC}}$$

या $$\frac{hC}{\lambda_{AB}} = \frac{hC}{\lambda_{AC}} - \frac{hC}{\lambda_{BC}}$$

$$= hC\left[\frac{1}{\lambda_{AC}} - \frac{1}{\lambda_{BC}}\right]$$

या $$\frac{1}{\lambda_{AB}} = \frac{1}{\lambda_{AC}} - \frac{1}{\lambda_{BC}}$$

$$= \left(\frac{1}{1000} - \frac{1}{5000}\right)$$

$\therefore$ $$\lambda_{AB} = \frac{5000}{(5-1)} = \frac{5000}{4}$$

या $$\lambda_{AB} = 1250\ \text{Å}$$

4 द्विआयनित लीथियम परमाणु जिसका परमाणु क्रमांक 3 है हाइड्रोजन सदृश होता है

(i) इस परमाणु में इलेक्ट्रॉन की प्रथम कक्षा से तृतीय कक्षा में उत्तेजित करने के लिए आवश्यक विकिरण की तरंग दैर्ध्य ज्ञात करो।

(ii) उत्तेजित निकाय के उत्सर्जन स्पेक्ट्रम में कितनी स्पैक्ट्रमी रेखाएँ प्रेक्षत होंगी?

उत्तर– लीथियम का परमाणु क्रमांक $Z = 3$

(i) परमाणु में इलेक्ट्रॉन की प्रथम कक्षा $n_1 = 1$ से तृतीय कक्षा $n_2 = 3$ में उत्तेजित करने के लिए आवश्यक विकिरण की तरंगदैर्ध्य λ हो, तो

$$\frac{hC}{\lambda} = E_{n_2} - E_{n_1}$$

या $$\frac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

या $$\lambda = \frac{n_1^2 . n_2^2}{RZ^2\left(n_2^2 - n_1^2\right)}$$

या $$\lambda = \frac{1^2 \times 3^2}{1.097 \times 10^7 \times 3^2(3^2 - 1^2)}$$

या $$\lambda = \frac{1}{1.097 \times 8} \times 10^{-7}$$

$\therefore$ $$\lambda = 0.1139 \times 10^{-7}\ \text{m.}$$

$$= 113.9 \times 10^{-10}\ \text{m.}$$

$$\lambda = 113.9\text{Å} \simeq 114\text{Å}$$

(ii) उत्तेजित निकाय के उत्सर्जन स्पेक्ट्रम में निम्न प्रकार स्पेक्ट्रमी रेखाएँ प्रेक्षित होंगी।

इलेक्ट्रॉन के (a) तीसरी कक्षा से द्वितीय कक्षा में संक्रमण द्वारा,
(b) तीसरी कक्षा से प्रथम कक्षा में संक्रमण द्वारा,
तथा (c) दूसरी कक्षा से प्रथम कक्षा में संक्रमण द्वारा
इस प्रकार कुल 3 स्पेक्ट्रमी रेखाएँ प्रेक्षित होंगी।

5 बामर श्रेणी की प्रथम रेखा का तरंग दैर्ध्य 6564 Å हो तो रिडबर्ग नियतांक तथा तरंग संख्या का मान ज्ञात करो।

उत्तर– बामर श्रेणी की प्रथम रेखा का तरंगदैर्ध्य

$$\lambda_{B_1} = 6564\text{Å} = 6564 \times 10^{-10}\ \text{m.}$$

रिडबर्ग नियतांक $R = ?$

तरंग संख्या $\bar{\nu} = ?$

$\because$ $$\frac{1}{\lambda_{B_1}} = R\left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right]$$

(बामर श्रेणी की प्रथम रेखा के लिए $n_1 = 2$ तथा $n_2 = 3$)

$$\frac{1}{\lambda_{B_1}} = R \times \frac{5}{36} \text{ या } R = \frac{36}{5\lambda_{B_1}}$$

