9 गुरूत्वाकर्षण

न्यूटन के गुरूत्वाकर्षण का नियम

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \qquad G = 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$ सदैव आकर्षण प्रकृति का

गुरूत्वीय त्वरण

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{4}{3}\pi G R \rho$$

$\rho \rightarrow$ पृथ्वी का घनत्व ; $M \rightarrow$ पृथ्वी का द्रव्यमान; $R \rightarrow$ पृथ्वी की त्रिज्या

g में परिवर्तन

(a) ऊँचाई का प्रभाव $g' = g\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2}$

यदि $h << R$ तो $\qquad g' = g\left(1-\frac{2h}{R}\right)$

(b) गहराई का प्रभाव $\qquad g'' = g\left(1-\frac{d}{R}\right)$

(c) अक्षांश का प्रभाव

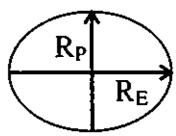
पृथ्वी के घूर्णन के कारण

$g_\lambda = g - \omega^2 R_e \cos^2\lambda$

पृथ्वी की आकृति के कारण

$R_E - R_P = 2$ km

$g_E < g_P$



गुरूत्वीय क्षेत्र की तीव्रता

$$\vec{E}_g = \frac{GM}{r^2}(-\hat{r})$$

पृथ्वी के लिये $\qquad E_g = g = 9.86\ m/s^2$

गुरूत्वीय विभव

$$V_g = -\int_\infty^r \vec{E}_g \cdot d\vec{r}$$

बाह्य बिन्दुओं के लिये $(r > R)$ $\qquad V_g = -\frac{GM}{r}$

सतह पर $(r = R)$ $\qquad V_g = -\frac{GM}{R}$

आन्तरिक बिन्दुओं पर $r < R$ $\qquad V_g = -GM\left[\frac{3R^2 - r^2}{2R^3}\right]$

गुरूत्वीय स्थितिज ऊर्जा

$$U_g = mV_g$$

सतह से h ऊँचाई तक जाने में स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन

सतह पर $\Delta U_g = mgh$ यदि $h << R_e$ सामान्यतः $\Delta U_g = \dfrac{mgh}{\left(1+\dfrac{h}{R}\right)}$

उपग्रह का कक्षीय वेग

$$\frac{mv_0^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \qquad (r = h + R)$$

यदि $h << R$ $\qquad v_0 = \sqrt{\dfrac{GM}{R}} = \sqrt{gR} \simeq 8$ Km/sec.

प्रक्षेपण वेग

गतिज ऊर्जा में कमी = स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि

$$\frac{1}{2}mv_p^2 = -\frac{GMm}{(R+h)} - \left(-\frac{GMm}{R}\right)$$

$$v_p = \left[\frac{2GMh}{R(R+h)}\right]^{1/2} = \left[\frac{2gh}{1+\dfrac{h}{R}}\right]^{1/2} \qquad (\because GM = gR^2)$$

चक्रण काल

$$T = \frac{2\pi r}{v_0} = \frac{2\pi(R+h)^{3/2}}{R\sqrt{g}}$$

या $\qquad T^2 = \dfrac{4\pi^2 r^3}{GM}$

यदि $h << R$ $\qquad T = \dfrac{2\pi R^{3/2}}{R\sqrt{g}} \simeq 1\frac{1}{2}$ Hr.

उपग्रह की गतिज ऊर्जा

$$K.E. = \frac{GMm}{2r} = \frac{1}{2}mv_0^2$$

उपग्रह की स्थितिज ऊर्जा

$$U = -\frac{GMm}{r}$$

उपग्रह की बन्धन ऊर्जा

$$BE = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r}$$

पलायन वेग

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR} = R\sqrt{\frac{8\pi Gd}{3}}$$

$$v_e = v_0\sqrt{2}$$

उपग्रह में प्रभावी भार

$$W = 0$$

उपग्रह स्वतंत्रता पूर्वक गिरती हुई वस्तु की भांति व्यवहार करता हैं

ग्रहों की गति के लिये केप्लर के नियम

ग्रह का पथ है -

(a) दीर्घ वृत्ताकार गति जिसमें सूर्य इसकी नाभि पर होता है।

(b) क्षैत्रिय वेग नियत होता है, $dA/dt =$ नियतांक

(c) $T^2 \propto r^3, r = (r_1 + r_2)/2$