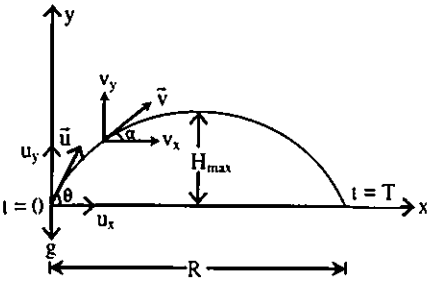
4

प्रक्षेप्य गति

प्रक्षेप्य गति

क्षैतिज से किसी कोण पर फैंका हुआ



(a) $y = x\tan\theta - \frac{1}{2}.g.\left[\frac{x}{u\cos\theta}\right]^2$

$\vec{u}_x = u\cos\theta\,\hat{i}$; $a_x = 0$

$\vec{u}_y = u\sin\theta\,\hat{j}$; $\vec{a}_y = -g\,\hat{j}$

or $y = x\tan\theta\left[1-\frac{x}{R}\right]$

(b) अधिकतम ऊँचाई तक पहुँचने में लगा समय $t = \frac{u\sin\theta}{g} = \frac{u_y}{a_y}$

(c) उड्डयन काल $T = \frac{2u\sin\theta}{g} = \frac{2u_y}{a_y}$

(d) क्षैतिज परास $R = \frac{u^2\sin 2\theta}{g} = u_x \times T$

(e) अधिकतम ऊँचाई $H_{max} = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g} = \frac{u_y^2}{2a_y}$

(f) किसी भी समय पर कण के वेग का क्षैतिज घटक

$v_x = u\cos\theta$

(g) किसी भी समय पर कण के वेग का ऊर्ध्वाधर घटक $v_y = u\sin\theta - gt$

(h) किसी समय t पर कण का वेग $\vec{v} = v_x\,\hat{i} + v_y\,\hat{j}$

$\vec{v} = u\cos\theta\,\hat{i} + (u\sin\theta - gt)\,\hat{j}$

कण की चाल $v = |\vec{v}| = \sqrt{u^2 + g^2t^2 - 2ugt\sin\theta}$ एवं $\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x}$

सामान्य परिणाम

अधिकतम परास के लिए $\theta = 45°$

$R_{max} = \frac{u^2}{g}$ और $H_{max} = \frac{R_{max}}{4}$, प्रारम्भिक वेग u और $\theta = 45°$ पर

$H_{max} = \frac{R_{max}}{2}$, प्रारम्भिक वेग u और $\theta = 90°$ पर

(i) संवेग में परिवर्तन

(1) पूर्ण गति में $= -2\,m\,u\sin\theta\,\hat{j}$

(2) उच्चिष्ठ बिन्दु तक $= -m\,u\sin\theta\,\hat{j}$

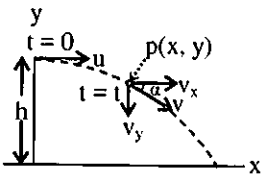
क्षैतिज से समान्तर फैंका हुआ प्रक्षेप्य

(a) पथ का समी० $y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{u^2}$

$u_x = u$ $\quad v_x = u$

$u_y = 0$ $\quad v_y = gt$ (नीचे की ओर)

$v_y = -gt$ (ऊपर की ओर)



(b) किसी समय पर कण की चाल

$$v = \sqrt{u^2 + g^2 t^2}$$

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

(c) विस्थापन $\quad S = x\,\hat{i} + y\,\hat{j} = ut\,\hat{i} + \frac{1}{2}gt^2\,\hat{j}$

(d) उड्डयन काल $\quad T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

(e) क्षैतिज परास $\quad R = u\sqrt{\frac{2h}{g}} = u_x T$

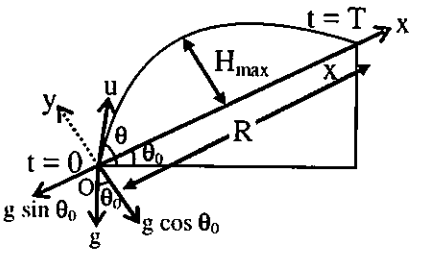
नततल पर प्रक्षेप्य गति

$\vec{a}_x = -g\sin\theta_0\,\hat{i}$

$\vec{a}_y = -g\cos\theta_0\,\hat{j}$

$\vec{u}_x = u\cos(\theta - \theta_0)\,\hat{i}$

$\vec{u}_y = u\sin(\theta - \theta_0)\,\hat{j}$



(a) उड्डयन काल $\quad T = \frac{2u_y}{a_y} = \frac{2u\sin(\theta-\theta_0)}{g\cos\theta_0}$

$$R = u\cos(\theta - \theta_0)\,T - \frac{1}{2}g\sin\theta_0 . T^2$$

$$R = \frac{2u^2\sin(\theta-\theta_0)\cos\theta}{g\cos^2\theta_0}$$

R_{max} के लिये $\quad \theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\theta_0}{2}$ तथा $R_{max} = \frac{u^2}{g(1+\sin\theta_0)}$

अधिकतम ऊँचाई $H_{max} = \frac{u_y^2}{2a_y} = \frac{u^2\sin^2(\theta-\theta_0)}{2g\cos\theta_0}$