या $$R = \frac{36}{5 \times 6564 \times 10^{-10}}$$

या $$R = 1.0969 \times 10^7\ \text{m}^{-1}$$

$$= 1.097 \times 10^7\ \text{m}^{-1}$$

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda_{B_1}} = \frac{1}{6564 \times 10^{-10}}$$

$$= 0.0001523 \times 10^{10}\ \text{m}^{-1}$$

$$= 15.23 \times 10^5\ \text{m}^{-1} \simeq 15 \times 10^5\ \text{m}^{-1}$$

6 हाइड्रोजन सदृश कोई आयन $n = 2$ से $n = 1$ तक के संक्रमण में 2.467×10^7 Hz आवृति के विकिरण उत्सर्जित करता है। संक्रमण $n = 3$ से $n = 1$ में उत्सर्जित विकिरण की आवृत्ति ज्ञात करो।

उत्तर– $\nu_{21} = 2.467 \times 10^7 Hz$

जब $n_1 = 1$ तथा $n_2 = 2$

$\nu_{31} = ?$

जब $n_1 = 1$ तथा $n_2 = 3$

$$\nu = Rcz^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$\therefore \quad \nu_{21} = Rcz^2\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$$

या $$\nu_{21} = \frac{3}{4}Rcz^2 \quad ...(1)$$

तथा $$\nu_{31} = Rcz^2\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right)$$

$$\nu_{31} = \frac{8}{9}Rcz^2 \quad ...(2)$$

$$\therefore \quad \frac{\nu_{31}}{\nu_{21}} = \frac{\frac{8}{9}}{\frac{3}{4}} = \frac{8}{9} \times \frac{4}{3}$$

या $$\nu_{31} = \frac{32}{27}\nu_{21}$$

$$= \frac{32}{27} \times 2.467 \times 10^7 Hz$$

या $$\nu_{31} = 2.92 \times 10^7 \text{ Hz}$$

7 λ तरंग दैर्ध्य के एकवर्णी विकिरण किसी हाइड्रोजन प्रतिदर्श पर आपतित है जिसके परमाणु मूल ऊर्जा अवस्था में है। हाइड्रोजन परमाणु विकिरण अवशोषित करते है तथा फिर छह भिन्न तरंगों के तरंग दैर्ध्य उत्सर्जित करते है। λ का मान ज्ञात करो (दिया है $hc = 1242 eV - nm$ हाइड्रोजन की मूल अवस्था ऊर्जा $E - 13.6 eV$

उत्तर– आपतित एकवर्णी विकिरण की तरंगदैर्ध्य $\lambda = ?$

हाइड्रोजन प्रतिदर्श के परमाणु मूल अवस्था में है, $\therefore n_1 = 1$

विकिरण अवशोषण के बाद छः विभिन्न तरंगों के तरंगदैर्ध्य उत्सर्जित होते हैं, अतः $n_2 = 4$ $[n_4 \to n_1, \ n_4 \to n_2, \ n_4 \to n_3, \ n_3 \to n_1, \ n_3 \to n_2, \ n_1 \to n_1]$

$$hc = 1242 \text{ eV-nm}$$

हाइड्रोजन की मूल अवस्था की ऊर्जा

$$E_1 = -13.6 \text{ eV}$$

$$\because \quad h\nu = E_{n_2} - E_{n_1}$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{E_1}{n_2^2} - \frac{E_1}{n_1^2} = -E_1\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$\frac{1242}{\lambda} = +13.6\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2}\right)$$

या $$\frac{1242}{\lambda} = 13.6 \times \frac{15}{16}$$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{1242 \times 16}{13.6 \times 15}$$

$$\therefore \quad \lambda = 97.41 \text{ nm}$$

8 हाइड्रोजन परमाणुओं में संक्रमण $n = 4$ से $n = 2$ के संगत प्रकाश किसी धातु जिसका कार्यफलन 1.9 eV है पर आपतित होता है। उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा ज्ञात करो?

