5 वृत्तीय गति

वृत्तीय गति

(a) कोण (रेडियन में) $= \frac{\text{चाप}}{\text{त्रिज्या}}$

या $\Delta\theta = \frac{\Delta S}{r}$ π rad. = 180°

(b) कोणीय वेग ($\vec{\omega}$)

1. तात्क्षणिक $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

2. औसत $\vec{\omega}_{av} = \frac{\text{कुल कोणीय विस्थापन}}{\text{कुल लगा समय}} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

यदि $v \rightarrow$ रेखीय वेग

$\alpha \rightarrow$ कोणीय त्वरण

$a \rightarrow$ रेखीय त्वरण

(c) $v = r\omega$ सदिश रूप में $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

(d) $\alpha = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

(e) $a = \alpha r$ तथा $\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

वृत्तीय गति में गति के समीकरण

$\omega = \omega_0 + \alpha t$

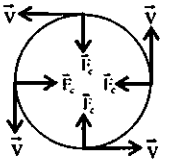
$\theta = \omega_0 t + a t^2$

$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

अभिकेन्द्रीय बल

$F_c = \frac{m v^2}{r} = m\omega^2 r = m\omega v$

$a_c = \frac{v^2}{r}$ सदिश में $\vec{F}_c = m(\vec{\omega} \times \vec{v})$

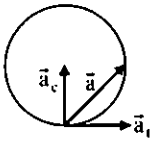


परिणामी त्वरण

$\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_t$

$a_t \rightarrow$ स्पर्श रेखीय त्वरण, $a_c \rightarrow$ अभिकेन्द्रीय त्वरण

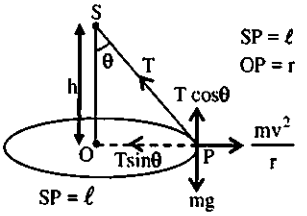
$a_{net} = \sqrt{a_t^2 + a_c^2}$



क्षैतिज वृत्तीय गति

$T\cos\theta = mg$

$T\sin\theta = mv^2/r \quad ; \quad \tan\theta = \frac{v^2}{rg}$



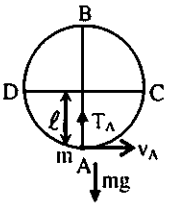
तनाव $T = mg\sqrt{1+\frac{v^4}{r^2g^2}}$

एवं आवर्तकाल

$T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\theta}{g}}$

ऊर्ध्वाधर वृत्तीय गति

रस्सी के सन्दर्भ में



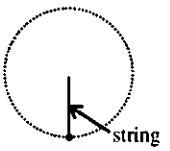
(a) A निम्नतम बिन्दु पर तनाव

$$T_A = \frac{mv_A^2}{l} + mg$$

(b) B बिन्दु पर तनाव

$$T_B = \frac{mv_B^2}{l} - mg$$

$$T_B = \frac{mv_A^2}{l} - 5mg$$



(c) C बिन्दु पर तनाव

$$T_C = \frac{mv_C^2}{l}$$

$$T_C = \frac{mv_A^2}{\ell} - 2mg$$

Thus $T_A > T_C > T_B$

$T_A - T_B = 6\ mg$

$T_A - T_C = 3\ mg$

क्रान्तिक वेग (v_C)

वृत्तिय गति सम्भव होने के लिए न्यूनतम वेग (क्रान्तिक वेग v_c)

क्रान्तिक वेग v_C at A $= \sqrt{5gl}$

v_C at B $= \sqrt{gl}$

v_C at C $= \sqrt{3gl}$

क्रान्तिक वेग की अवस्था में बिन्दु A, B, C पर तनाव

$T_A = 6mg$

$T_B = 0$

$T_C = 3mg$

संदर्भ में

⇒ यदि $v_A > \sqrt{5\,g\,l}$

रस्सी में कहीं भी तनाव शून्य नहीं होगा, कण वृत्तीय गति जारी रखेगा।

⇒ यदि $v_A = \sqrt{5\,g\,l}$

बिन्दु पर तनाव शुरू हो जायेगा तथा कण केवल वृत्त पूरा कर पायेगा।

⇒ यदि $\sqrt{2\,g\,l} < v_A < \sqrt{5\,g\,l}$

कण वृत्तीय गति नहीं कर पायेगा B तथा C बिन्दुओं के मध्य कहीं तनाव शून्य होगा।

⇒ यदि $v_A = \sqrt{2\,g\,l}$

C तथा D बिन्दुओं पर दोनों (वेग तथा तनाव) शून्य होंगे तथा कण अर्द्धवृत्त में आवर्त गति करेगा।

⇒ यदि $v_A < \sqrt{2\,g\,l}$

A तथा C के मध्य वेग शून्य होगा परन्तु तनाव कहीं भी शून्य नहीं होगा।

द्रव्यमानहीन छड़ से ऊर्ध्वाधर वृत्तीय गति

क्रान्तिक कोण

बिन्दु A पर $v_C = \sqrt{4g\,l}$

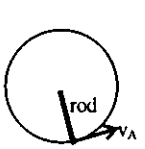
बिन्दु B पर $v_C = 0$

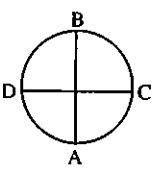
बिन्दु C पर $v_C = \sqrt{2g\,l}$

$T_A = 5\,mg$

$T_B = -\,mg$

$T_C = 2\,mg$





बंकन कोण

$\tan\theta = \dfrac{v^2}{rg}$, घर्षणहीन सड़क पर, बंकन कोण θ

वृत्ताकार अबंकित सड़क पर मुड़ने के लिए अधिकतम चाल

$$v_{max} = \sqrt{\mu\,r\,g}$$