1 सदिश

सदिश

भौतिक राशियाँ

अनुपात	अदिश	सदिश
(केवल मापांक)	(इकाई एवं मापांक)	(परिमाण मात्रक और दिशा)
अपवर्तनांक	द्रव्यमान, आवेश, धारा	वेग, बल

सदिशों के प्रकार

(i) शून्य सदिश $|\vec{A}| = 0$

(ii) उपयुक्त सदिश $|\vec{A}| \neq 0$

(iii) समान सदिश $\rightarrow$ समान दिशा

(iv) असमान सदिश $\rightarrow$ असमान दिशा

(v) तुल्य सदिश $\rightarrow$ समान परिमाण, एवं समान दिशा

(vi) ऋणात्मक सदिश $\rightarrow$ समान परिमाण परन्तु विपरीत दिशा

(vii) इकाई सदिश $\rightarrow \hat{A} = \dfrac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$ (इकाई मापांक का सदिश)

Note – $\hat{i}$, $\hat{j}$ तथा $\hat{k}$ क्रमशः x, y तथा z दिशा में इकाई सदिश हैं

सदिशों का निरूपण

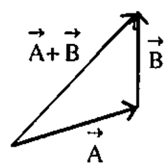
$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$

मापांक $= |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

सदिश योग

ग्राफीय विधि	गणितीय विधि

ग्राफीय विधि



यदि $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ तथा $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$

तो $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$

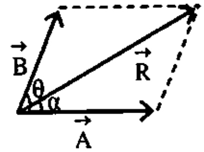
$$R = |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2 + (A_z + B_z)^2}$$

Note : एक से अधिक सदिशों को भी इसी प्रकार जोड़ा जा सकता है।

गणितिय विधि

यदि $|\vec{A}| = A$ तथा $|\vec{B}| = B$

$\theta \rightarrow \vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के बीच कोण



हो, तो $R^2 = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$

$$\tan\alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$$

अदिश गुणनफल

$\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$ $\qquad$ $\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$

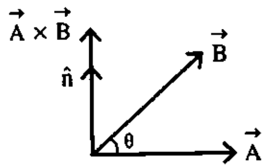
$\vec{A}.\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$ $\qquad$ $\vec{A}.\vec{A} = A^2$

$\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1$

$\hat{i}.\hat{j} = \hat{j}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{i} = 0$

सदिश गुणनफल

$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta\,\hat{n}$



$\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$

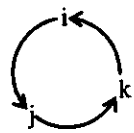
$\vec{A}\times\vec{B} = 0$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

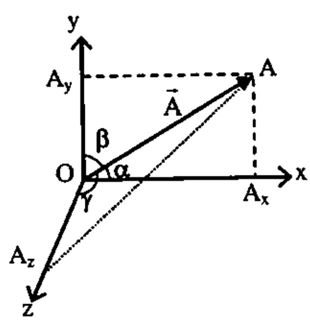
$$= \hat{i}\,(A_yB_z - A_zB_y) + \hat{j}\,(A_zB_x - A_xB_z) + \hat{k}\,(A_xB_y - A_yB_x)$$

$\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = \hat{k}\times\hat{k} = 0$

$\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k},\ \hat{j}\times\hat{k} = \hat{i},\ \hat{k}\times\hat{i} = \hat{j}$



द्विक्कोज्याऐं



$\cos\alpha$, $\cos\beta$ तथा $\cos\gamma$ क्रमशः x-दिशा, y-दिशा तथा z दिशा में द्विक्कोज्याएँ हैं।

$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A},\ \cos\beta = \frac{A_y}{A}$$

तथा $$\cos\gamma = \frac{A_z}{A}$$

सदिशों का भौतिकी में अनुप्रयोग

बिन्दु A (x_1, y_1, z_1) का स्थिति सदिश :- $\vec{r}_A = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k}$

बिन्दु A (x_2, y_2, z_2) का स्थिति सदिश :- $\vec{r}_A = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k}$

बिन्दु A (x_1, y_1, z_1) से B (x_2, y_2, z_2) तक विस्थापन सदिश ($\vec{r}_{AB}$)

$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$

सापेक्ष वेग : $\vec{V}_{AB} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$

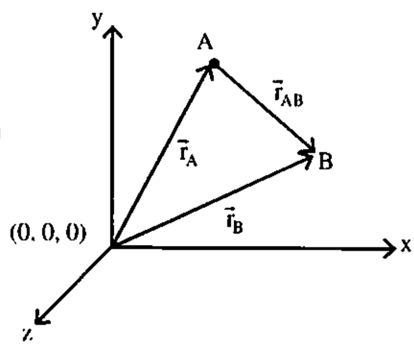
कार्य : $W = \vec{F}.\vec{r}$, शक्ति $P = \vec{F}.\vec{v}$

$\phi_E = \vec{E}.\vec{A}$, $\phi_B = \vec{B}.\vec{A}$, $\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{v}$

$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{P}$, $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$, $\vec{F} = q(\vec{v}\times\vec{B})$

$\vec{v} = d\vec{r}/dt$, $\vec{a} = d\vec{v}/dt$

लोरेन्ट्ज़ बल : $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})$



त्रिभुज का क्षेत्रफल : $\frac{1}{2}|\vec{A}\times\vec{B}|$

समान्तर चतुर्भज का क्षेत्रफल : $|\vec{A}\times\vec{B}|$

समचतुष्फलक का आयतन: $\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C})$

ग्रेडिऐन्ट संकारक : $\nabla = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$ $\vec{E} = -\nabla\phi$