उत्तर– $n_1 = 2, n_2 = 4$

कार्यफलन $\phi = 1.9$ eV

उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉन की अधिकतम गतिज ऊर्जा

$$= E_{max} = ?$$

फोटोन ऊर्जा $$h\nu = E_4 - E_2$$

या $$h\nu = \frac{E_1}{4^2} - \frac{E_1}{2^2} = \frac{E_1}{16} - \frac{E_1}{4}$$

या $$h\nu = -\frac{3}{16}E_1$$

किन्तु $$E_1 = -13.6 \text{ eV}$$

या $$h\nu = -\frac{3}{16} \times (-13.6) eV$$

या $$h\nu = 2.55 \text{ eV}$$

आइन्सटाइन के प्रकाश विद्युत समीकरण से,

$$h\nu = \phi + E_{max}$$

$$\therefore \quad E_{max} = h\nu - \phi$$

$$= 2.55 - 1.9$$

$$= 0.65 \text{ eV}$$

9 हाइड्रोजन का एक प्रतिदर्श किसी उत्तेजित अवस्था विशेष A में है। इस प्रतिदर्श द्वारा 2.55 eV के फोटॉनो के अवशोषण से यह आगे किसी अन्य उत्तेजित अवस्था B में पहुंचता है। अवस्थाओं A तथा B के लिए मुख्य क्वांटम संख्याए ज्ञात करें।

उत्तर– माना कि अवस्थाओं A व B के लिए मुख्य क्वाण्टम संख्याएँ n_1 व n_2 है, अत:

$$\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)=\frac{\text{फोटॉन की अवशोषित ऊर्जा}}{|E_1|}$$

$$=\frac{2.55eV}{13.6eV}=0.1875$$

यदि $n_1 = 1$ तथा $n_2 = 2$ लें, तो

$$\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)=\frac{3}{4}=0.75\neq 0.1875$$

यदि $n_1 = 1$ तथा $n_2 = 3$ लें, तो

$$\frac{1}{1^2}-\frac{1}{3^2}=\frac{8}{9}=0.8888\neq 0.1875$$

यदि $n_1 = 2$ तथा $n_2 = 3$ लें, तो

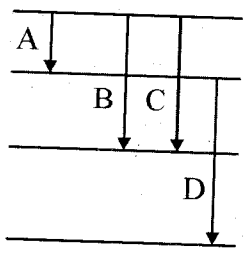
$$\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}=\frac{5}{36}=0.1358\neq 0.1875$$

यदि $n_1 = 2$ तथा $n_2 = 4$ लें, तो

$$\frac{1}{2^2}-\frac{1}{4^2}=\frac{3}{16}=0.1875=0.1875$$

अत: $n_1 = 2$ तथा $n_2 = 4$ मानों से अवशोषित फोटोन ऊर्जा के मान की पुष्टि होती है। अत: अवस्थाओं A व B के लिए मुख्य क्वाण्टम संख्याएँ क्रमश: 2 व 4 होगी।

10 एक परमाणु का ऊर्जा स्तर आरेख चित्र में दर्शाया गया है। संक्रमण B तथा D के संगत फोटॉनों के तरंग दैर्ध्य ज्ञात करो



चित्र 14.19

उत्तर– प्रत्येक संक्रमण में फोटोन ऊर्जा $= h\nu = \frac{hC}{\lambda}$

= ऊर्जा स्तरों की ऊर्जा का अंतर (ΔE)

$$\therefore \quad \lambda=\frac{hC}{\Delta E}$$

यहाँ $h = 6.6 \times 10^{-34}$ Js, $C = 3 \times 10^8$ ms^{-1}

संक्रमण B के लिए $\Delta E = 0 - (-4.5)$

$= 4.5$ eV $= 4.5 \times 1.6 \times 10^{-19}$ J

$$\therefore \quad \lambda_B=\frac{hC}{\Delta E}$$

$$=\frac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^8}{4.5\times1.6\times10^{-19}}\text{m.}$$

या $\lambda_B = 2.75 \times 10^{-7}$ m.

$= 2750$ Å

संक्रमण D के लिए $\Delta E = (-2) - (-10)$

$= +8$eV $= 8 \times 1.6 \times 10^{-19}$ J

$$\therefore \quad \lambda_D=\frac{hC}{\Delta E}$$

$$=\frac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^8}{8\times1.6\times10^{-19}}$$

$= 1.5468 \times 10^{-7}$ m.

$\lambda_D = 1546.8 \times 10^{-10}$ m.

$\lambda_D = 1546.8$ Å $\simeq 1547$Å

11 हाइड्रोजन परमाणु के लिए एक स्थायी कक्षा में इलेक्ट्रॉन की अधिकतम कोणीय चाल ज्ञात कीजिए।

उत्तर– $\because$ $$V_n = r_n.\omega_n=\frac{2\pi Ke^2}{n.h}$$

$$\therefore \quad \omega_n=\frac{2\pi Ke^2}{n.h.r_n}$$

या $$\omega_n=\frac{2\pi Ke^2}{n.h}\times\frac{n^2h^2}{4\pi^2mke^2}$$

या $$\omega_n=\frac{8\pi^3mk^2e^4}{n^3h^3}$$

प्रथम स्थायी कक्षा में इलेक्ट्रॉन की कोणीय चाल अधिकतम होती है।

अत: $n = 1$ रखने पर,

$$\therefore \quad \omega_{max}=\omega_1=\frac{8\pi^3mk^2e^4}{h^3}$$

या $$\omega_{max}=\frac{8\times(3.14)^3\times(9\times10^{-31})\times(9\times10^9)^2\times(1.6\times10^{-19})^4}{(6.6\times10^{-34})^3}$$

या $\omega_{max} = 4115.8 \times 10^{13}$

या $\omega_{max} = 4.1158 \times 10^{16}$ rad/sec.

$= 4.1 \times 10^{16}$ rad/sec.

12 n = 5 अवस्था से n = 1 अवस्था में जाने में फोटॉन के उत्सर्जन के पश्चात हाइड्रोजन परमाणु का प्रतिक्षिप्त संवेग क्या है (दिया है $R = 1.097 \times 10^7\, m^{-1}$ $h = 6.63 \times 10^{-34}\, Js$ तथा हाइड्रोजन का द्रव्यमान $= 1.67 \times 10^{-27}\, kg$)

उत्तर– दिया है, $R = 1.097 \times 10^7\ m^{-1}$

$h = 6.63 \times 10^{-34}\ Js$

$n_1 = 1$

$n_2 = 5$

$\because \quad \frac{1}{\lambda} = R\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$

हाइड्रोजन परमाणु का प्रतिक्षिप्त संवेग,

$$p = \frac{h}{\lambda} = h.R\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$$

या $\quad p = 6.63 \times 10^{-34} \times 1.097 \times 10^7 \left[\frac{1}{1^2} - \frac{1}{5^2}\right]$

$$p = 6.63 \times 1.097 \times \frac{24}{25} \times 10^{-27}$$

$$p = 6.98 \times 10^{-27}\ kgm/s$$

महत्त्वपूर्ण वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. उत्तेजित हाइड्रोजन परमाणु में यदि बोहर के सिद्धान्त के अनुसार इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग $\left(\frac{2h}{2\pi}\right)$ हो तो उसकी ऊर्जा होगी–
   (अ) – 3.4 eV (ब) + 3.4 eV
   (स) – 13.6 eV (द) + 13.6 eV
2. हाइड्रोजन परमाणु में यदि इलेक्ट्रॉन का संक्रमण द्वितीय कक्षा से प्रथम कक्षा में हो तो तरंग संख्या $\bar{\upsilon}$ का मान होगा–
   (अ) $\frac{3}{4}R$ (ब) $\frac{4}{3}R$
   (स) R (द) 2R
3. उत्तेजित अवस्था की क्वाण्टम संख्या क्या होगी यदि एक उत्तेजित हाइड्रोजन परमाणु λ तरंगदैर्घ्य के फोटॉन को उत्सर्जित करने के पश्चात् मूल अवस्था को प्राप्त करता हो–
   (अ) $\sqrt{\frac{\lambda R}{\lambda R - 1}}$ (ब) $\sqrt{1 - \lambda R}$
   (स) $\sqrt{\frac{\lambda R}{\lambda R - 1}}$ (द) $\sqrt{\frac{1 - \lambda R}{R}}$
4. किसी हाइड्रोजन परमाणु की nवीं कक्षा में ऊर्जा E_n है। एकल आयनित हीलियम परमाणु की ऊर्जा होगी–
   (अ) $4E_n$ (ब) $\frac{E_n}{4}$ (स) $2E_n$ (द) $\frac{E_n}{2}$
5. परमाणु की सामान्य अवस्था (निम्नतम ऊर्जा स्तर) के लिये क्वान्टम संख्या $n = 1$ है। आयनित अवस्था के लिये n का मान क्या है ?
   (अ) 4 (ब) 2 (स) ∞ (द) 0
6. हाइड्रोजन स्पैक्ट्रम में जब इलेक्ट्रॉन किसी बाह्य कक्ष से तीसरी कक्षा में संक्रमण करता है, तब स्पैक्ट्रम की श्रेणी होगी–
   (अ) लाइमन श्रेणी (ब) बॉमर श्रेणी
   (स) पाश्चन श्रेणी (द) ब्रेकेट श्रेणी
7. हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन के प्रथम कक्षा की त्रिज्या a_0 है तो हीलियम परमाणु में प्रथम कक्ष की त्रिज्या होगी–
   (अ) $4a_0$ (ब) $2a_0$
   (स) a_0 (द) $a_0/2$
8. H-परमाणु में मुख्य क्वान्टम संख्या n के बढ़ने के साथ-साथ ऊर्जा तलों के मध्य ऊर्जा अन्तराल–
   (अ) बढ़ता है (ब) घटता है
   (स) समान रहता है। (द) कुछ कह नहीं सकते

हल एवं संकेत

1. **(अ)** बोहर सिद्धान्त से $mvr = \frac{nh}{2\pi}$ यहाँ $n = 2$

   ऊर्जा $E_2 = -\frac{13.6}{n^2} = \frac{-13.6}{2^2} = -3.4\ eV$

2. **(अ)** $\bar{\upsilon} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$, $\bar{\upsilon} = \frac{1}{\lambda}$

3. **(अ)** $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$ यहाँ $n_1 = 1$, $n_2 = n$

   $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$

   $n = \sqrt{\frac{\lambda R}{\lambda R - 1}}$

4. **(अ)** हीलियम में 2 इलेक्ट्रॉन होते हैं।
5. **(स)** 6. **(स)**
7. **(द)** 8. **(ब)**

लघुत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. α-कणों के प्रकीर्णन में प्रकीर्णित कणों की संख्या N, प्रकीर्णन कोण θ पर किस प्रकार निर्भर करती है ?

उत्तर– $N \propto \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$

प्रश्न 2. अधिकांश α-कण स्वर्ण-पत्र के आर-पार बिना प्रभावित हुए सीधे ही निकल जाते हैं ? क्यों ?

उत्तर–क्योंकि परमाणु का अधिकांश भाग अन्दर से खोखला है।

प्रश्न 3. स्वर्ण-पत्र पर आपतित α-कणों में से कुछ α-कण ऐसे भी हैं जो प्रकीर्णित होकर वापस अपने ही मार्ग पर लौट आते हैं ?

उत्तर–किसी भी परमाणु के भीतर एक अत्यन्त सूक्ष्म स्थान में ध नावेश केन्द्रित रहता है जो α-कण पर इतना अधिक प्रतिकर्षण बल लगाता है कि α-कण अपने ही मार्ग से वापस लौटता है।

प्रश्न 4. हाइड्रोजन के स्पैक्ट्रम में प्राप्त होने वाली कुछ स्पैक्ट्रमी रेखाओं के तरंगदैर्ध्य नीचे दिये गये हैं। इनमें से लाइमन श्रेणी की तरंगदैर्ध्य चुनिये।

6563 Å, 1216 Å, 9546 Å, 4861 Å, 1026 Å

उत्तर–1216 Å, 1026 Å

प्रश्न 5. हाइड्रोजन परमाणु को उत्तेजित करने वाले इलेक्ट्रॉन की

न्यूनतम ऊर्जा कितनी हो कि हाइड्रोजन स्पैक्ट्रम में तीन स्पैक्ट्रमी रेखायें प्राप्त हों ?

उत्तर–तीन स्पैक्ट्रमी रेखायें प्राप्त करने के लिये आवश्यक हैं कि परमाणु को उत्तेजित करने वाले इलेक्ट्रॉन में इतनी ऊर्जा हो कि यह उसको $n = 1$ से $n = 3$ में उत्तेजित कर सके ताकि तीन उत्सर्जन संक्रमण = ($3 \to 2, 3 \to 1, 2 \to 1$,) प्राप्त हो जायेंगे। यद्यपि तीन अवशोषण संक्रमण ($1 \to 2, 1 \to 3, 1 \to 4$,) प्राप्त करने के लिये अपेक्षाकृत अधिक ऊर्जा चाहिए।

∴ $E_n = -13.6/n^2$ अतः न्यूनतम ऊर्जा

$$E_3 - E_1 = \left[-\left(\frac{13.6}{3^2}\right) - \left(\frac{13.6}{1^2}\right)\right] \text{eV}$$

या आवश्यक ऊर्जा = 12.1 eV

प्रश्न 6. पदार्थों के परमाण्वीय स्पैक्ट्रम के कुछ सुनिश्चित रेखायें ही प्राप्त होती है, क्यों ?

उत्तर–परमाणु की केवल सुनिश्चित तथा विविक्त ऊर्जा अवस्थायें ही होती हैं। अतः परमाणु के संक्रमणों द्वारा उत्सर्जित विकिरणों की कुछ सुनिश्चित आवृत्तियाँ ही सम्भव है।

प्रश्न 7. हाइड्रोजन परमाणु में केवल एक ही इलेक्ट्रॉन है परन्तु उसके उत्सर्जन स्पैक्ट्रम में कई रेखायें होती हैं, ऐसा कैसे होता है, कारण सहित समझाइये।

उत्तर–प्रत्येक परमाणु के कुछ सुनिश्चित ऊर्जा स्तर होते हैं। सामान्य अवस्था में हाइड्रोजन परमाणु का इलेक्ट्रॉन निम्नतम ऊर्जा-स्तर में रहता है। जब परमाणु को बाहर से उपयुक्त ऊर्जा मिलती है तो यह इलेक्ट्रॉन निम्नतम ऊर्जा स्तर को छोड़कर किसी ऊँचे ऊर्जा-स्तर में चला जाता है, अर्थात् परमाणु उत्तेजित हो जाता है। लगभग 10^{-8} सेकण्ड में ही इलेक्ट्रॉन ऊँचे ऊर्जा- स्तर को छोड़ देता है। अब यह सीधे निम्नतम ऊर्जा स्तर में भी लौट सकता है अथवा अन्य नीचे ऊर्जा-स्तरों से होते हुए भी निम्नतम ऊर्जा-स्तर में लौट सकता है। चूँकि किसी प्रकाश-स्रोत (हाइड्रोजन लैम्प) में असंख्य परमाणु होते हैं, अतः स्रोत में सभी सम्भव संक्रमण होने लगते हैं तथा स्पैक्ट्रम में अनेक रेखायें दिखाई पड़ती है।

आंकिक प्रश्न

प्र. 1. 2.3 eV ऊर्जा अंतर किसी परमाणु में दो ऊर्जा स्तरों को पृथक कर देता है। उत्सर्जित विकिरण की आवृत्ति क्या होगी यदि परमाणु में इलेक्ट्रॉन उच्च स्तर से निम्न स्तर में संक्रमण करता है ?

हल– दिया है : $E_{n_2} - E_{n_1}$ = 2.3 इलेक्ट्रॉन वोल्ट = $2.3 \times 1.6 \times 10^{-19}$ जूल

उत्सर्जित विकिरण की आवृत्ति $\upsilon = \frac{E_{n_2} - E_{n_1}}{h}$

$$= \frac{2.3 \times 1.6 \times 10^{-19}}{6.62 \times 10^{-34}} = 5.55 \times 10^{14} \text{ हर्ट्ज}$$

प्र. 2. हाइड्रोजन परमाणु की निम्नतम अवस्था में ऊर्जा –13.6 eV है। इस अवस्था में इलेक्ट्रॉन की गतिज और स्थितिज ऊर्जाएँ क्या होंगी ?

हल– **दिया है :** निम्नतम अवस्था में कुल ऊर्जा E = –13.6 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट

∵ कुल ऊर्जा $E = -E_K$ (गतिज ऊर्जा) तथा $E = \frac{U}{2}$

(जहाँ U = स्थितिज ऊर्जा)

अतः गतिज ऊर्जा E_K = 13.6 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट

तथा $U = 2E = -2 \times 13.6$

= – 27.2 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट

प्र. 3. निम्नतम अवस्था में विद्यमान एक हाइड्रोजन परमाणु एक फोटॉन को अवशोषित करता है जो इसे $n = 4$ स्तर तक उत्तेजित कर देता है। फोटॉन की तरंगदैर्घ्य तथा आवृत्ति ज्ञात कीजिए।

हल– **दिया है :** $n_1 = 1$ तथा $n_2 = 4$

अतः $\frac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$ से जहाँ $Z = 1$

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{16}\right) = \frac{15R}{16}$$

या तरंगदैर्ध्य $\lambda = \frac{16}{15R} = \frac{16}{15} \times 912 Å$

= 972.7 Å = 97.27 nm

तथा आवृत्ति $\upsilon = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{97.27 \times 10^{-9}} = 3.1 \times 10^{15}$ हर्ट्ज

प्र. 4. कमरे के ताप पर गैसीय हाइड्रोजन पर किसी 12.5 eV की इलेक्ट्रॉन पुंज की बमबारी की गई। किन तरंगदैर्घ्यों की श्रेणी उत्सर्जित होगी ?

हल– **दिया है :** इलेक्ट्रॉन पुंज की ऊर्जा = 12.5 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट

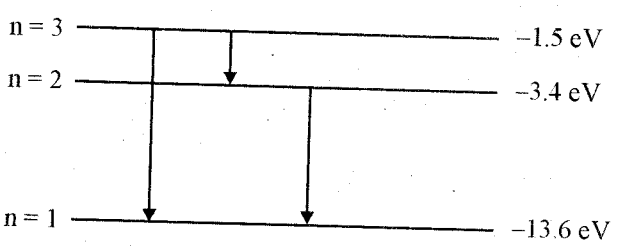
मूल अवस्था में, हाइड्रोजन के इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा

= –13.6 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट

अतः इलेक्ट्रॉन पुंज की बमबारी से, हाइड्रोजन के कक्षीय इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा = –13.6 + 12.5 = –1.1 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट

यह ऊर्जा $n = 3$ में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा $E_3 = -\frac{13.6}{9} = -1.5$ इलेक्ट्रॉन-वोल्ट से अधिक है।

अतः इलेक्ट्रॉन पुंज की बमबारी से इलेक्ट्रॉन तृतीय कक्षा तक उत्तेजित होगा तथा चित्रानुसार निम्न संक्रमण संभव है :



चित्र 14.20

(i) $n_2 = 3$ से $n_1 = 1$ में
(ii) $n_2 = 2$ से $n_1 = 1$ में } दोनों में लाइमन श्रेणी

तथा (iii) $n_2 = 3$ से $n_1 = 2$, में बामर श्रेणी

पुनः चूँकि $h\upsilon = \frac{hc}{\lambda} = \Delta E$

अतः उत्सर्जित विकिरण की तरंगदैर्घ्य

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E \text{ (जूल में)}}$$

अतः (i) $n_2 = 3$ से $n_1 = 1$ संक्रमण के लिए :

$$\lambda_1 = \frac{6.62\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{[-1.5-(-13.6)]\times1.6\times10^{-19}}$$

$$= \frac{19.86\times10^{-7}}{12.1\times1.6} = 102.6\times10^{-9} \text{ मीटर}$$

या $\lambda_1 = 102.6$ nm

(ii) $n_2 = 2$ से $n_1 = 1$ संक्रमण के लिए :

$$\lambda_2 = \frac{6.62\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{[-3.4-(-13.6)]\times1.6\times10^{-19}}$$

$$= \frac{19.86\times10^{-7}}{10.2\times1.6} = 121.7\times10^{-9} \text{ मीटर}$$

या $\lambda_2 = 121.7$ nm

(iii) $n_2 = 3$ से $n_1 = 2$ संक्रमण के लिए :

$$\lambda_3 = \frac{6.62\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{[-1.5-(-3.4)]\times1.6\times10^{-19}}$$

$$= \frac{19.86\times10^{-7}}{1.9\times1.6} = 653.2\times10^{-9} \text{ मीटर}$$

या $\lambda_3 = 653.2$ nm